

La preuve et ses moyens

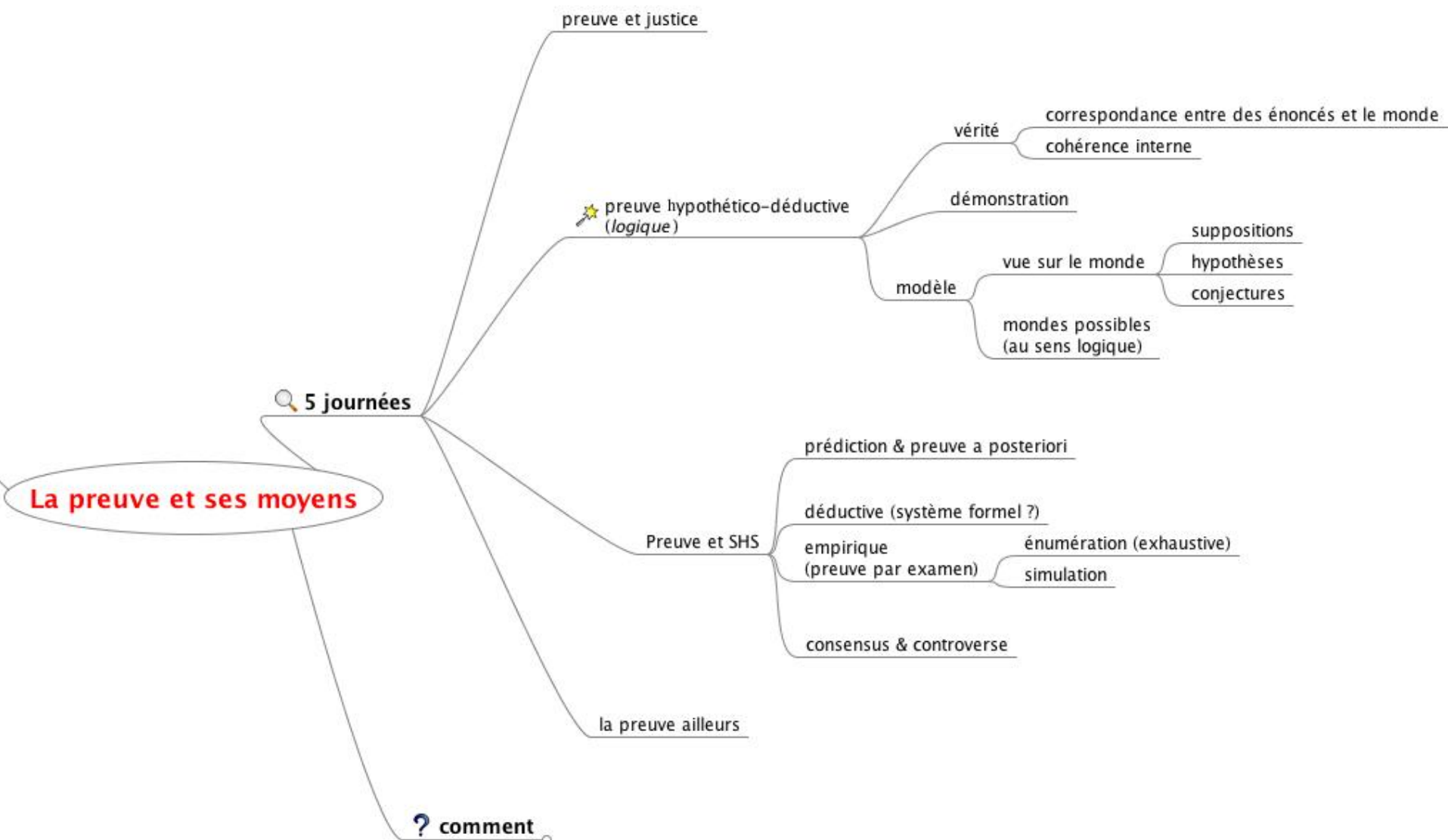
Jean-Louis Giavitto

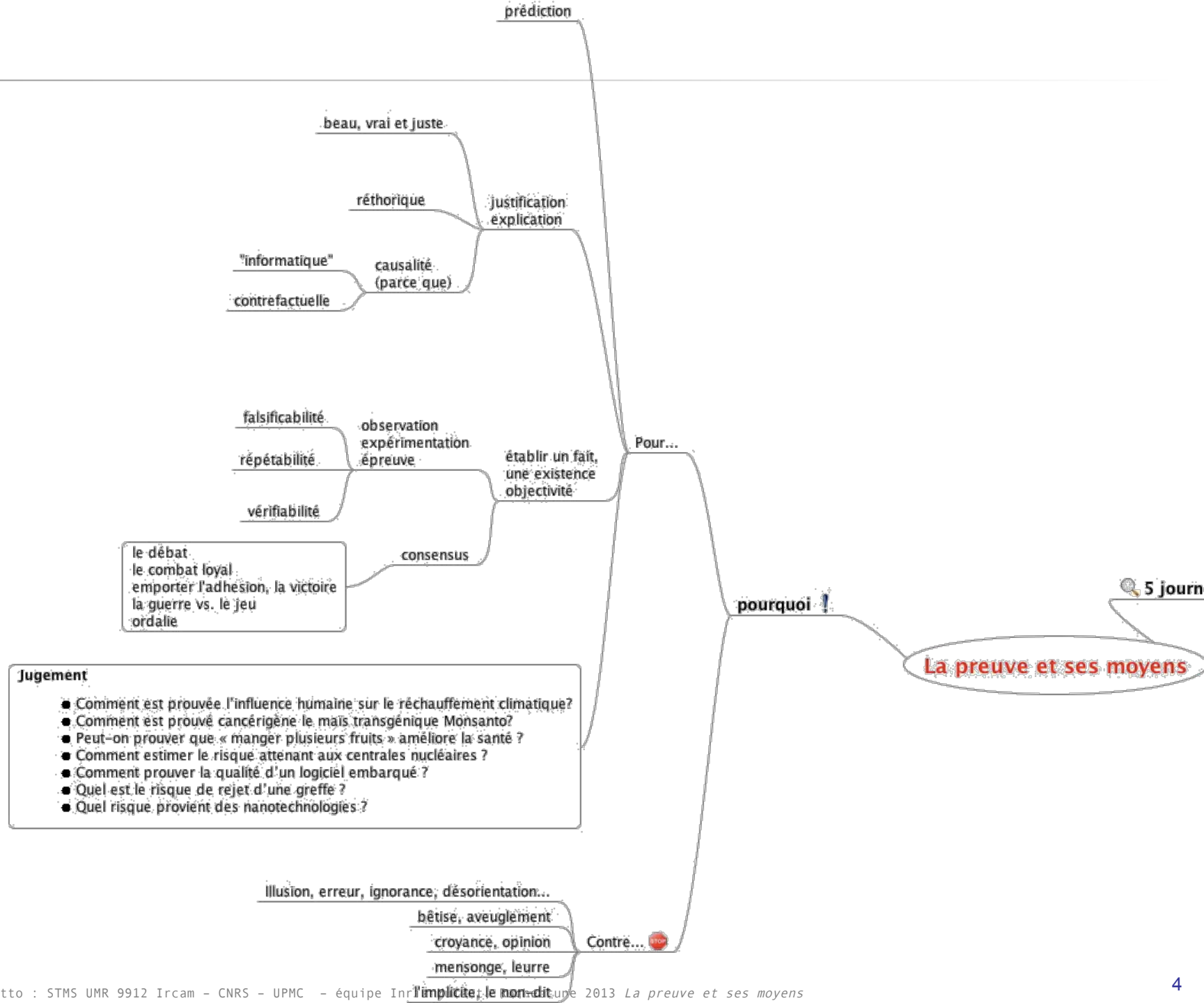
CNRS – IRCAM

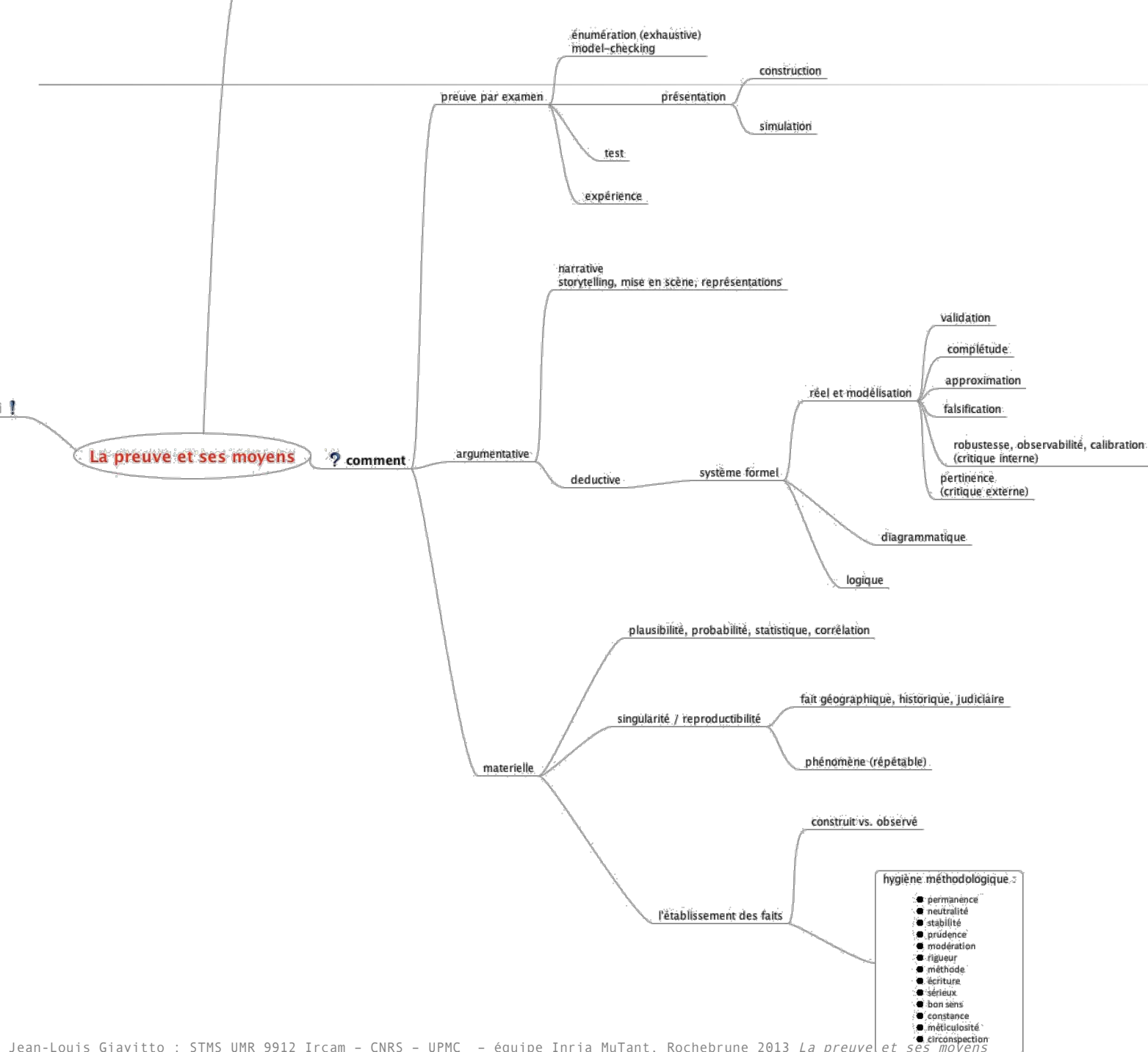
Equipe représentations musicales & projet INRIA MuTant

- Ce que j'ai repéré comme thèmes dans les contributions
- Ce que je n'y ai pas ou peu vu
 - Se méfier de la preuve
 - De la saveur au savoir
 - La preuve est un sport de combat
 - Logique et raisons
 - L'explication muette
 - Vérité et démonstration
 - La tentation logique
 - Événement, causalité, observation, fausseté
 - Trop de suffisance, pas assez de nécessité









