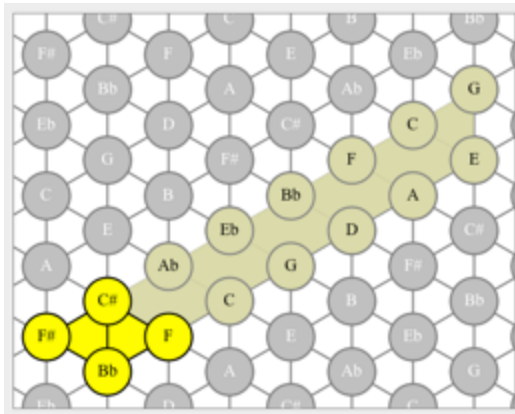


Dalla musica alla matematica: invito al viaggio

23 aprile 2013

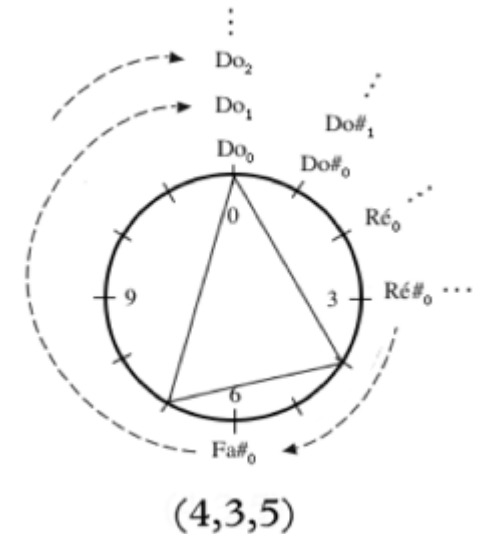


Moreno Andreatta

Equipe Représentations Musicales

IRCAM / CNRS UMR 9912 / UPMC

<http://repmus.ircam.fr/moreno/>



La ricerca all'IRCAM (Laboratorio CNRS / UPMC)

www.ircam.fr



UMR STMS

L'Unité mixte de recherche UMR9912 associe le CNRS, l'UPMC, le ministère de la Culture et l'Ircam autour d'une thématique de recherche interdisciplinaire sur les **sciences et technologies de la musique et du son**.

Elle est rattachée à titre principal au CNRS à l'Institut des sciences informatiques et de leurs interactions ([INS2I](#)) et à titre secondaire aux Instituts des Sciences de l'ingénierie et des systèmes ([INSIS](#)), des Sciences humaines et sociales ([INSHS](#)) et des Sciences biologiques ([INSB](#)). Elle est intégrée à l'UPMC à la [Faculté d'ingénierie - UFR 919](#) relevant du [Pôle de recherche Modélisation et ingénierie](#).

Directeur : Gérard Assayag (Ircam)

Directeur adjoint : Hugues Vinet (Ircam)

Au 1er janvier 2012, le laboratoire est constitué des équipes suivantes :

- [Acoustique instrumentale](#)
- [Espaces acoustiques et cognitifs](#)
- [Perception et design sonores](#)
- [Analyse et synthèse des sons](#)
- [Représentations musicales](#)
- [Analyse des pratiques musicales](#)
- [Interactions musicales temps réel](#)
- [Centre de Ressources Ircam](#) regroupant un fonds documentaire commun entre le CNRS et l'Ircam



La ricerca all'IRCAM (Laboratorio CNRS / UPMC)

www.ircam.fr



UMR STMS

L'Unité mixte de recherche UMR9912 associe le CNRS, l'UPMC, le ministère de la Culture et l'Ircam autour d'une thématique de recherche interdisciplinaire sur les **sciences et technologies de la musique et du son**.

Elle est rattachée à titre principal au CNRS à l'Institut des sciences informatiques et de leurs interactions ([INS2I](#)) et à titre secondaire aux Instituts des Sciences de l'ingénierie et des systèmes ([INSIS](#)), des Sciences humaines et sociales ([INSHS](#)) et des Sciences biologiques ([INSB](#)). Elle est intégrée à l'UPMC à la [Faculté d'ingénierie - UFR 919](#) relevant du [Pôle de recherche Modélisation et ingénierie](#).

Directeur : Gérard Assayag (Ircam)

Directeur adjoint : Hugues Vinet (Ircam)

Au 1er janvier 2012, le laboratoire est constitué des équipes suivantes :

- [Acoustique instrumentale](#)
- [Espaces acoustiques et cognitifs](#)
- [Perception et design sonores](#)
- [Analyse et synthèse des sons](#)
- [Représentations musicales](#)
- [Analyse des pratiques musicales](#)
- [Interactions musicales temps réel](#)
- [Centre de Ressources Ircam](#) regroupant un fonds documentaire commun entre le CNRS et l'Ircam



Boulez conducts zappa

[+ ajouter à mes albums](#)

Frank Zappa

★★★★★

Pop, Rock

Oct 1984

Universal / Universal Music Division

Classics Jazz

7 titres



Musica « classica contemporanea » e musica pop

Luciano Berio: *Beatles Songs* (1965-1967) – arrangiamenti per voce e ensemble (1 voce solista e ensemble fino a 9 strumenti).

Cinque parti:

- *Michelle I*, per mezzo-soprano e 2 flauti oppure flauto (o oboe) e clavicembalo
- *Ticket to Ride*, per mezzo-soprano e flauto, oboe, tromba, clavicembalo, violino, viola, violoncello, contrabbasso
- *Yesterday*, per mezzo-soprano e flauto, clavicembalo e violoncello
- *Michelle II*, per mezzo-soprano e flauto, clarinetto, arpa, violino, viola, violoncello, contrabbasso
- *Michelle II*, versione trasposta per flauto, clarinetto, arpa, violino, viola



L. Berio (1925-2003)



C. Berberian (1925-1983)

Musica « classica contemporanea » e musica pop

Tōru Takemitsu (1974-1977), *Twelve Songs For Guitar*. Quattro canzoni dei Beatles :

- *Here, There and Everywhere*
- *Michelle*
- *Hey Jude*
- *Yesterday*



Tōru Takemitsu (1930-1996)

イエスタデイ
Yesterday

ジョン・レノン / ポール・マッカートニー
武満 徹 編曲
John Lennon and Paul McCartney
arranged by Toru Takemitsu

Freely ♩ = 90~104

legato

p *mf* *p* *mf* *p*

C VI C IV C II

rall. *a tempo* C II

p *mf* *p*



Musica classica e musica pop: influenze reciproche



- Deep Purple, *Concerto for group and Orchestra* (Royal Philharmonic Orchestra, Royal Albert Hall, 1969)
- Emerson, Lake & Palmer, *Pictures at an Exhibition*, 1971. Edizione deluxe 2008, con « The Barbarian » di Bela Bartók (arr. Emerson/Lake/Palmer) e « Nut Rocker » (Tchaikovsky/Fowley)
- ...
- Pavarotti & Friends (anni 2000)
- Fabrizio De André / London Symphony Orchestra, *Sogno numero 1*, 2011 (ex. « Valzer per un amore », in duo 'virtuale' con Vinicio Capossela)



