



Temps complexe et Géométrie fractale

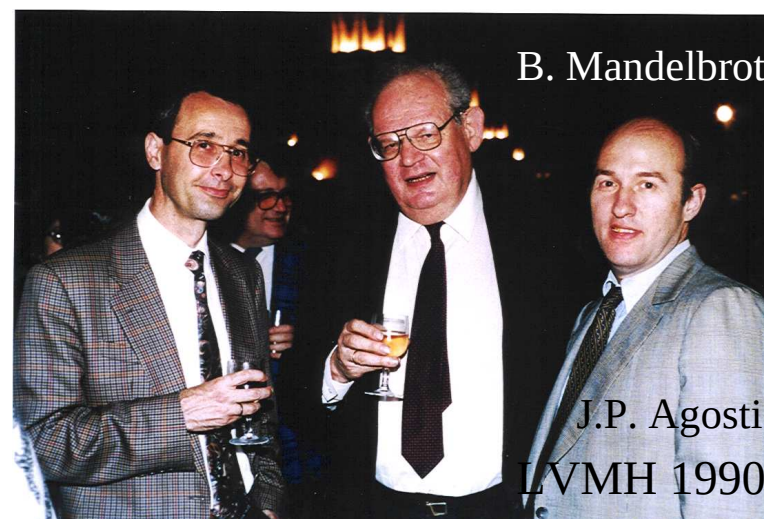
Intrication et complexité

Alain Le MEHAUTE

Géométrie Fractale,
Connaissances Objectives et 'Sentiments' :
Raison Géométrique et Pouvoir Créateur et Evocateur de la Musique

Université Fédérale de Kazan
Bassin de la Volga
TARTARSTAN RUSSIE

*A la mémoire de
Benoit Mandelbrot*





Question

Pourquoi la musique qui, dans ses formes avancées est sans doute un des arts parmi les plus 'techniques' qui soient, affecte-t-elle la sensibilité humaine à un point tel que la vulgate elle-même et le marché en fassent quelles que soient les civilisations les cultures et les époques l'expression d'un affect personnel et collectif souvent indicible?

*Pour répondre à cette question , nous déploierons
une perspective issue de l'ingénierie.*

Nous adopterons un point de vue opérationnel et non point formel.

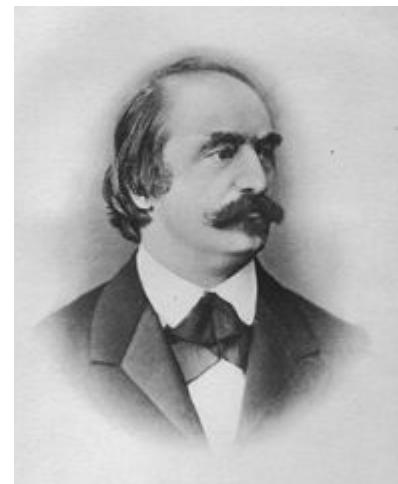


Du beau musical

« Nous croyons écouter la musique nous écoutons nos émotions »

Puisque que le contenu et la forme musicale ne sont pas dissociables comment se détacher du subjectif ?

Sachant que la musique est un langage (au sens de la Théorie des groupes et de la syntaxe) faut-il suivre C. Rosset lorsqu'il affirme que la musique n'exprime rien (en référence au sémantique) ?



Eduard Hanslick
*Wagner en fait un personnage
Des Maîtres Chanteurs*

Que dire du Beau pur et autonome?

Contre
Kant: et l'a priori de l'espace temps
Hegel et le contenu poétique
Schopenhauer et la volonté

Remarque à propos des théories de l'harmonie d'Euler ou de d'Alembert fondées sur la perception de l'ordre et de l'usage des gammes... *un morceau devrait pouvoir être joué réversiblement tout en donnant les mêmes sensations; or il n'en est rien.*



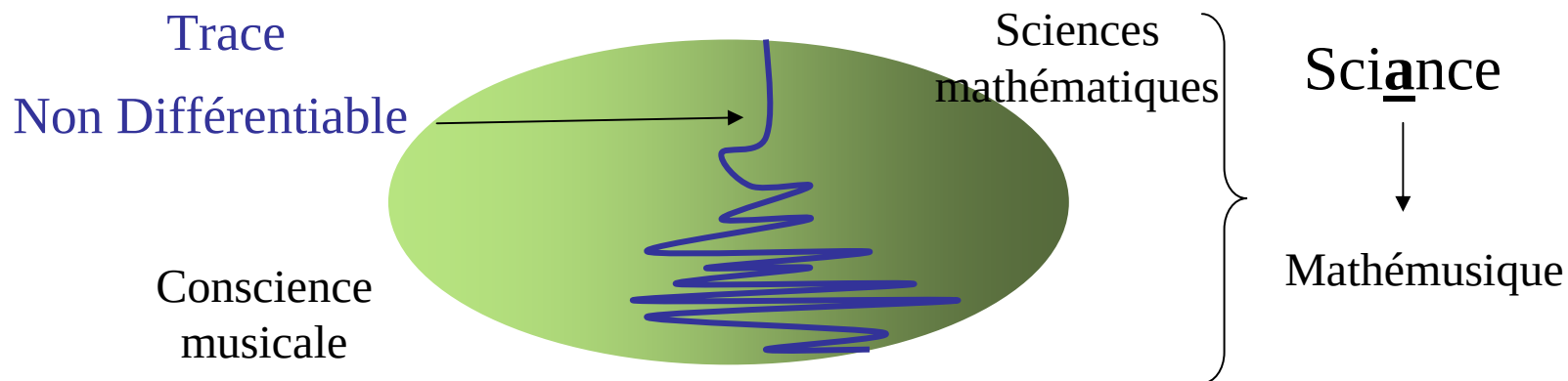
Conjecture: Rôle du Temps Complexe

Extension des temporalités

Si la réponse aux questions précédentes tient comme on peut le penser à la perception par l'auditeur d'un ordonnancement mathématico/logique caché, les applications liant formes musicales et inférences mathématiques devraient être de structure Non Commutative

en sorte que l'écoute soit essentiellement une reconstruction.

L'émergence d'une variable dite « temps complexe » autorisant cette reconstruction tiendrait à l'intégration implicite d'équations différentielles d'ordre non entier assurant un couplage entre l'espace direct et l'espace de Fourier.





Du Beau à l'état 'pur' au Temps à l'état 'pur' I

Géométrie et dynamique fractales
comme archétype du 'manque'
et expression de méthodes
de 'comblement'

Cas complexe.
Archétype:
Processus
auto similaires
et équivalents

Cas dégénéré:
Processus
stochastiques

LA CODA DE LA SUITE ILLIAC

Voici un fragment de la partition de la première grande composition réalisée à l'ordinateur par Hiller et Isaacson à l'Université d'Illinois et souvent jouée depuis en concert, avec un orchestre à cordes. La composition est relativement simple et basée sur des suites markoviennes d'intervalles et de notes, mais suit dans ses parties les plus élaborées les règles de Cantus Firmus, mises en machine par Hiller.

ART ET ORDINATEUR 14

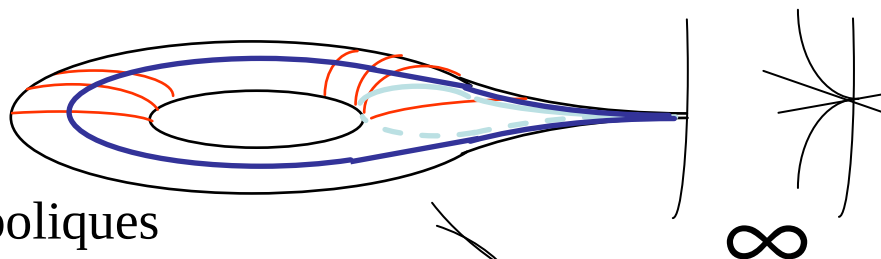
Hiller-Isaacson (USI)
Suites markoviennes



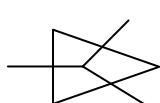
Du Beau à l'état 'pur' au Temps à l'état 'pur' II

Adossements mathématiques proposés

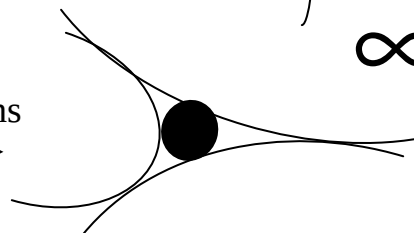
Dynamique: Topologie du toreouvert au bord (Angle)



Syntaxe : Groupes discrets hyperboliques

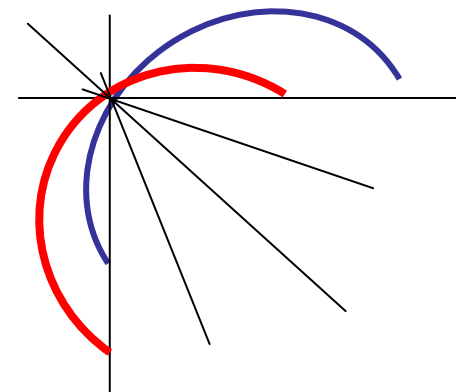


Triangle hyper fins



Formes modulaires et géométries non commutatives

Rôle de l'angle de phase





TEMPS-FREQUENCES DYNAMIQUES et GEODESIQUES



Qu'est ce que le Temps ?

Saint Augustin :

« Si l'on ne pose pas la question... »
« Si l'on me pose la question... »

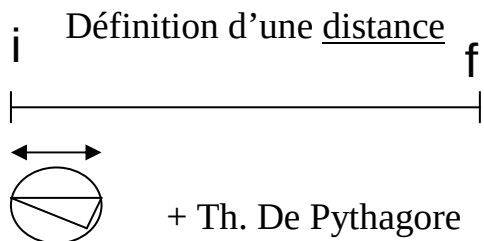
Physique 21^{ème} siècle: Un paramètre peut être inutile...

Faut-il rester coi ? Non! Dévions la question:

Analyse spectrale

Qu'est ce qu'une FREQUENCE ?

En référence la question
Qu'est ce que l'espace ?