SE MÉFIER DE LA PREUVE

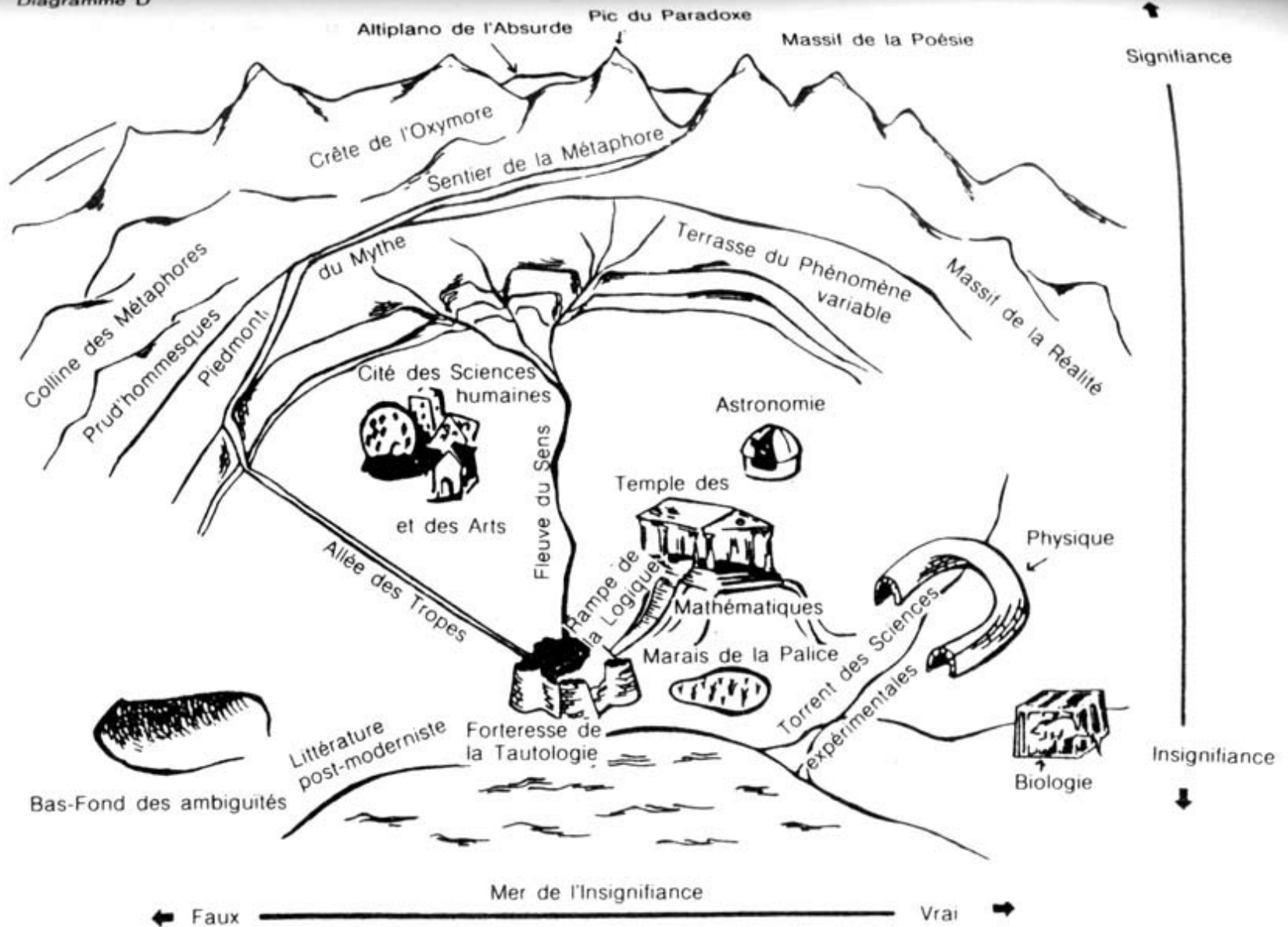
Le test Q



DE LA SAVEUR AU SAVOIR

Vous avez besoin que les autres vous apprécient et vous admirent, mais vous avez tendance à vous critiquer. Bien que votre personnalité présente quelques faiblesses, vous êtes généralement en mesure de les compenser. Vous avez beaucoup de capacités sous-utilisées que vous ne tournez pas à votre avantage. Discipliné et maître de vous-mêmes à l'extérieur, vous tendez à être inquiet et anxieux à l'intérieur. Par moments vous doutez fortement d'avoir pris la bonne décision ou d'avoir fait les choses correctement. Vous préférez une certaine dose de changement et de variété, et vous êtes insatisfait quand des restrictions ou des limitations vous empêchent d'avancer. Vous vous flattez d'être indépendant d'esprit et n'acceptez pas le point de vue des autres sans preuve satisfaisante. Mais vous trouvez imprudent d'être trop franc en vous révélant aux autres. Par moments vous êtes extroverti, affable et sociable, à d'autres vous êtes introverti, prudent et réservé. Certaines de vos aspirations tendent à être irréalistes.

Diagramme D



Tautologie : proposition toujours vraie.

Tautologie en art : production de définitions de l'art par les moyens de la logique.

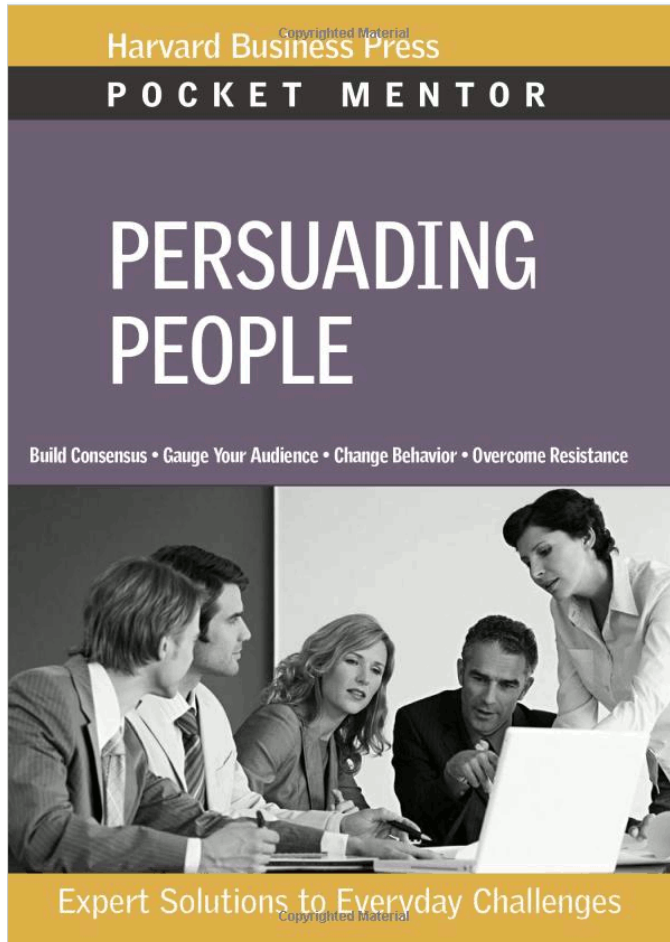


Alexandra Scemama

LA PREUVE EST UN SPORT DE COMBAT

Rhétorique

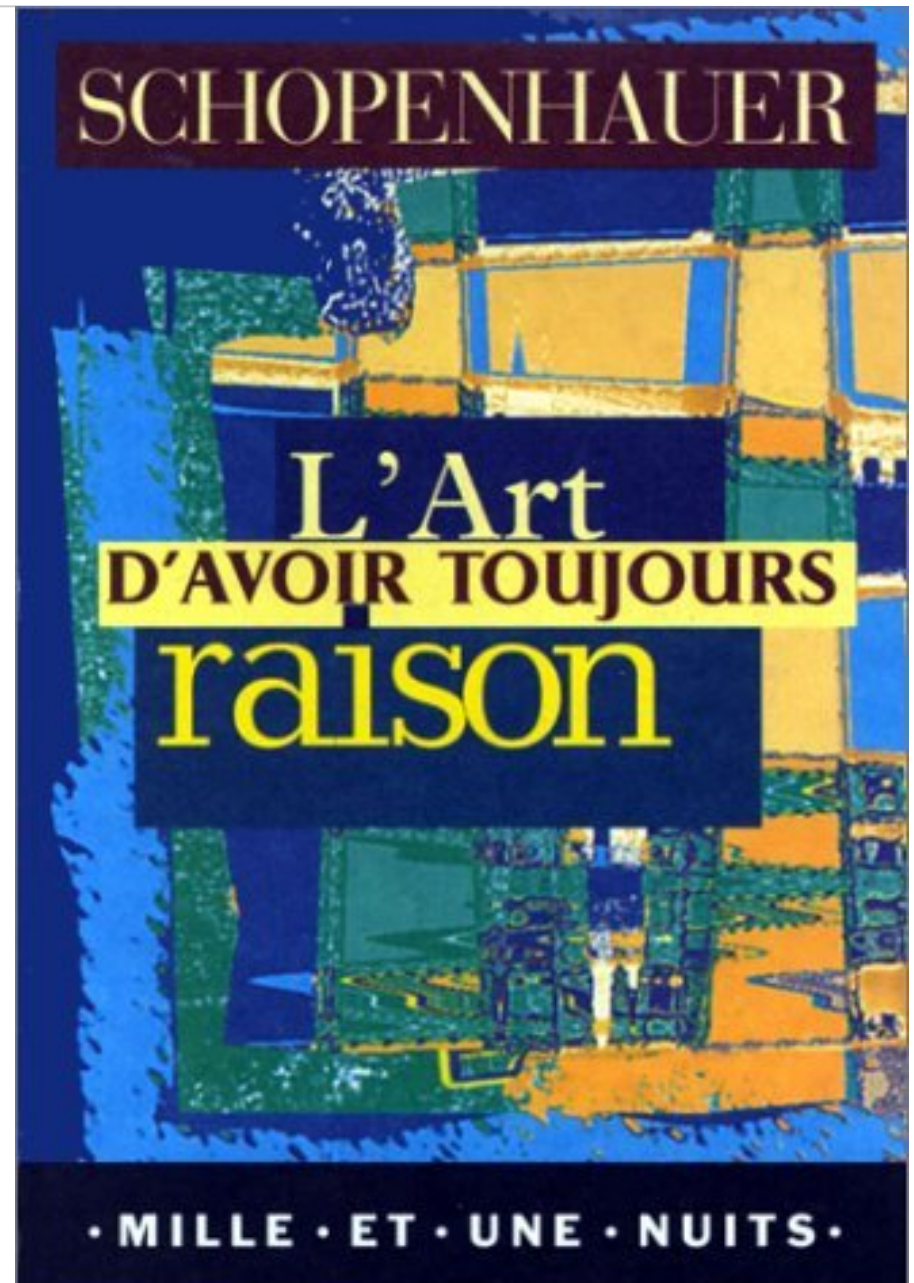




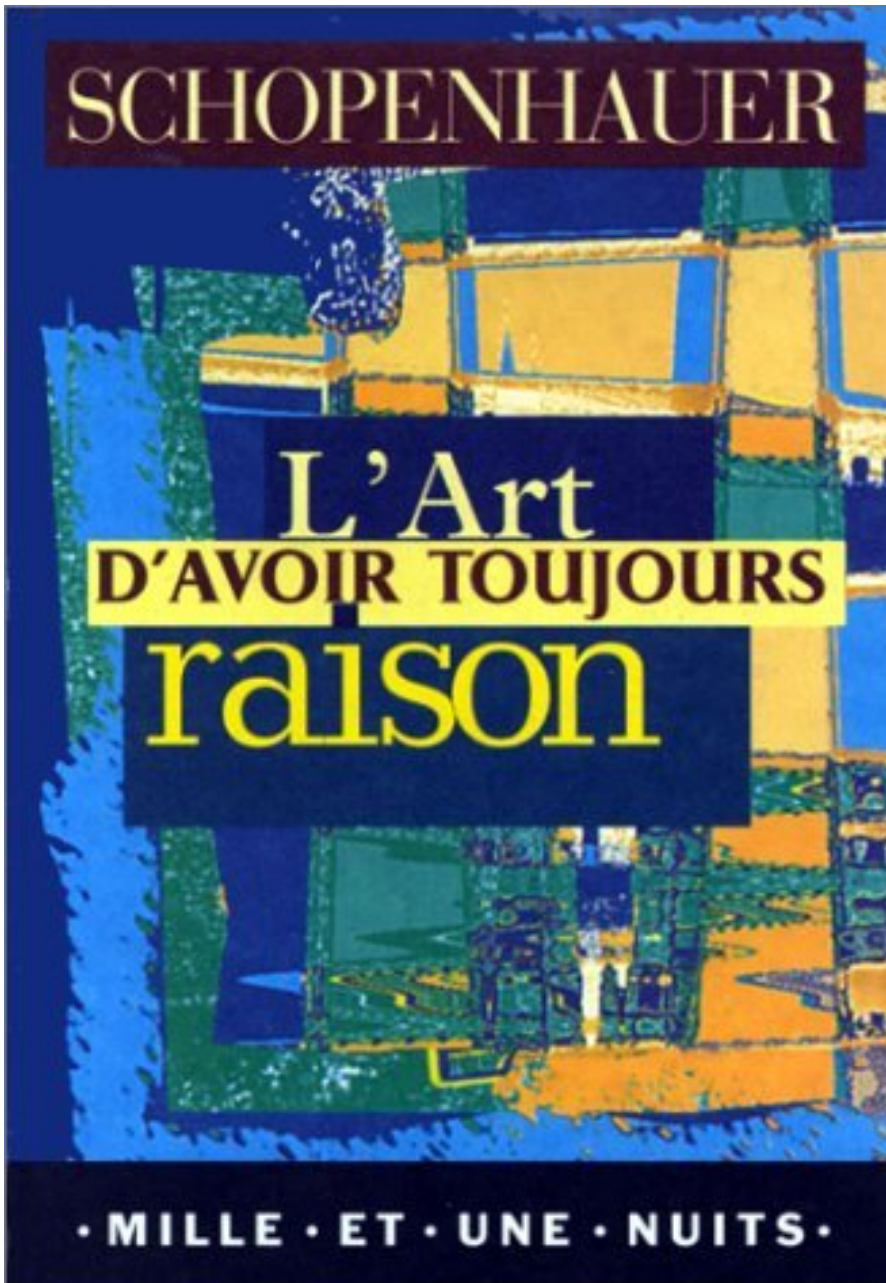
1. Persuading People: The Basics
2. Understanding Persuasion
3. Building Your Credibility
4. Understanding Your Audience
5. Winning Your Audience's Mind
6. Capturing Your Audience's Heart
7. Overcoming Resistance from Listeners
8. Activating Audience Self-Persuasion
9. Tips and Tools
10. Tools for Persuading People