F. De André (1940-1999)



Musica classica, pop e rock : ricerche poliritmiche



- Electric Light Orchestra, Banco del Mutuo Soccorso, R.I.P. (Requiescant in pace), 1971. Inizio del « progressif rock » made in Italy
- Premiata Forneria Marconi (P.F.M.), *Storia di un minuto*, 1972)
- Le Orme, « Frutto acerbo » (estratto dall'album *Contrappunti*, 1974)
- Stormy Six, « Nuvola a vinca » (estratto dall'album *Un biglietto del tram*, 1975)



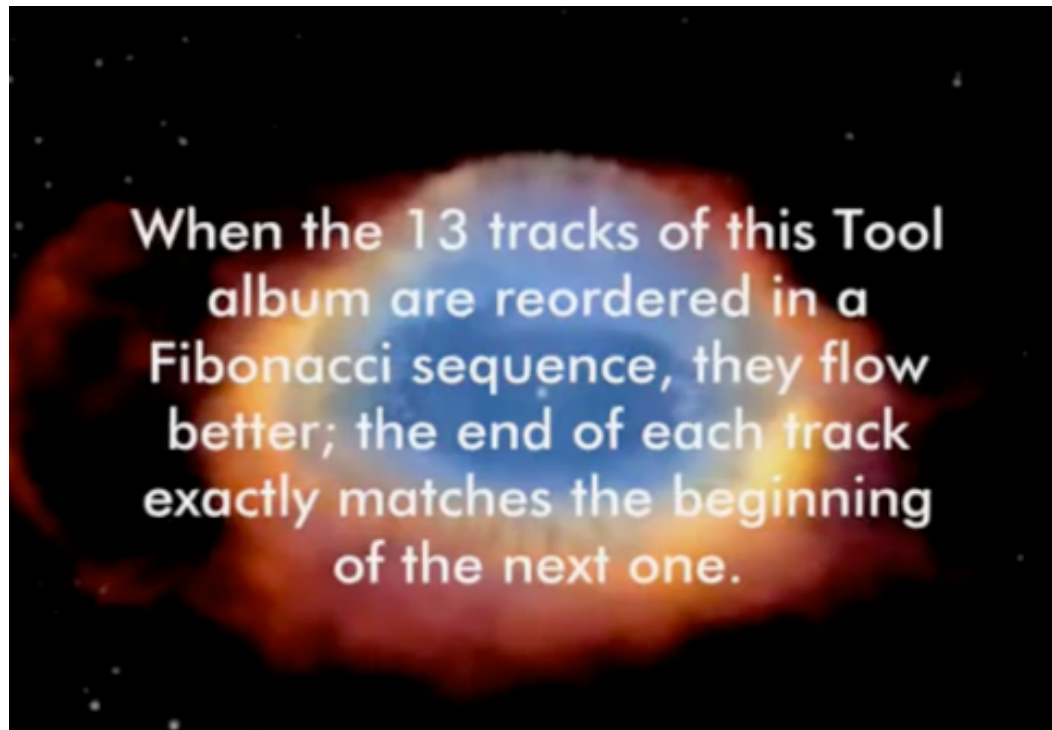
2° Festival di Musica d'Avanguardia e di Nuove Tendenze (Roma, 1972) - Banco : R.I.P. (musique: V. Nocenzi /paroles : F. Di Giacomo, V. Nocenzi)



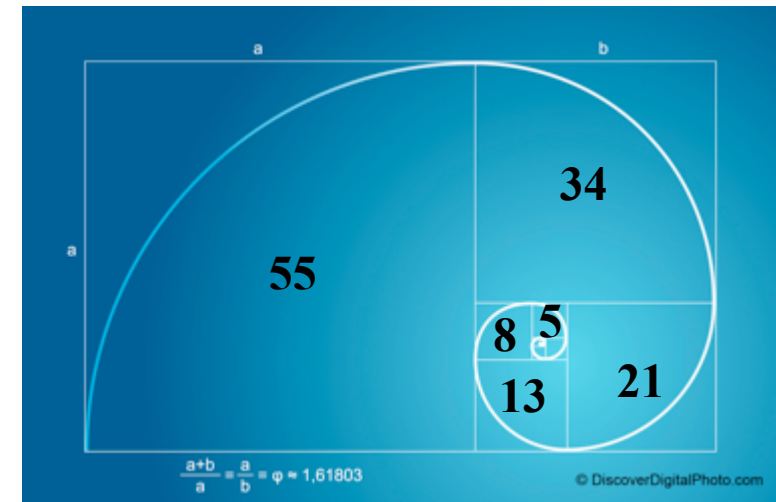
Altri esempi musicali:

- Emmerson Like & Palmer, *Trilogy*, 1972
- Pink-Floyd, « Money », 1973
- John Miles, « Music (was my first love) », 1976
- Radiohead, « Pyramid Song », 2001
- ...

Sequenze numeriche nella musica pop: Fibonacci e le sue spirali

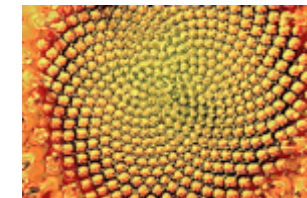


<http://www.youtube.com/watch?v=wS7CZIJVxFY>



1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 ... x_{n-1} x_n x_{n+1} ...

$$x_{n-1} + x_n = x_{n+1}$$

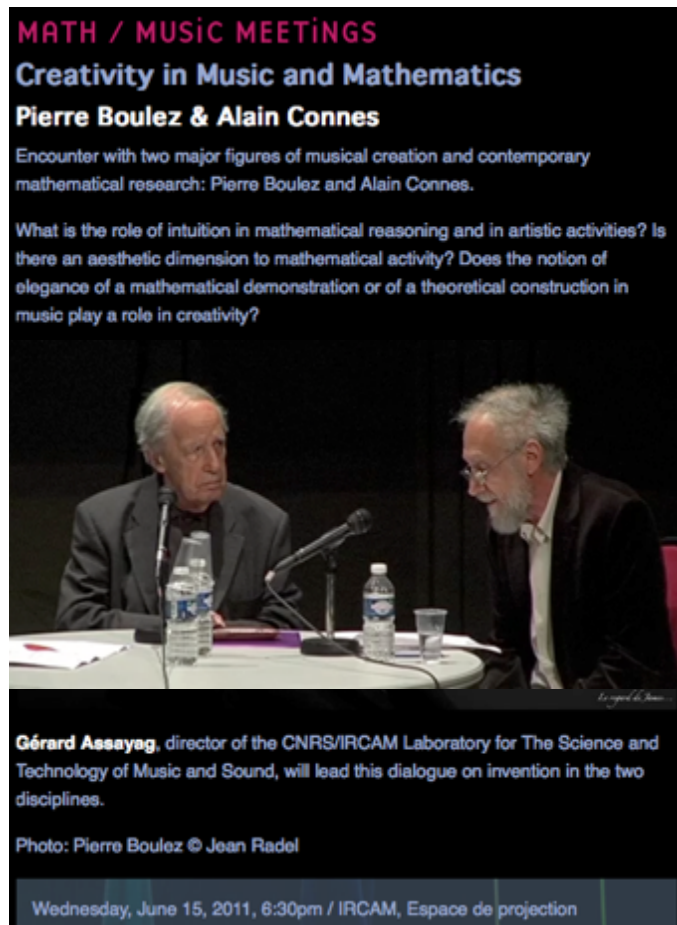


« **Lateralus** (Tool, 2001) è stata la mia più grossa scoperta musicale, un album che era così diverso da ciò che conoscevo che non riuscivo a spiegarne le ragioni. L'album ha cambiato il mio approccio alla musica, suscitando talmente tante domande, a partire dalla più semplice e elementare: **Why do we like music?** Riflettendo su questa domanda mi sono chiesto cosa fosse la musica. Il documentario *The Holy Gift* spinge il pubblico a porsi delle domande sulla **creatività**, sul **ritmo**, la **meditazione**, la **matematica**, la **filosofia** e il mito. »

