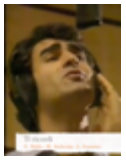
Recherche et création en mathématique/musique : éléments d'un bilan personnel à mi-parcours

Lundi 4 mai 2015 – Jussieu
Interférences_VIDA

Moreno Andreatta
Equipe Représentations Musicales
IRCAM / CNRS UMR 9912 / UPMC
Moreno.Andreatta@ircam.fr

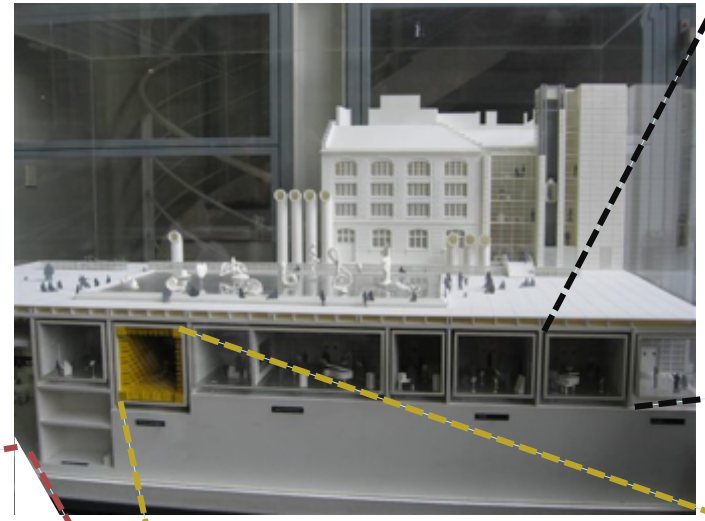
Interférences Mathématiques/Musique dans ma vie...

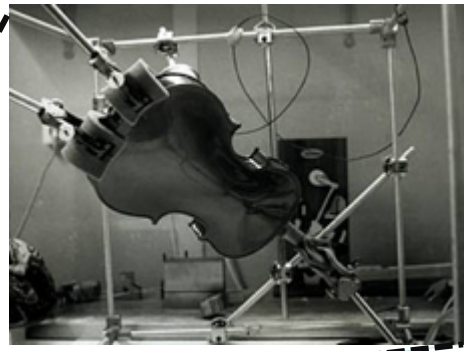
- **1993- 1995** Analyse, composition et direction d'orchestre (Trente) + musique électronique (Université de Milan)
- **1996** Master 2 en mathématiques (Université de Pavie)
- **1996-1997** *Visiting Student* (Brighton, UK) : cours sur les groupes de Coxeter, la composition et l'esthétique de la musique du XIXe et XXe siècle
- **1997-1998** Service civique auprès de la croix rouge (36h/2 jours) + formation professionnelle « **compositeur et arrangeur de musique appliquée** » (région Lombardie)
- **1998** 1er Prix de piano (Conservatoire de musique de Novare, Italie)
- **1998-2003** DEA et thèse en Musicologie computationnelle (EHESS) et pianiste de piano-bar dans les Bateaux Parisiens
- **Depuis 2004** CR1 CNRS et coorganisateur du séminaire *mamuphi* (Mathématiques/musique et philosophie) de l'ENS.
- **2005-2009** Pianiste-chanteur et directeur artistique du groupe *N91* et Première partie du concert d'Alexis HK au Festival des Rabardels
- **2010** HDR en mathématiques et ses interactions (IRMA, Strasbourg)
- **2013-2017** Comité de pilotage du GDR ESARS (Esthétique, Arts et Science) – Responsable de l'axe « Math'n Pop »



MAMUPHI

L'IRCAM : Institut de recherche et coordination acoustique/musique

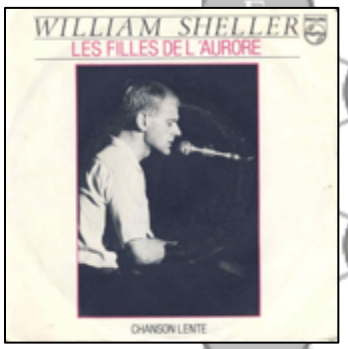


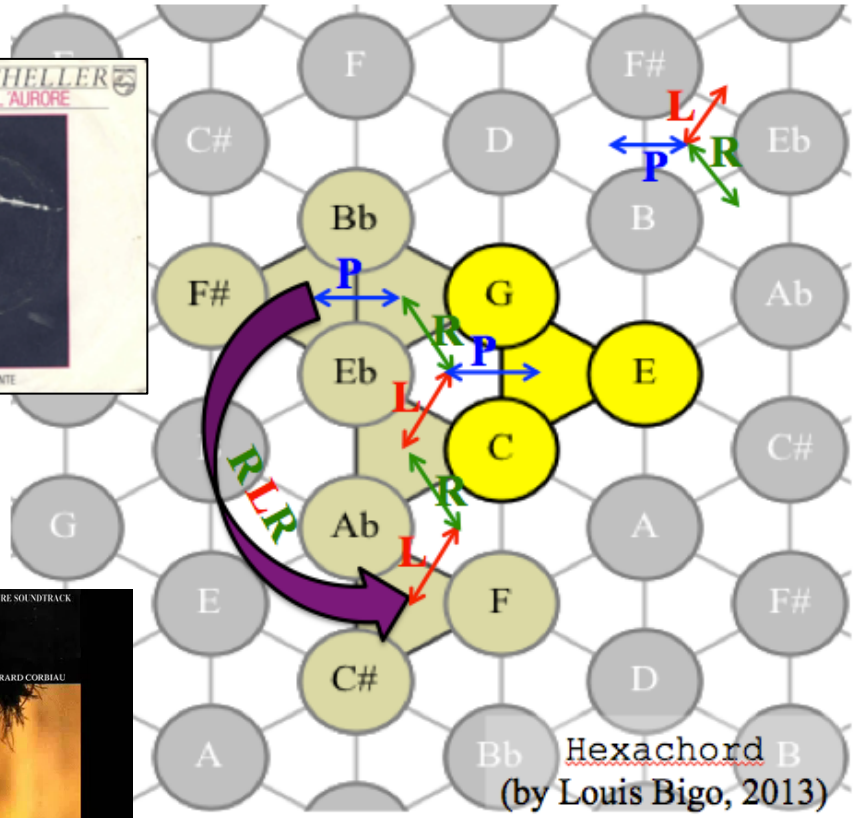


www.ircam.fr

Musique savante et musiques actuelles : articulations

MusiqueLab 2



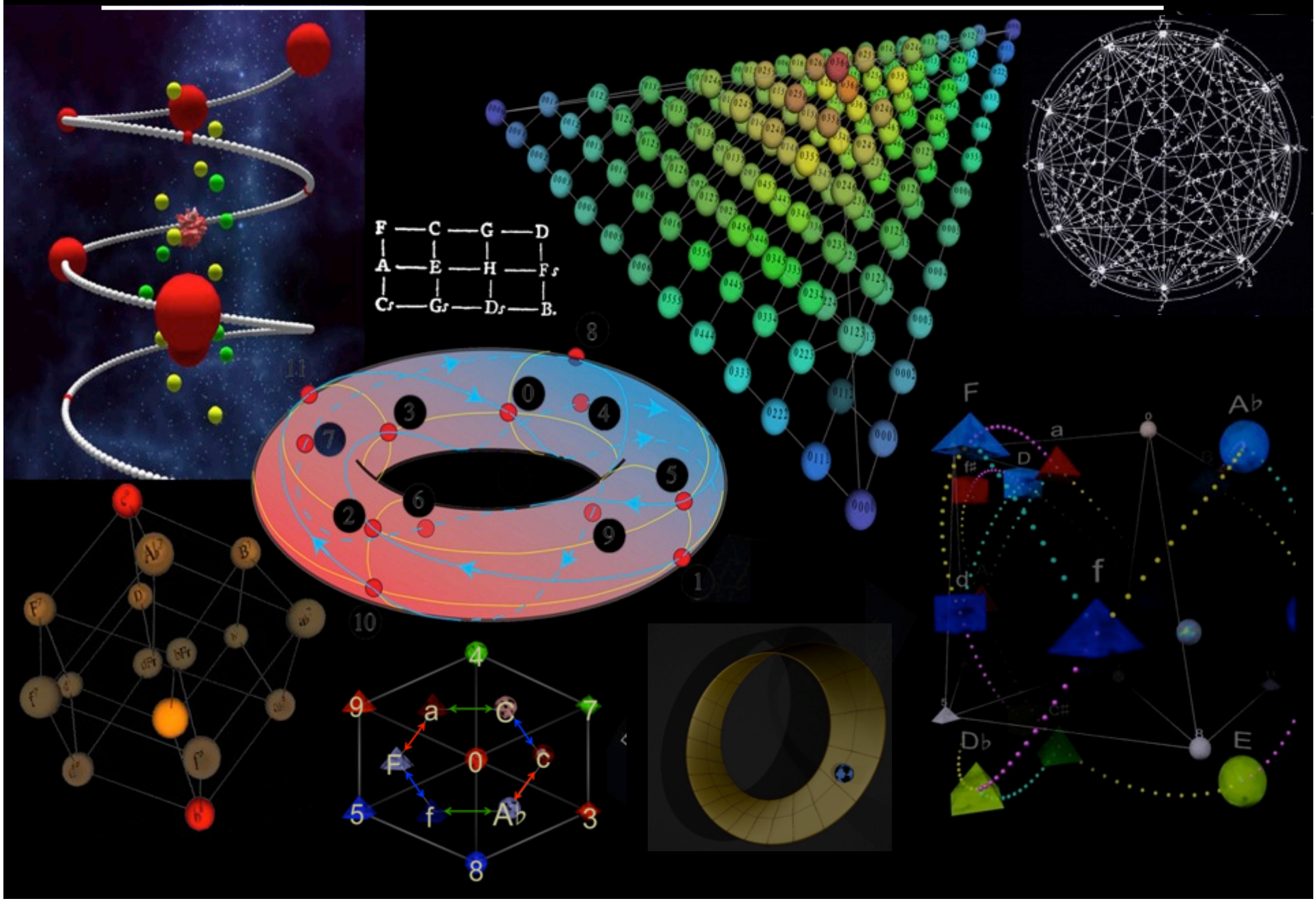


Hexachord
(by Louis Bigo, 2013)

OMAX (logiciel d'improvisation)

www.ircam.fr

La galaxie des modèles géométriques au service de la musique



L’algèbre (le temps) et la géométrie (l’espace) en musique

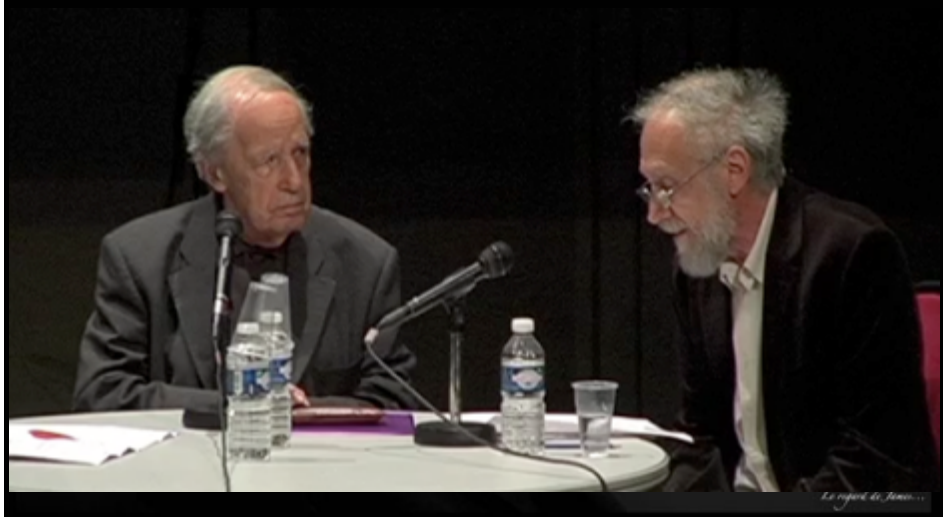
MATH / MUSIC MEETINGS

Creativity in Music and Mathematics

Pierre Boulez & Alain Connes

Encounter with two major figures of musical creation and contemporary mathematical research: Pierre Boulez and Alain Connes.

What is the role of intuition in mathematical reasoning and in artistic activities? Is there an aesthetic dimension to mathematical activity? Does the notion of elegance of a mathematical demonstration or of a theoretical construction in music play a role in creativity?



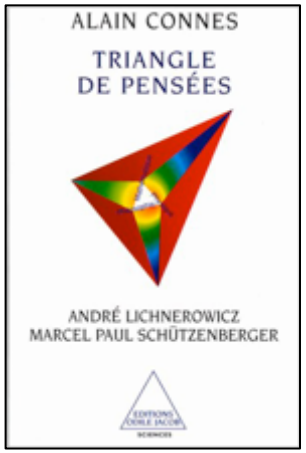
Gérard Assayag, director of the CNRS/IRCAM Laboratory for The Science and Technology of Music and Sound, will lead this dialogue on invention in the two disciplines.

Photo: Pierre Boulez © Jean Radel

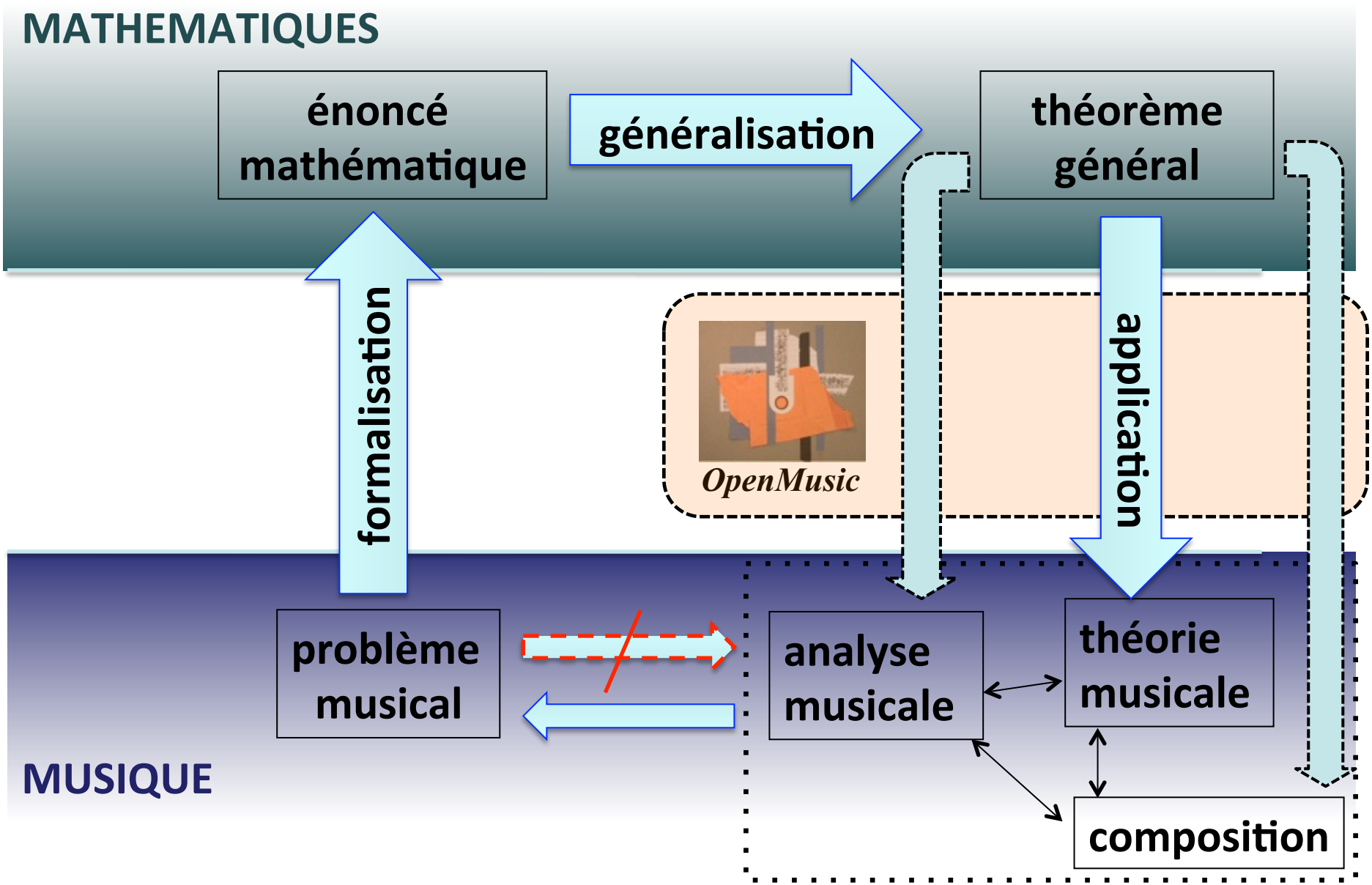
Wednesday, June 15, 2011, 6:30pm / IRCAM, Espace de projection

« La **musique** s'inscrit dans le temps exactement comme l'**algèbre** : dans les mathématiques, il y a cette dualité fondamentale entre d'un côté la **géométrie** qui correspond aux arts visuels, aux images mentales ; et de l'autre côté l'**algèbre**, qui inscrit une temporalité. Cela s'inscrit dans le temps, c'est le **calcul**, quelque chose qui est très proche du langage, et qui en a la précision diabolique.. »

(Alain Connes, “Créativité en musique et en mathématiques”, Ircam, Conférence MCM, 2011).