L'art d'avoir toujours raison

- I - L'extension
- II - L'homonymie
- III - La généralisation des arguments adverses
- IV - Cacher son jeu
- V - Faux arguments
- VI - Postuler ce qui n'a pas été prouvé
- VII - Atteindre le consensus par des questions
- VIII - Fâcher l'adversaire
- IX - Poser les questions dans un autre ordre
- X - Prendre avantage de l'antithèse
- XI - Généraliser ce qui porte sur des cas précis
- XII - Choisir des métaphores favorables
- XIII - Faire rejeter l'antithèse
- XIV - Clamer victoire malgré la défaite
- XV - Utiliser des arguments absurdes
- XVI - Argument ad hominem
- XVII - Se défendre en coupant les cheveux en quatre
- XVIII - Interrompre et détourner le débat
- XIX - Généraliser plutôt que de débattre de détails
- XX - Tirer des conclusions



L'art d'avoir toujours raison



- XXI - Répondre à de mauvais arguments par de mauvais arguments
- XXII - Petitio principii
- XXIII - Forcer l'adversaire à l'exagération
- XXIV - Tirer de fausses conclusions
- XXV - Trouver une exception
- XXVI - Retourner un argument contre l'adversaire
- XXVII - La colère est une faiblesse
- XXVIII - Convaincre le public et non l'adversaire
- XXIX - Faire diversion
- XXX - Argument d'autorité
- XXXI - Je ne comprends rien de ce que vous me dites
- XXXII - Principe de l'association dégradante
- XXXIII - En théorie oui, en pratique non
- XXXIV - Accentuer la pression
- XXXV - Les intérêts sont plus forts que la raison
- XXXVI - Déconcerter l'adversaire par des paroles insensées
- XXXVII - Une fausse démonstration signe la défaite
- Ultime stratagème - Soyez personnel, insultant, malpoli

Dana Angluin's List of Proof Techniques

- **Proof by example:**
The author gives only the case $n=2$ and suggests that it contains most of the ideas of the general proof.
- **Proof by intimidation:**
'Trivial.'
- **Proof by vigorous handwaving:**
Works well in a classroom or seminar setting.
- **Proof by cumbersome notation:**
Best done with access to at least four alphabets and special symbols.
- **Proof by exhaustion:**
An issue or two of a journal devoted to your proof is useful.
- **Proof by omission:**
 - 'The reader may easily supply the details.'
 - 'The other 253 cases are analogous.'
 - '...'
- **Proof by obfuscation:**
A long plotless sequence of true and/or meaningless syntactically related statements.

Dana Angluin's List of Proof Techniques

- **Proof by wishful citation:**
The author cites the negation, converse, or generalization of a theorem from the literature to support his claims.
- **Proof by funding:**
How could three different government agencies be wrong?
- **Proof by eminent authority:**
'I saw Karp in the elevator and he said it was probably NP-complete.'
- **Proof by personal communication:**
'Eight-dimensional colored cycle stripping is NP-complete' [Karp, personal communication].
- **Proof by reduction to the wrong problem:**
'To see that infinite-dimensional colored cycle stripping is decidable, we reduce it to the halting problem.'
- **Proof by reference to inaccessible literature:**
The author cites a simple corollary of a theorem to be found in a privately circulated memoir of the Slovenian Philological Society, 1883.
- **Proof by importance:**
A large body of useful consequences all follow from the proposition in question.

Dana Angluin's List of Proof Techniques

- **Proof by accumulated evidence:**
Long and diligent search has not revealed a counterexample.
- **Proof by cosmology:**
The negation of the proposition is unimaginable or meaningless. Popular for proofs of the existence of God.
- **Proof by mutual reference:**
In reference A, Theorem 5 is said to follow from Theorem 3 in reference B, which is shown to follow from Corollary 6.2 in reference C, which is an easy consequence of Theorem 5 in reference A.
- **Proof by meta-proof:**
A method is given to construct the desired proof. The correctness of the method is proved by any of these techniques.
- **Proof by picture:**
A more convincing form of proof by example. Combines well with proof by omission.
- **Proof by vehement assertion:**
It is useful to have some kind of authority relation to the audience.
- **Proof by ghost reference:**
Nothing even remotely resembling the cited theorem appears in the reference given.

Dana Angluin's List of Proof Techniques

- **Proof by forward reference:**
Reference is usually to a forthcoming paper of the author, which is often not as forthcoming as at first.
- **Proof by semantic shift:**
Some standard but inconvenient definitions are changed for the statement of the result.
- **Proof by appeal to intuition:**
Cloud-shaped drawings frequently help here.
- **Proof by elimination of the counterexample:**
'Assume for the moment that the hypothesis is true. Now, let's suppose we find a counterexample. So what? QED.'

A DIVINE CONSISTENCY PROOF FOR MATHEMATICS

by

Harvey M. Friedman*
Distinguished University Professor Emeritus
Mathematics, Philosophy, and Computer Science
The Ohio State University
Columbus, Ohio 43210
December 25, 2012

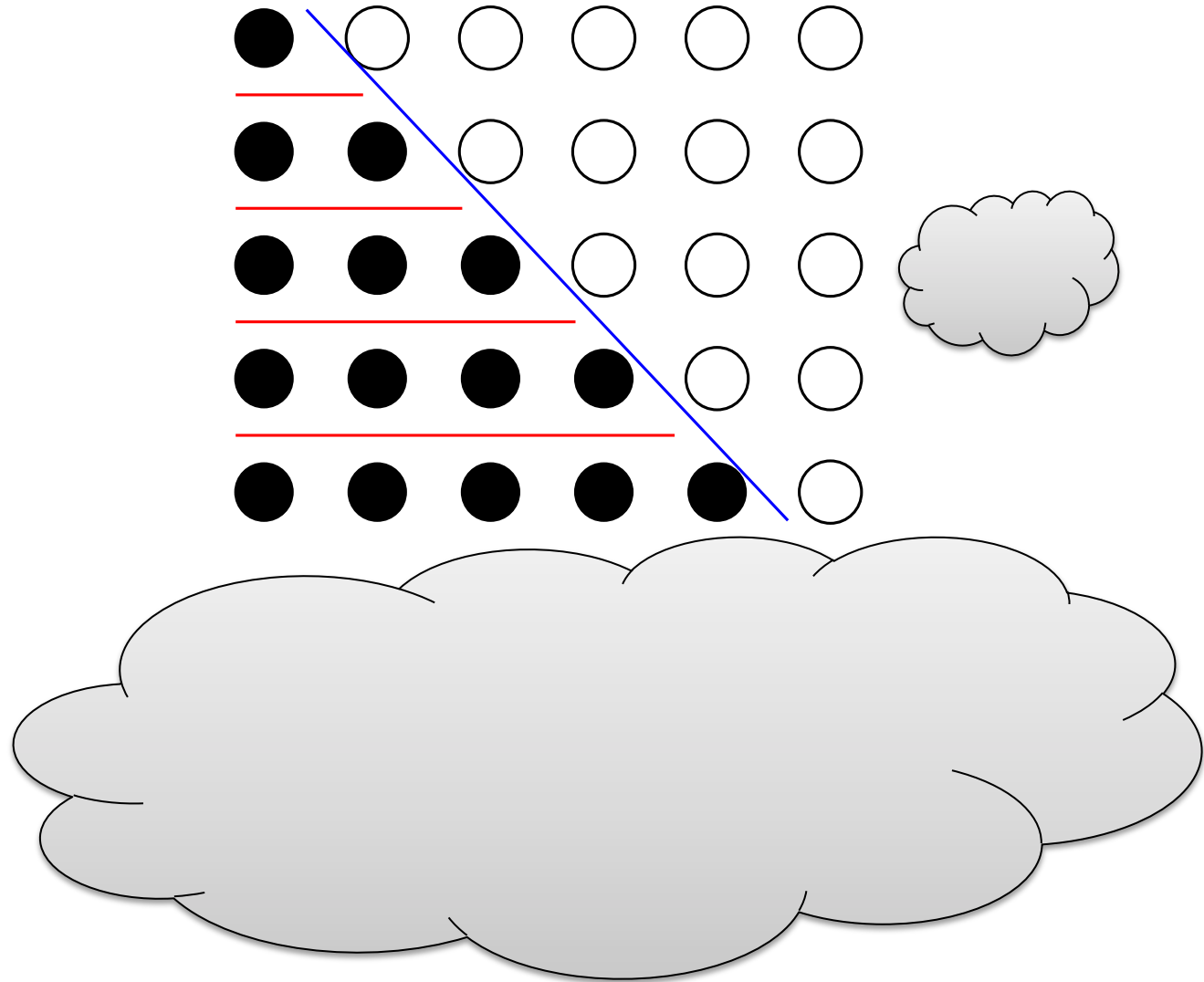
* This research was partially supported by the John Templeton Foundation grant ID #36297. The opinions expressed here are those of the author and do not necessarily reflect the views of the John Templeton Foundation.

Abstract. We present familiar principles involving objects and classes (of objects), pairing (on objects), choice (selecting elements from classes), positive classes (elements of an ultrafilter), and definable classes (definable using the preceding notions). We also postulate the existence of a divine object in the formalized sense that it lies in every definable positive class. ZFC (even extended with certain hypotheses just shy of the existence of a measurable cardinal) is interpretable in the resulting system. This establishes the consistency of mathematics relative to the consistency of these systems. Measurable

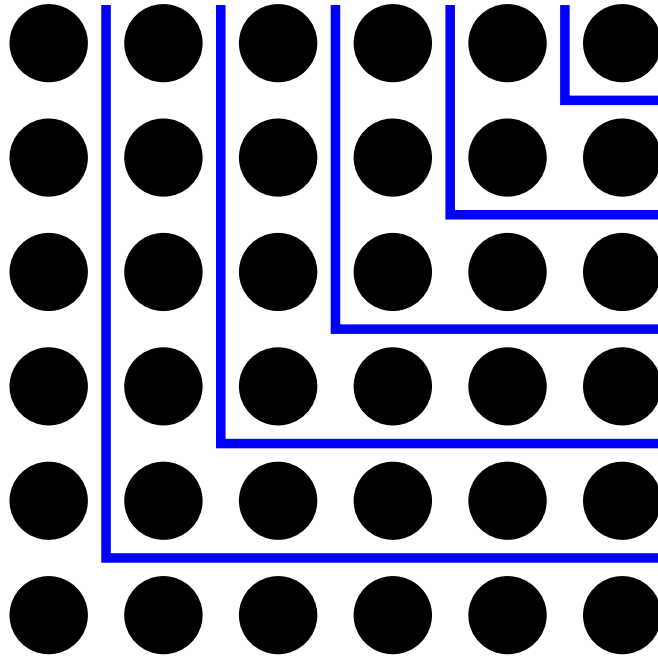
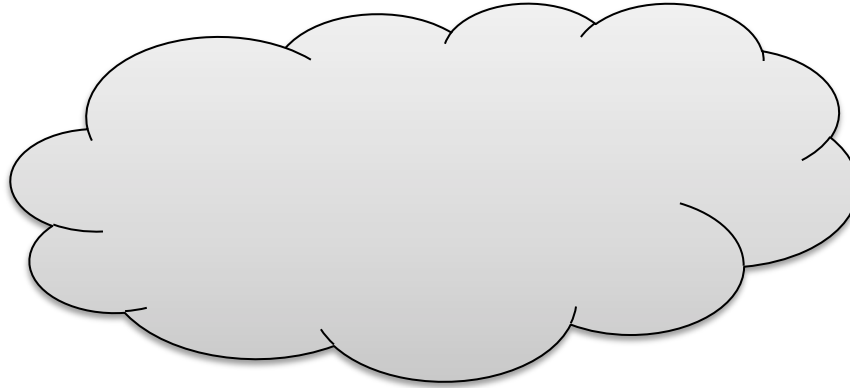
LOGIQUE ET RAISONS