Stéphane Kazadi (<http://www.theholygift.com/>)



Algebra (tempo) e geometria (spazio) nella musica



“La musica è iscritta nel tempo, così come l'algebra. Nella matematica vi è una dualità fondamentale fra, da una parte, la geometria, che corrisponde alle arti visive, ad un'intuizione immediata, e l'algebra che non ha nulla di visivo ma che ha una temporalità. L'algebra (come la musica) è iscritta nel te, è il calcolo, qualche cosa che è estremamente simile al linguaggio, del quale ha la precisione diabolica. Ed è a partire della musica che si può capire lo sviluppo dell'algebra. Per me vi è un rapporto profondo fra la musica, intesa come la forma più raffinata, e l'algebra. Adoro certi preludi di Chopin per la loro capacità a « distillare un'idea », ed è la musica che fa improvvisamente irruzione in una stanza come se la finestra si aprisse bruscamente, in un colpo di vento, e poi riparte volteggiando, dopo aver presentato un'idea nella forma più limpida e pura che ci sia. L'algebra non è nient'altro che questo” (Alain Connes).

➔ <http://videotheque.cnrs.fr/doc=1200?langue=EN>

“...il ruolo della matematica, che all'inizio era considerata come parte della fisica, è diventato – grazie in particolare alla matematica moderna – quello di un sostituto della filosofia per quanto riguarda la creazione di concetti” (A. Connes).

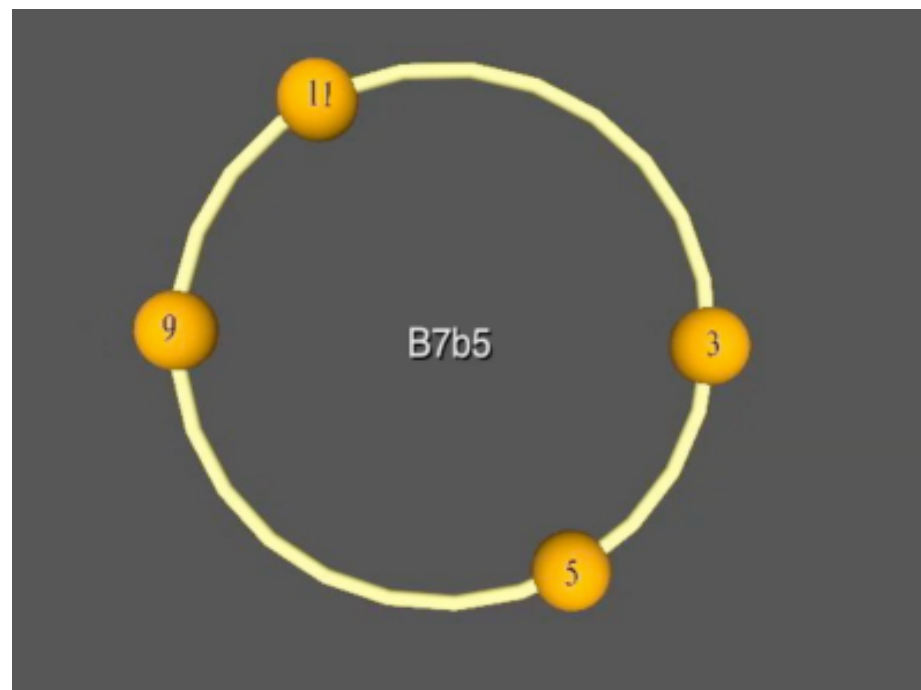
➔ <http://agora.ircam.fr/971.html?event=1002>



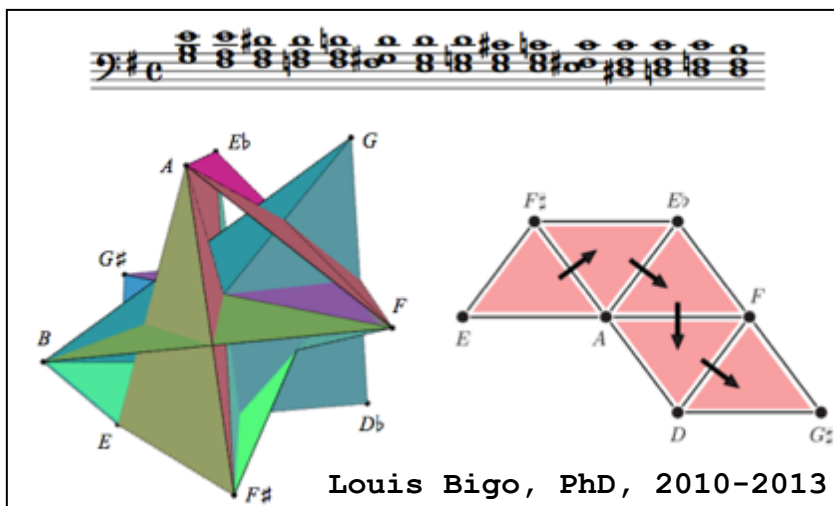
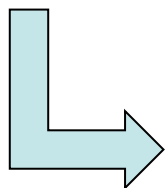
La geometria e l'algebra di un preludio di Chopin...

Prelude 'Suffocation'

FREDERIC CHOPIN (1810-1849)
Op. 28, No. 4



<http://dmitri.tymoczko.com/>



Dalla musica alla matematica...una lunga storia!

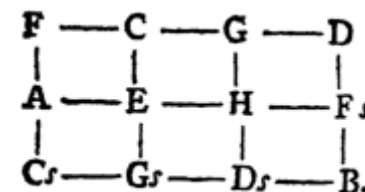
MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Atistoxène de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde)	<i>Aucune relation.</i>
1000 Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs	<i>Aucune correspondance</i>
1500 <i>Aucune reprise des concepts précédents</i>	Nombres négatifs. Construction des rationnels
1600 <i>Aucune relation</i>	Nombres réels et les logarithmes
Marin Mersenne (1588-1648) : combinatoire musicale	Calcul des probabilités
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel)
Leonhard Euler : <i>Speculum Musicum</i> (1773)	Théorie des graphes
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg)	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel)
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg)	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i>
Ernst Krenek (1900-1991) : les axiomes dans le système dodécaphonique	David Hilbert, <i>Les fondements de la géométrie</i> (1899)



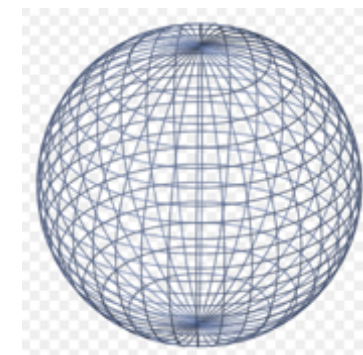
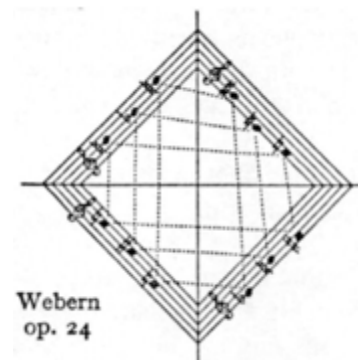
Pitagora e il monocordo, VI^e-V^e secolo av. J. C.



Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648



Euler : *Speculum musicum*, 1773



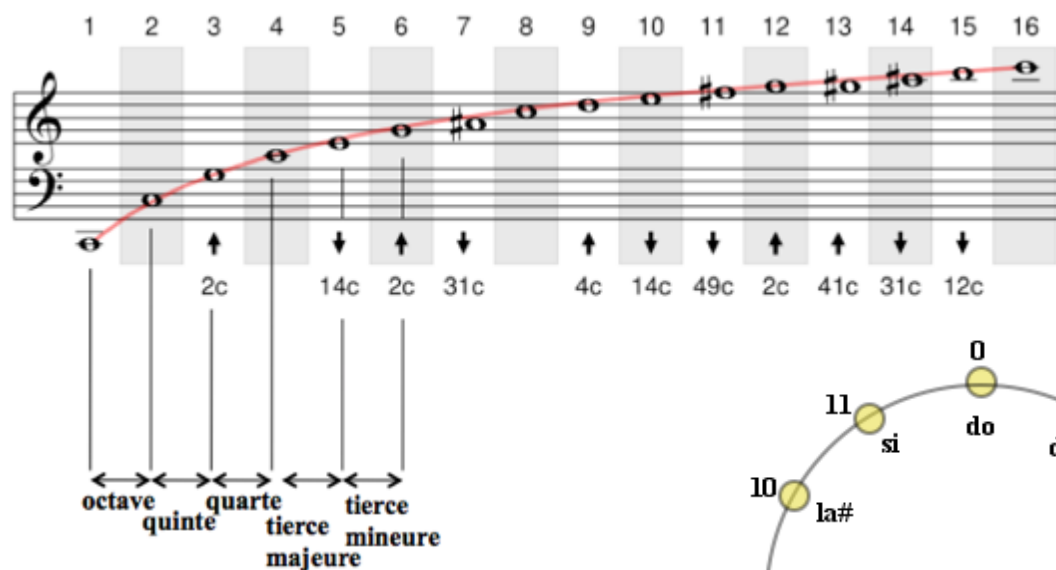
Iannis Xenakis, *Musique. Architecture*, Tournai, Casterman, 1971, (New, revised edition: Tournai, Casterman, 1976)



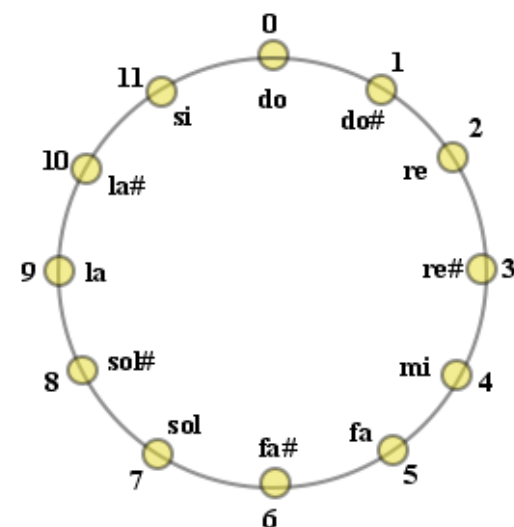
Da Pitagora all'orologio musicale: fisica e matematica nella musica



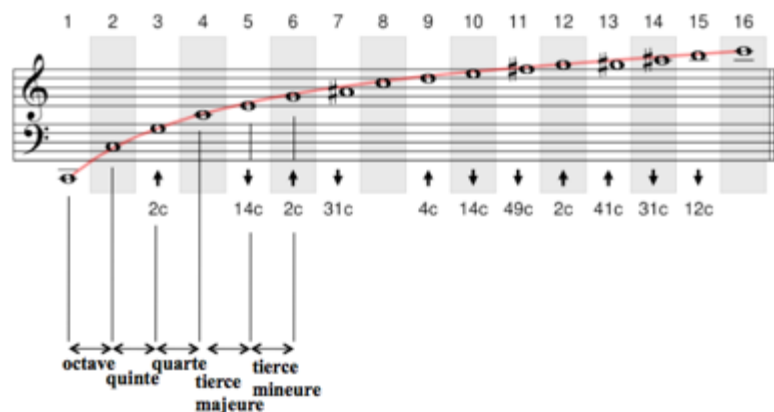
Fisica



Matematica

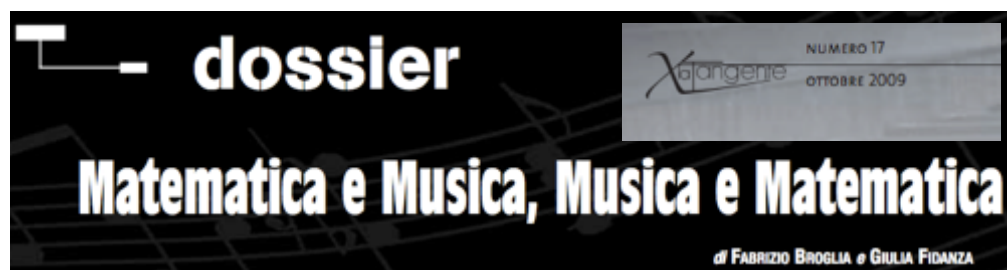
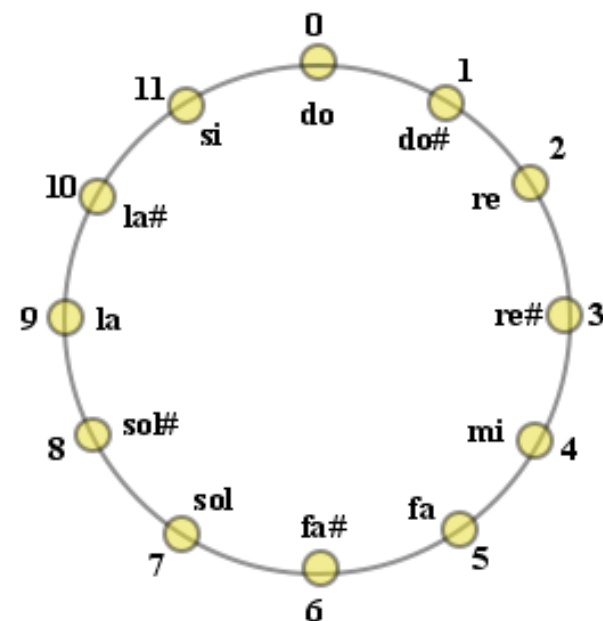
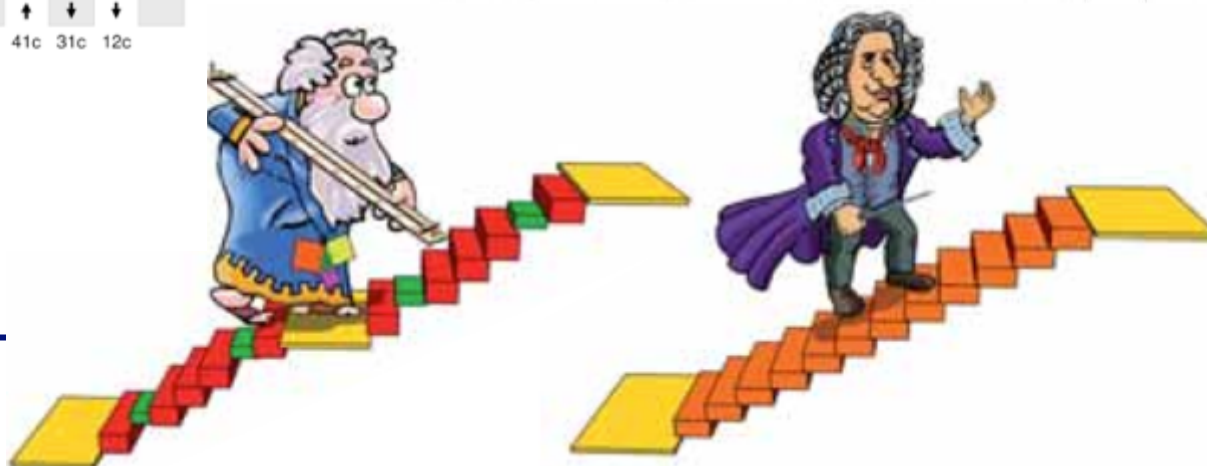