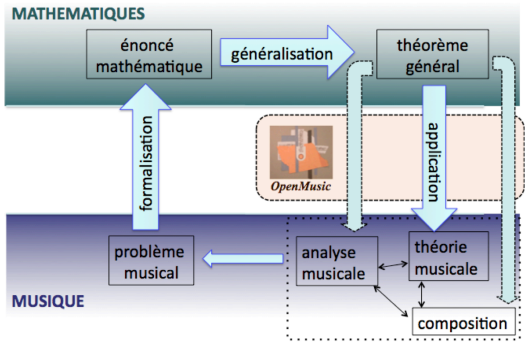
Double mouvement d'une dynamique mathémusicale

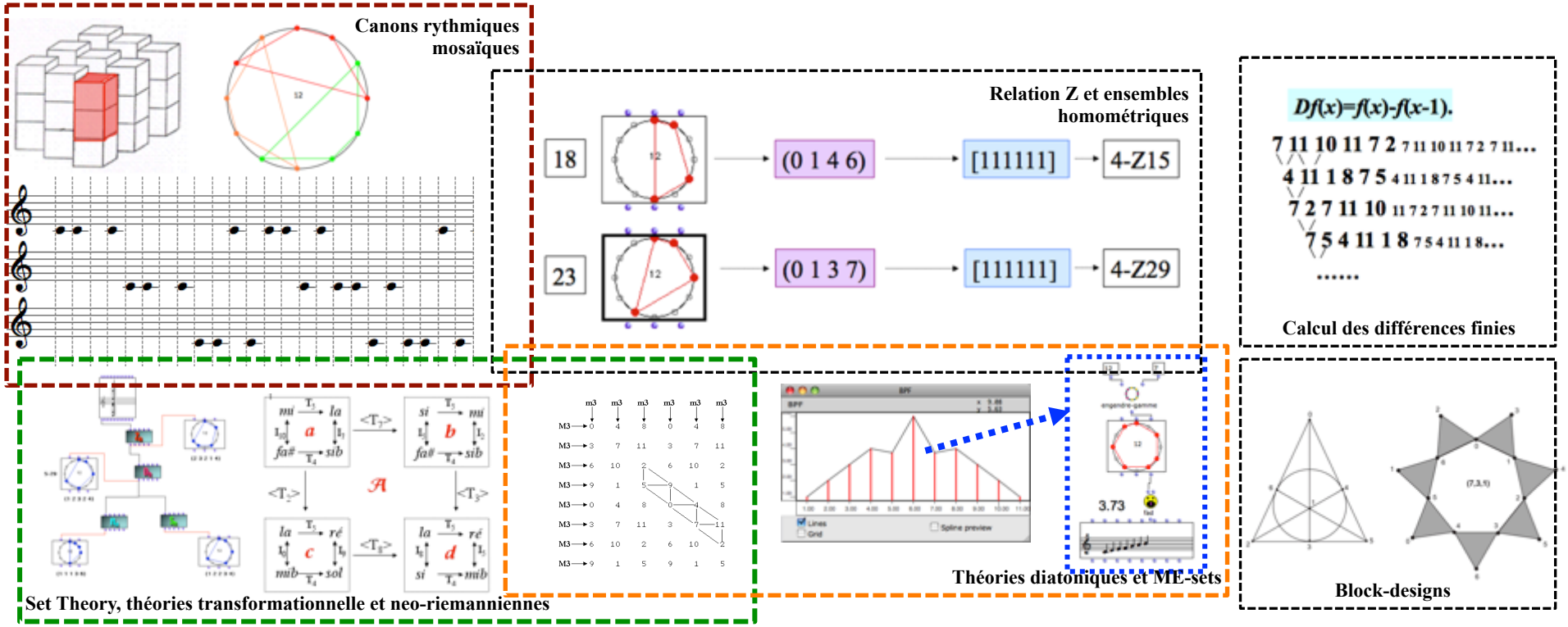


Petit catalogue d'objets mathémusicaux

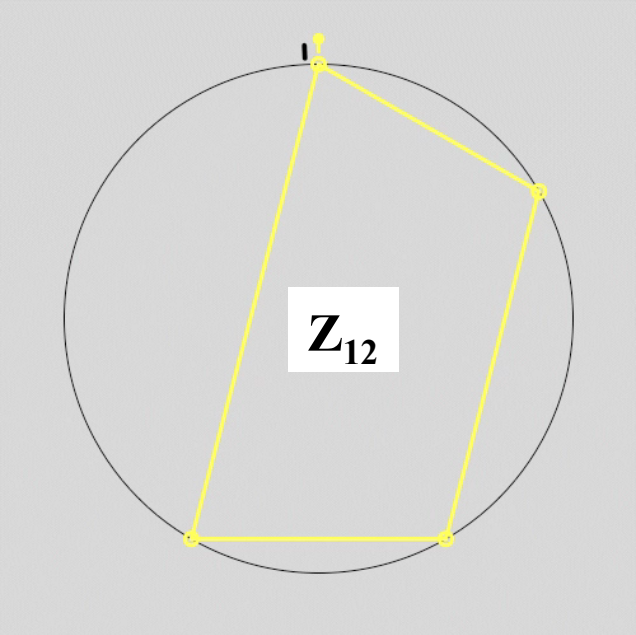
[*Cf.* M. Andreatta : *Mathematica est exercitium musicae*, HDR, octobre 2010]

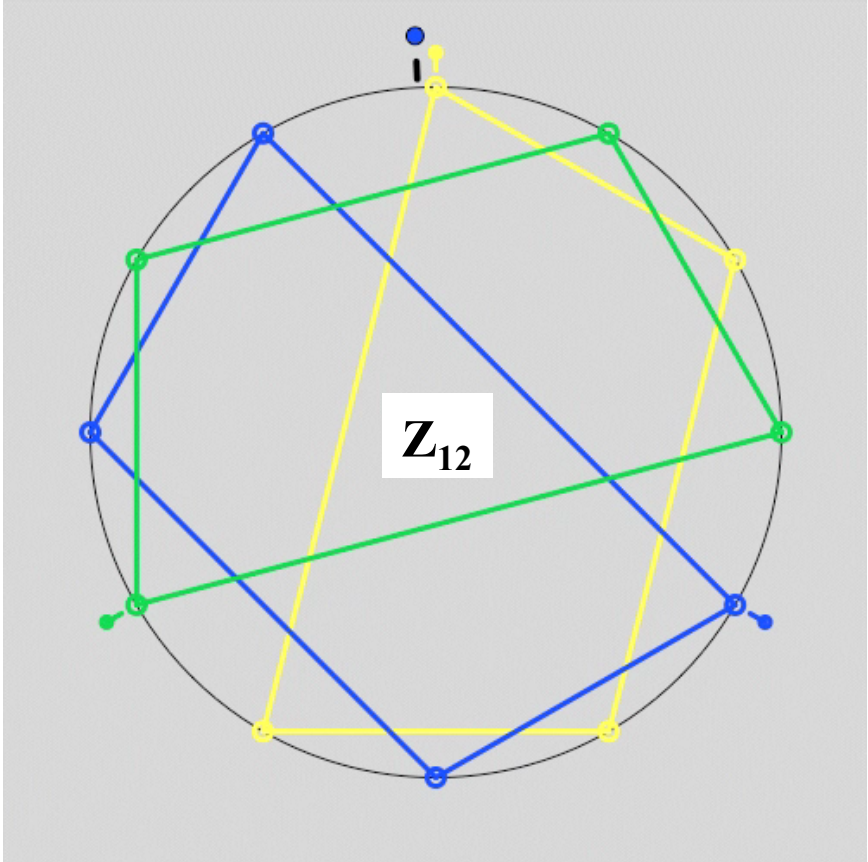
1. La construction des canons rythmiques mosaïques : de Minkowski à Fuglede
2. La relation *Z* et la théorie des ensembles homométriques
3. La *Set Theory* et la théorie transformationnelle
4. Les théories diatoniques et les *ME-sets*
5. Suites périodiques et calcul de différences finies
6. La théorie des block-designs en composition algorithmique
7. Modèles algébriques et catégoriels pour la cognition musicale

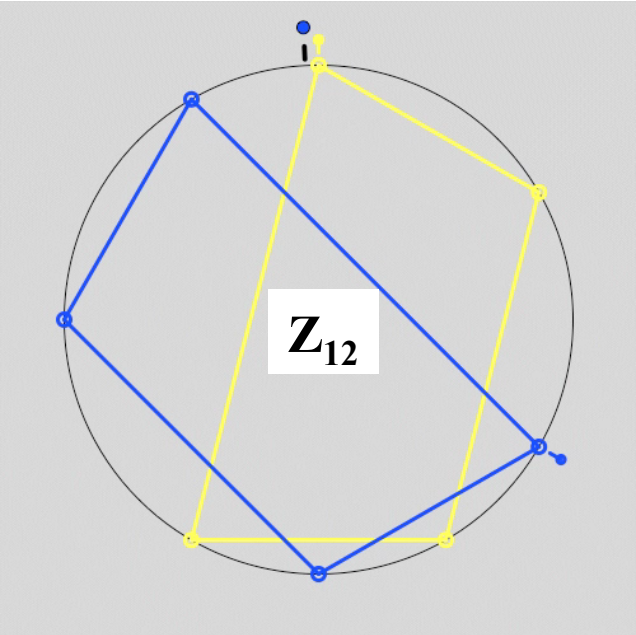


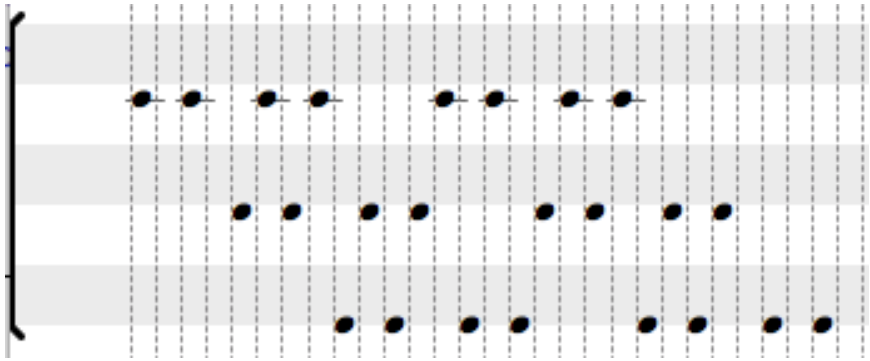


Canons rythmiques mosaïques

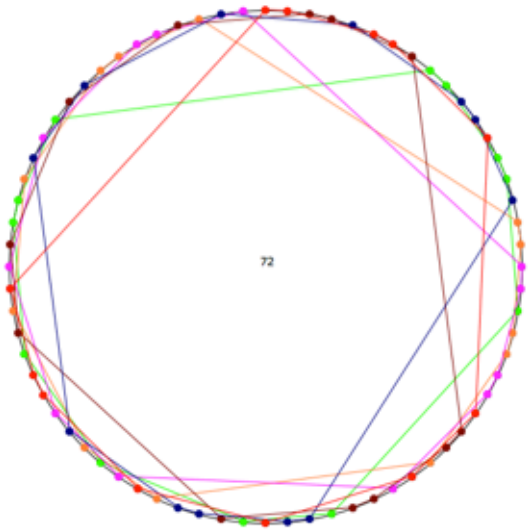


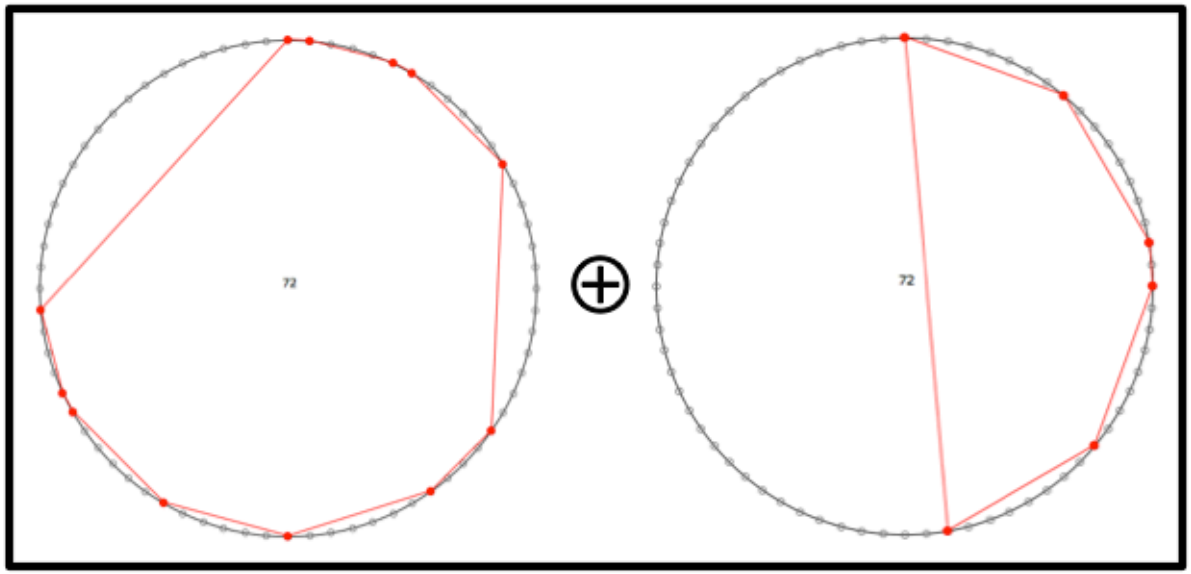


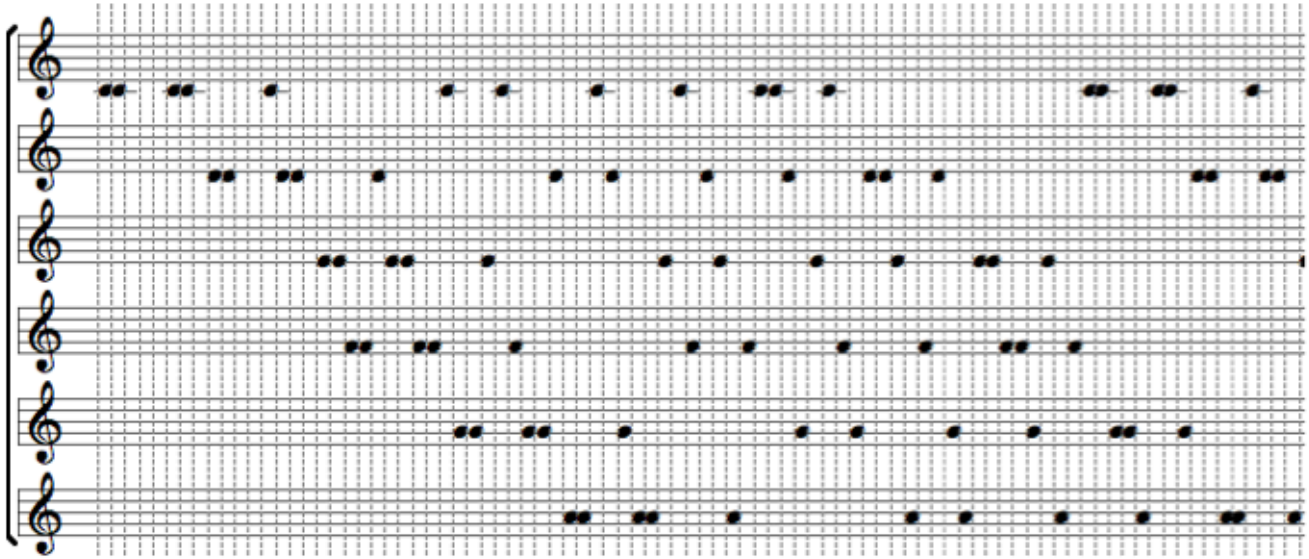




Les canons de Vuza : canons mosaïques apériodiques







[ ]

Les canons mosaïques comme problème « mathémusical »

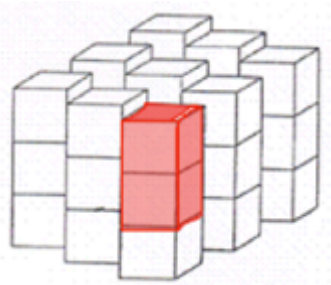
Le problème de Minkowski/Hajos

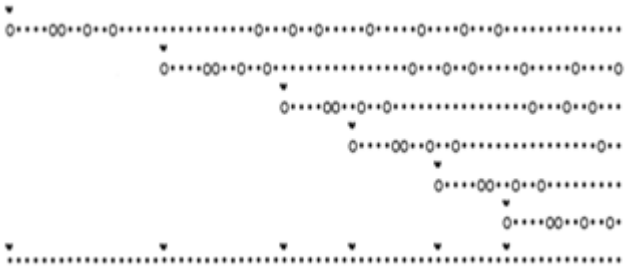
Dans un pavage simple [*simple lattice tiling*] d'un espace à *n* dimensions par des cubes unités, il y a au moins un couple de cubes qui ont en commun une face entière de dimension *n*-1.