L'EXPLICATION MUETTE

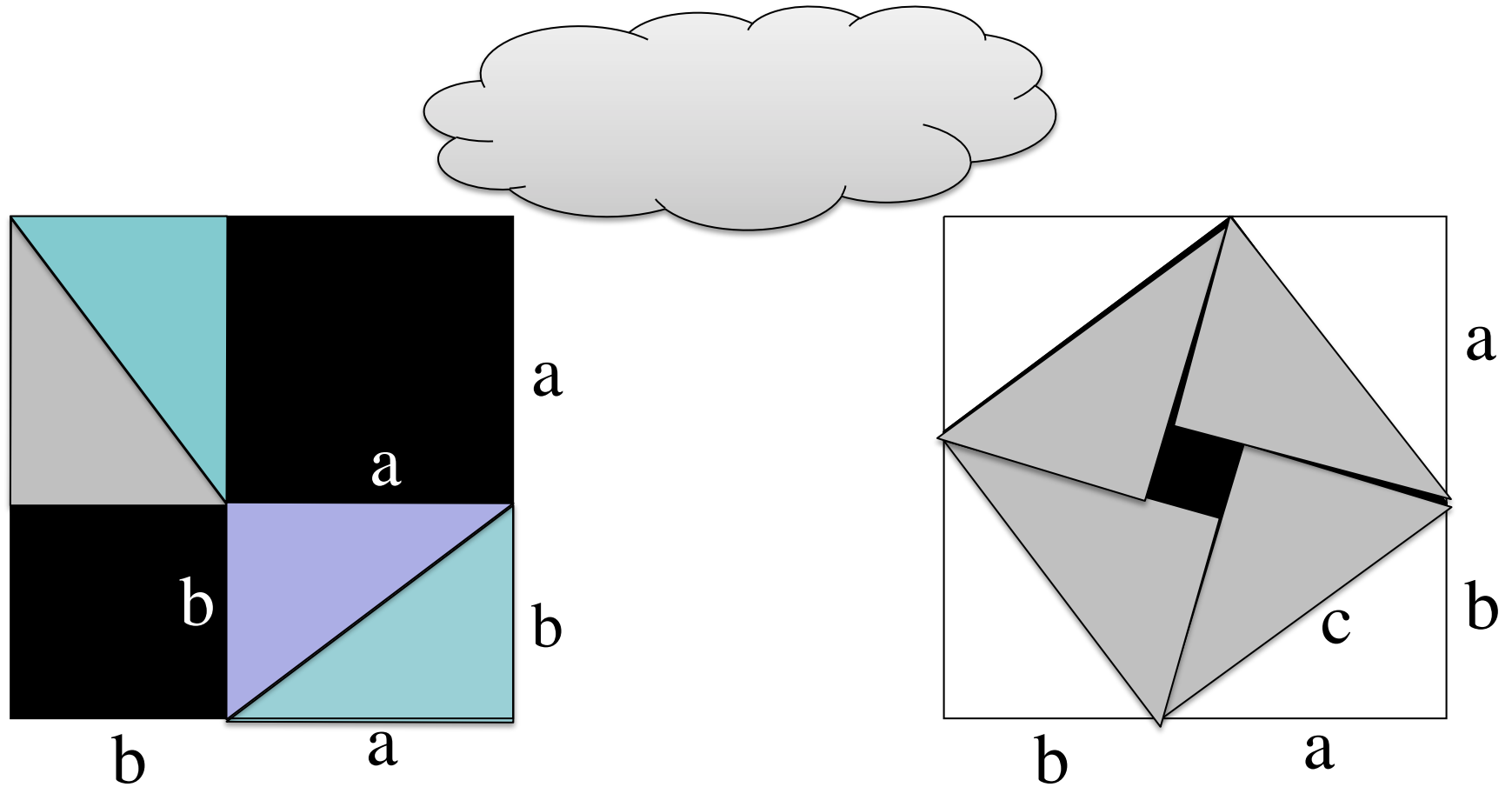
Preuve diagrammatique



Preuve diagrammatique

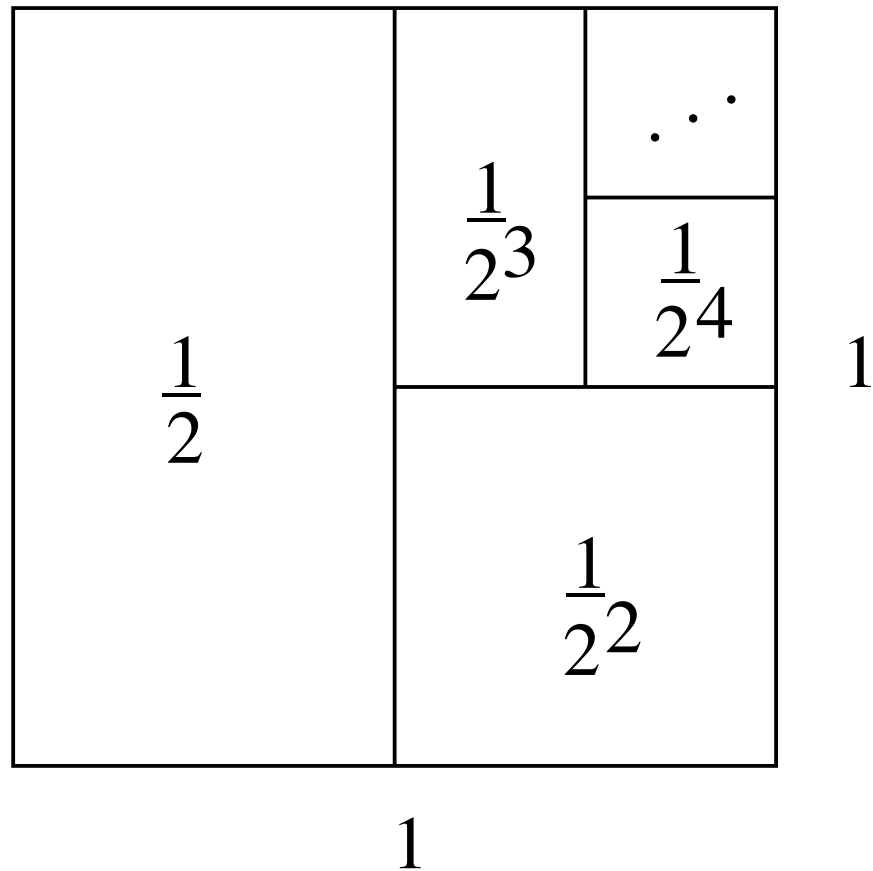


Preuve diagrammatique



Preuve diagrammatique

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$$

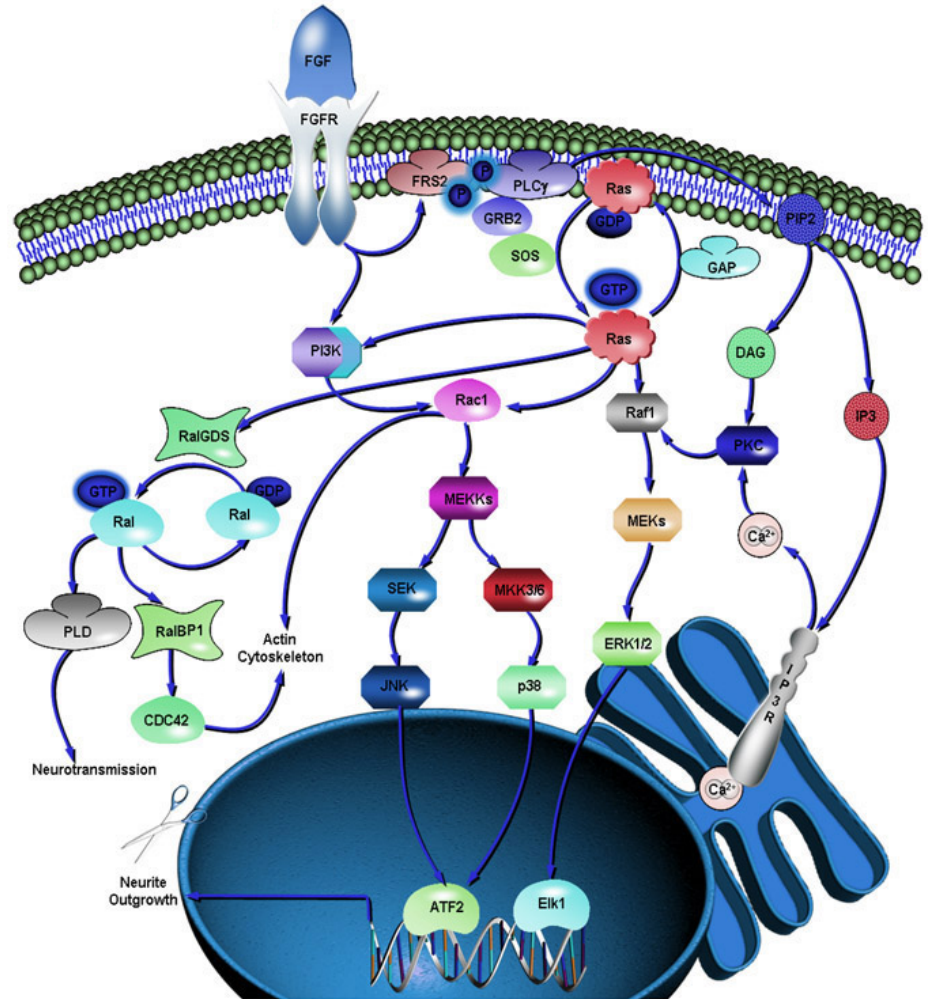
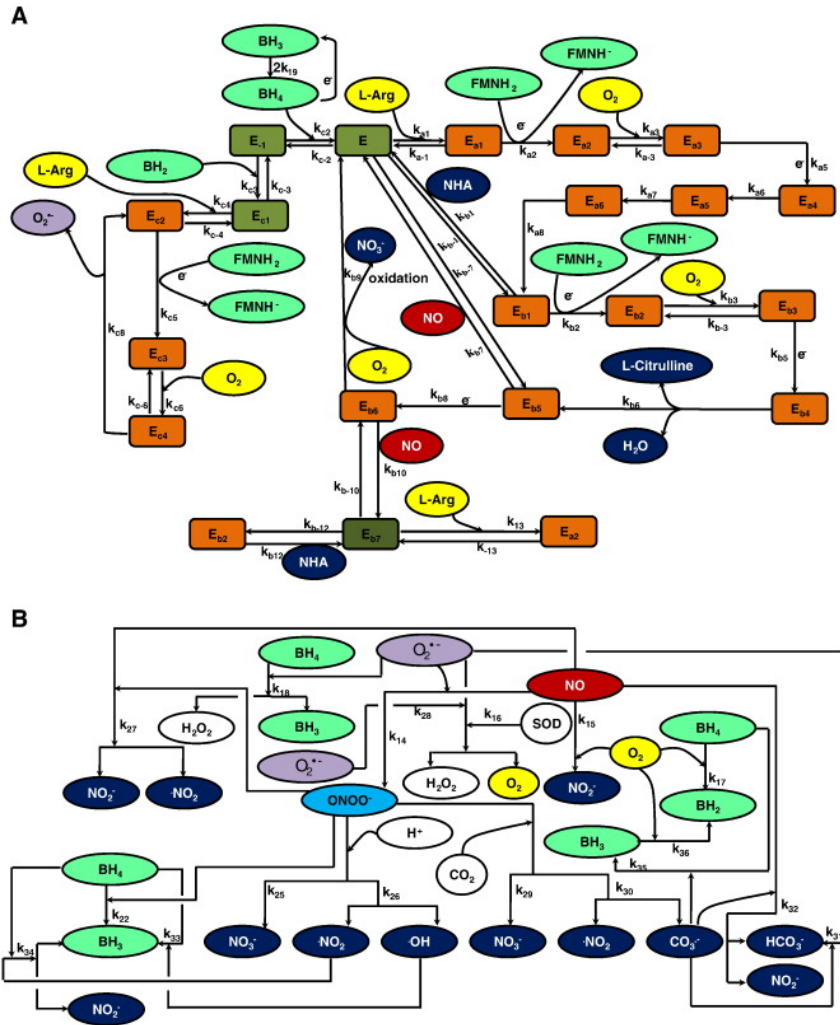


1

Preuve diagrammatique

[illegible]