Da Pitagora all'orologio musicale: fisica e matematica nella musica

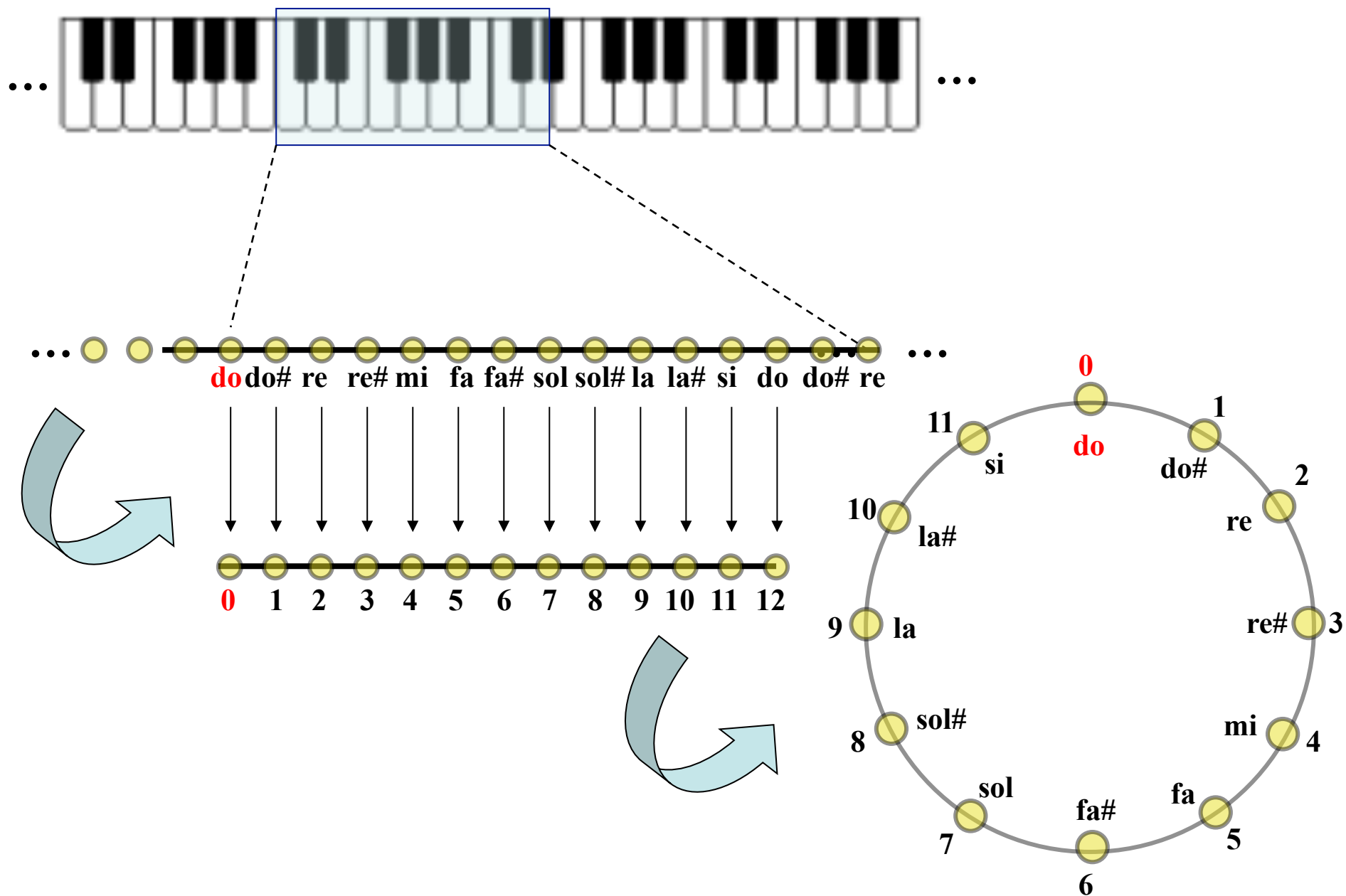


Fisica

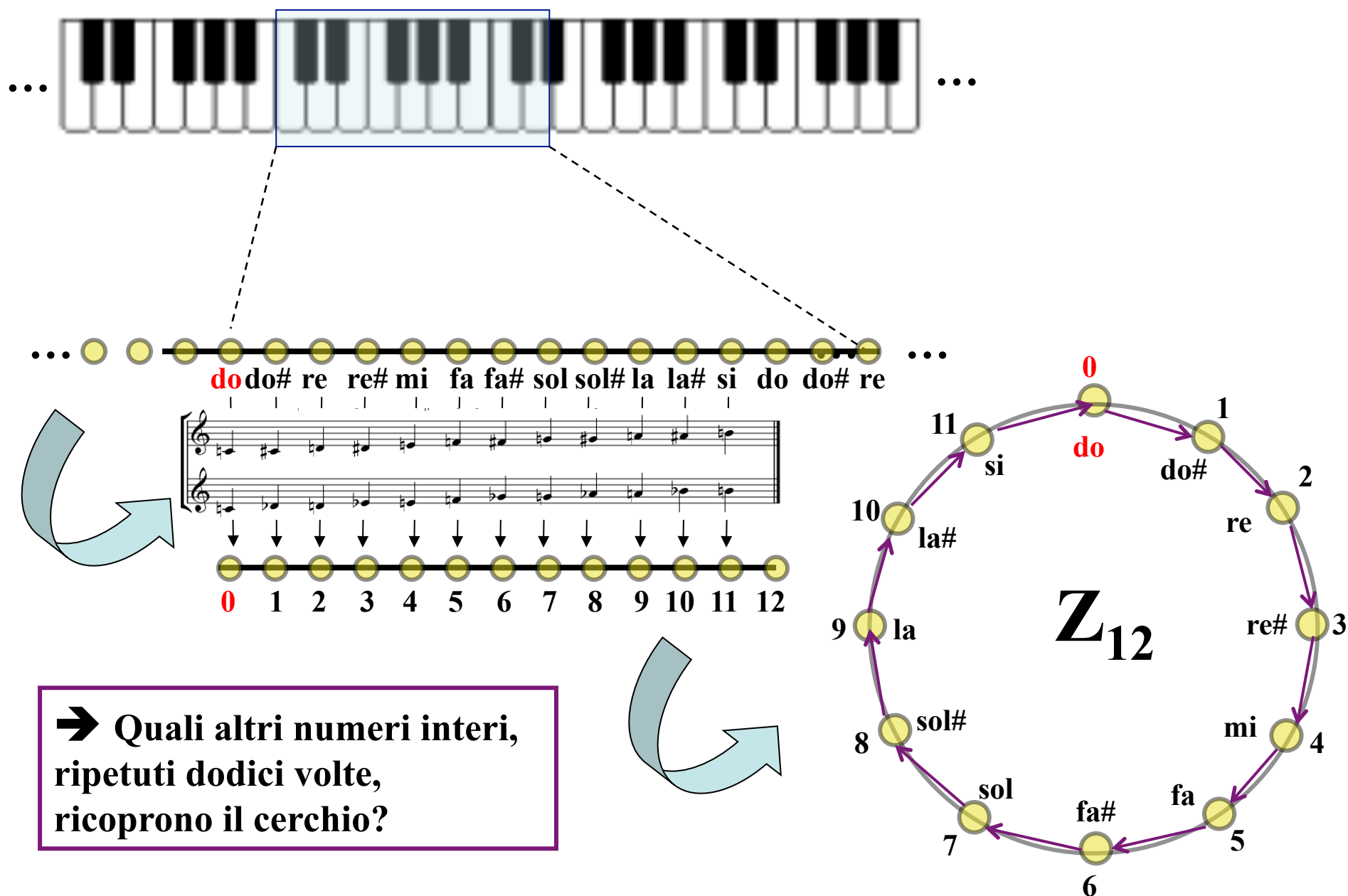
Matematica



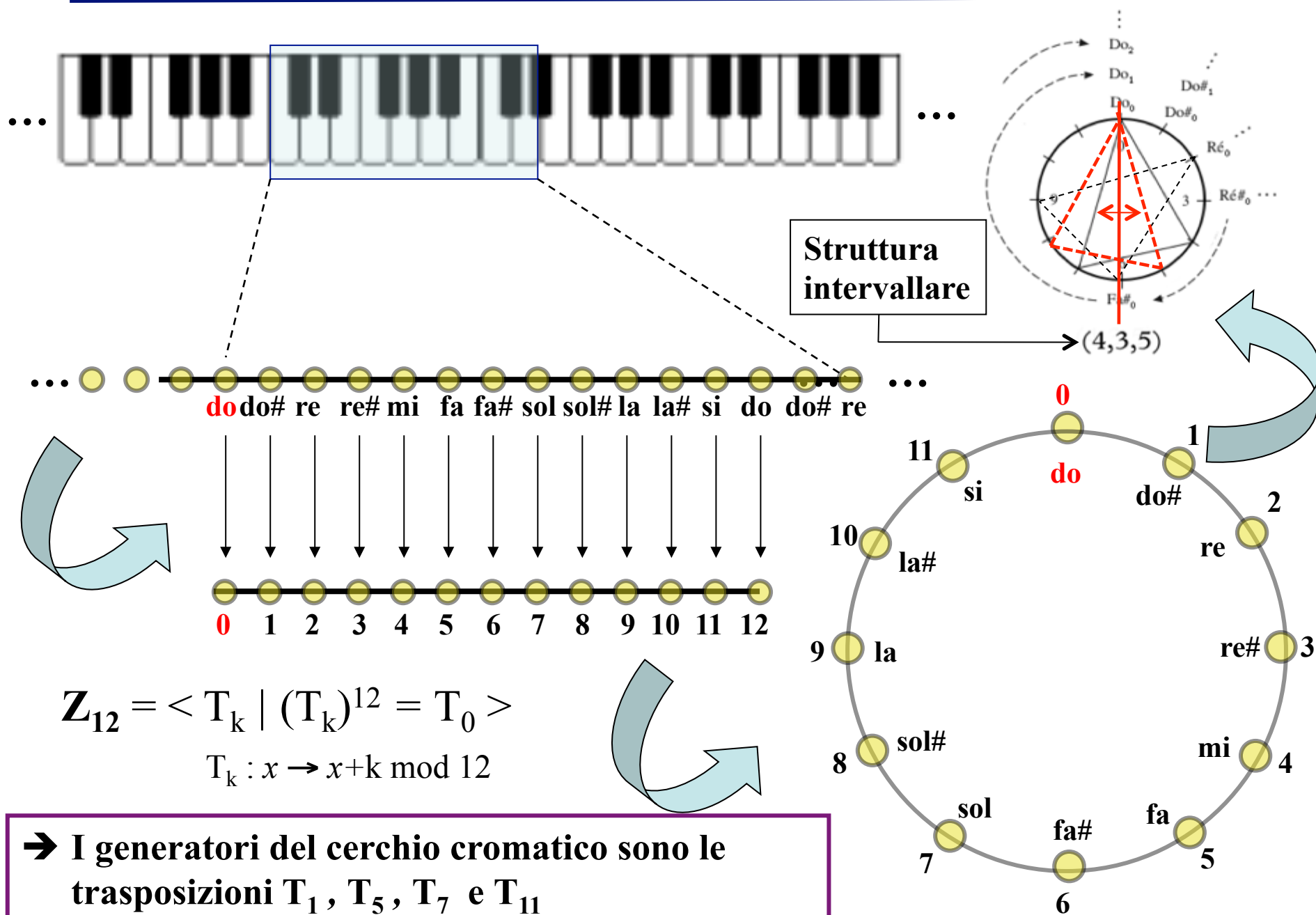