Les canons mosaïques de Vieru/Vuza

Un canon de Vuza est une factorisation d'un groupe cyclique en somme directe de deux sous-ensembles non-périodiques

$$Z/nZ = R \oplus S$$





Lien entre Minkowski et Vuza (Andreatta, 1996)

Groupes de Hajós (*good groups*)

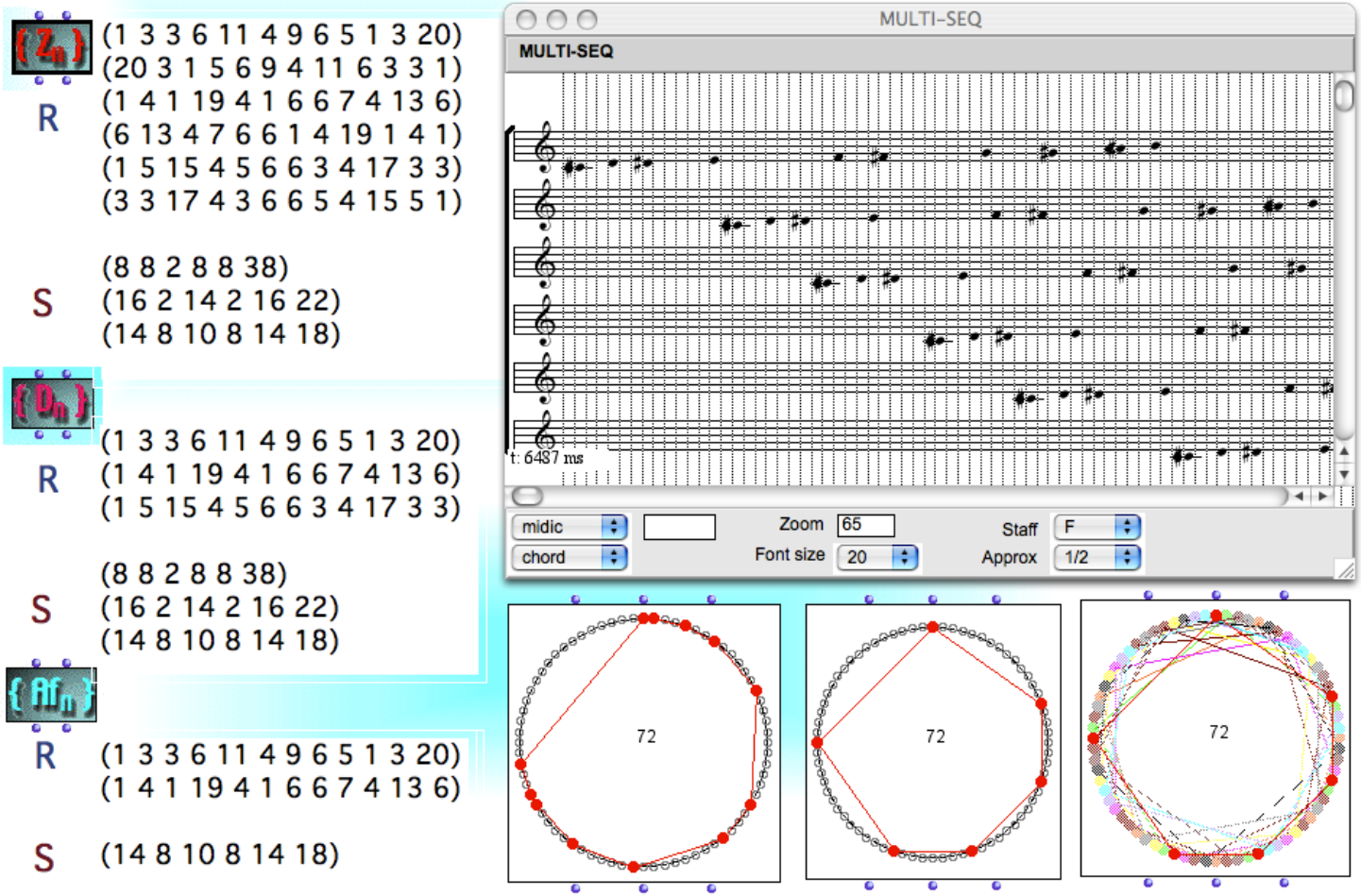
Z/nZ avec $n \in \{p^\alpha, p^\alpha q, pqr, p^2q^2, p^2qr, pqrs\}$ où p, q, r, s, sont des nombres premiers distincts

Groupes non-Hajós (*bad groups*)

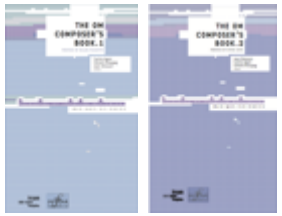
72
108 120 144 168 180
200 216 240 252 264 270 280 288
300 312 324 336 360 378 392 396
400 408 432 440 450 456 468 480
500 504 520 528 540 552 560 576 588 594
600 612 616 624 648 672 675 680 684 696
700 702 720 728 744 750 756 760 784 792
800 810 816 828 864 880 882 888…

1907-1942 **1991** **1996**

Classification « paradigmatique » des canons mosaïques de Vuza



The OM Composers' Book (Collection « Musique/Sciences »)



OpenMusic

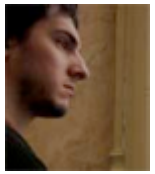
1999

F. Lévy

G. Bloch

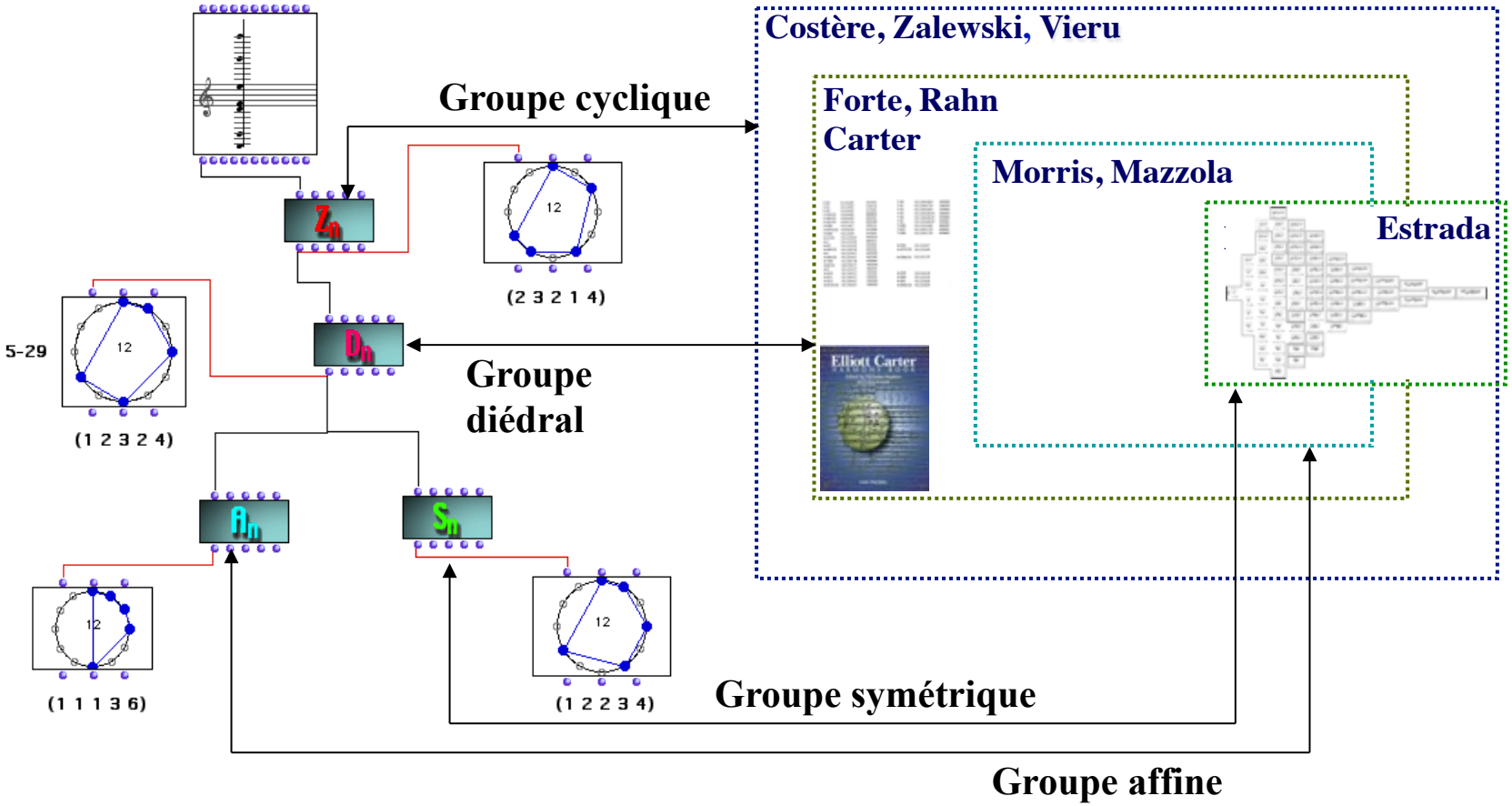
M. Lanza

T. Johnson



D. Ghisi

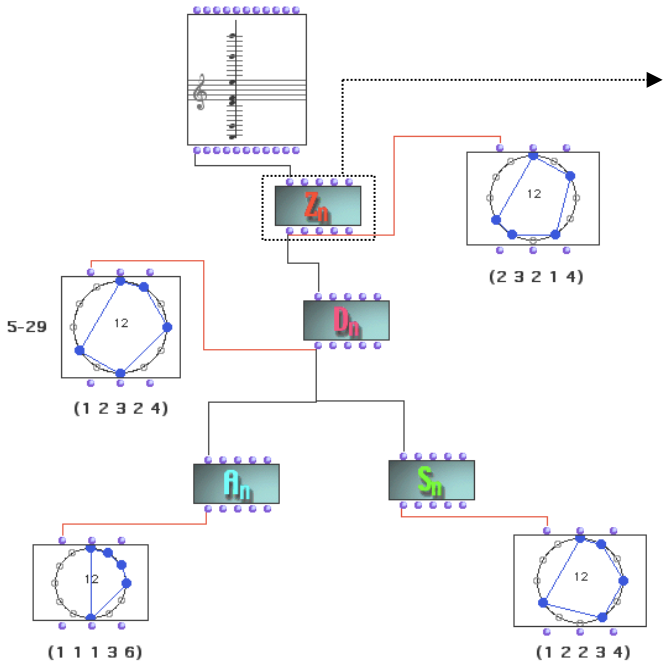
Regard épistémologique sur la dualité objectal/opératoire

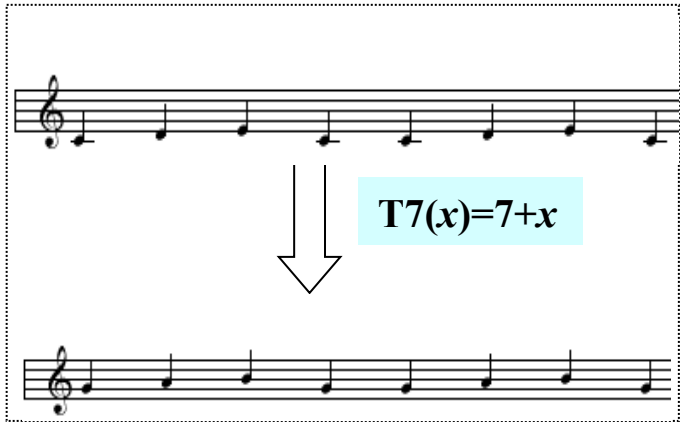


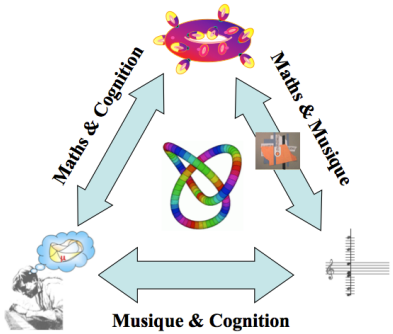
« [C'est la notion de groupe qui] donne un sens précis à l'idée de structure d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son schéma opératoire le domaine envisagé. […]L'objet véritable de la science est le système des relations et non pas les termes supposés qu'il relie. […] Intégrer les résultats - symbolisés - d'une expérience nouvelle revient […] à créer un canevas nouveau, un groupe de transformations plus complexe et plus compréhensif » (G.-G. Granger : « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », 1947)

G.-G. Granger

La généalogie algébrico-géométrique du structuralisme







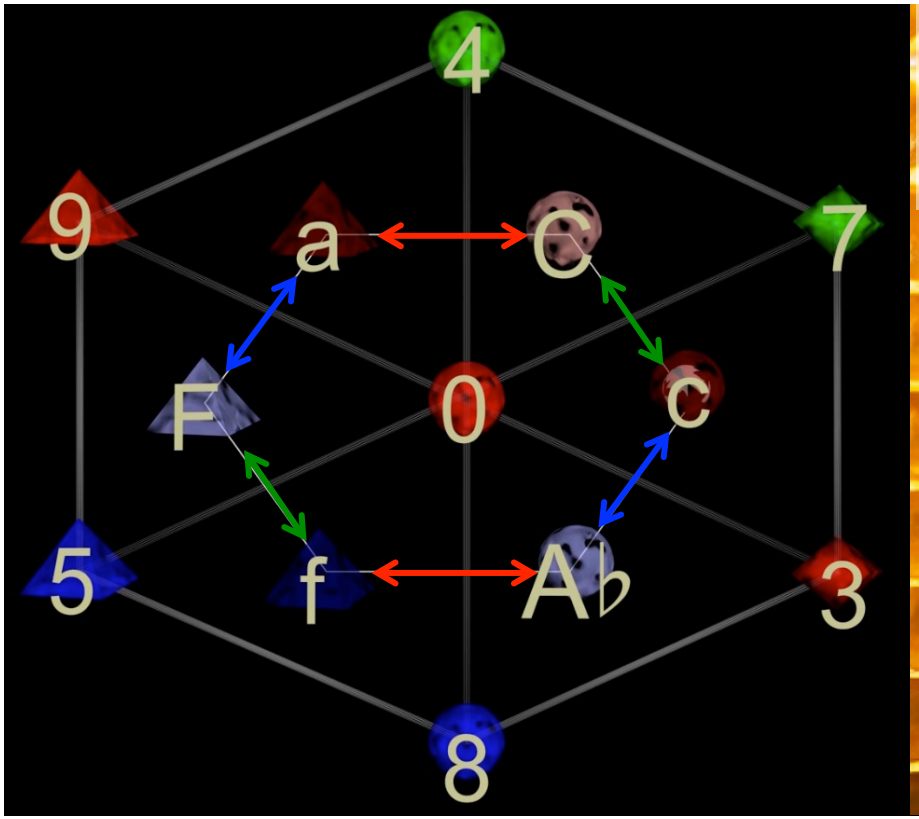
« La **nature d'une géométrie** donnée est définie par rapport à un **groupe** déterminé et la façon avec laquelle des formes spatiales sont liées entre elles à l'intérieur de ce type de géométrie [Cf. F. Klein, *Le Programme d'Erlangen* - 1872]. On peut se poser la question de savoir s'il y a des concepts et des principes qui sont […] des conditions nécessaires pour à la fois la constitution du monde perceptuel et la construction de l'univers de pensée géométrique. Il me semble que le concept de **groupe** et la notion d'**invariance** sont précisément ces principes. »