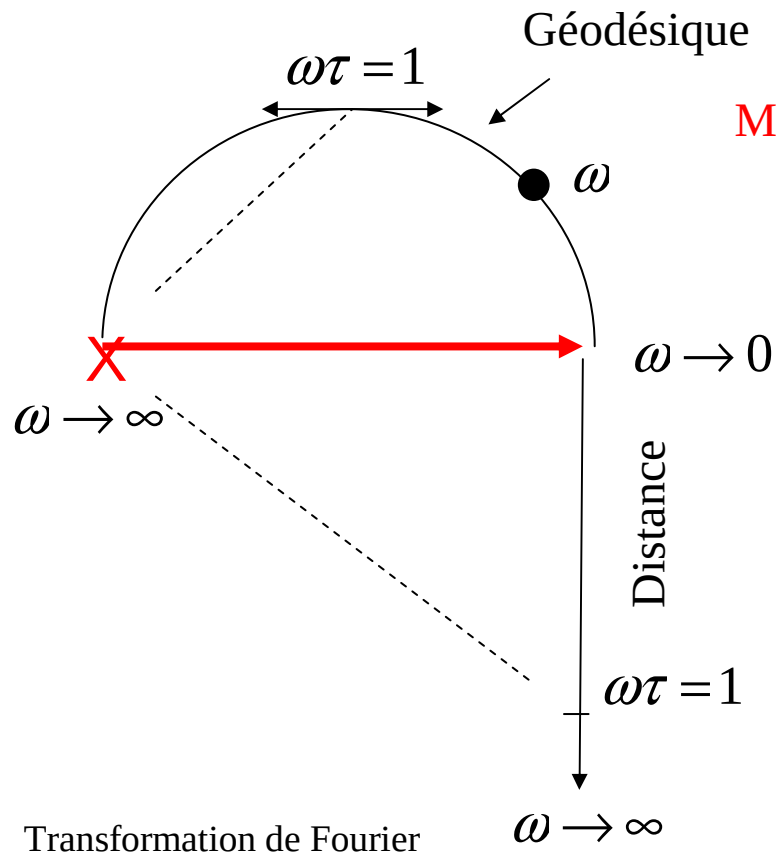
Mesure du même distinguant un état
défini par au moins 2 paramètres.

Ex. Je ne suis pas encore né. Je suis déjà décédé.



Quid des FREQUENCES

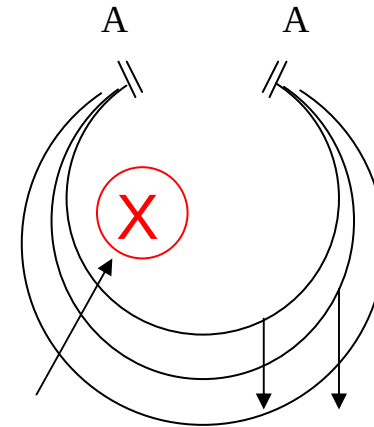
Analyse complexe



Transformation de Fourier

$$\exp(-\alpha t) \xrightarrow{TF} \frac{1}{\alpha + i\omega}$$

Mesures réduites au poids d'une Singularité



Mesure versus Distances (ω)



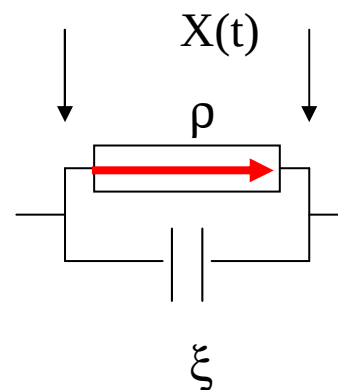
Le temps n'est qu'une variable secondaire



Temps = f(1/ Fréquence)

Equation différentielle d'ordre 1

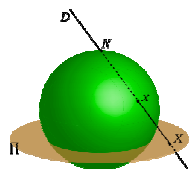
$$\frac{dX(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} [X(t) - X_{\infty}(t)]$$



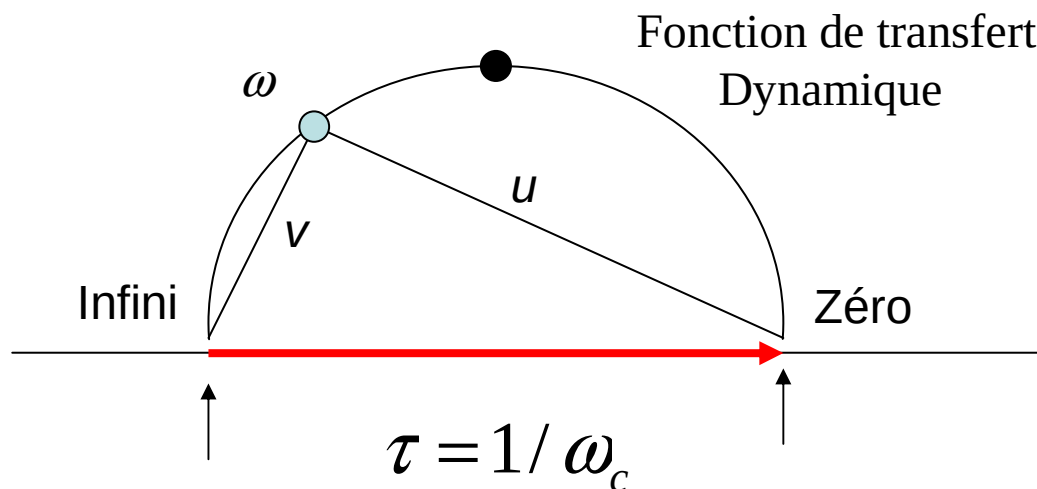
Solution simple

$$\exp(-t / \tau)$$

Distance hyperbolique



$$\left[\frac{u}{v}(\omega) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = 1$$





Physique traditionnelle

$$Lt^{-1} \leftrightarrow M(Lt^{-1})^2$$

Concepts de base : Vitesse, Energie, Action, ML^2t^{-1}

Accélération $(t^2 L^{-1})^{-1}$ $\xleftarrow{\text{Symétrie R/I}}$ Diffusion $L^2 t^{-1}$

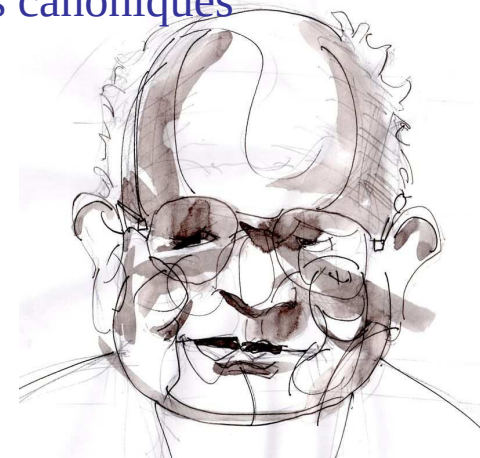
Equations Différentielles
(local vs global)
Régularisation.

Causalité simple

Comme forme élémentaire de beauté

**Là est le problème !
car quid du désordre 'organisé'
comme nouveau langage?**

Rien pour l'irrégularité
excepté pour les processus
stochastiques canoniques



MAMUX (PARIS) 11/01/2013

Benoit Mandelbrot
1924-2010

11



INTRODUCTION DE L'AUTOSIMILARITE GEOMETRIES FRACTALES CONSEQUENCES DYNAMIQUES

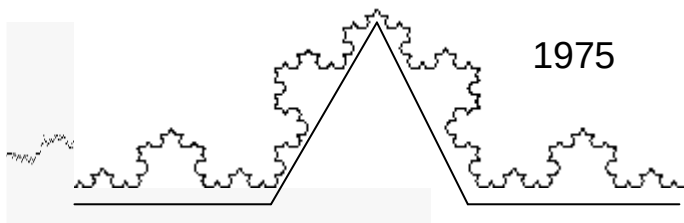


Zoom inefficent

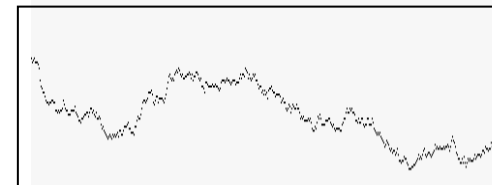
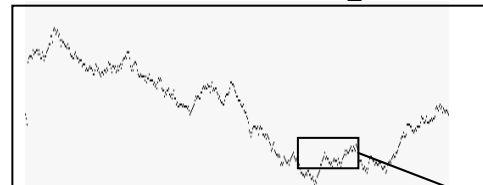
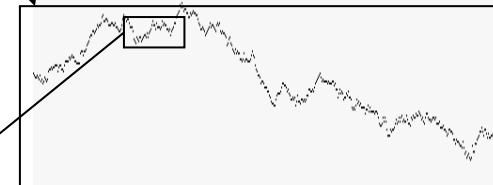
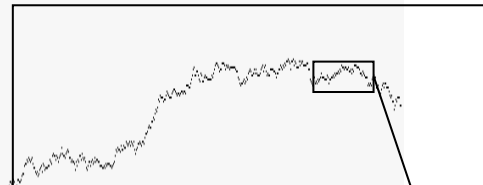
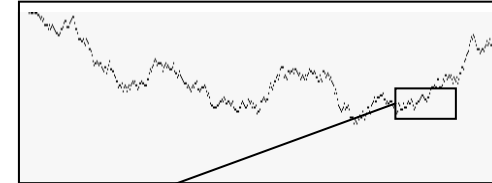
Invariance d'échelle



Généralisation: 'Fractale'



Généralisation des processus de Wiener



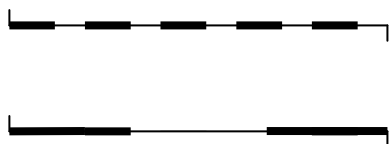
Les déterminismes
du chaos



Mesures et Géodésiques

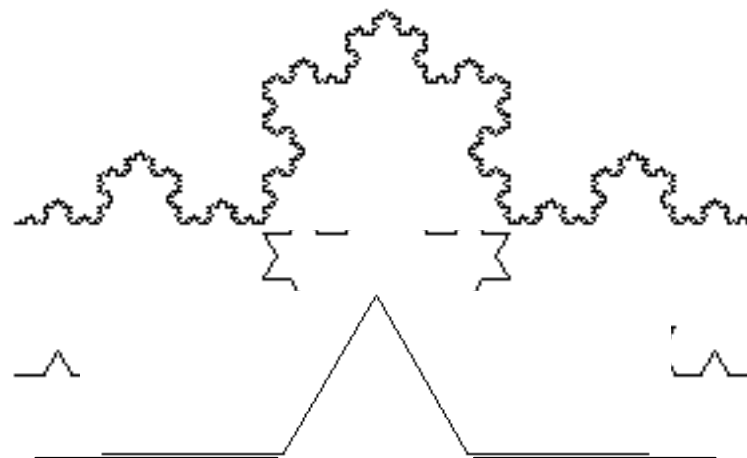
Dérivabilité Fractionnaire

$$\eta(N)^1 N = L(N)$$



Du paradigme Euclidien
Au paradigme Fractal (Mandelbrot)

$$[\eta(N)]^d N = L(N)$$



Vitesse

$$\frac{d}{dt}$$



Agilité

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} ???$$



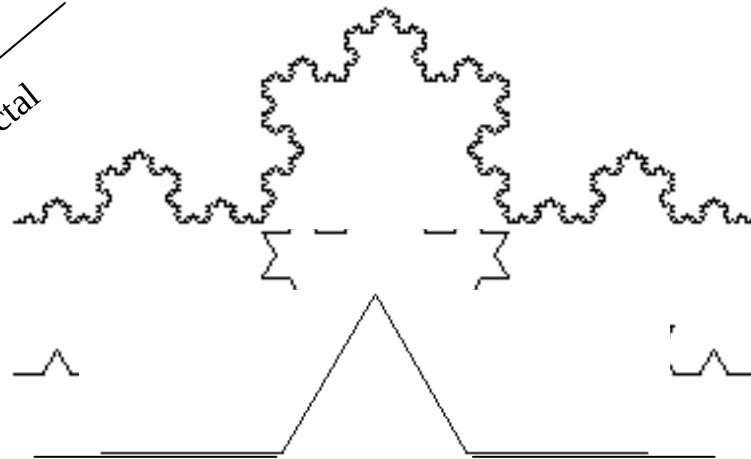
Un basculement dynamique !