Preuve diagrammatique

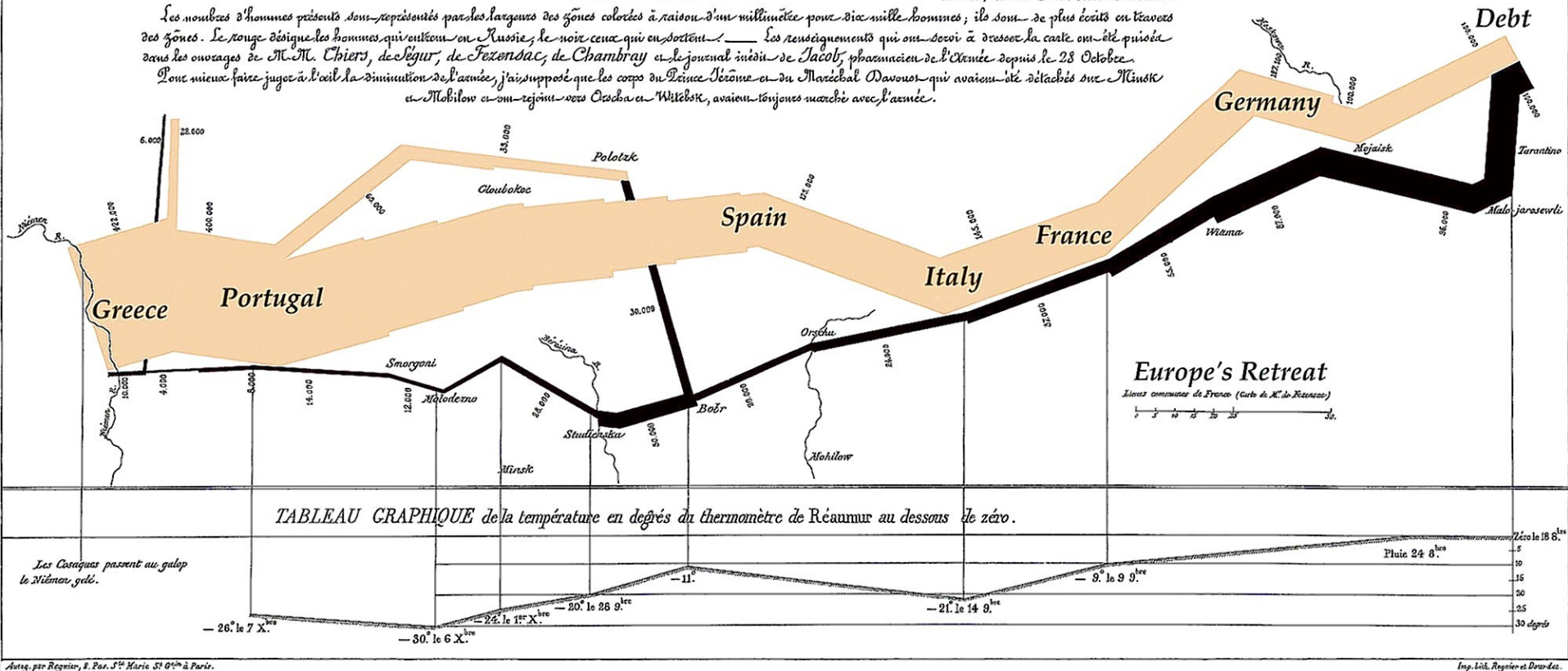


Preuve diagrammatique

Carte Figurative des pertes successives en hommes de l'Armée Française dans la campagne de Debt 2012 - 2013

Dressée par M. Minard, Inspecteur Général des Ponts et Chaussées en retraite. Paris, le 20 Novembre 2012.

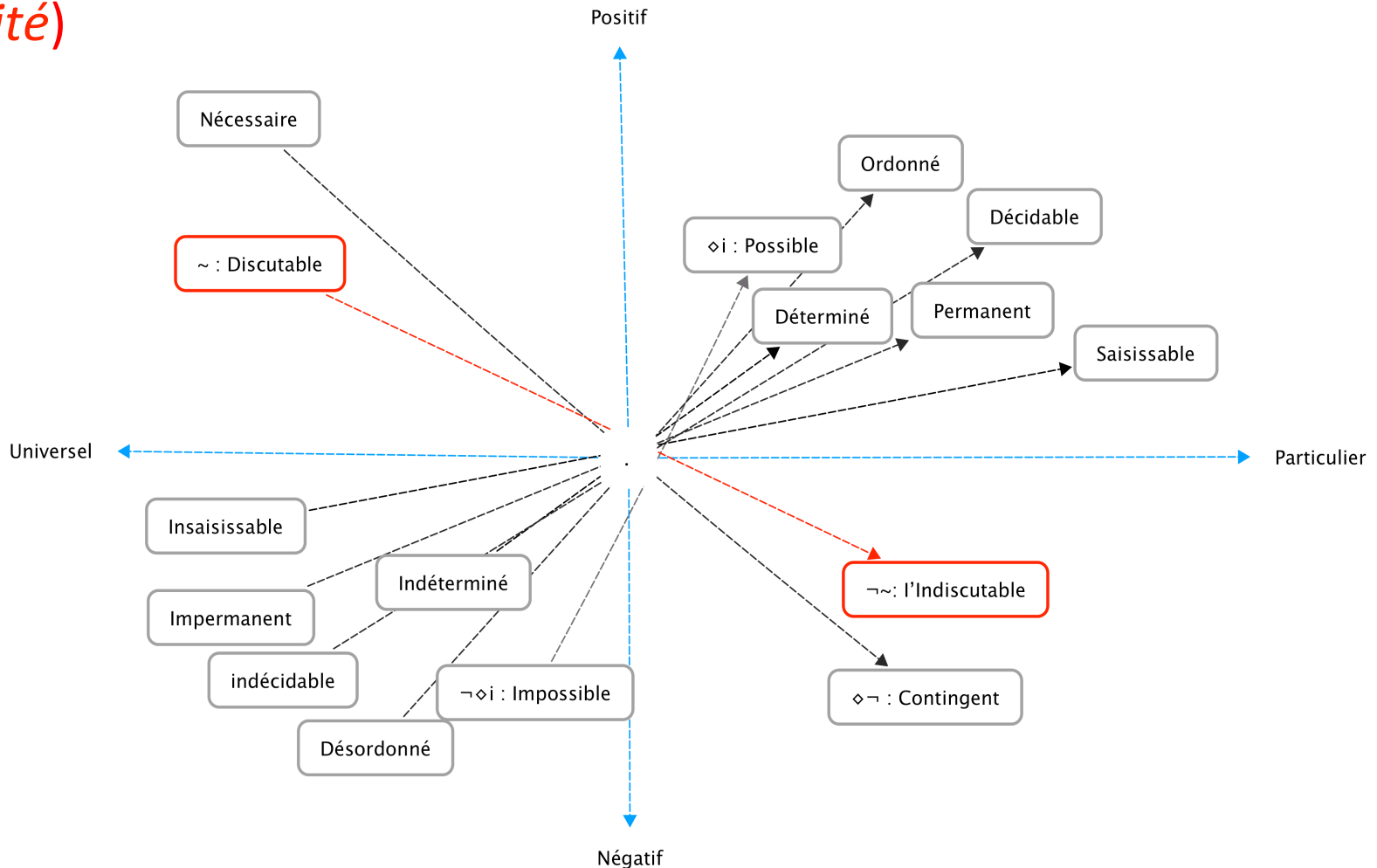
Les nombres d'hommes présents sont représentés par les largeurs des zones colorées à raison d'un millimètre pour dix mille hommes; ils sont de plus écrits en travers des zones. Le rouge désigne les hommes qui ont été en Russie, le noir ceux qui en sont sortis. Les renseignements qui ont servi à dresser la carte ont été puisés dans les ouvrages de M. M. Chiers, de Ségur, de Fexendac, de Chambray et le journal inédit de Jacob, pharmacien de l'Armée depuis le 28 Octobre. Pour mieux faire juger à l'œil la diminution de l'armée, j'ai supposé que les corps du Prince Néjome et du Maréchal Davout qui avaient été détachés sur Minsk et Mohilow et qui rejoignent vers Oresba et Wilna, avaient toujours marché avec l'armée.



VÉRITÉ & DÉMONSTRATION

Logique comme cadre *véritatif*

- la logique comme langue de l'établissement de la vérité
- une vérité essentialiste
- mais une vérité qui ne suffit plus (*modalité*)



Théorie de la démonstration

- **la preuve devient un objet d'étude**
 - une preuve ne prend pas n'importe quelle forme, elle se construit (à partir d'autres preuves), se transforme
 - abandon d'une posture essentialiste (l'idéal platonicien)
 - l'adoption d'une posture formaliste (est réel/signifiant ce qui est cohérent)
 - maîtriser l'infini
 - accomplir le programme hilbertien
 - dynamique des preuves
- **distinction entre prouvable et vrai**
- **différent style (système) de preuves**
 - intuitionniste
 - déduction naturelle (Gentzen)
 - calcul des séquents (Gentzen)
 - règle d'introduction et d'élimination (construction des énoncés)
 - règle de coupure
 - Jean-Yves Girard
 - preuve comme processus, le contrôle de l'infini et l'élimination des coupures, échapper aux postures transcendantales, déconstruction de l'appareil logique (strate) et de la distinction syntaxe/sémantique (réévaluation de son rôle de langage), entreprise de reconstruction géométrique

Quand en logique on déplace la notion de preuve de la vérité à la démonstration :

- Les vérités ne sont plus des objets isolés
Elles sont reliées par le réseau des preuves
- Le point de vue devient dynamique
comment on les construit, comment on les transforme
- On peut se poser de nouvelles questions
Que se passe t'il si on affaiblit les connecteurs, si on en introduit d'autres, si on impose des contraintes sur le type/la forme des preuves

Il n'y a plus une seule notion de preuve, mais une multiplicité

À chaque tentation, sa punition...

LA TENTATION LOGIQUE

Les tentations

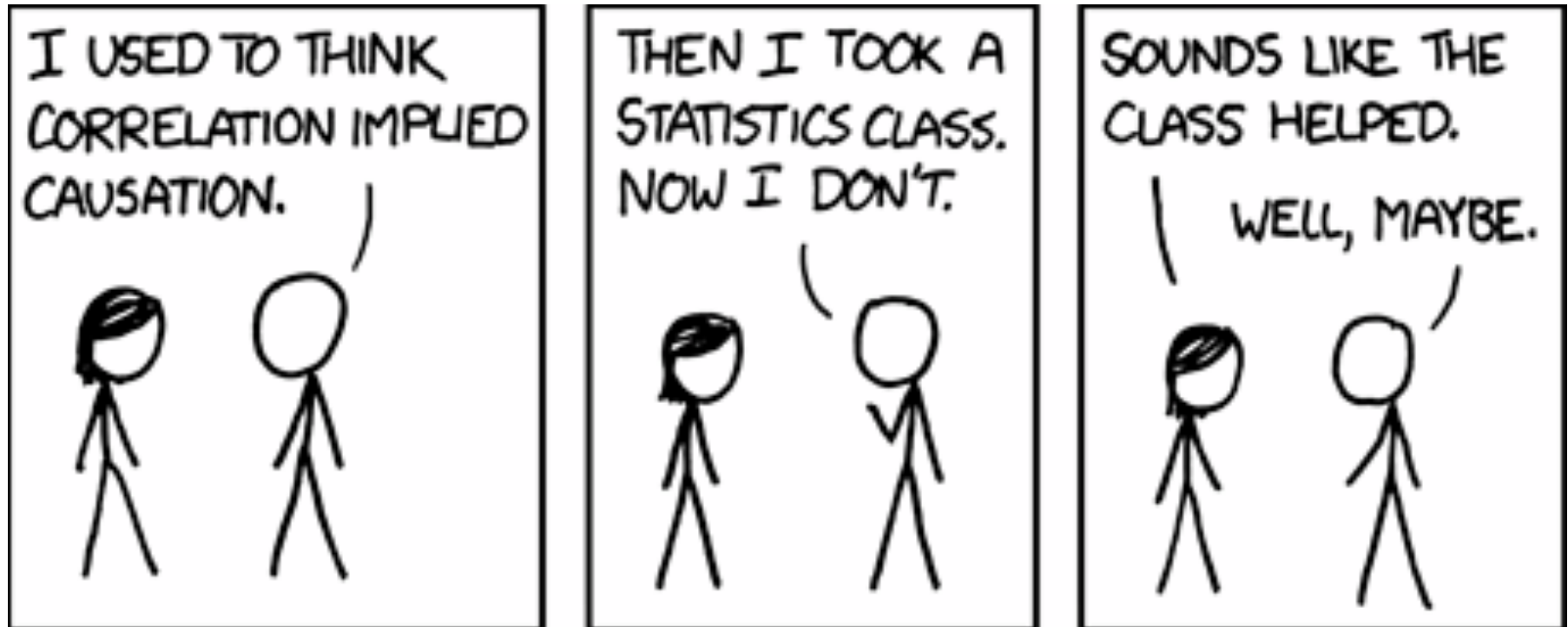
- Une langue du dire vrai
les enfants de Frederick II (d'après P. Auster)
- Une langue universelle (celle de la science, de la raison, de la justice...)
calculabilité vs. expressivité
- La normalisation des procédés
correct par construction vs. testé correct
- Une hygiène pour permettre “le diagnostic juste”
 - ne pas sous-estimer l'erreur dont le propre est “d'ignorer qu'elle est erreur” (Descartes)
 - éviter l'aveuglement sur les faits
 - ne pas succomber à l'illusion
- L'évitement de la controverse, de la dispute, du débat, de la confrontation, du conflit...
une enquête du ministère

Pourquoi nous demande t'on d'éviter les controverses ?