E. Cassirer : « The concept of group and the theory of perception », 1944

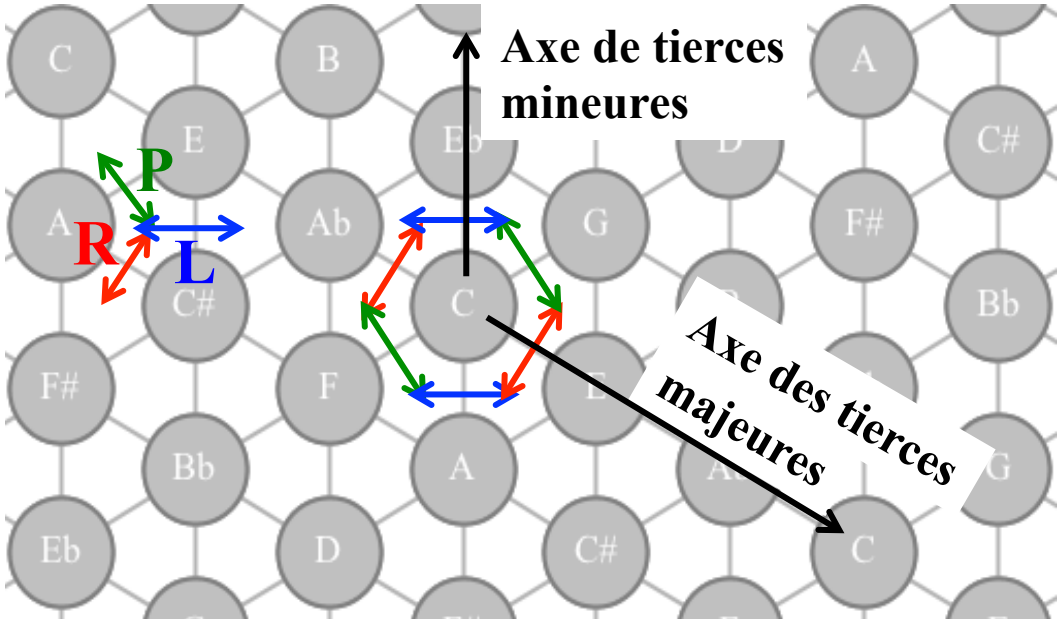
Felix Klein

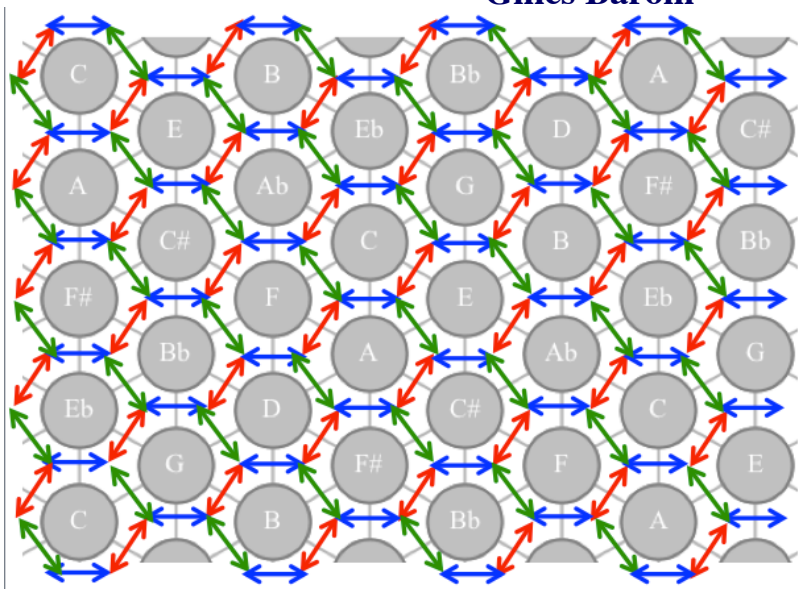
Ernst Cassirer

Le *Tonnetz*
(ou nid musical d'abeilles)



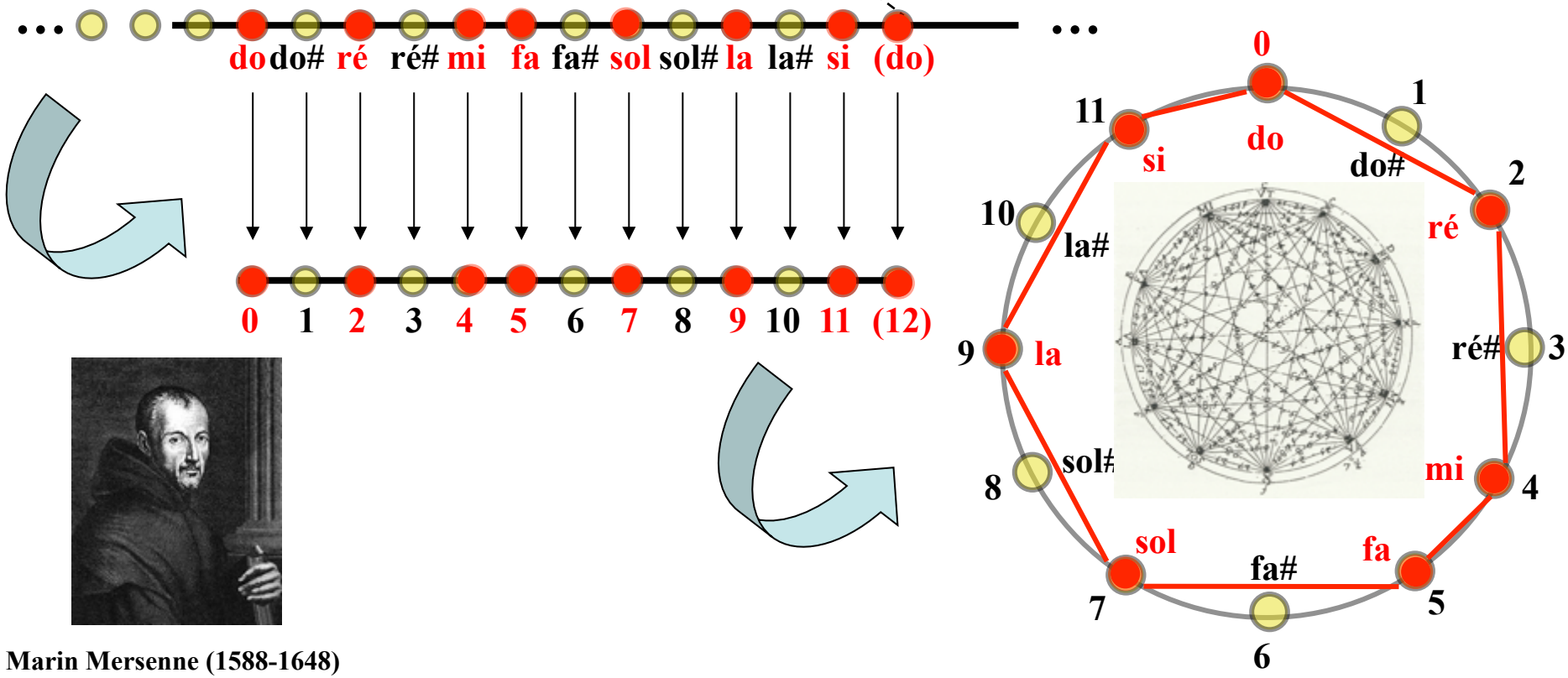
Gilles Baroin





Une gamme est un polygone inscrit dans le cercle

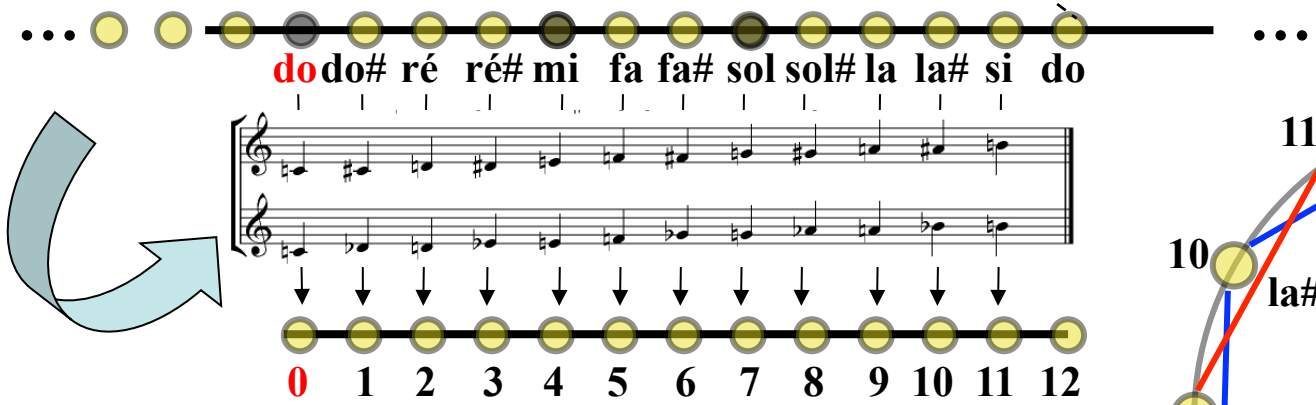
***Do* maj = {0,2,4,5,7,9,11}**

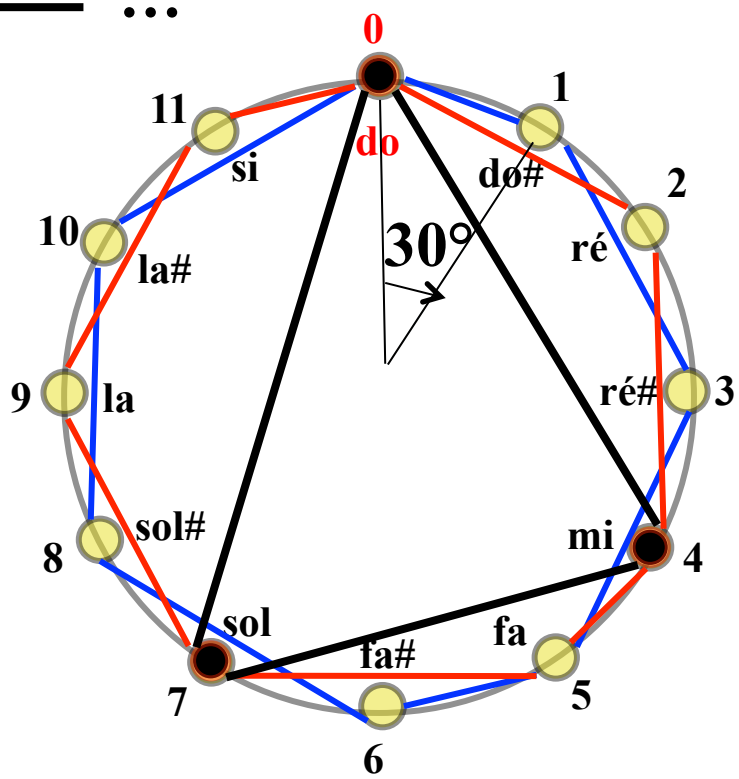


Marin Mersenne (1588-1648)

Les transpositions sont des additions...

Do maj = {0,2,4,5,7,9,11} +1
Do# maj = {1,3,5,6,8,10,0}

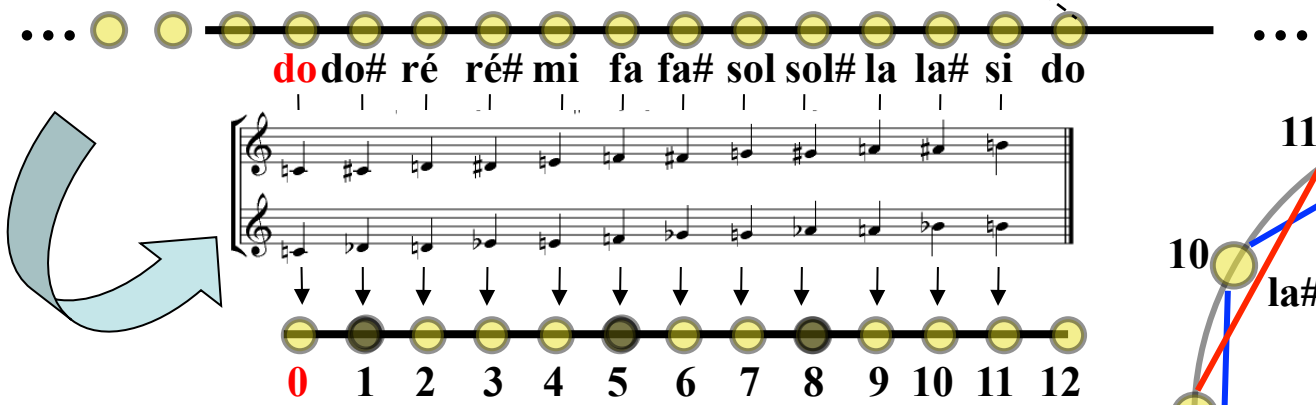


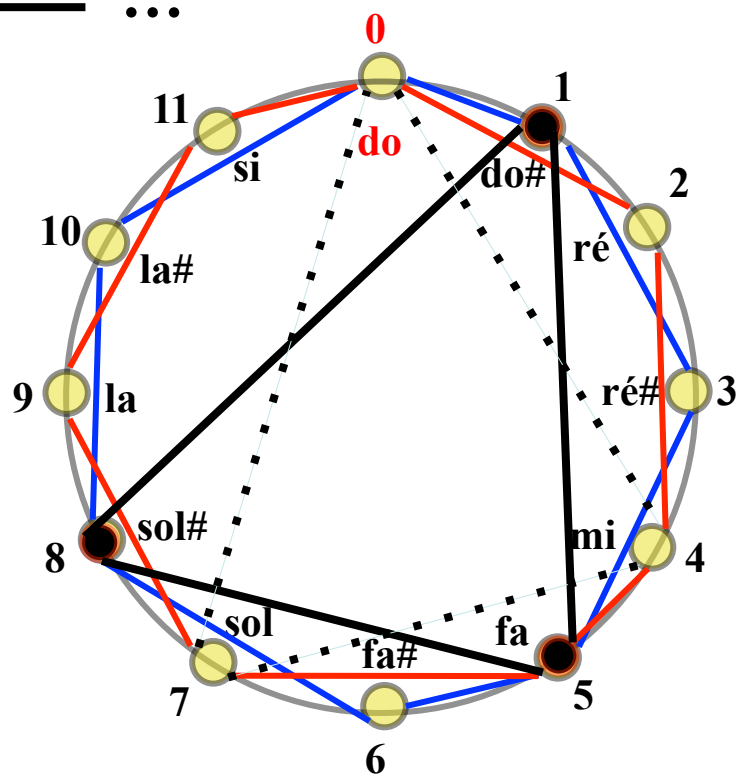


... ou des rotations !

Les transpositions sont des additions...