Riduzione all'ottava e congruenza modulo 12



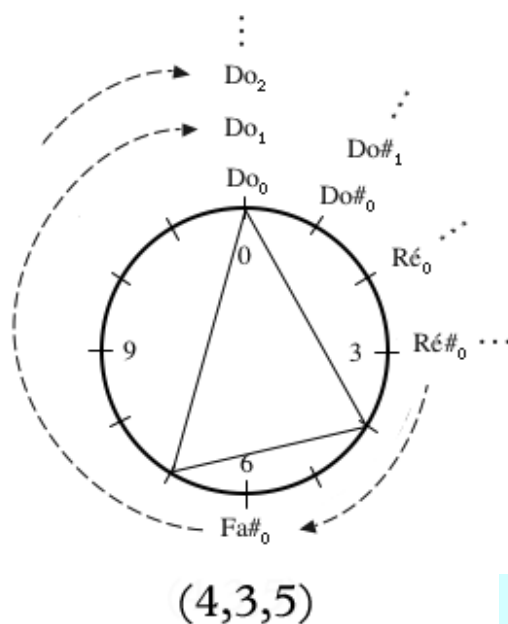
Riduzione all'ottava e congruenza modulo 12



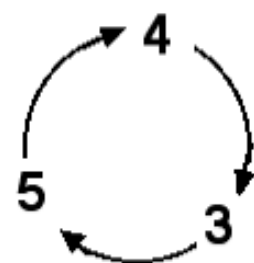
Riduzione all'ottava e congruenza modulo 12