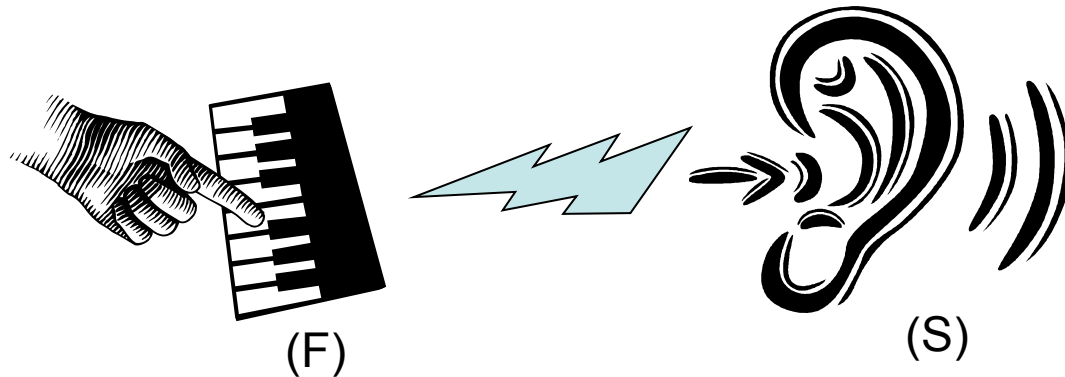


ÉVÉNEMENT, CAUSALITÉ, OBSERVATION, FAUSSETÉ

Causalité observationnelle et contrafactuelle



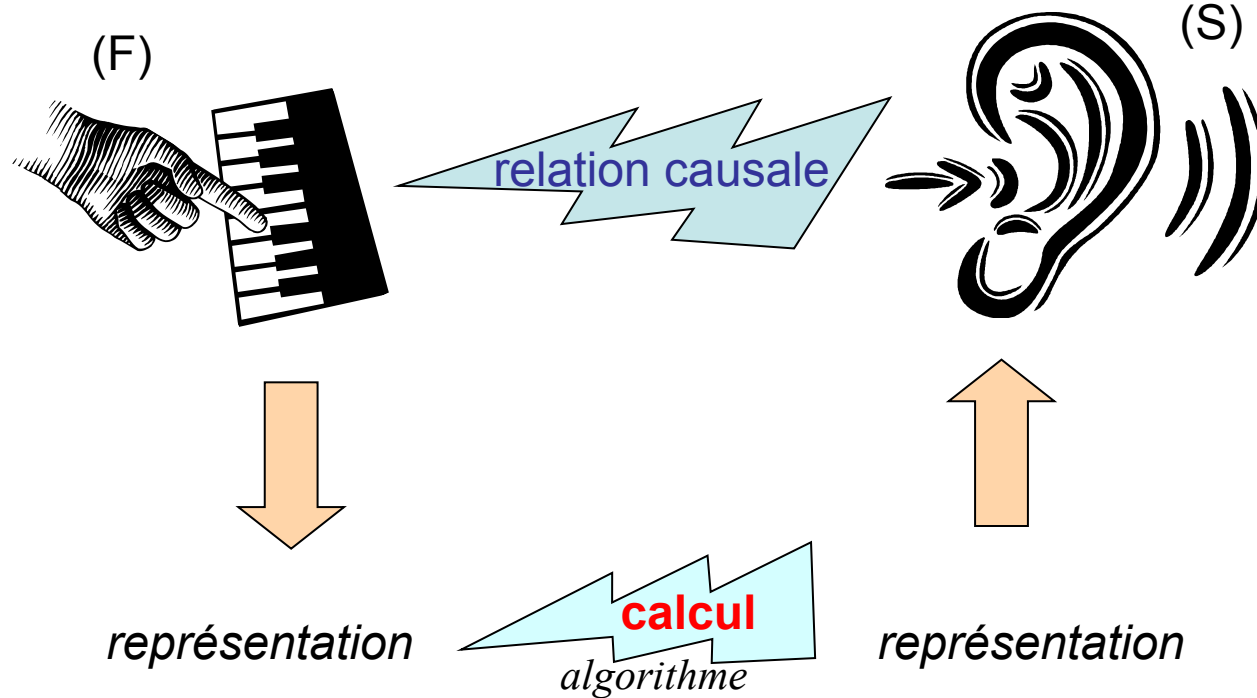
The Incredible Machine (TIM)



The Incredible Machine (TIM)



La relation causale comme calcul



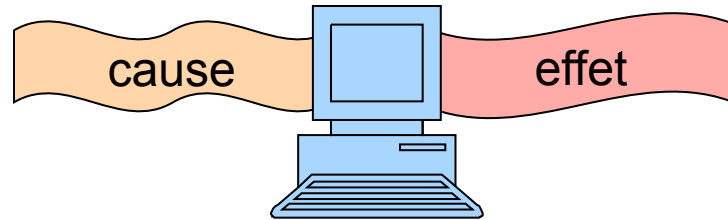
Trois avantages :

1. sociologiquement, le concept de calcul s'est diffusé partout et la métaphore computationnelle est déjà couramment utilisée,
2. Les contraintes que Turing impose à un processus pour être un calcul, impose une forme d'intelligibilité particulièrement désirable,
3. Concevoir la relation causale comme un calcul entre la cause et ses effets est un point de vue particulièrement opératoire.

Le calcul, un concept nomade et envahissant

- Every computer program is a model, hatched in the mind, of a real or mental process (A. & S.)
- ... chez ces mutants, les cellules embryonnaires interprètent mal leur position et engagent des programmes morphogénétiques inappropriés... (A. Prochiantis, Leçon Inaugurale)
- Il faut changer le logiciel du Parti Socialiste (?)
- ...

Une forme d'intelligibilité désirable



- un algorithme est une description finie,
 - déterministe
 - composé à partir d'opérations primitives en nombre fini
 - non ambiguë
 - uniforme
 - explicite (pas d'intuition, ni de devinettes...)
 - ...
 - un algorithme est plus précis qu'une fonction (extensionnelle)
 - ...
 - *qui se traduit dans le référentiel (la machine) de l'autre dès que ce référentiel (sa machine) est assez puissante (universelle)*
- **c'est une explication mécaniste qui répond à des critères très sévères d'objectivité tout en permettant sa transmission intersubjective**

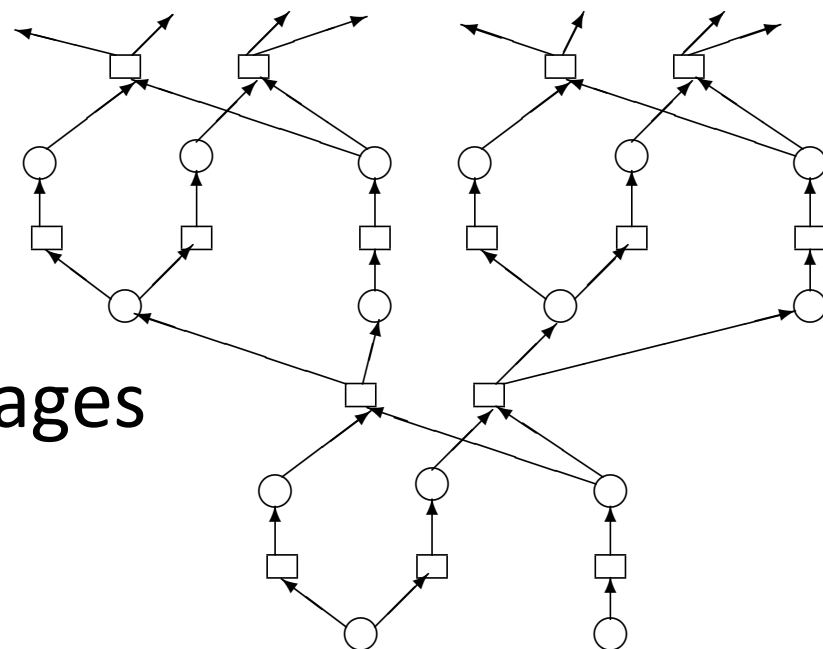
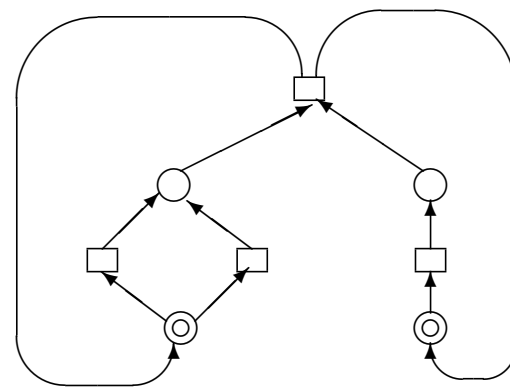
Software as Science ?



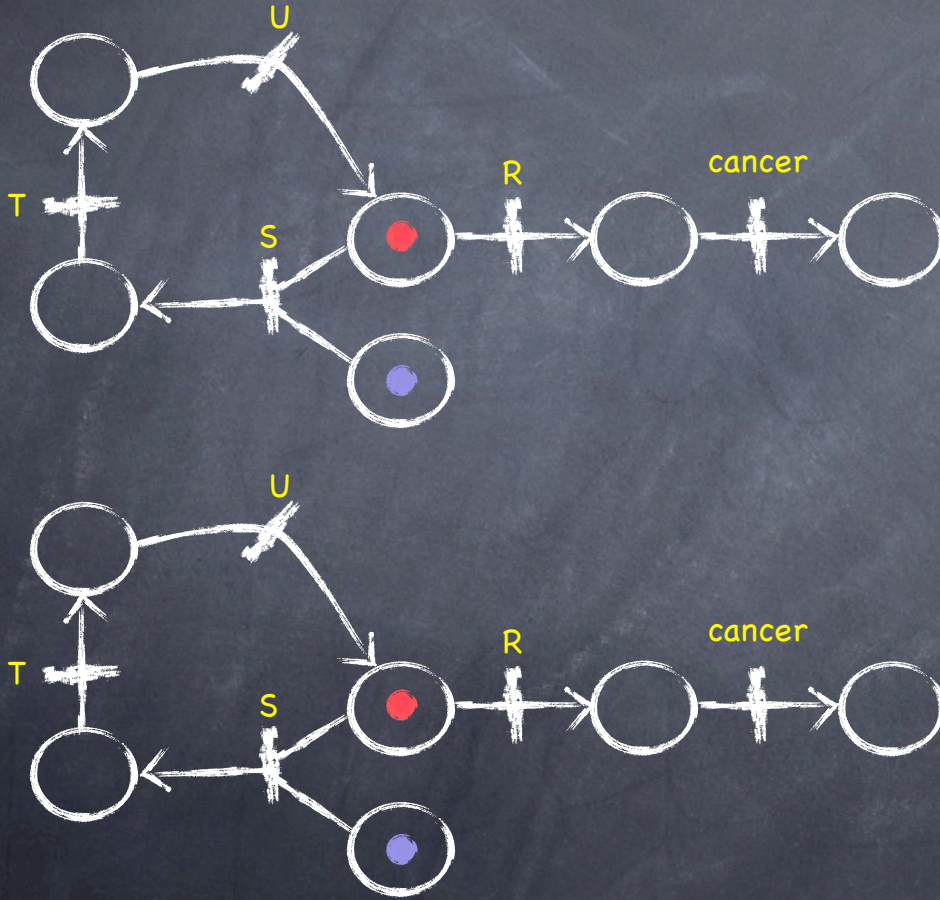
M.-P. Cani & F. Bertails

Processus et événement en informatique

- causal-dependence models
- independence models
- non-interleaving models
- true- concurrency models
- partial-order models
- **Petri nets**
- event structures
- Mazurkiewicz trace languages
- transition systems
- multiset rewriting