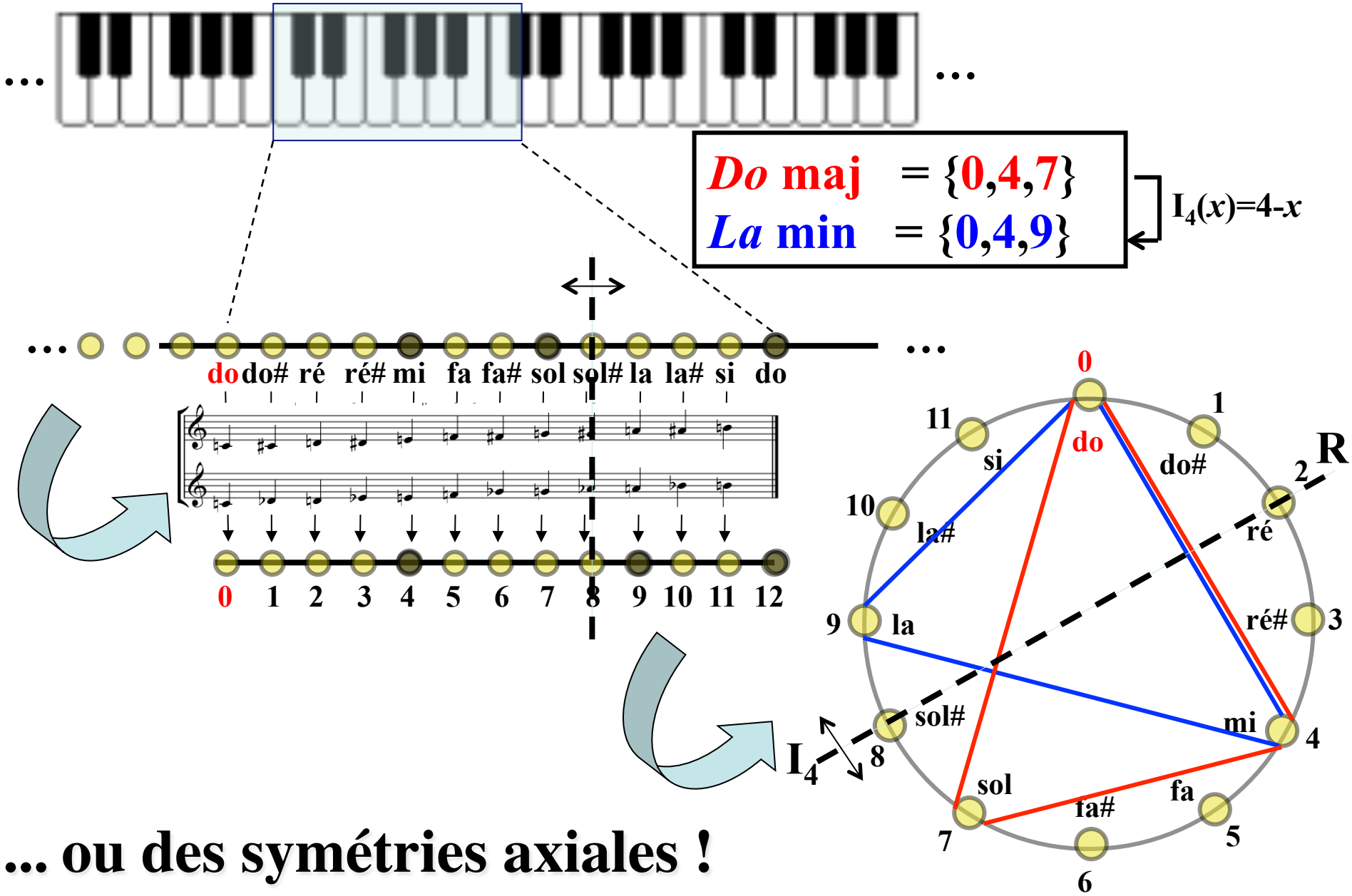
Do maj = {0,2,4,5,7,9,11} +1
Do# maj = {1,3,5,6,8,10,0}





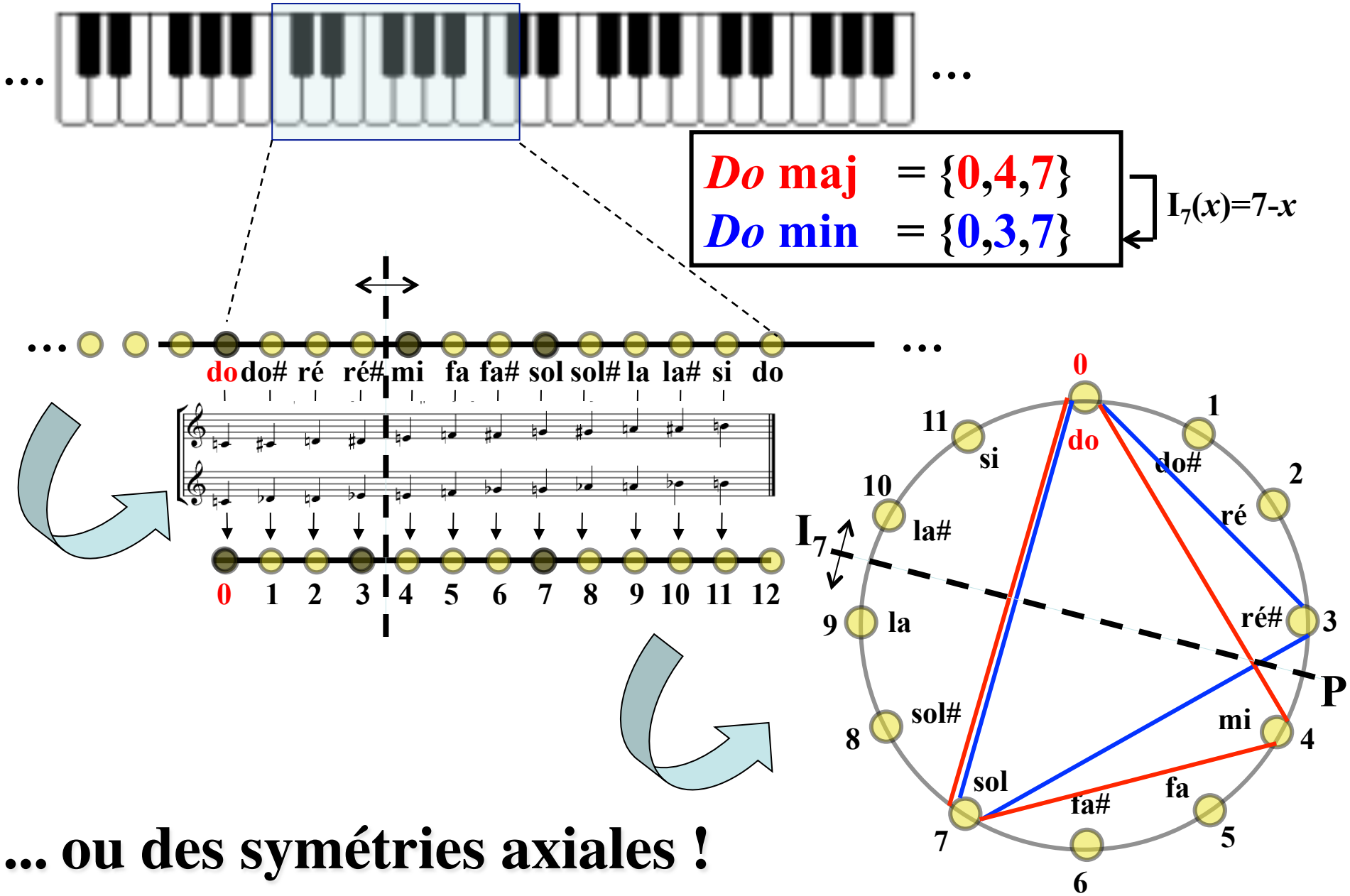
... ou des rotations !

Les inversions sont des soustractions...



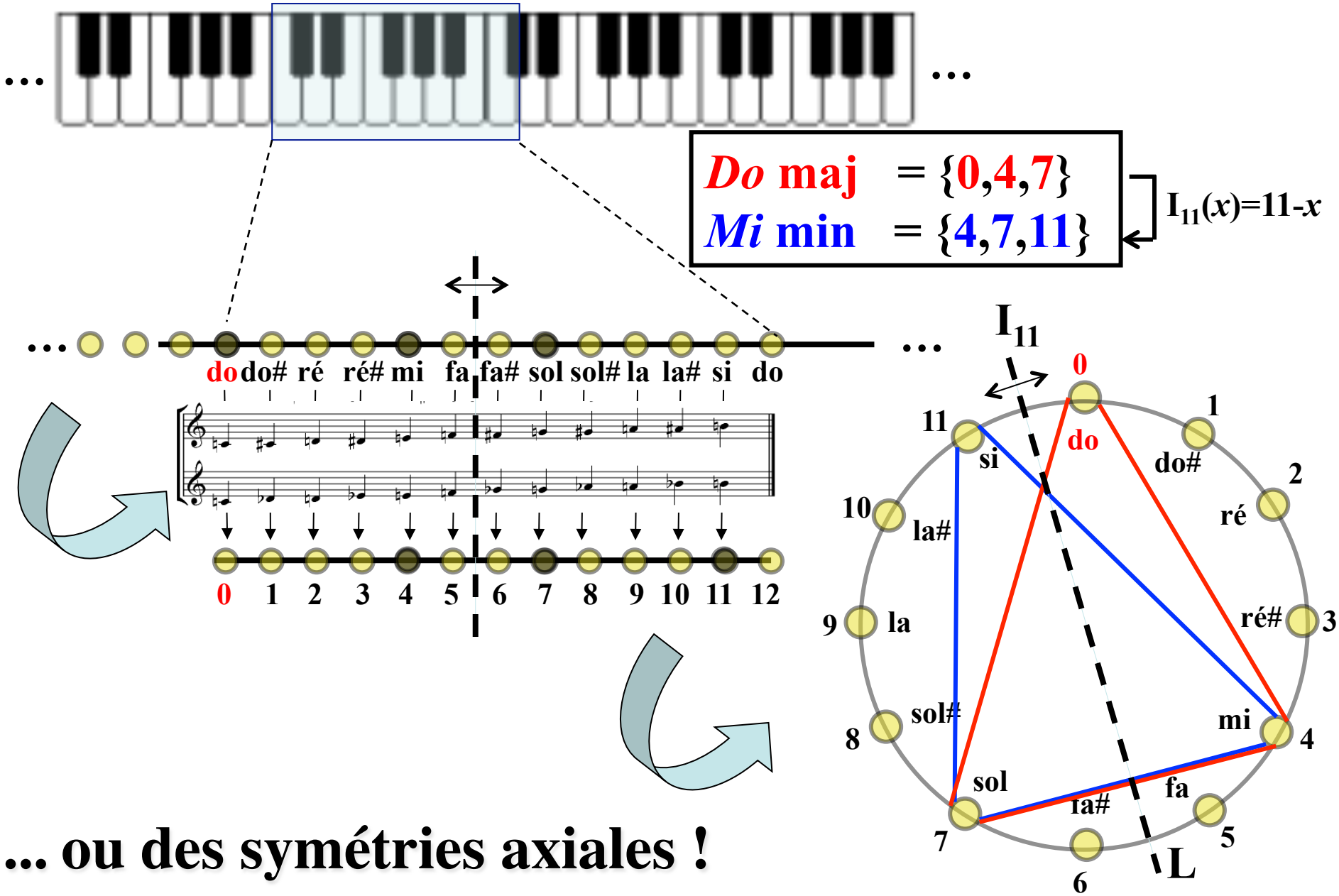
... ou des symétries axiales !

Les inversions sont des soustractions...



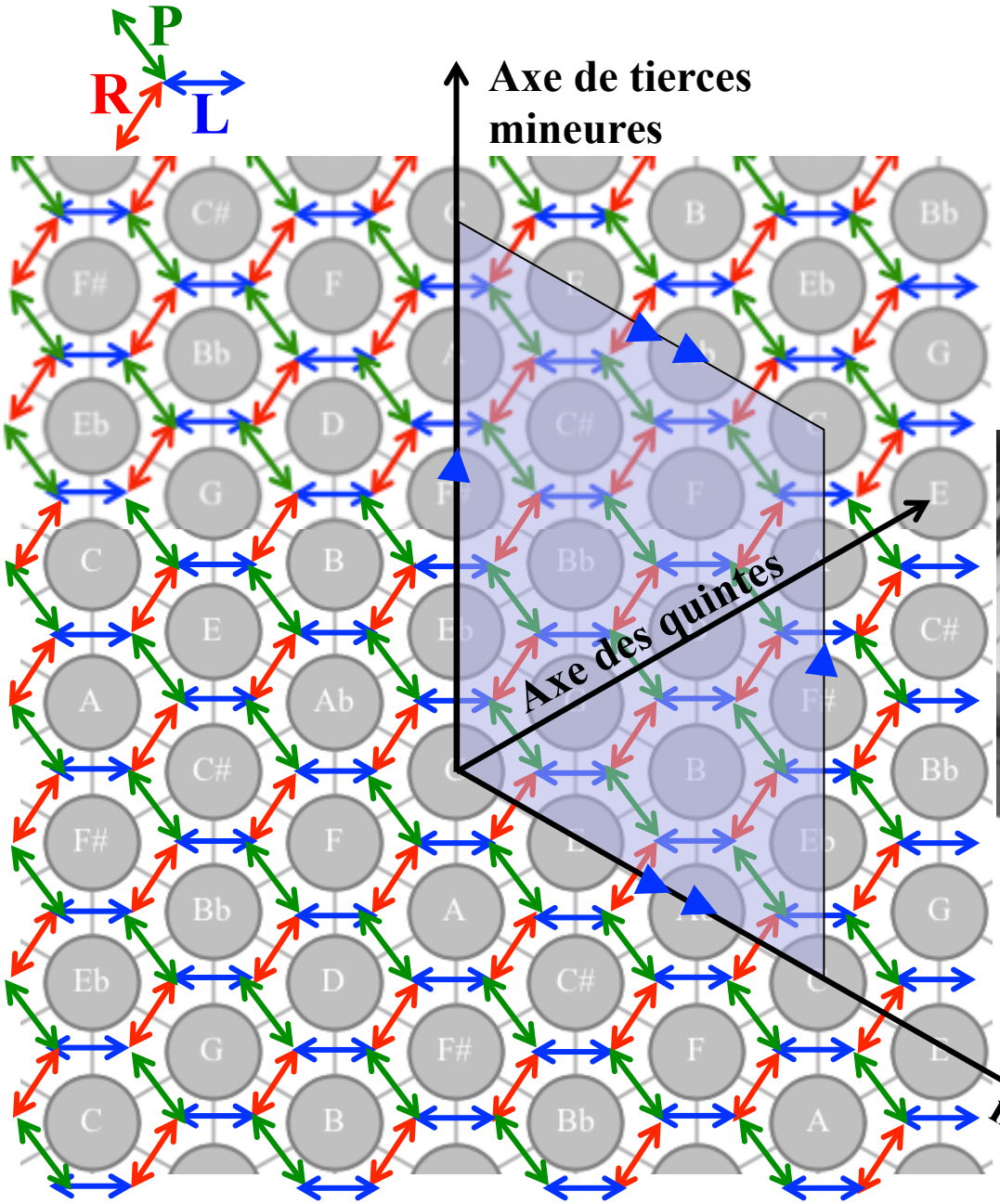
... ou des symétries axiales !

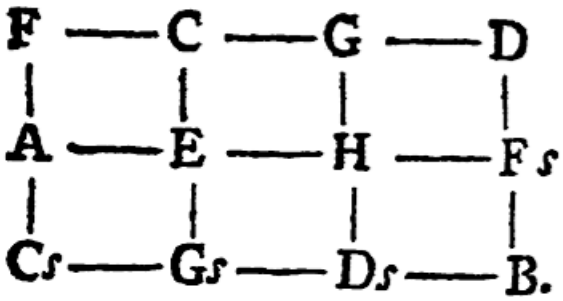
Les inversions sont des soustractions...



... ou des symétries axiales !