La fréquence comme contenu de Hausdorff (CGE 1977)

$$[\eta(N)]^d N = L(N)$$

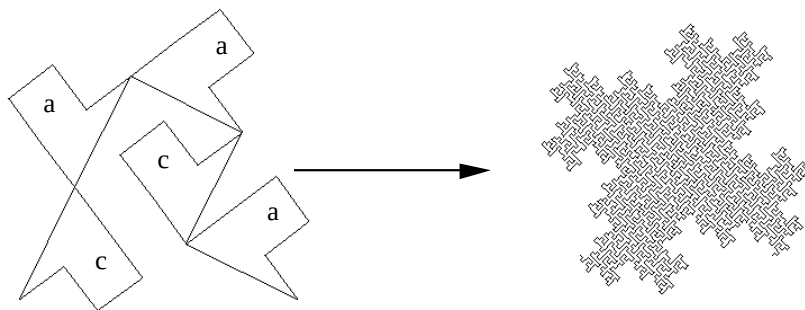
$$[\eta(\omega)]^d i\omega = 1$$

Timbre fractal



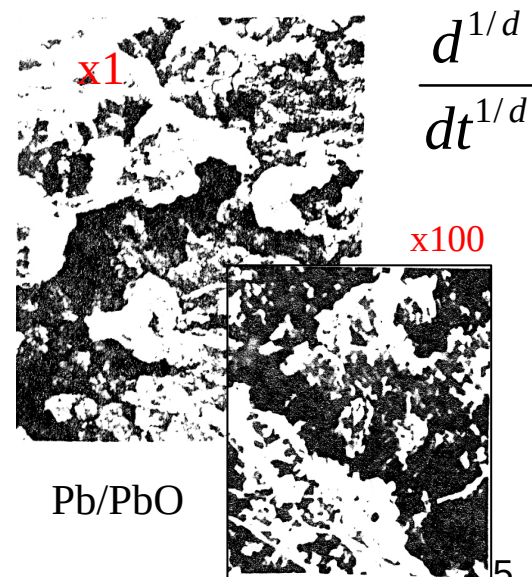
Orthogonalité des variables
La géométrie fractale possède un 'timbre'

Extensions stochastiques: $d=2$



MAMUX (PARIS) 11/01/2013

Cas expérimental

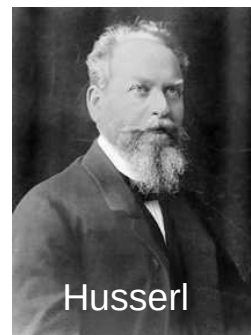




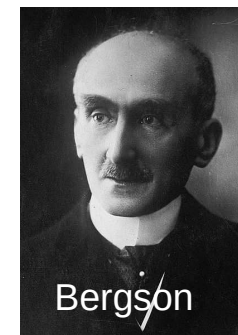
Géodésique fractionnaire

$$\frac{d^\alpha X(t)}{dt^\alpha} = k[X(t) - X_\infty(t)]$$

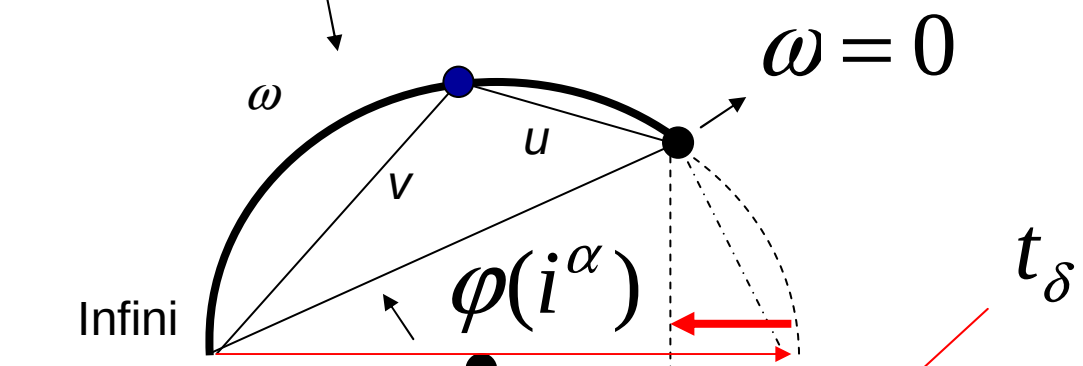
Tempo Etat
Zeitobjekt



Husserl



Bergson



$$\omega = 0$$

$$t_\delta$$

$$t = t_\omega + it_\delta$$

$$t_\omega$$

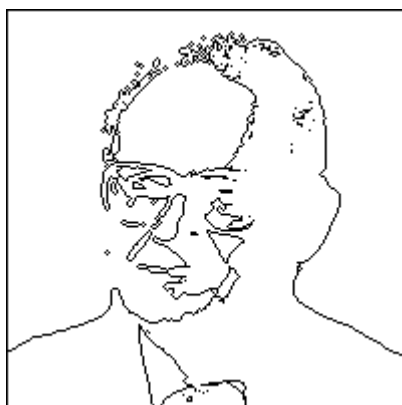
$$[\eta(\omega)]^d i\omega = 1$$

$$\omega = 0$$

$$1 + i\omega$$

Infini

« Au temps suspend ton vol ... d'accord mais pour combien de temps (Alain)? »





Conséquences de la présence de la composante complexe du temps

Contre Lamartine l'interrogation d'Alain est objectivement non pertinente

Ordre du discours

Données empiriques
affectées de corrélations
dans l'ordre des échelles
(Syntaxe et Sémantique en Intrication)

L'énergie n'est plus
ni un invariant ni une référence
thermodynamique

Sujet

Besoin de NEGENTROPIE

Temps vertical

Emergence de Méta Lois

Ordre de l'agir

Partition
Syntaxe isolée

Œuvre
Zeitobjekt

Temps horizontal
Corrélations spectrales

Différance

Prolongement quadratique
lors de l'exécution de l'oeuvre
L'énergie redevient une
référence

Interprétations

Copie phonique



Perception Temps / Fréquences dans le cas Fractal

Après

le rythme

Après

le tempérament

Après

l'harmonie

Après

le timbre



Il vient s'ajouter

la 'phase'

$$phase \approx (i)^\alpha$$

Cette phase va affecter la commutativité des schémas de formalisation en faisant apparaître une composante complexe du temps, composante certes 'inaudible' mais non point imperceptible. Sauf volonté particulière l'écriture devient irréversible.



Musique: une métaphysique du manque

De la musique du Monde.

Le plaisir musical porte nécessairement l'âme au-delà de l'Idée, qui est le contour idéal de la forme parfaite qui pérennise l'espèce au sein de laquelle, sans cesse, meurent les individus. Cette forme épurée, parce que l'égoïsme n'y projette pas les intérêts particuliers qui le font agir, procure au spectateur un plaisir négatif en lui faisant contempler le monde comme pure objectité, c'est-à-dire sans qu'il soit soumis au prisme déformant de la volonté et de ses passions. Alors le paysage du monde paraît en son énigme et son immensité, délivré du carcan que lui imposait le principe d'individuation.