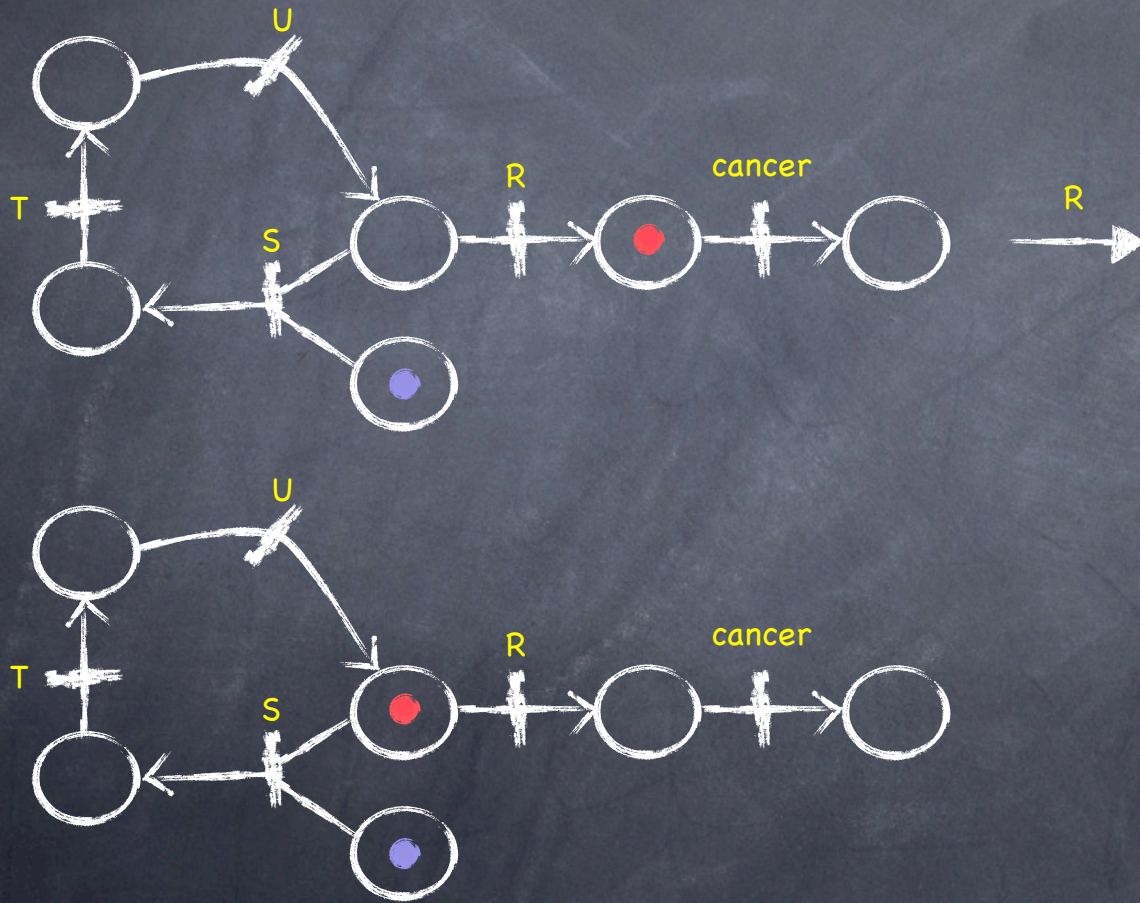


If life was a PT net

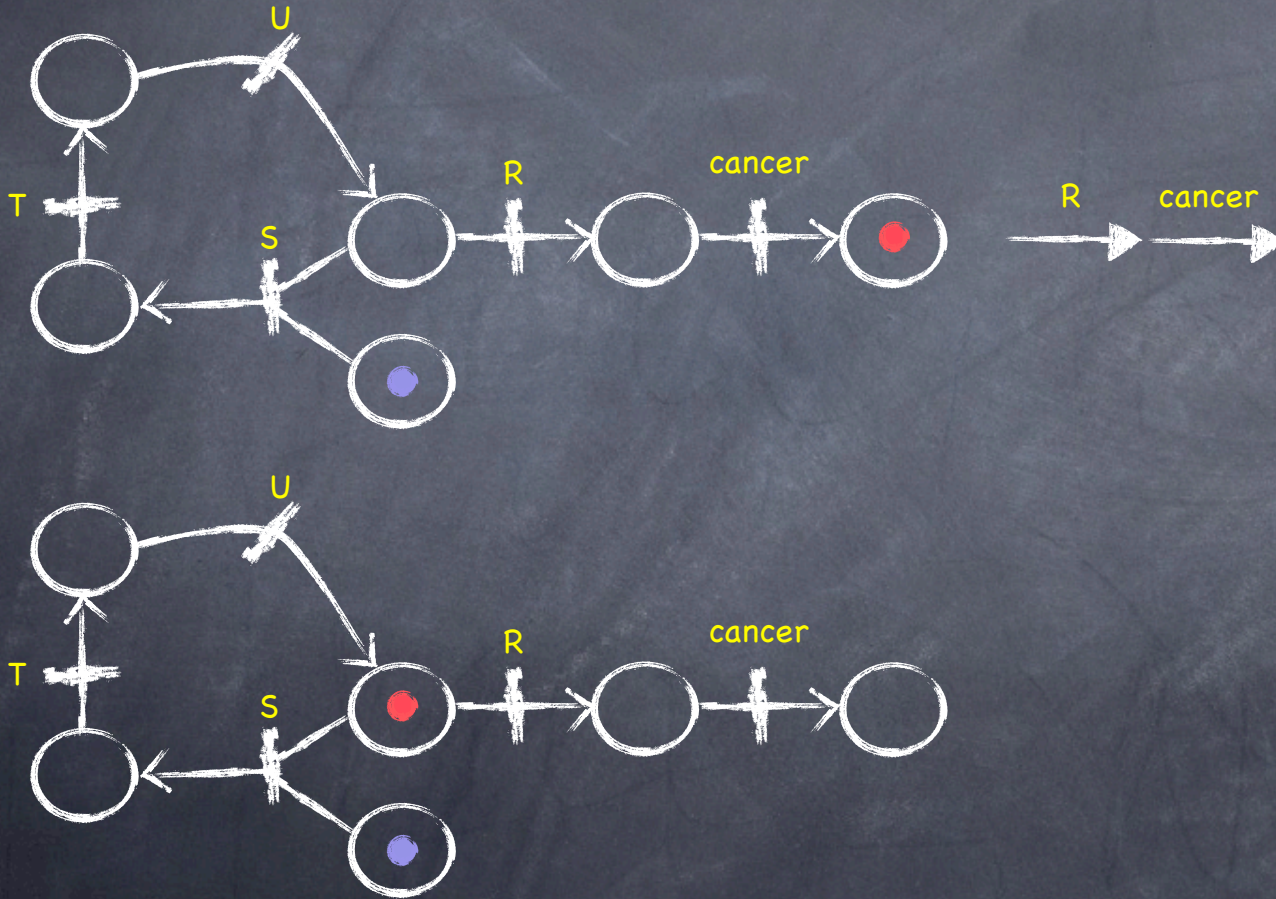


transparent repris de Jean Krivine
<http://www.pps.univ-paris-diderot.fr/~jkrivine>