Du « speculum musicum » aux différents *Tonnetze*

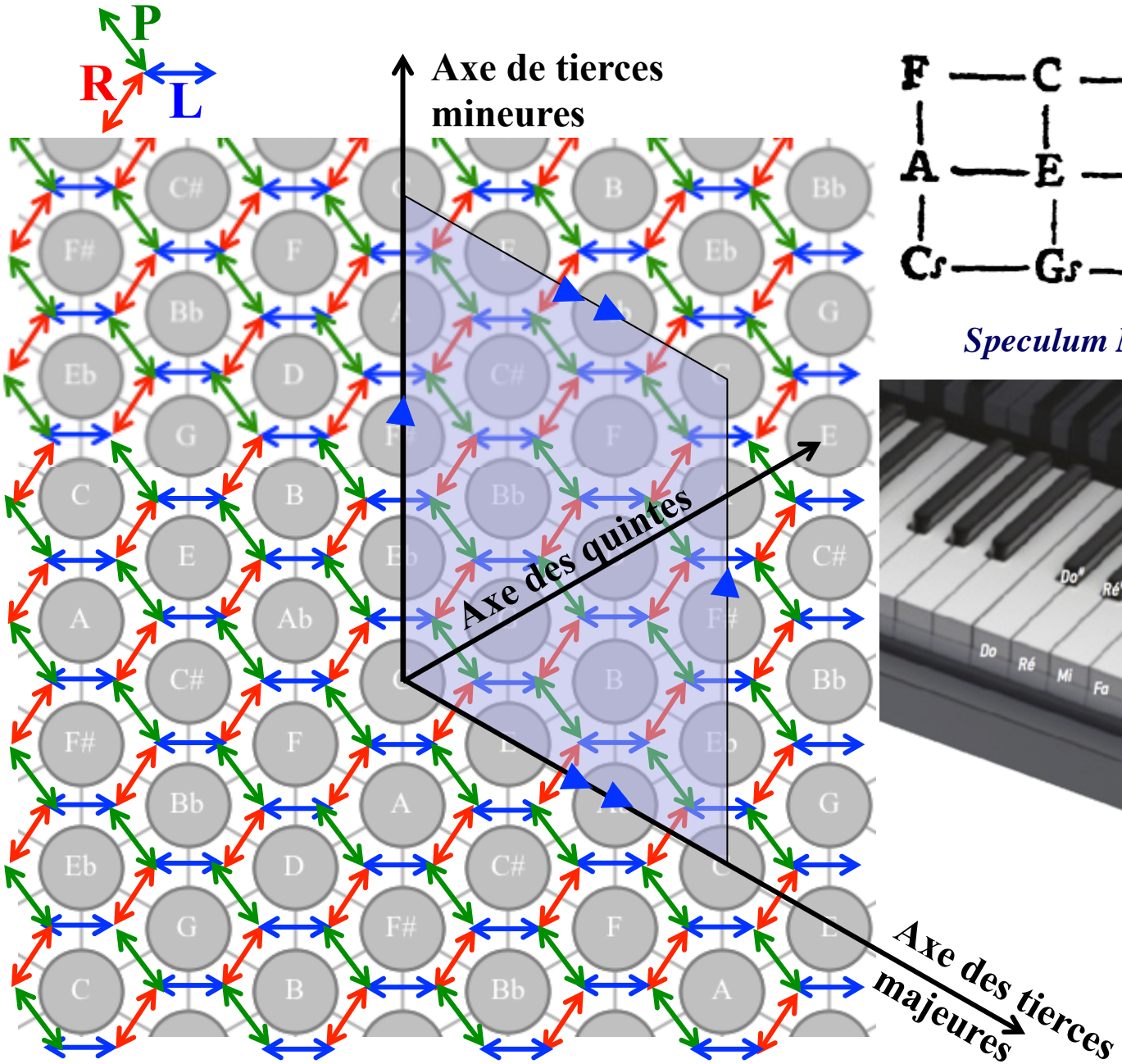


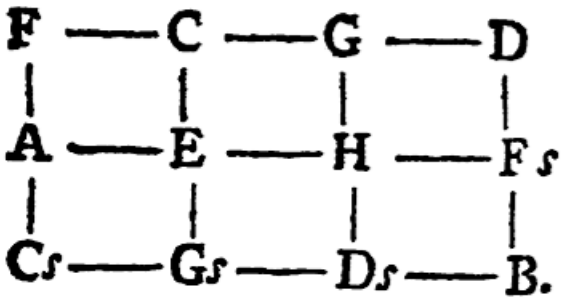


Speculum Musicum

Euler (1707-1783)

Du « speculum musicum » aux différents *Tonnetze*



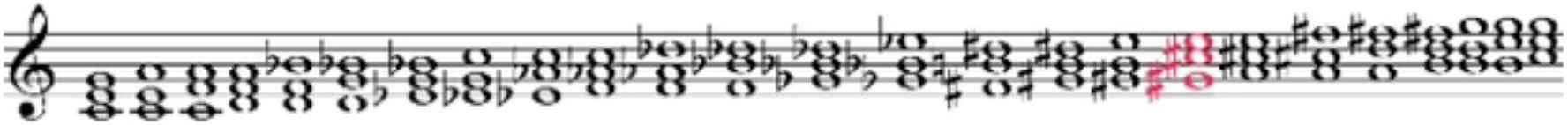


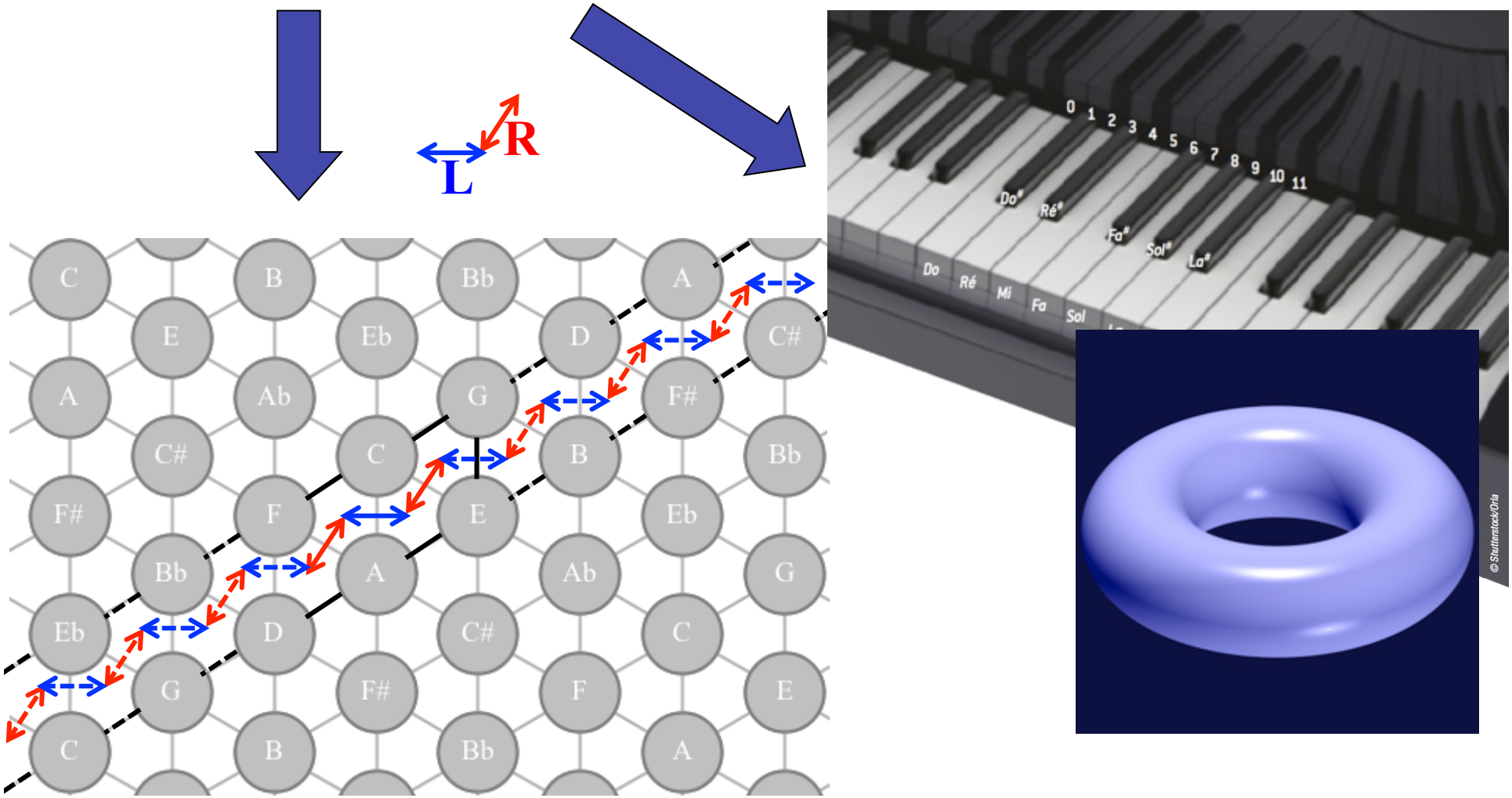
Speculum Musicum

Euler (1707-1783)

Tore

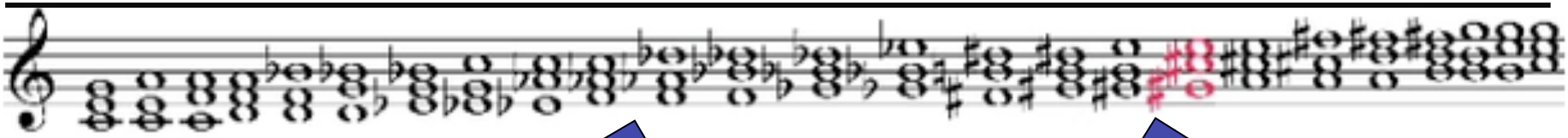
Progressions harmoniques comme trajectoires spatiales



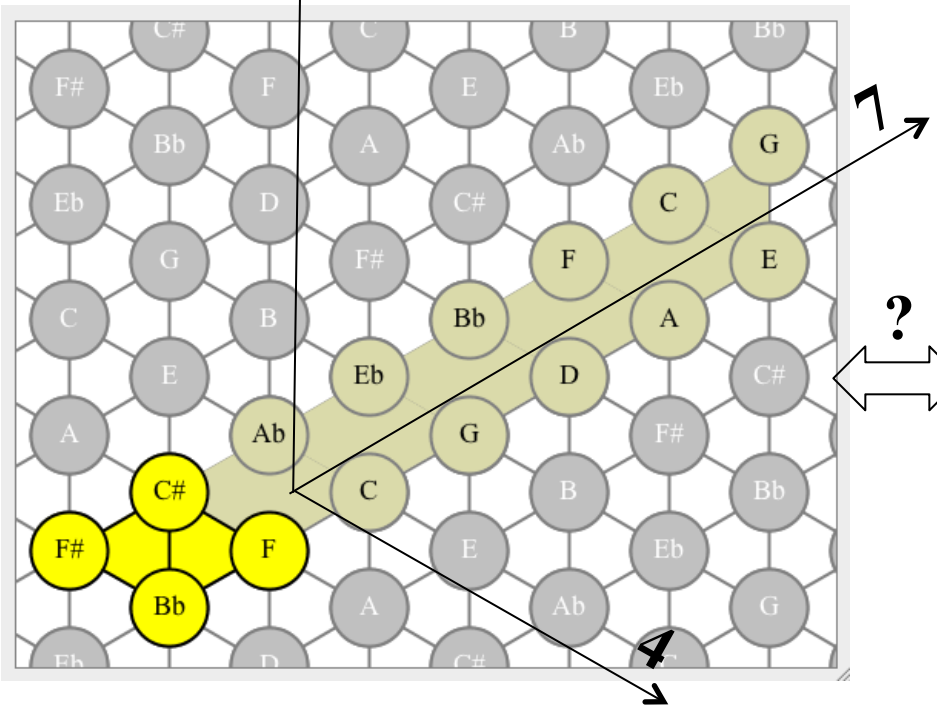


Extrait du 2e mouvement de la Symphonie No. 9 (L. van Beethoven)

Le caractère spatial de la « logique musicale »

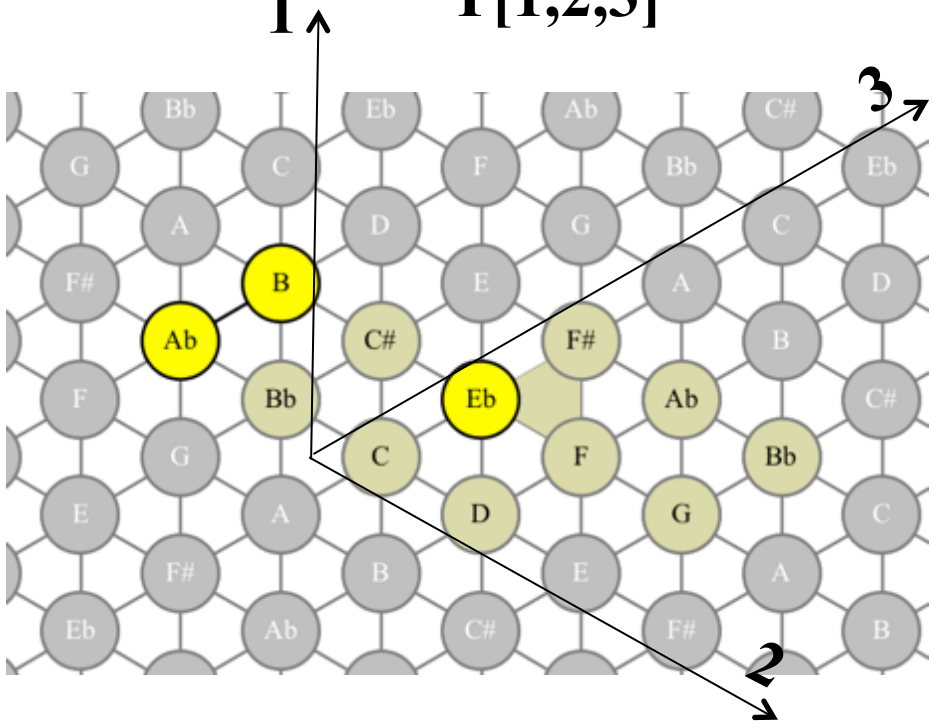


T[3,4,7]



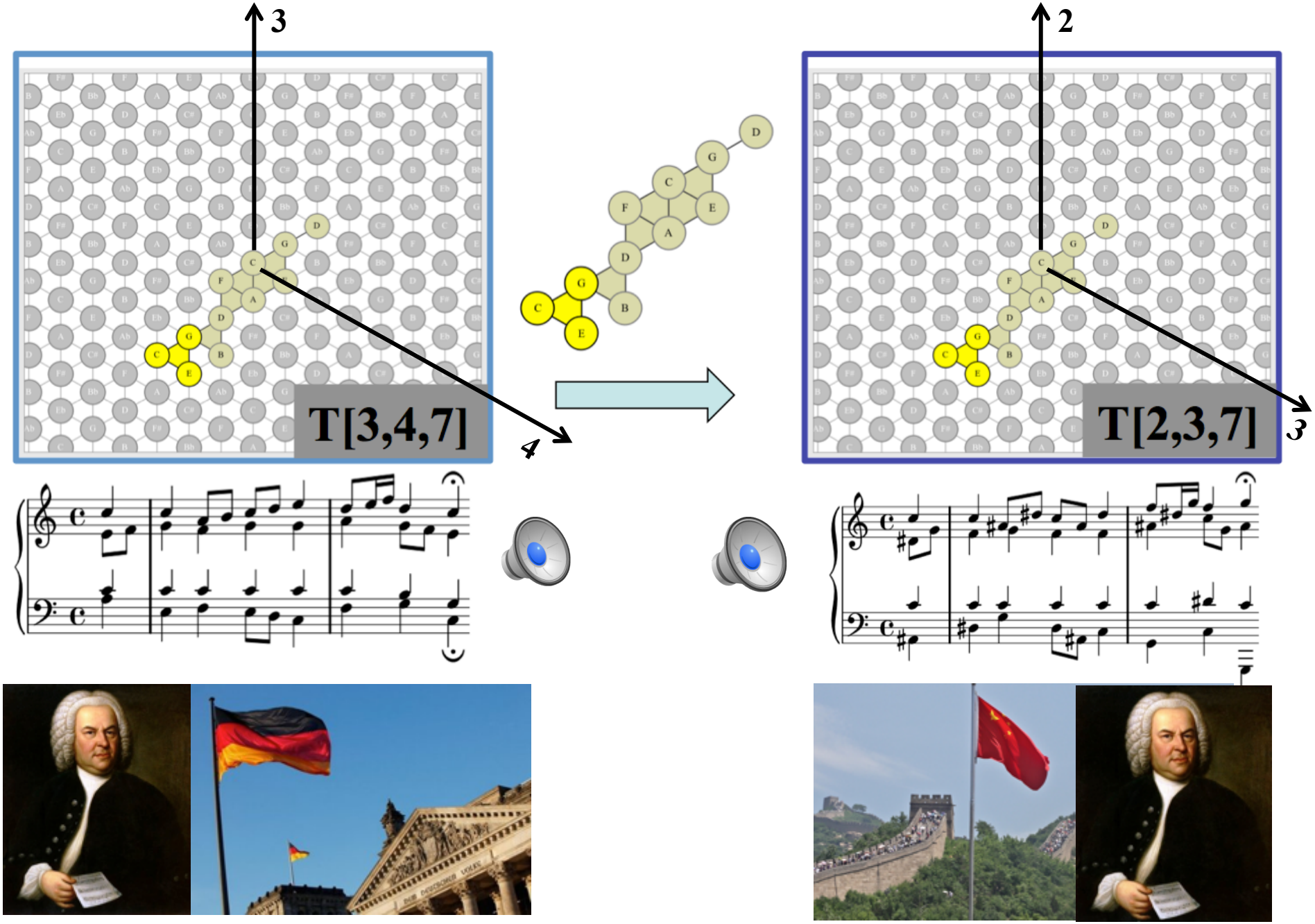
?