Schopenhauer



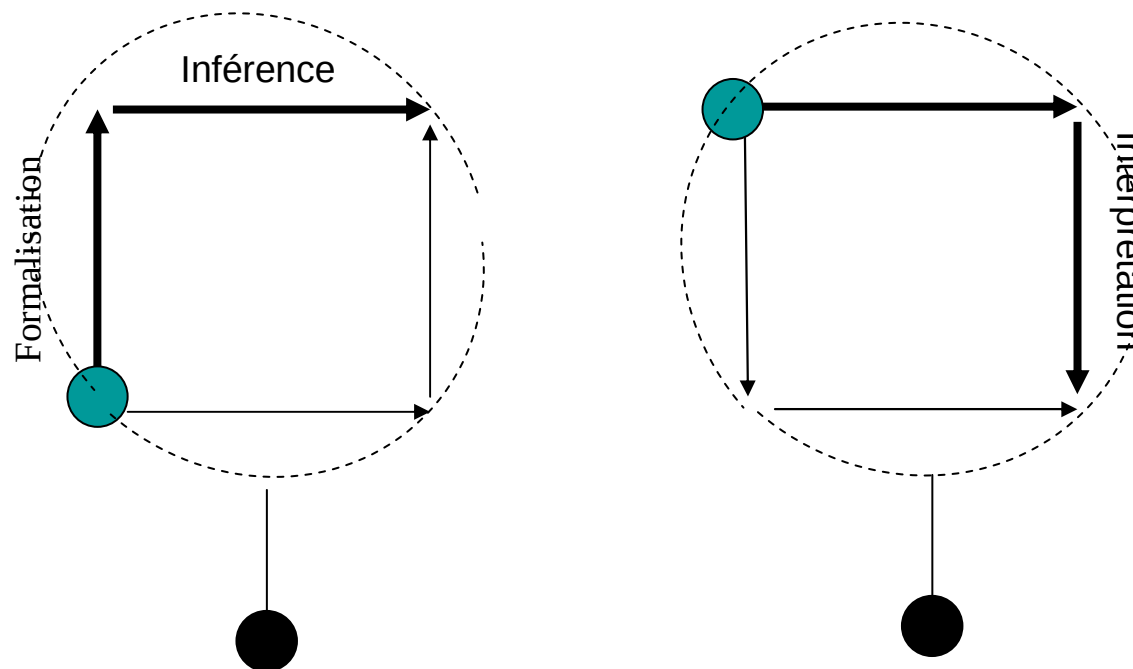
Réversibilité I

Commutativité des foncteurs

Théorie Mathématique
complète

Théorie musicale
Modèle

Œuvres

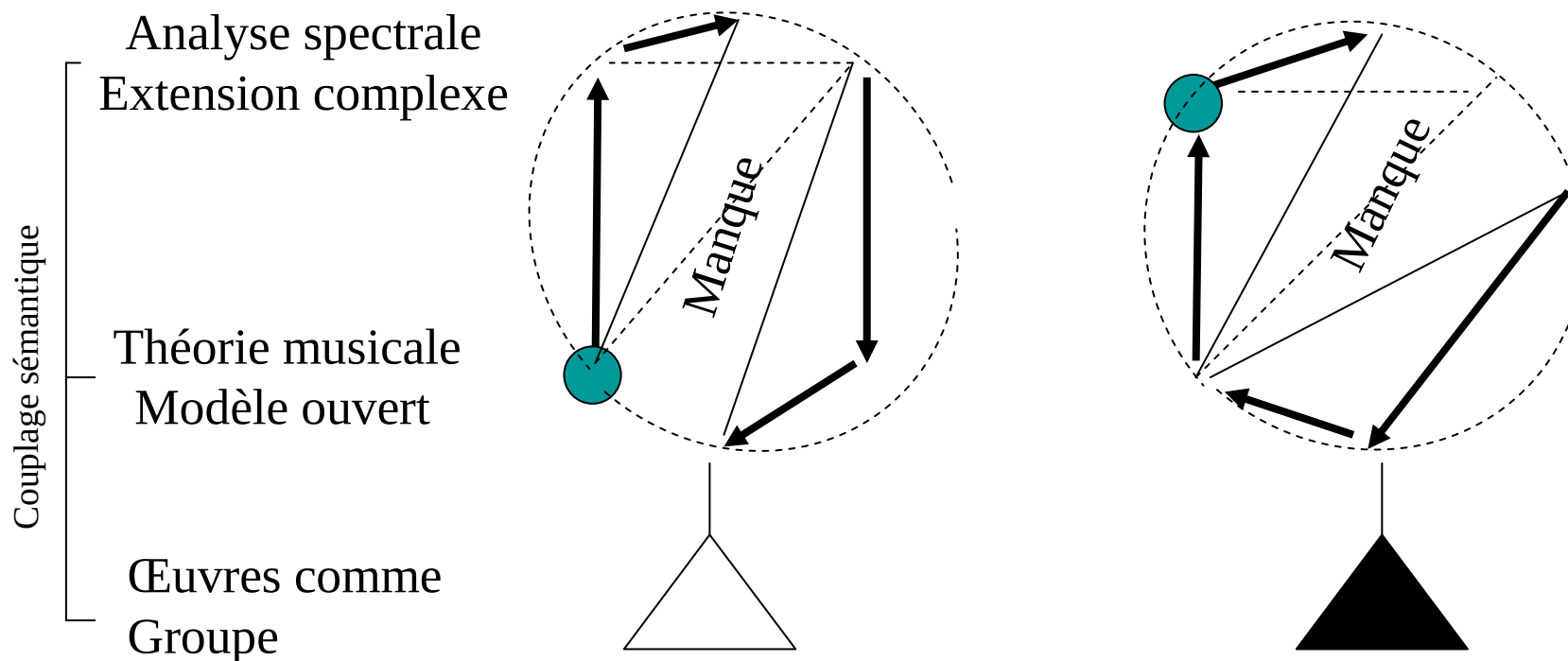


Pour plus de détails voir Francois Nicolas : *De trois manières de théoriser la musique avec les mathématiques*. Dans *A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie*, Ed. IRCAM 2012



Irréversibilité du temps

Non commutativité des foncteurs: Intrication



Pour plus de détails voir Le Méhauté et al.: *Space-Time with Bounded curvature and non integer differential operators* dans *Fractional Differentiation and its applications*. U Books 2005



QUELQUES OUTILS DE L'INGENIEUR AYANT POUR FONCTIONS DE TRAITER LES QUESTIONS OUVERTES



Algèbres associées à l'intrication

« Un entrelacement de l'addition et de la multiplication »

* Fonctions exponentielles généralisées

Laurent Nivanen

$$\exp_a(x) = e_a^x = (1 + ax)^{1/a} \quad \ln_a(x) = \frac{x^a - 1}{a}$$

* Opérateurs généralisés

$$x +_a y = x + y + axy \quad x \times_a y = (x^a + y^a - 1)^{1/a}$$

Morphismes : duplication

$$e_a^x \cdot e_a^y = e_a^{x+_a y} \quad \ln_a(x) + \ln_a(y) = \ln_a(x \times_a y)$$

$$e_a^x \times_a e_a^y = e_a^{x+y} \quad \ln_a(x) +_a \ln_a(y) = \ln_a(x \cdot y)$$



Nouvelles règles ‘comptables’ de l’information

Axioms	Usual	Extended
Certainty / information unit	$I(1) = 0; I(e) = 1$	$I(1) = 0; I(e_{1-q}(1)) = 1$
Accumulation	$I(N) \leq I(N + 1)$	$I(N) \leq I(N + 1)$
Partition	$I(N_1, N_2) = I(N_1) + I(N_2)$	$I(N_1, N_2) = I(N_1) +_{1-q} I(N_2)$
Statistical relevance	$I(N) = I_w + \sum_i p_i I(N_i)$	$I(N) = I_w + \sum_i p_i^q I(N_i)$

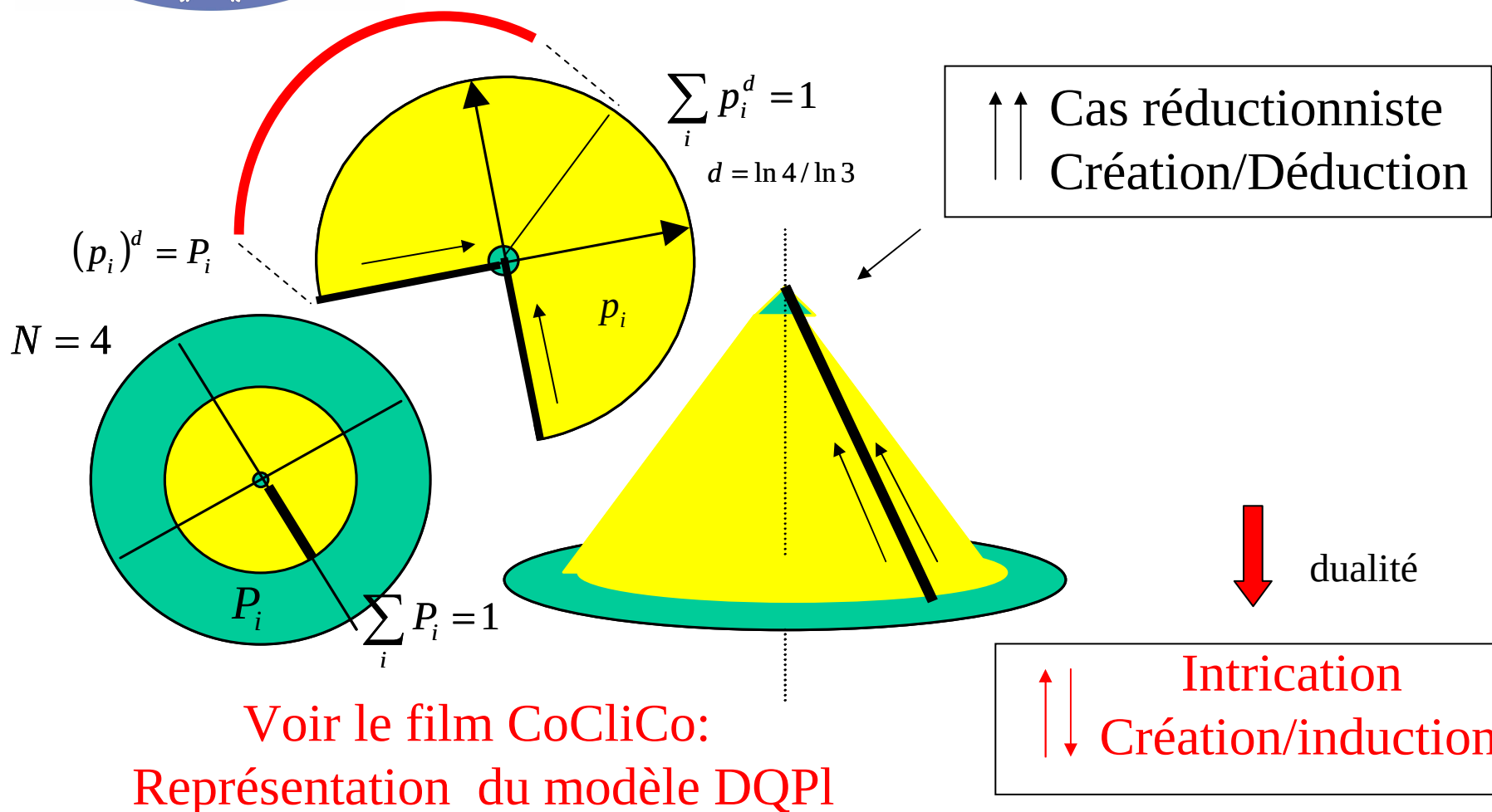


Quelques nouvelles règles de définition de l'Entropie

Entropy definition	$\sum_i p_i = 1$	$\sum_i p_i^q = 1$
$I_i = \ln p_i$	Shannon Theory (ST) $S = -k \sum_i p_i \ln p_i$	Shannon-Fractal Open Set Statistics (E/WNLM Theory) $S = -k \sum_i p_i^q \ln p_i$
$I_i = \ln_{1-q} p_i$	Tsallis Theory (TT) $S = -k \frac{1 - \sum_i p_i^q}{1 - q} = -k \sum_i p_i \ln_{q-1} p_i$	Non Extensive Open Set Statistics (NE/WNLM Theory) $S = -k \frac{\sum_i p_i - 1}{1 - q} = -k \sum_i p_i^q \ln_{1-q} p_i$



Fondement du Modèle de Créativité I Eclatement Statistique 'Décuplé' (DQPl.)