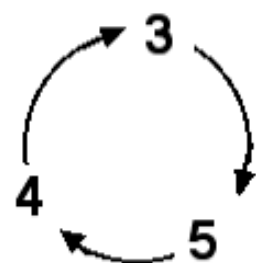
Pregi e virtù della struttura intervallare



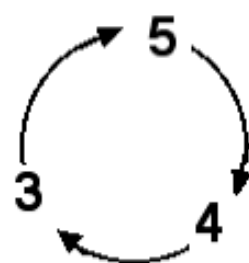
(4 3 5)



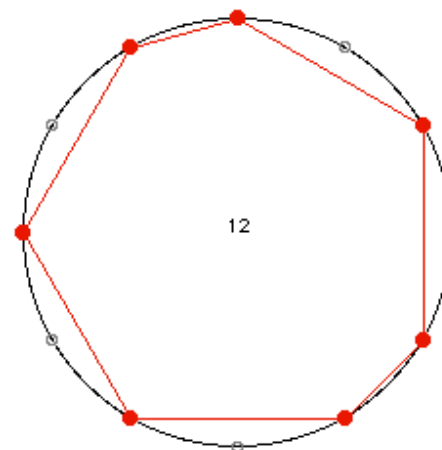
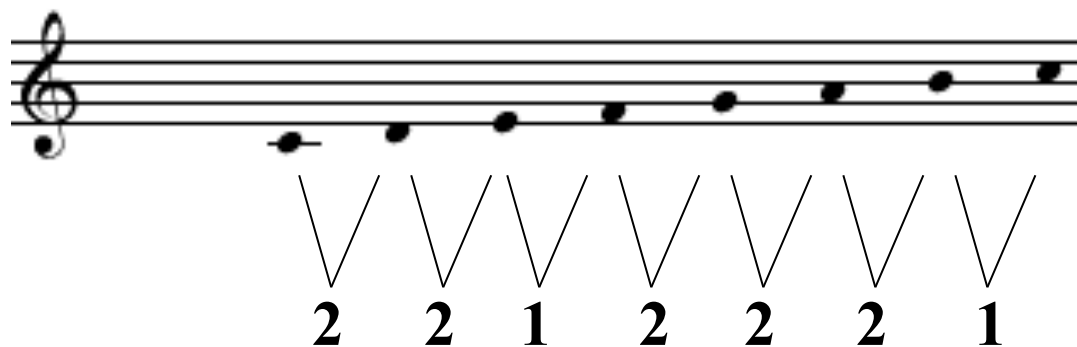
(3 5 4)



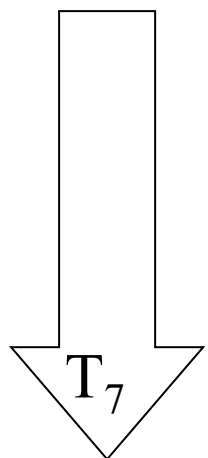
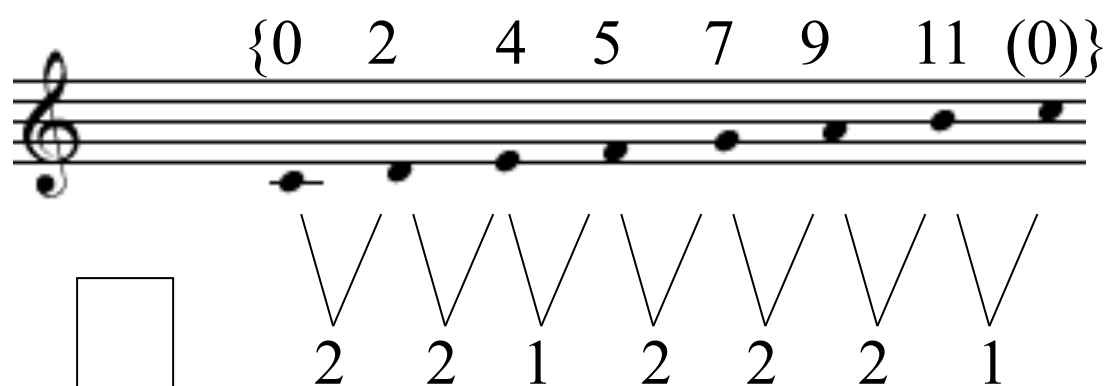
(5 4 3)



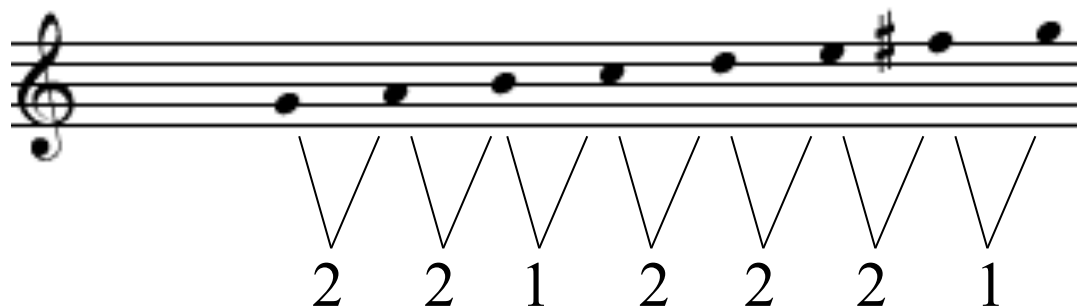
I rivolti di un accordo sono le permutazioni cicliche della struttura intervallare



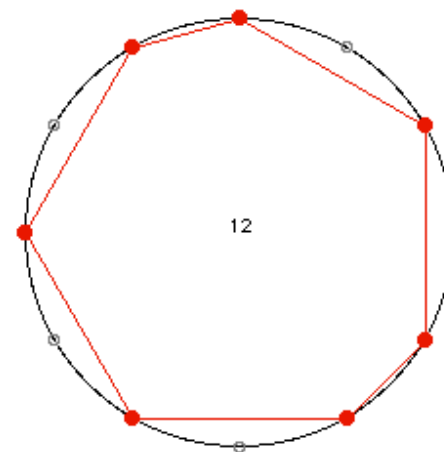
Trasformazioni geometrico-musicali: la trasposizione



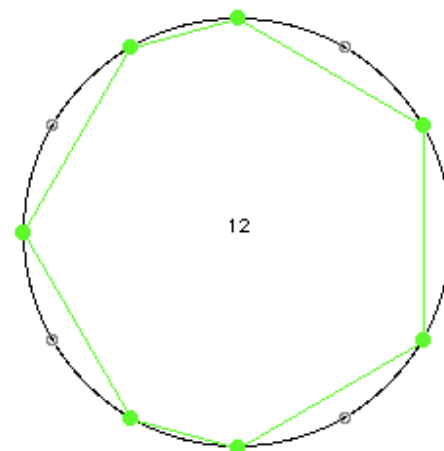
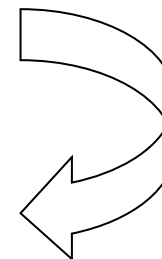
$$T_7(x) = 7 + x \pmod{12}$$