T[1,2,3]

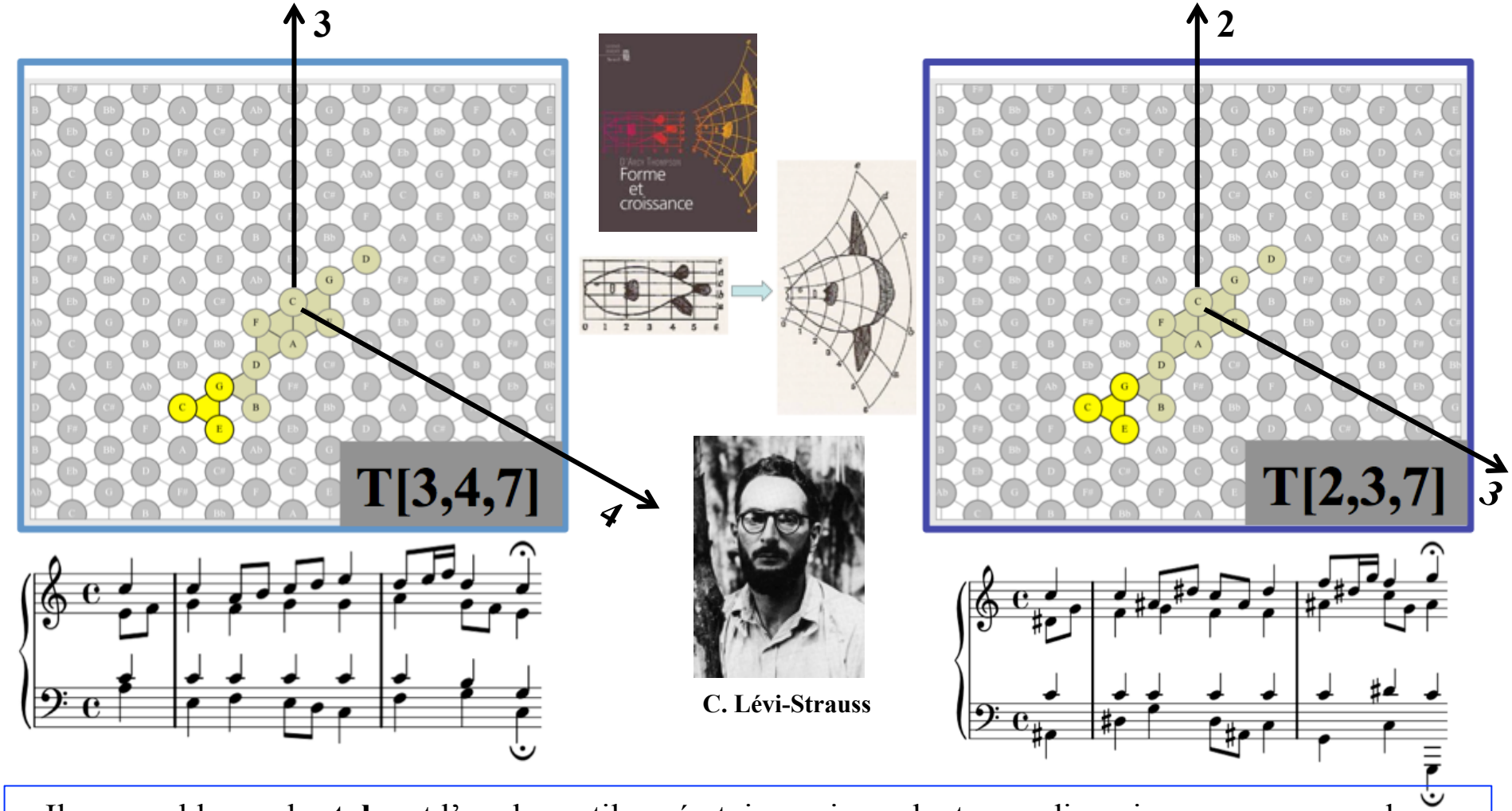


➔Hexachord
(by Louis Bigo)

Transformations géométriques de l'espace

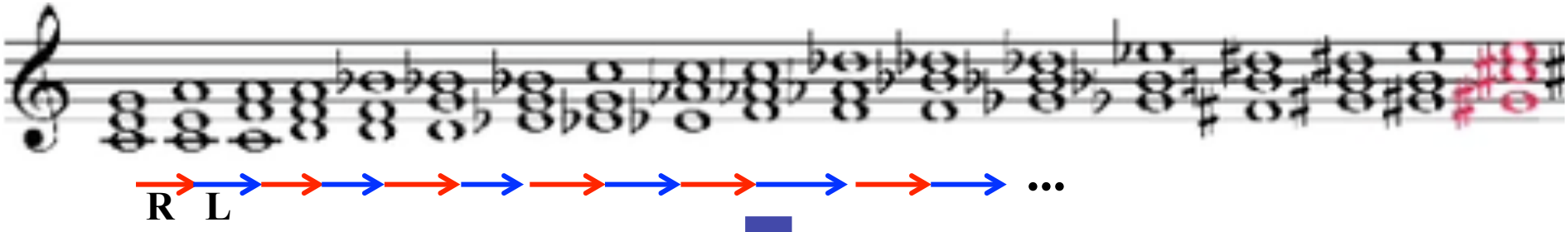


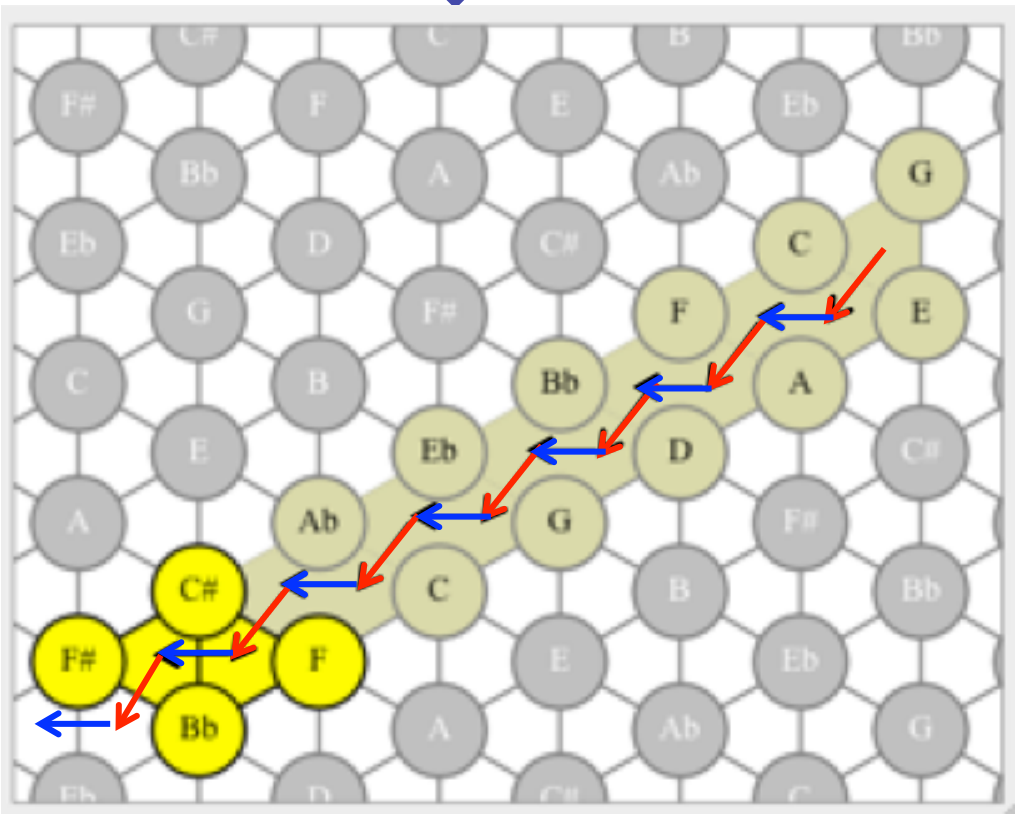
Le style, c'est l'espace !

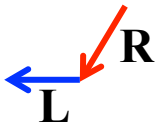


« Il me semble que le **style** est l'un des outils opératoire majeurs dont nous disposions pour essayer de comprendre la corrélation entre la nature et la culture…Dans le domaine de la musique […] il ne fait aucun doute, dans mon esprit, qu'il est possible de passer d'une mélodie classique à une mélodie moderne par une **transformation purement mathématique** dont les compositeurs sont, bien entendu, totalement ignorants. Mais le fait saillant à propos du style, c'est que l'esprit humain travaille inconsciemment dans une direction comparable à celle de la nature » (Lévi-Strauss, 1953 / tr. J.-J. Nattiez 1973).

De Beethoven...







... à la chanson française !

Le blé en herbe

(Polo/Moreno/Dieu)

Plonger comme un enfant, cheveux au vent
Sous l'océan du blé en herbe
Marée d'épis couleur d'amande
Qui tendent à caresser le ciel

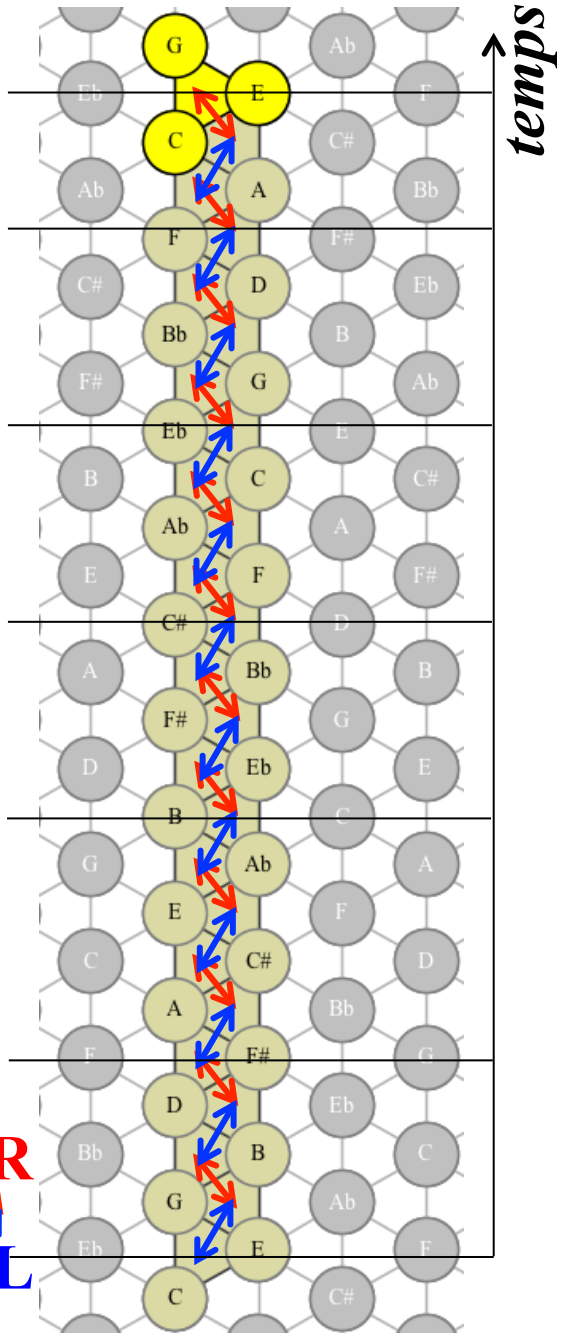
Algues tendres de mille plages
Frôlant le ventre des nuages
Cheveux de pluie, dos de poissons
Qui frissonnent à l'unisson

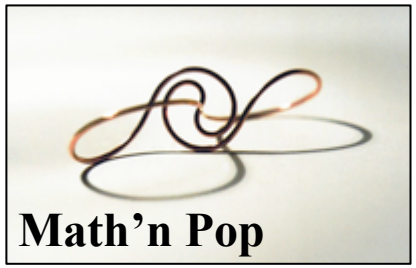
Suivre le bord des continents
Dans l'océan du blé en herbe
Pécher le corail du pavot
Dans le sang des coquelicots

Croiser matin dans l'herbe folle
Deux tourterelles qui s'envolent
Suivre les jeux des hirondelles
Sur le paysage éternel
Nager comme un enfant, cheveux au vent
Sous l'océan
Du blé en herbe

Marée de fruits au goût amer
Acide et salée comme la mer

Vers l'ilôt d'un petit village
Vers un château d'eau sur la plage
Quand tout s'éteint avant l'orage
Quand se lève le vent du large
Sur le blé vert

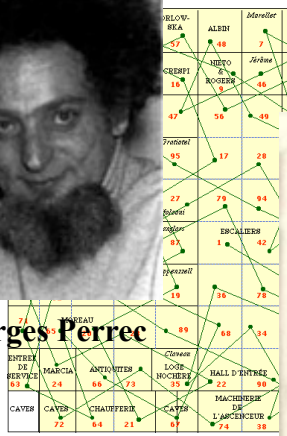




Les contraintes dans l'art : l'OuLiPo (Ouvroir de Littérature Potentielle)