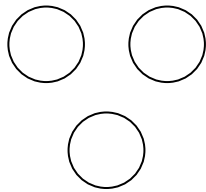


Fondement du modèle de créativité II

Séparabilité, Orientation, Intrication

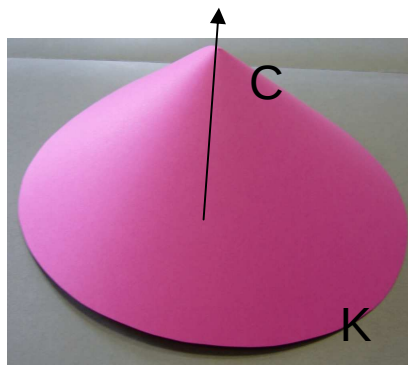
Théorie de la créativité

Systemes séparables
Réductionnisme / Complication



Disciplines
Optimisation

Recherches normales



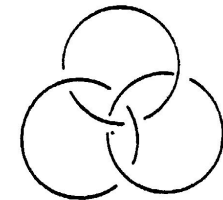
C K



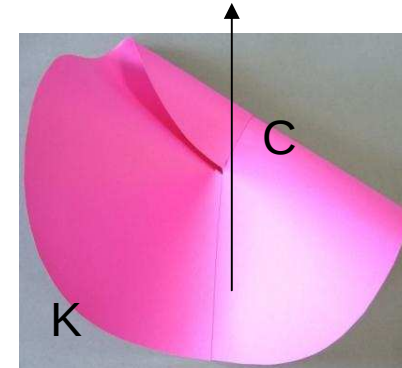
DQPI

Systemes non séparables
Intrication/Connexité/Complexité

Intellection
Conception



Ingenium



Dual Quality Planification





FONCTION ZETA TRANSITION DE PHASE GEOMETRIQUE IRREVERSIBILITE et COMMUTATIVITE

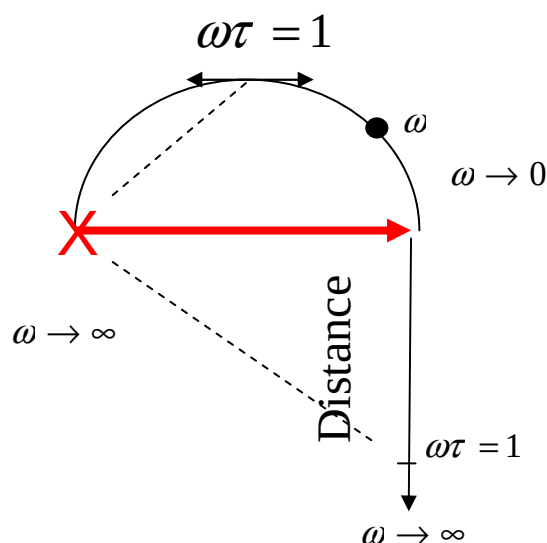


Quid de l'irréversibilité du temps

Formalisation complexe

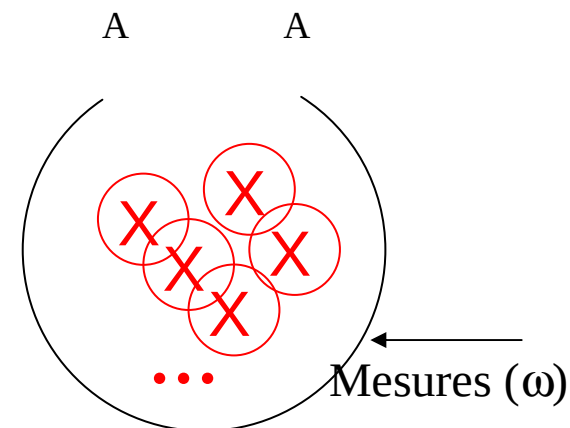
2^{ème} ordre de
Dualité !

Mesures réduites au
poids du lacet entourant
toutes les singularités



Temps irréversible du fait du signe
de la phase à l'infini

Analyse complexe



$$[\{L_{i\omega}\}, \delta_R] \rightarrow [\{\delta_R\}, L_{acet}^c]$$

$$\forall \alpha \neq 1, \alpha = 1 \Rightarrow \{\delta_R\} = \emptyset$$

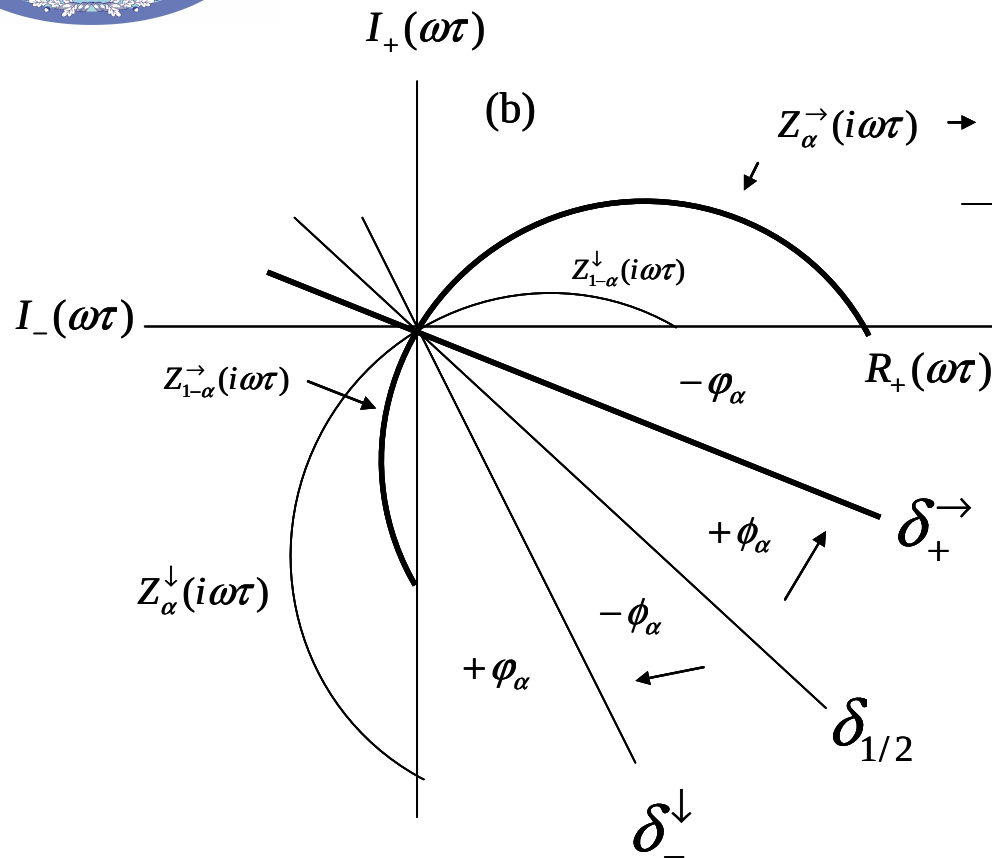
Singularité temporelle
'Instant'

$$\delta_R \rightarrow \infty$$

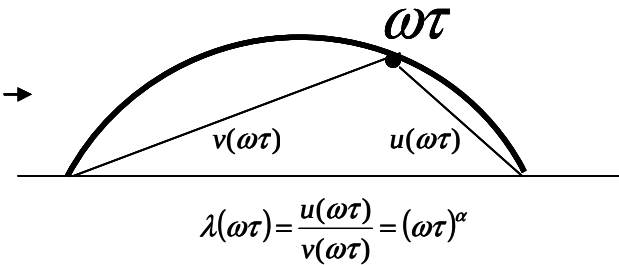
Le temps redevient une variable principale



Expression de la Dualité Rôle de la phase



(a)



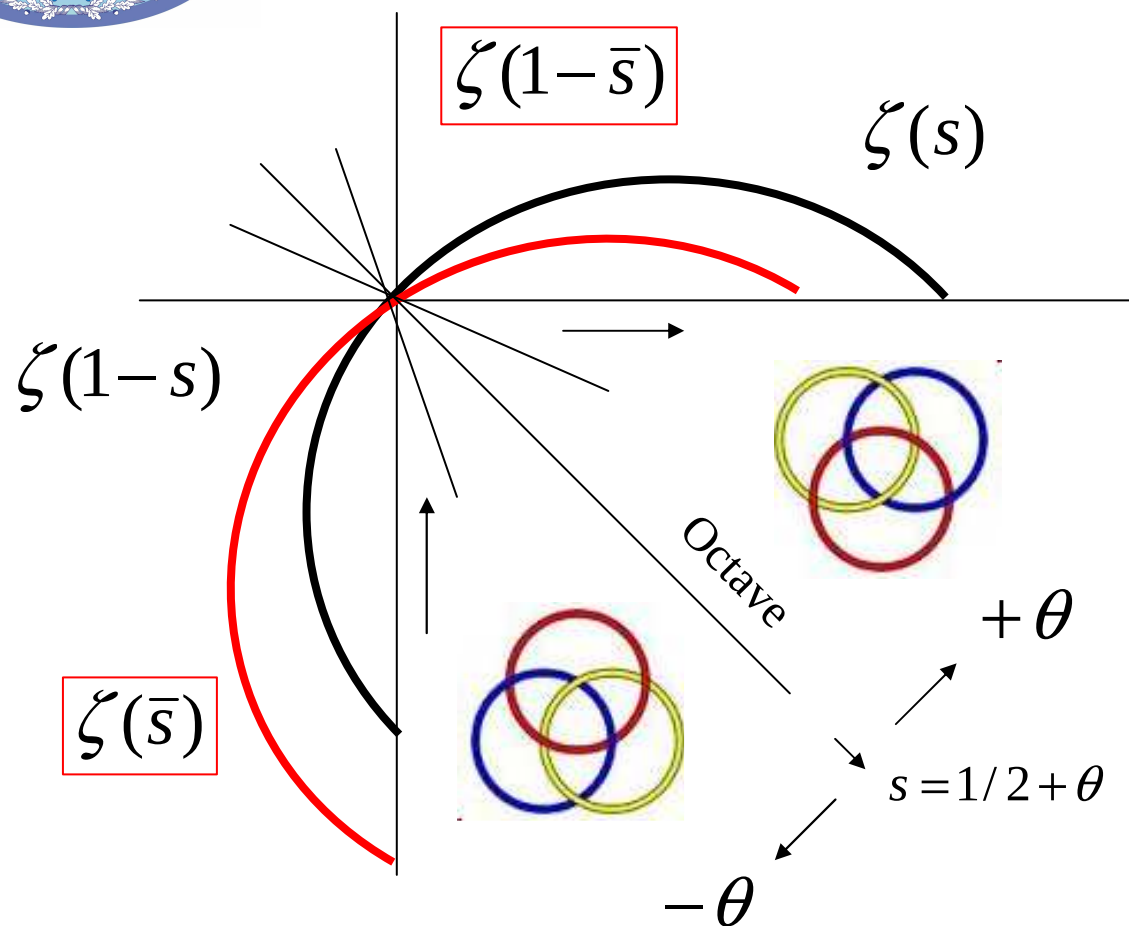
$$i^{\alpha \in \mathbb{R}} \rightarrow i^{s \in \mathbb{C}}$$

Réversibilité du Temps?