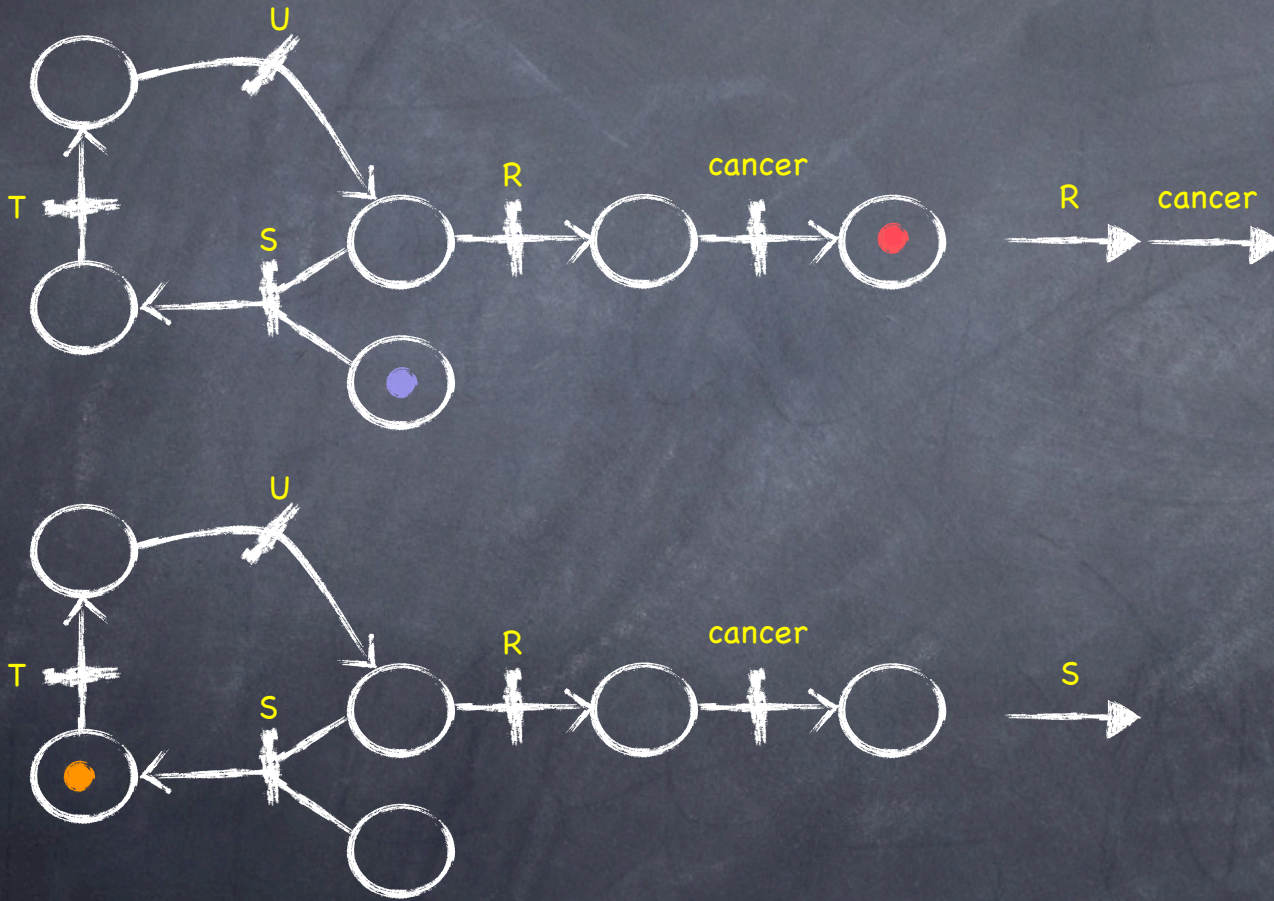
If life was a PT net



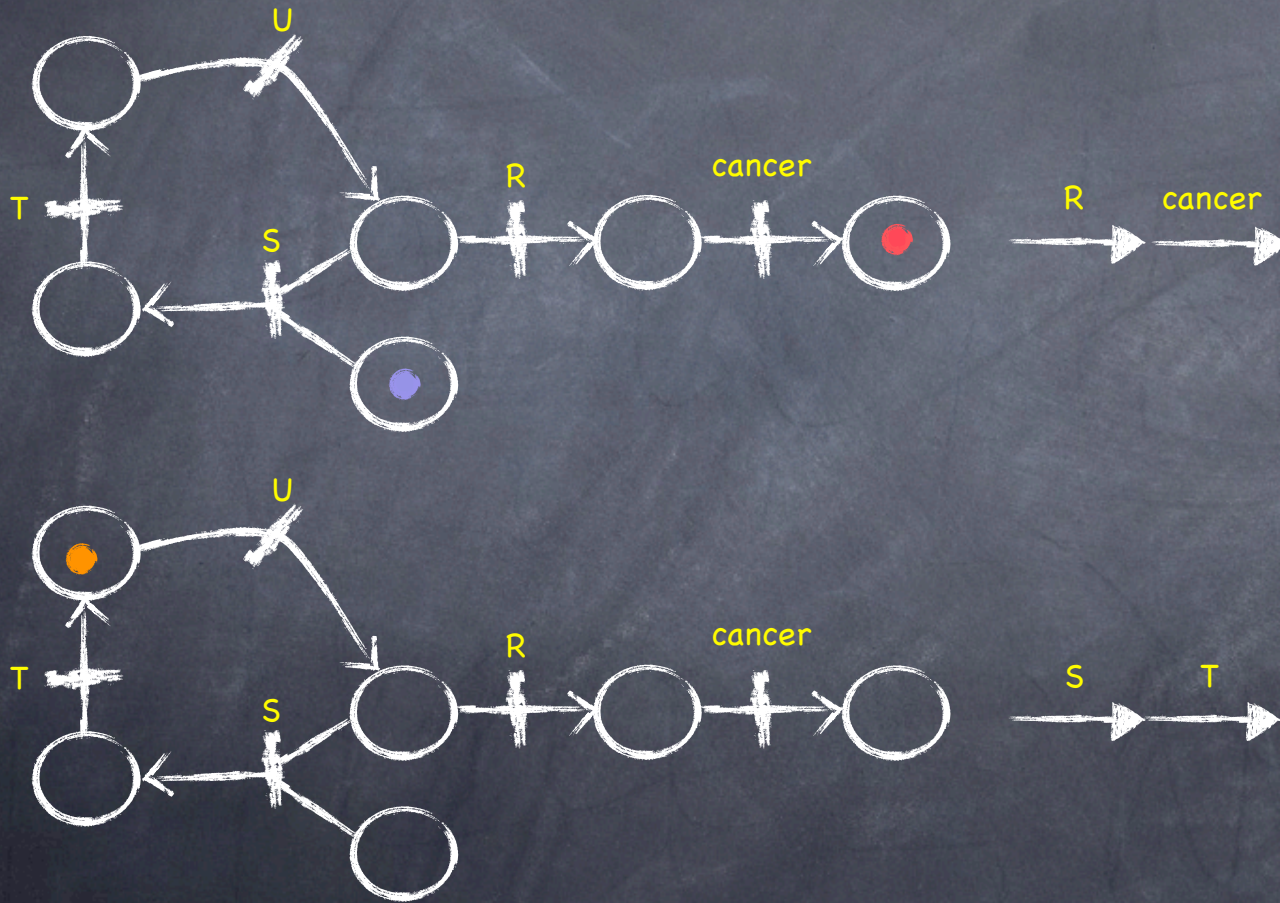
If life was a PT net



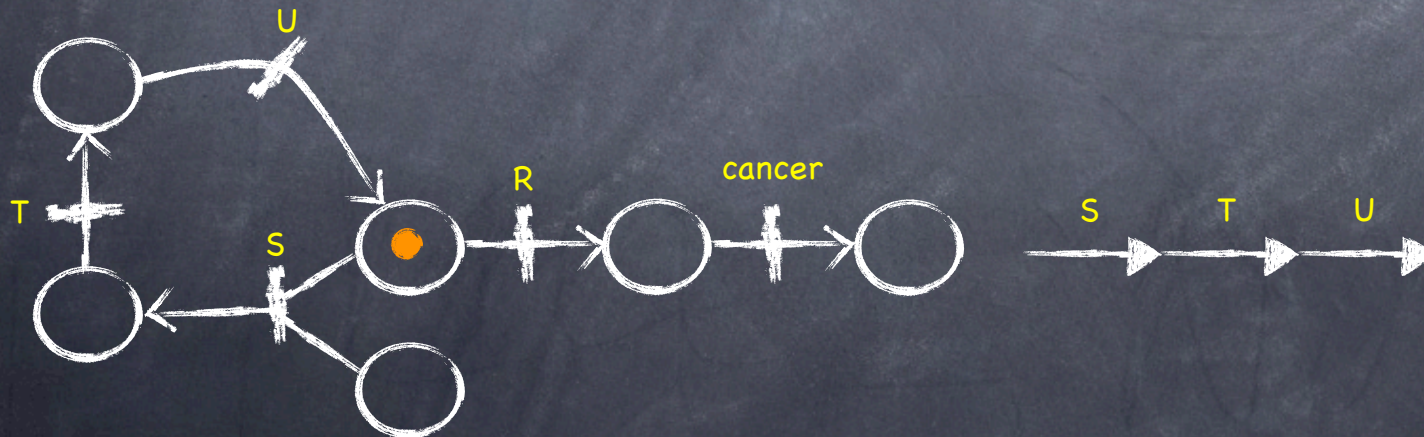
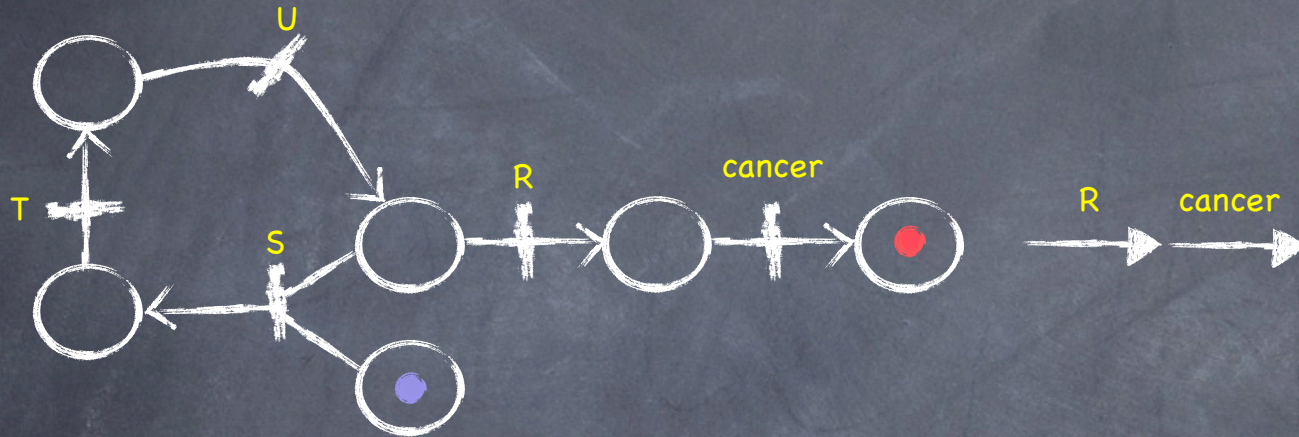
If life was a PT net



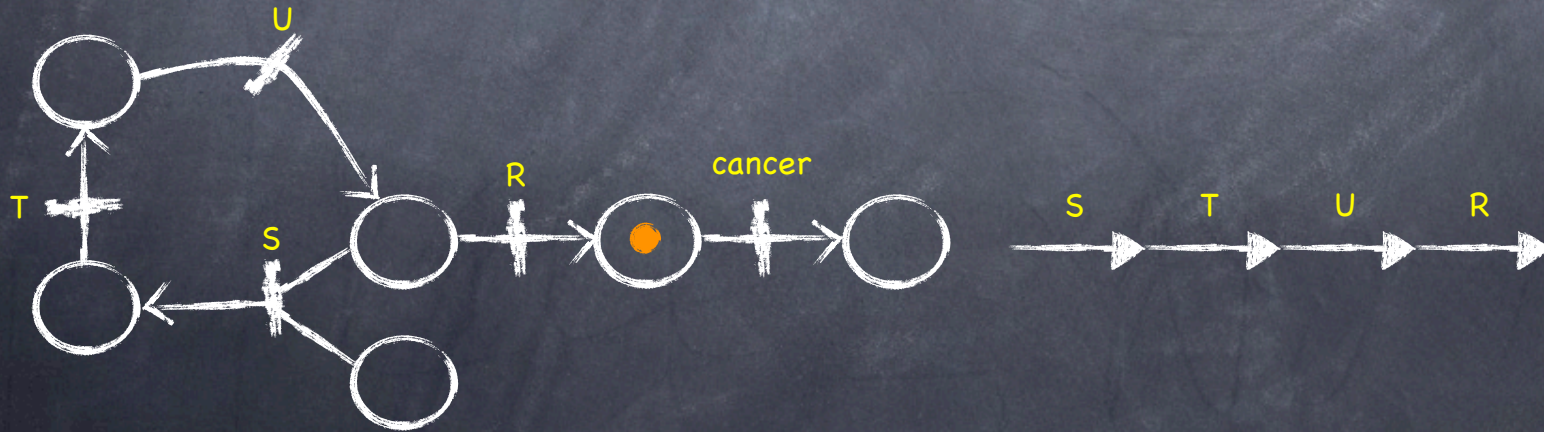
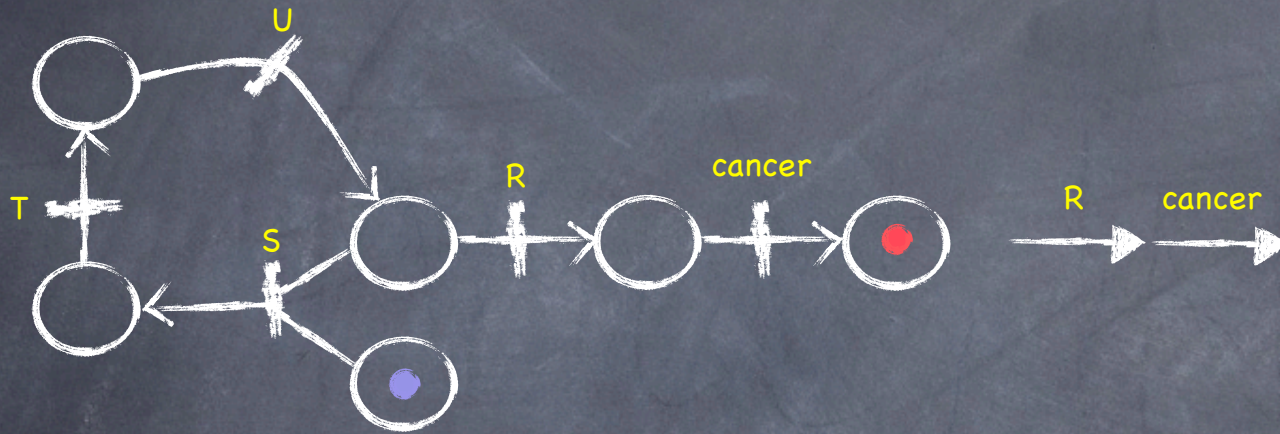
If life was a PT net



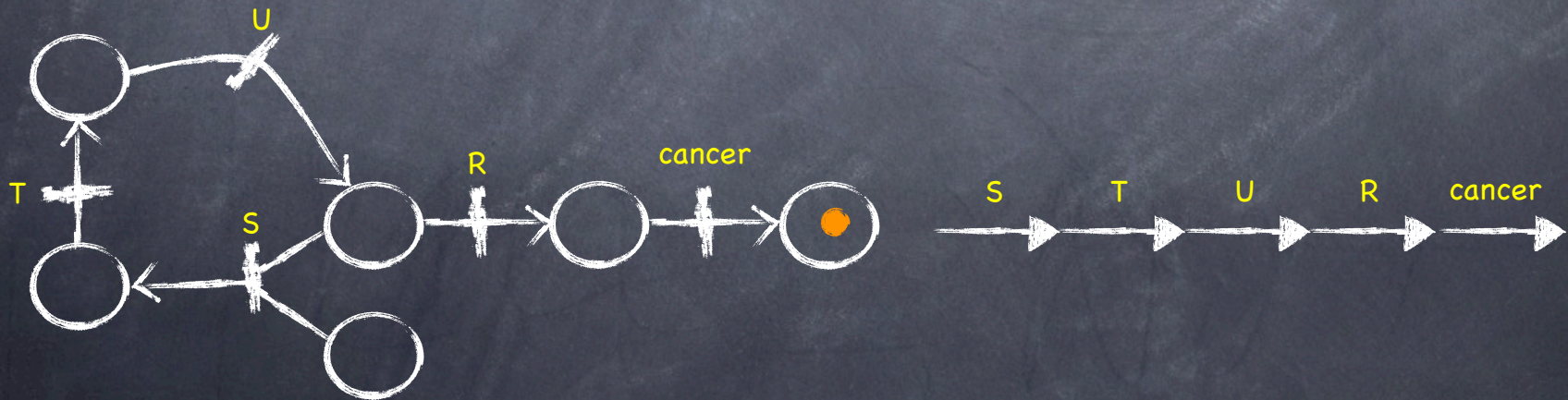
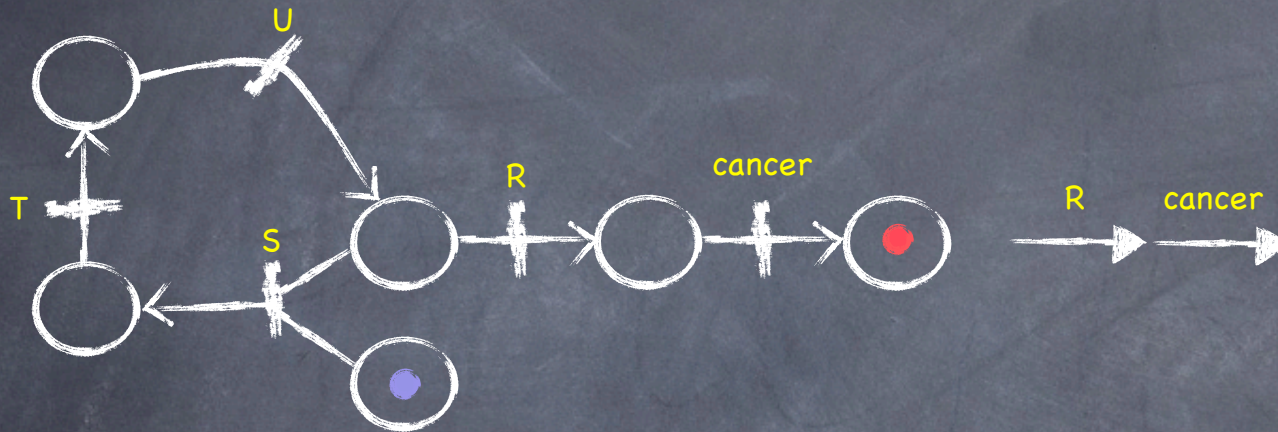
If life was a PT net



If life was a PT net



If life was a PT net



Final states don't match but the difference is not observed

**TROP DE SUFFISANCE,
PAS ASSEZ DE NÉCESSITÉ**

-
- Henry Atlan :

sous-détermination de la théorie par les faits

- Pour paraphraser Ludwig Wittgenstein:

les limites de mon modèle sont les limites de mon monde

- Mais, pour paraphraser Gershom Scholem :

une multitude de modèles inonde le monde



Le test Q



Le test Q (R. Wiseman)

- Q avec la queue sur l'œil gauche : la personne en face est capable de lire la lettre
- Q avec la queue sur l'œil droit : vous êtes capable de lire la lettre
- Le test donne une mesure grossière du *self-monitoring* :
 - Les personnes avec un haut niveau de self-monitoring dessinent le Q de manière à être lu par les autres

Le test Q (R. Wiseman)

- Le test donne une mesure grossière du *self-monitoring*

Les personnes avec un haut niveau de self-monitoring dessinent le Q de manière à être lu par les autres

- Le niveau de self-monitoring est corrélé avec le fait d'être un bon menteur

Ces personnes tendent à se préoccuper de la manière dont les autres les voient. Elles apprécient d'être le centre de l'attention, elles adaptent facilement leur comportement à la situation et sont douées pour manipuler l'idée que les autres se font d'elles. Ce sont de bons menteurs.

- Se méfier de la preuve