Cent mille milliards de poèmes, 1961

Georges Perrec



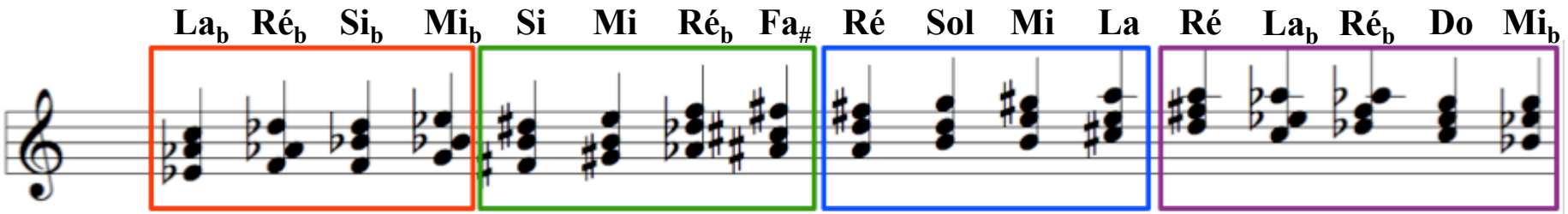
La vie mode d'emploi,

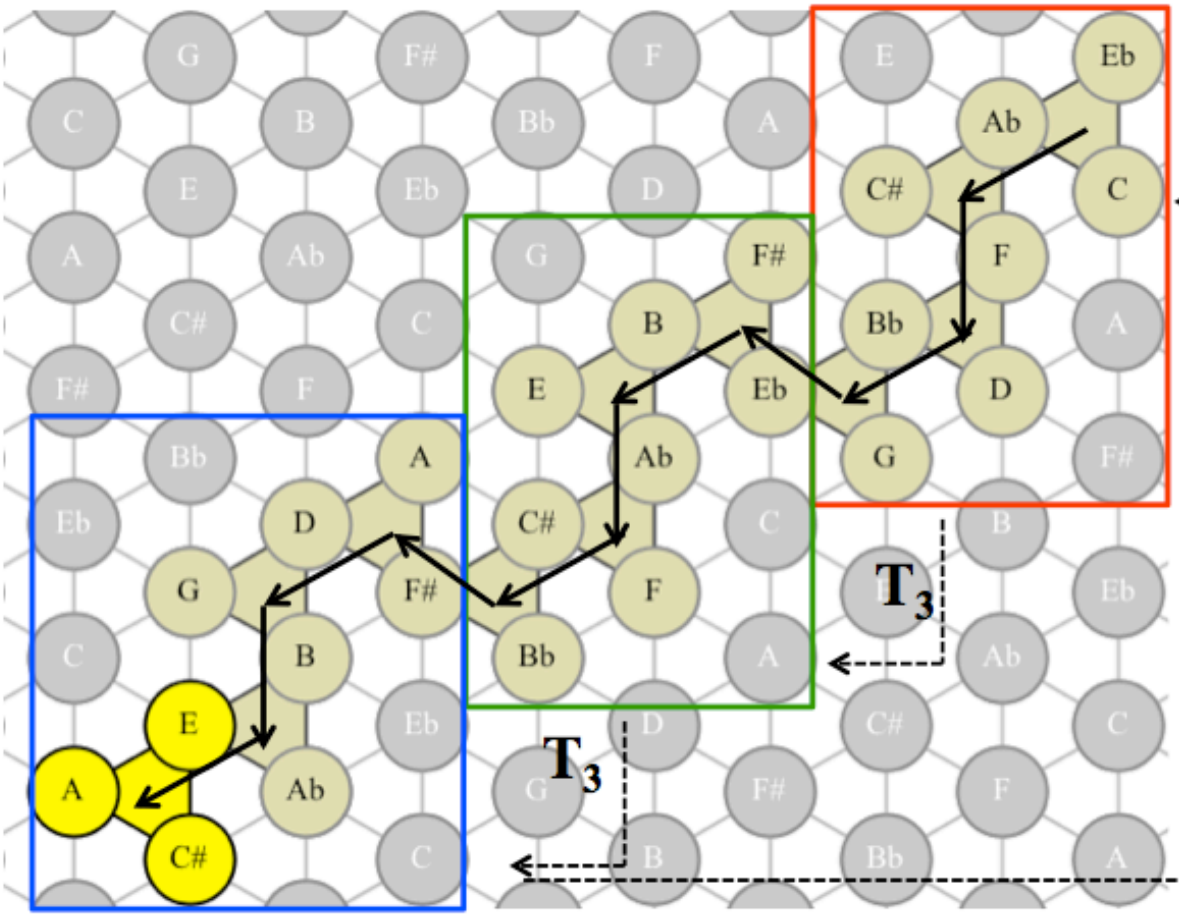
Raymond Queneau

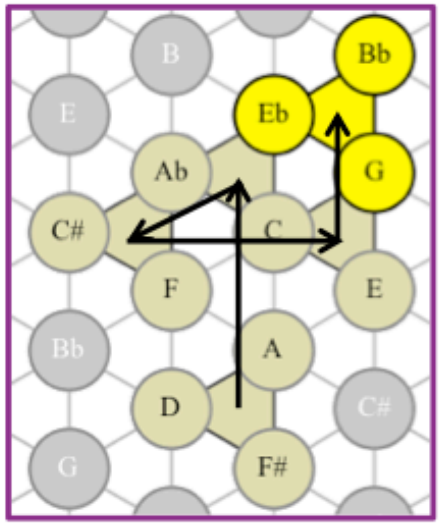
Italo Calvino

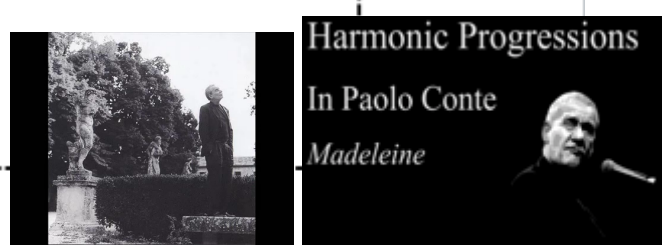
Le Château des destins croisés, 1969

Progressions harmoniques et symétries chez Paolo Conte



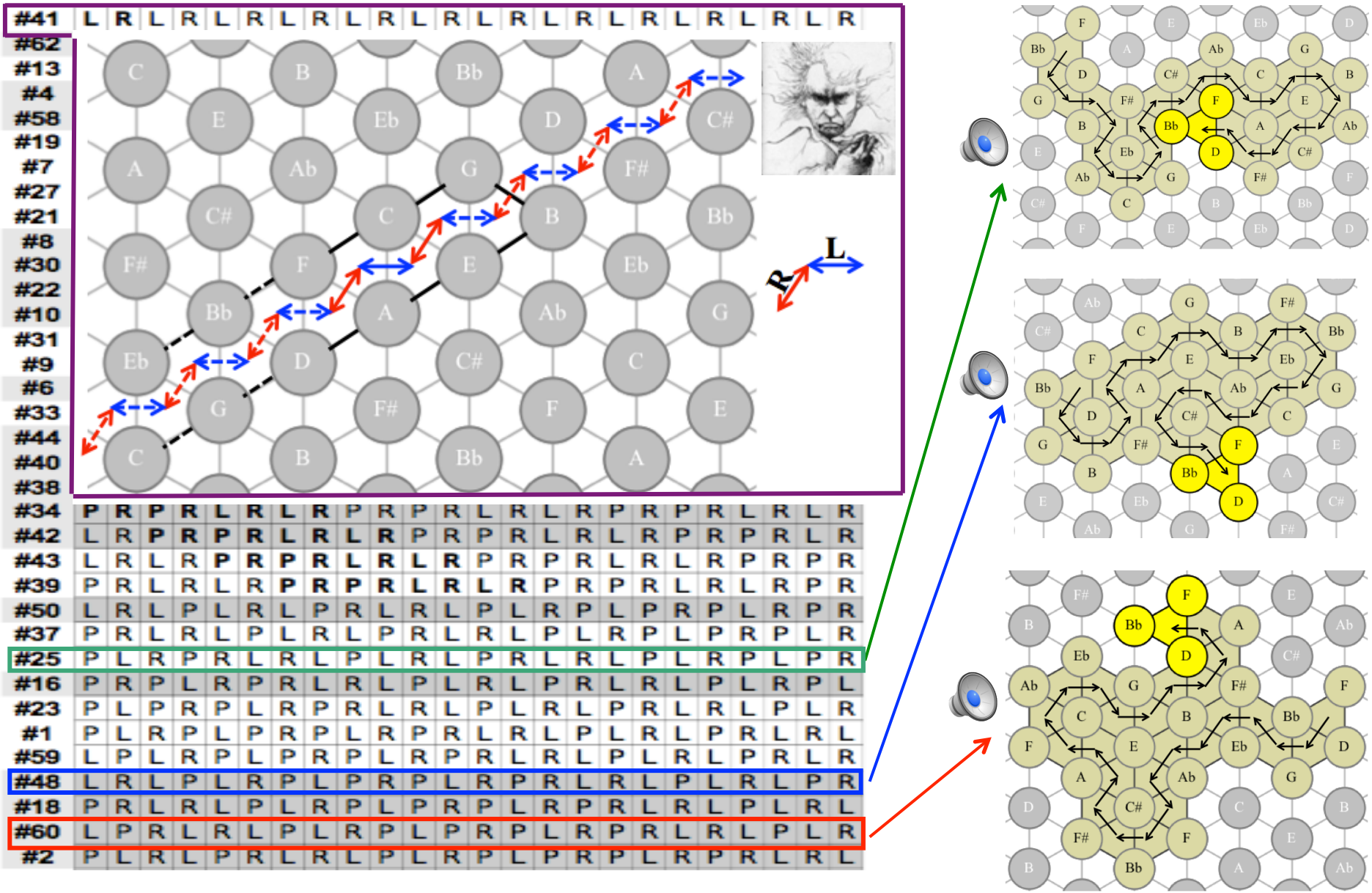






http://www.mathemusic.net

Cycles hamiltoniens sans périodicité interne

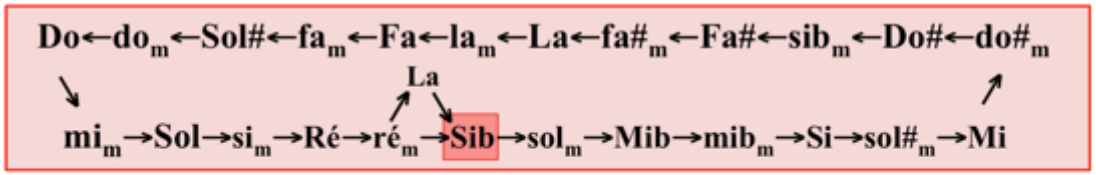


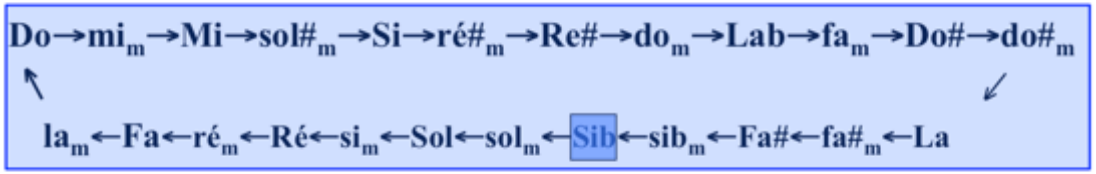
G. Albini et S. Antonini, « Hamiltonian Cycles in the Topological Dual of the Tonnetz », MCM 2009, LNCS Springer

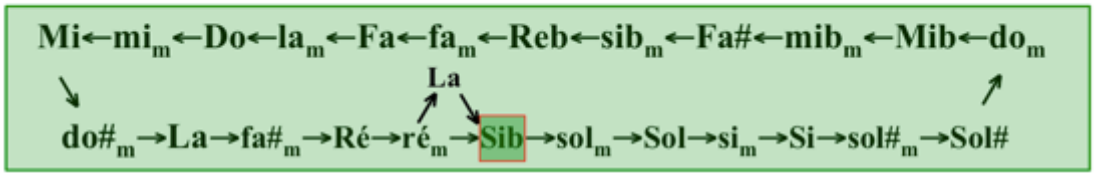
M. Andreatta, « Math'n pop : symétries et cycles hamiltoniens en chanson », *Tangente*

Aprile (d'après Gabriele D'Annunzio)

Tangente pour mieux comprendre le monde
L'aventure mathématique



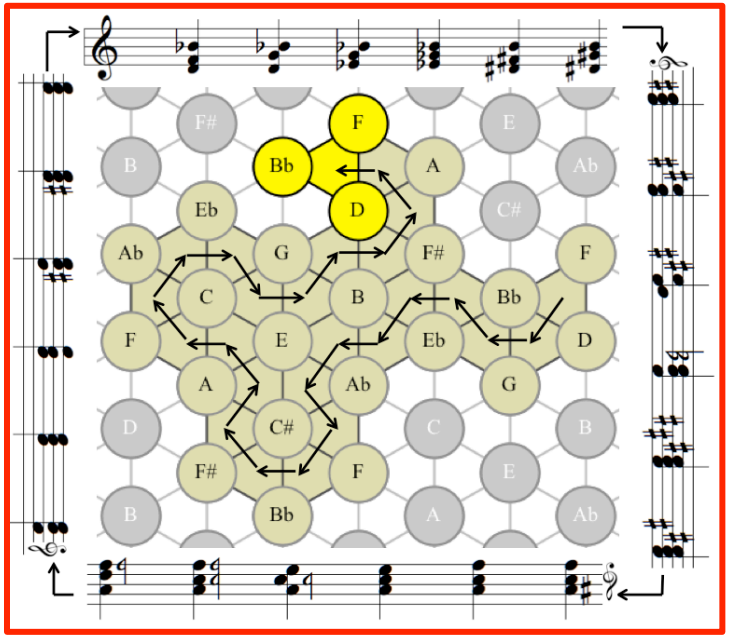


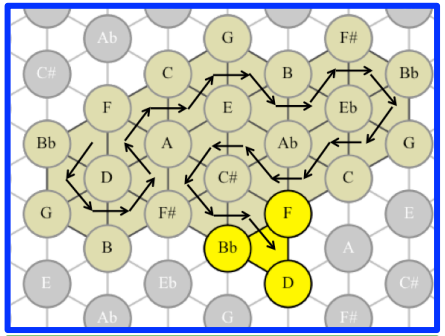


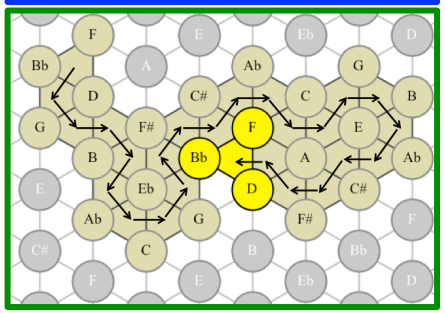
La fenêtre est entr'ouverte, sur le jardin.
Une heure passe, lente, somnolente.
Et elle, d'abord attentive, finit par s'endormir.
À cette voix qui là-bas se lamente,
Qui se lamente au fond de ce jardin.

Ce n'est qu'une voix d'eau sur la pierre,
Et combien de fois, combien de fois entendue !
Cet amour et cette heure s'abîment dans cette vie
Comme s'abîment dans l'onde sans fin
Le cadavre et la pierre liés ensemble.

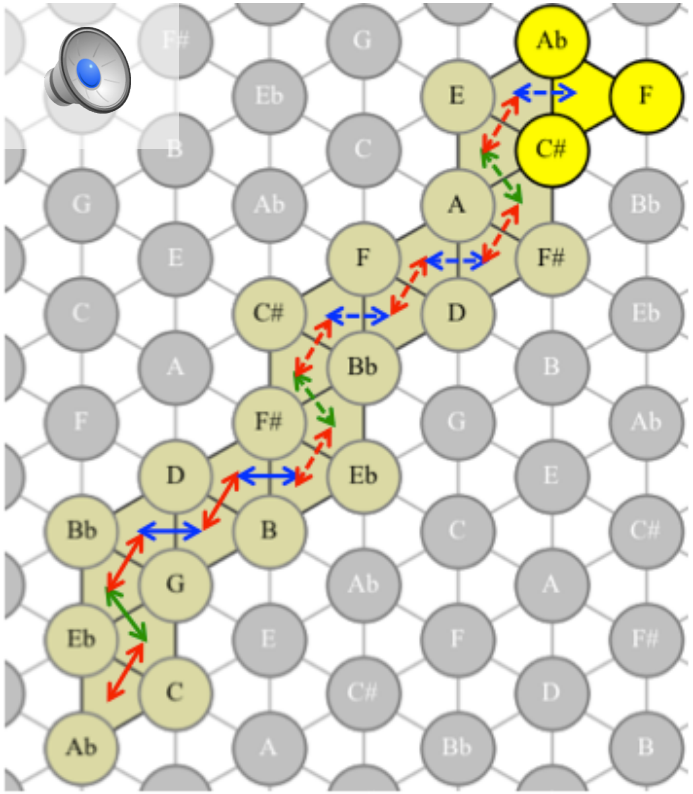
Elle détend son angoisse dans le sommeil.
Mais l'angoisse est forte, et le sommeil est si léger !
(La lumière d'avril ressemble presque à une neige
qui serait tiède.)
Et certes elle doit souffrir,
Vaguement souffrir, aussi dans le sommeil.







« La sera non è più la tua canzone » : chanson hamiltonienne ‘redondante’



La sera non è più la tua canzone,
è questa roccia d’ombra traforata
dai lumi e dalle voci senza fine,
la quiete d’una cosa già pensata.

Ah questa luce viva e chiara viene
solo da te, sei tu così vicina
al vero d’una cosa conosciuta,
per nome hai una parola ch’è passata
nell’intimo del cuore e s’è perduta.

Caduto è più che un segno della vita,
riposi, dal viaggio sei tornata
dentro di te, sei scesa in questa pura
sostanza così tua, così romita
nel silenzio dell’essere, (compiuta).

L’aria tace ed il tempo dietro a te
si leva come un’arida montagna
dove vaga il tuo spirito e si perde,
un vento raro scivola e ristagna.

Ab → Cm →
Caduto è più che un
Eb → Gm →
segno della vita,
G → Bm → B → D#m
riposi, dal viaggio
...
sei tornata

dentro di te, sei

scesa in questa pura

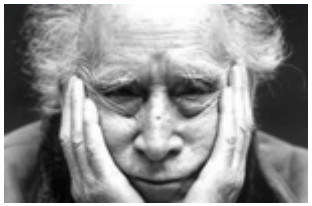
sostanza così tua,

così romita nel

silenzio dell’essere,

(compiuta).

Musique : M. Andreatta
Arrangements et mixage :
M. Bergomi & S. Geravini
(*Perfect Music Production*)
Mastering : A. Cutolo
(Massive Arts Studio, Milan)



M. Luzi (1914-2005)

http://www.mathemusic.net

MERCI DE VOTRE ATTENTION !

Moreno Andreatta
Equipe Représentations Musicales
IRCAM/CNRS UMR 9912