Voir: A. le Méhauté, *Complex fractional differential operators, geometrical phase transition and Riemann conjecture*, in Fractional Differential Operators and its Applications, IFAC Meeting Grenoble 2013



Conjecture de Riemann, Phase et Connexité ?



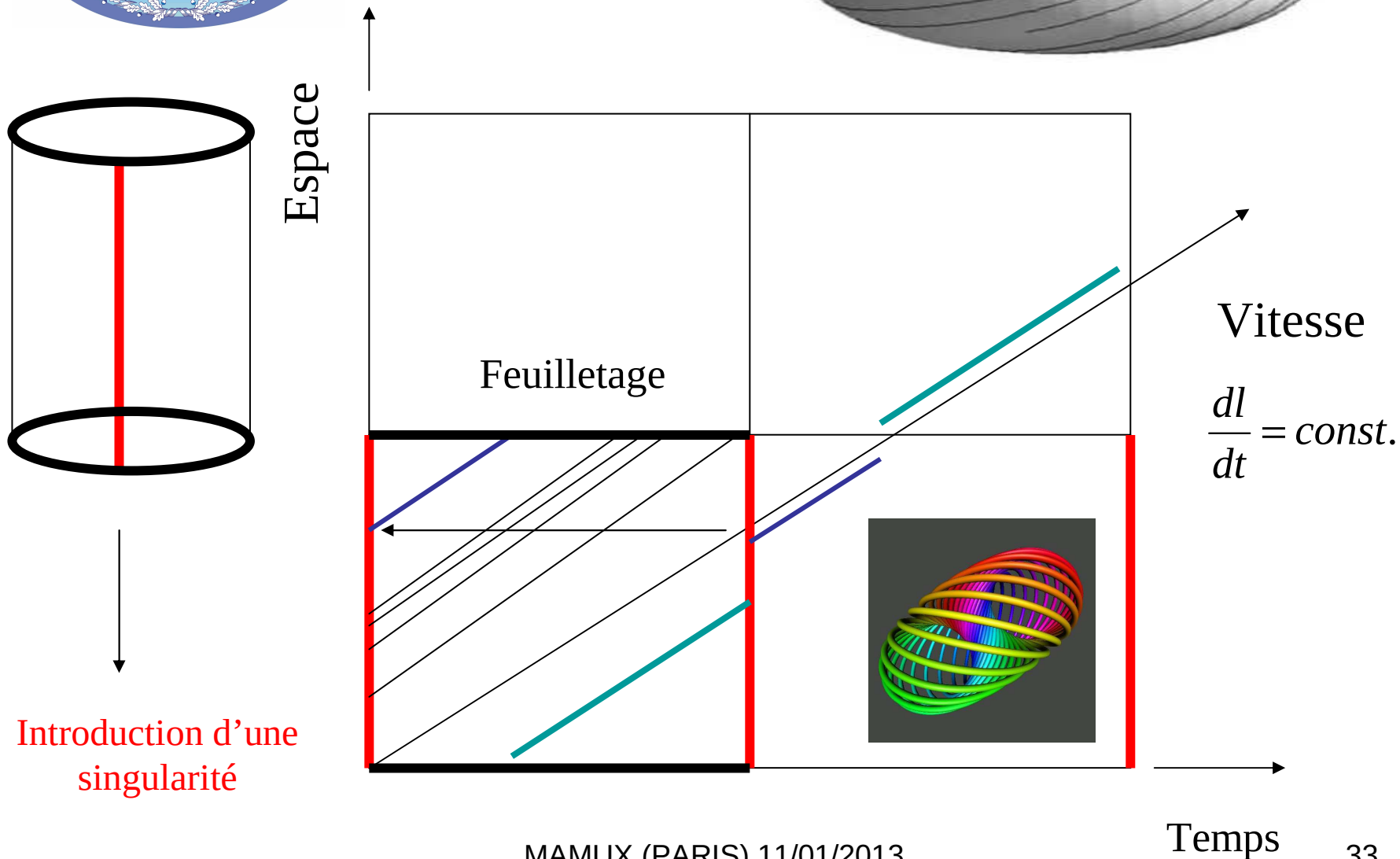
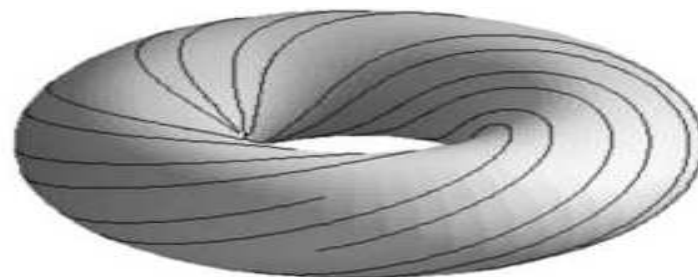
$$\frac{\partial^s}{\partial t^s} * \frac{\partial^{1-s}}{\partial t^{1-s}} = \frac{d}{dt}$$



Feuilletages Dynamiques chaotiques



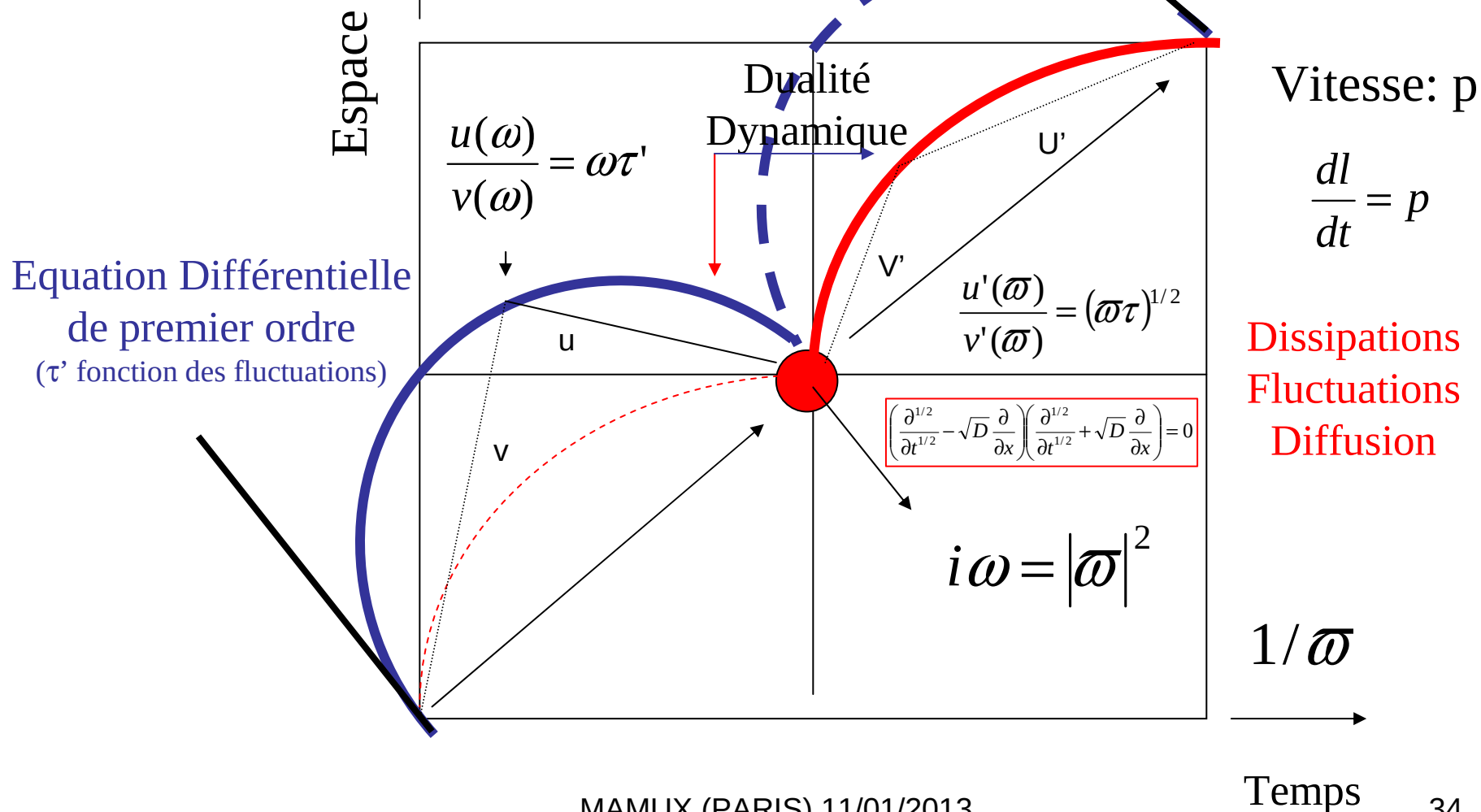
TORE





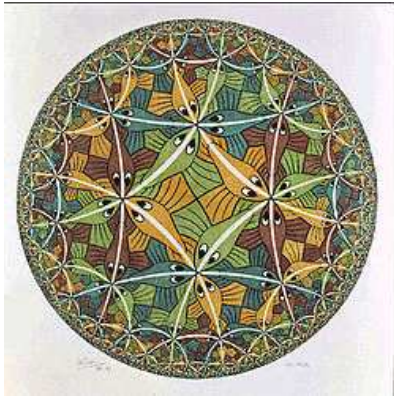
Feuilletage du tore ponctué

Introduction d'une
Singularité Hyperbolique



Lien avec la Dynamique

Dualité Singularité vs Continuité

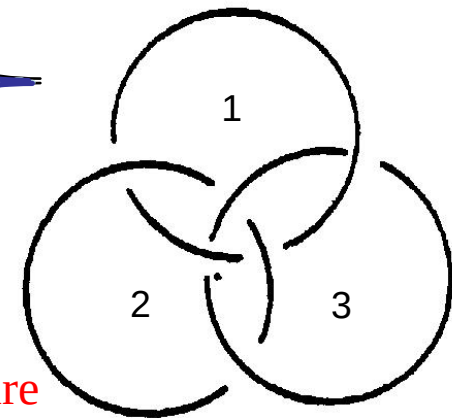
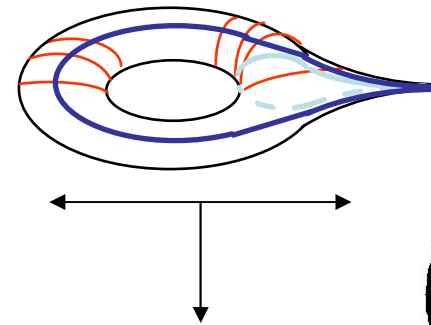
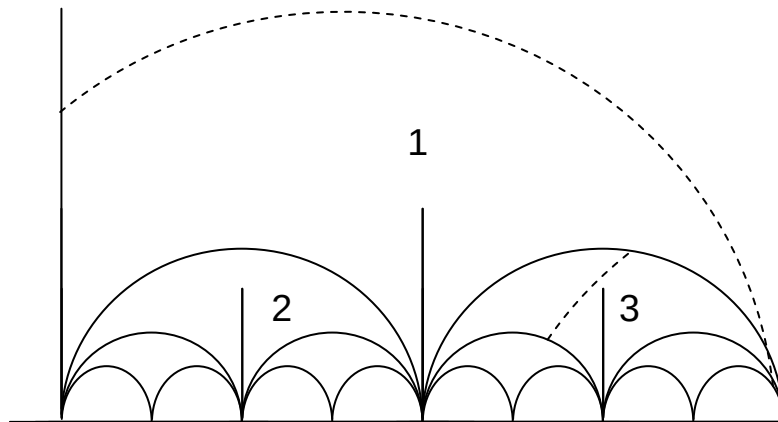


Escher Cycle limite 1959

La géodésique canonique comme bord d'un pavage Hyperbolique et Feuilletage associé.

Du pavage à la Dynamique
via l'Entrelat Borroméen (Voir S. Dugowson)

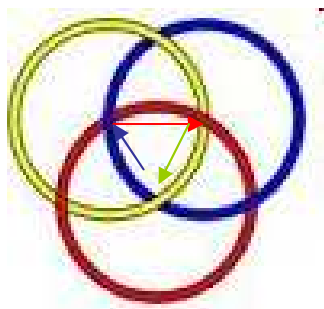
Ici deux fréquences couplées par une singularité simple



Extension fractionnaire
Angle au bord ?

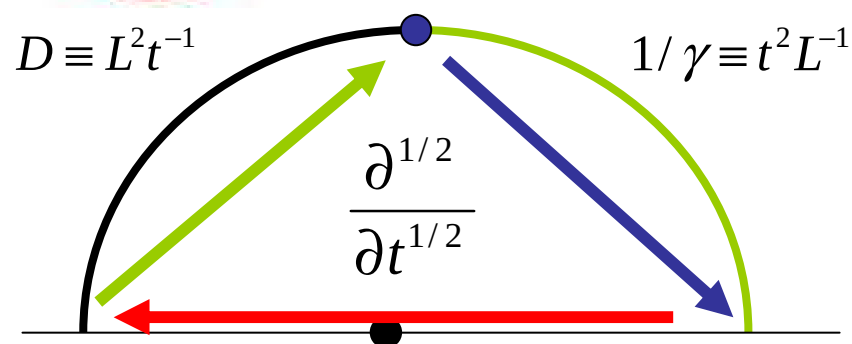


Eclatement de Singularité 2^{ème} rang d'Intrication



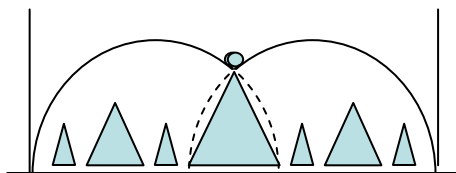
Dégénérescence
Stochastique

Groupe au bord
Ordre $1/\alpha$

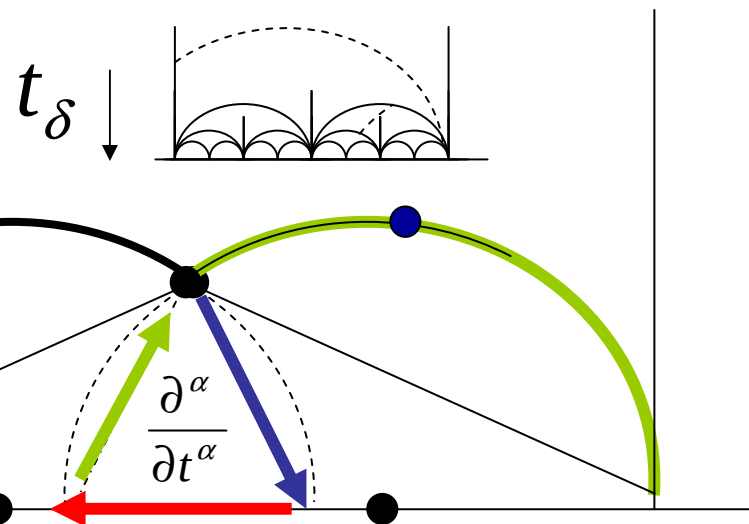


OCTAVE

$d = 1 \rightarrow d = 2$



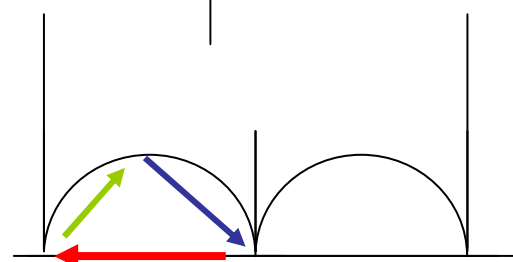
Multi éclatements de singularités



$$\frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} * \frac{\partial^{1-\alpha}}{\partial t^{1-\alpha}} = \frac{d}{dt}$$

Groupe au bord
Ordre 2

Extension





Epistémologie sous jacente à l'équation logistique

$$x = f(x)$$

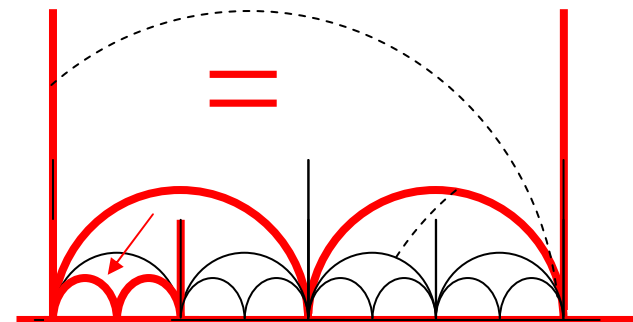
Principe de 'localité'

Dualité / Bifurcation

Points fixes

Attracteurs

Auto Similarité





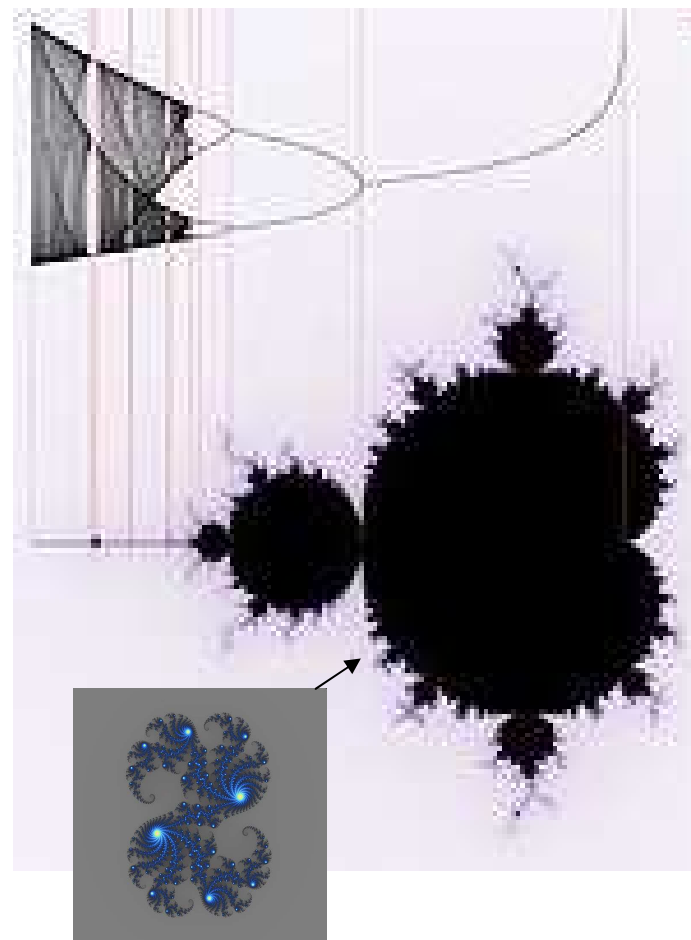
Automorphismes et nouvelles symétries I

Cas quadratique

Equation logistique

Ensemble de Mandelbrot
Zone de stabilité / c

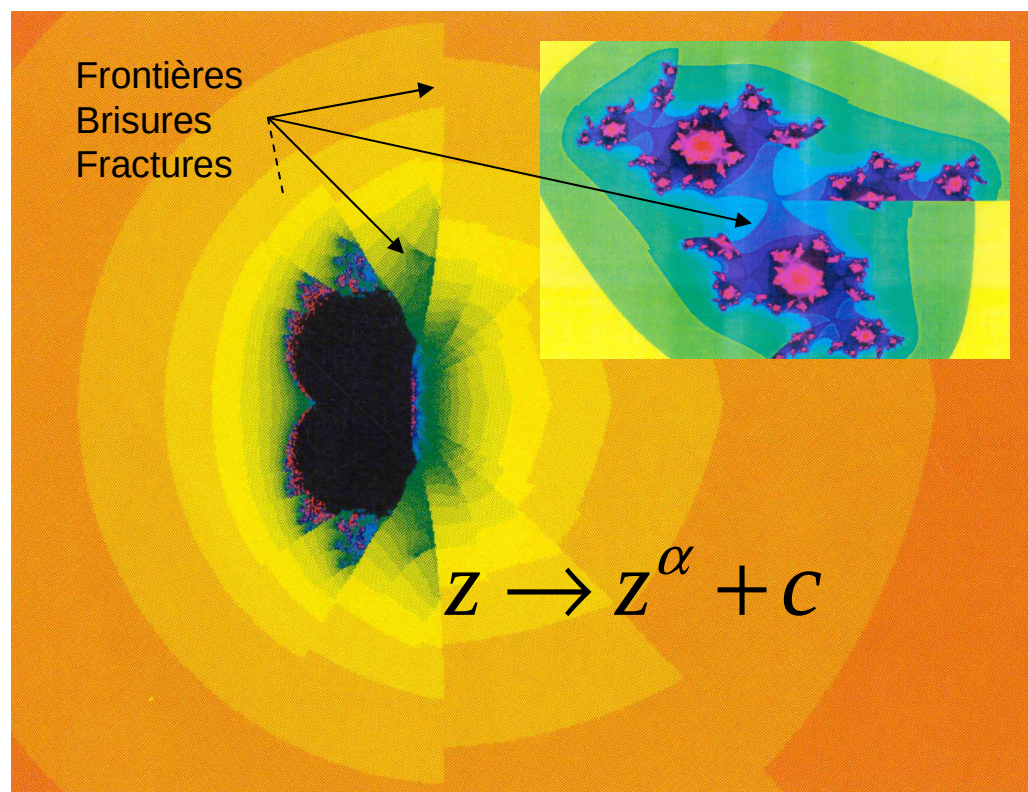
$$z_{n+1} \rightarrow z_n^2 + c$$





Dynamique et nouvelles symétries II

Cas d'automorphismes fractionnaires



*Temps Instants
comme étapes
d'automorphismes ouverts au bord*



**Symétries modulaires
affectant le temps
en fonction de l'espace**

*Emergence de sur-structures
temporelles*

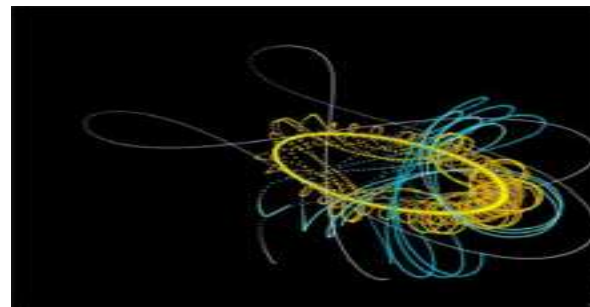
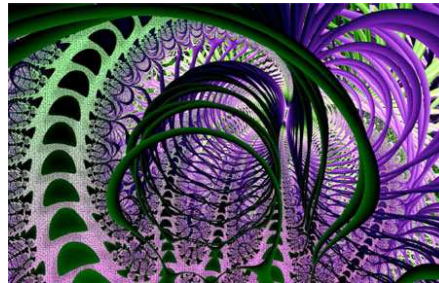
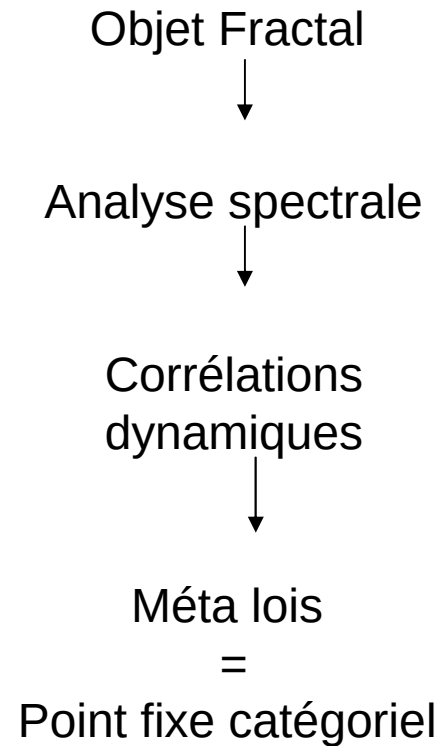


POUR SUSPENDRE LE PROPOS

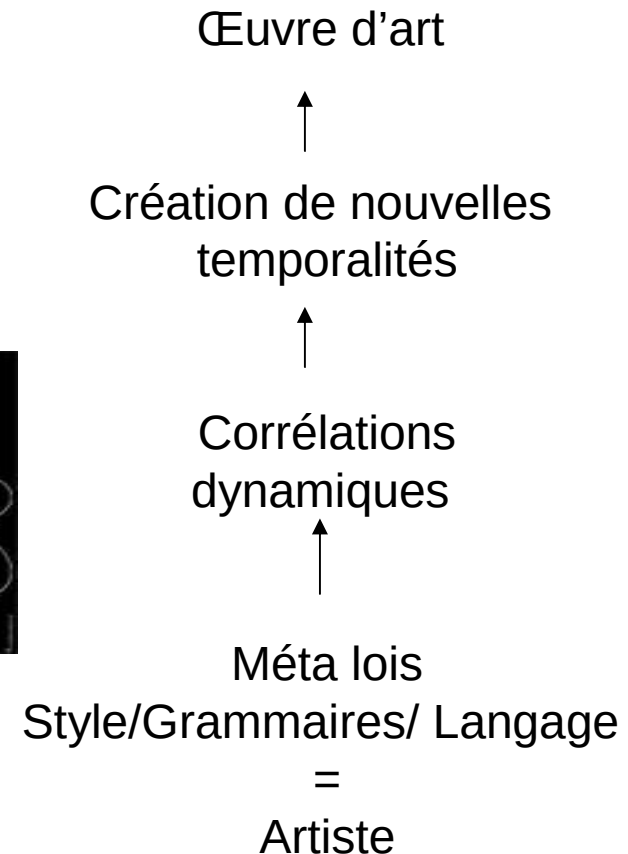


De la Complexité comme Intrication

« ...dans l'œuvre d'art... »



Dynamiques Complexes
Crédit photographique ARPAM





De la Sciances *

Doxa cartésienne:

« Tout système peut être découpé en éléments simples dont l'intégration fournit une explication au comportement global (+,-,.,/, exp, log) »

Méditations métaphysiques et thermodynamiques

Métaphysiques: *l'ensemble des 'objets' du monde peut être défini par le 'je'. Mais l'élaboration d'une rationalité, c'est-à-dire d'un traitement objectif de cet ensemble exige d'en exclure le 'soi' d'où le cogito.*

Thermodynamique: *au plan axiomatique l'ensemble des extensités du monde, ne peuvent répondre à une algèbre utile qu'à la condition d'en exclure une que l'on appelle formellement l'Entropie (où Energie)*

Sciences : rationalité adaptés aux systèmes compliqués

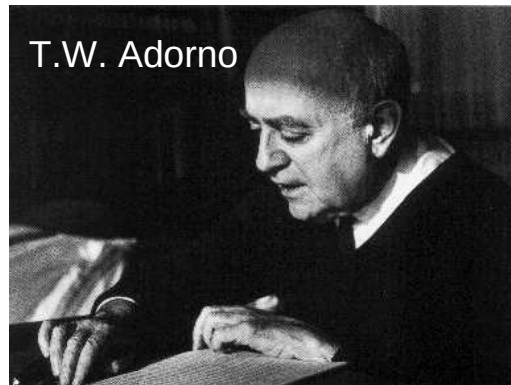
Sciances: rationalité adaptée aux systèmes complexes (i.e. Intriqués)

(*) Voir Rapport au Président de la CGE (De la recherche dans les Grandes Ecoles)

Revue des sciences de gestion N° spécial 235 Janvier Février 2009



Saint Augustin



T.W. Adorno

Une nouvelle alliance
Une nouvelle temporalité



B. Mandelbrot

EPILOGUE

12

Drei Klavierstücke

Für Maria Proels

I.

Nicht zu rasch





Pour en savoir plus I

Temps et Physique Quantique : J.P Baliani et collaborateurs

"Fractal behavior in quantum statistical physics"

Physical Review E, vol. 60, p. 2533, 1999

"Entropy, time-irreversibility and the Schroedinger equation in a primarily discrete spacetime" J. Phys. A, Math and General Physics, Vol 38, p.2835, 2005

"Relation time-thermodynamics. A path Integral Approach"

arXiv 0902093 (con-math. stat.mech)2009

"Statistical mechanics in a discrete space-time. Thermodynamics and time irreversibility"

,
Condensed Matter Physics, vol.6, p.375, 2003

" Stochastic Approach and irreversible chemical reaction" by

J Electroanal. Chem., vol 660, p 332, 2011

A. Connes, *Géométrie Non commutative*, Interedition 1990

MAMUX (PARIS) 11/01/2013



Pour en savoir plus II

S. Dugowson : *Attractions borroméennes. De la connectivité aux temporalités A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie.* Ed. IRCAM (p 177)

Voir les 23 références

P. Harinck, A. Plagne, C. Sabbah Edt. *Histoire des mathématiques.* 2012

S. Hawking et R. Penrose *La nature de l'espace temps*, Ed. Gallimard 1996

E. Klein et M. Spiro, Edt. *Le temps et sa flèche* Ed. Frontière 1994

A. Le Méhauté et coll. ou comme Ed.

Les géométries fractales Ed. Hermes 1990

Flèches du temps et géométries fractales Ed. Hermes 1997

Fractional differentiation and its applications U Book 2005

Times and prosthesis: Introduction to a hermeneutics of amateurism in

New Elements of technology Edt. M. Faucheux and J. Forrest. 2012



Pour en savoir plus III

L. Nottale, *La relativité dans tous ses états* Ed. Hachette 1998

Et aussi

G. Deleuze *Le pli. Leibniz et le baroque*, Ed. de Minuit 1988

S. Lupasco *Le principe d'antagonisme et la logique de l'énergie* Ed. Hermann 1951

E. Morin *Introduction à la pensée complexe* Ed. du Seuil 2005

A. Sauvagnargue *Deleuze et l'art*, Paris, PUF, « Lignes d'art », 2005.

Deleuze, l'empirisme transcendantal, Paris, PUF, « Philosophie d'aujourd'hui », 2008.



Pour en savoir plus IV

MOBIUS: <http://www.josleys.com/Canon/Canon.html>

CONNEXITE : <http://perso.ensi-bourges.fr/dboutat/Dugowson.pdf>

ARPAM: <http://mathblogger.free.fr/index.php?m=03&y=08&entry=entry080321-222517>



Remerciements à tous mes proches collaborateurs
à la CGE, ALCATEL-ALSTHOM, au CNRS, à la DGA, à l'ISMANS
à l'Université Fédérale de Kazan (Russie) et
aux Universités du Québec et de Sherbrooke (Canada)
ainsi qu'aux amis et partenaires du RNSC et de l'IRCAM