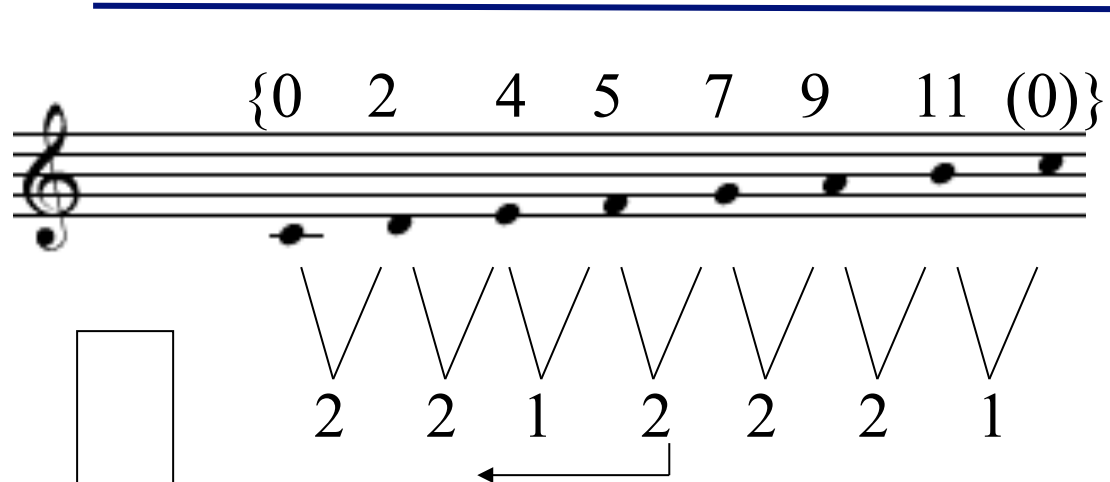
La trasposizione è una rotazione



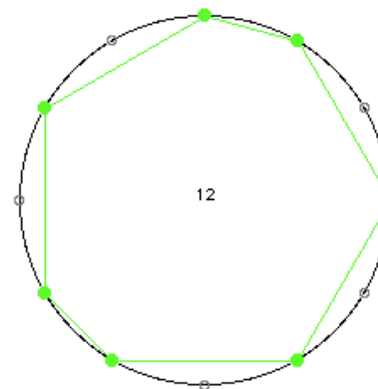
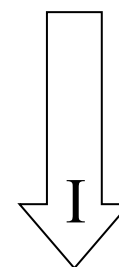
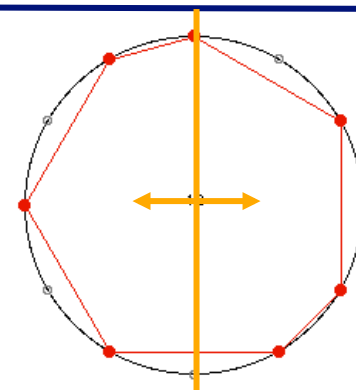
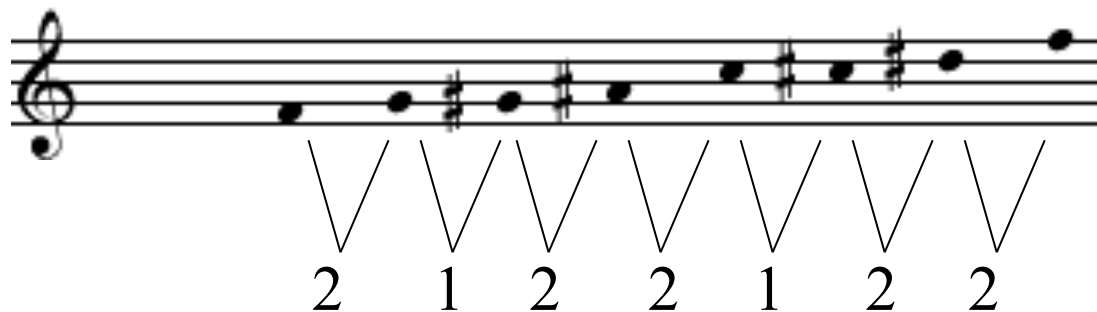
$$\alpha = 210^\circ$$



Trasformazioni geometrico-musicali: l'inversione

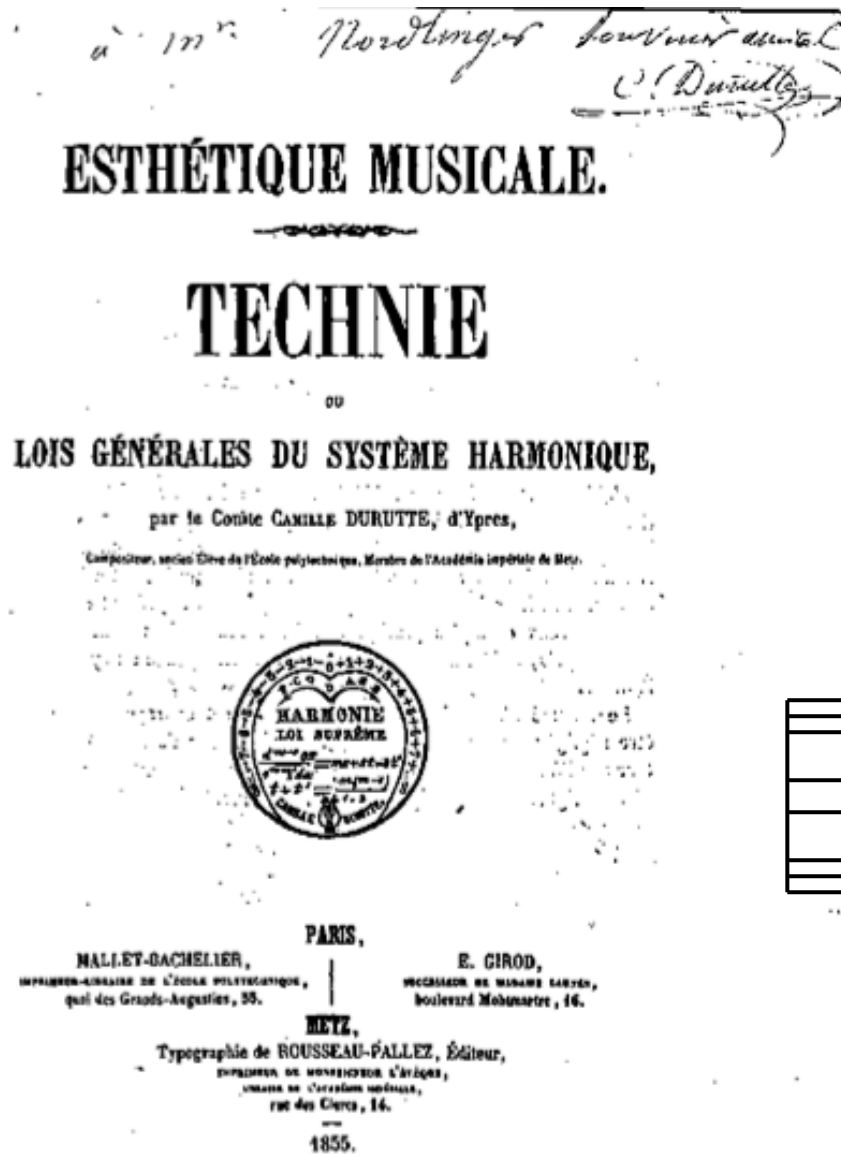


$$I(x) = -x \pmod{12}$$



L'inversione è una simmetria assiale

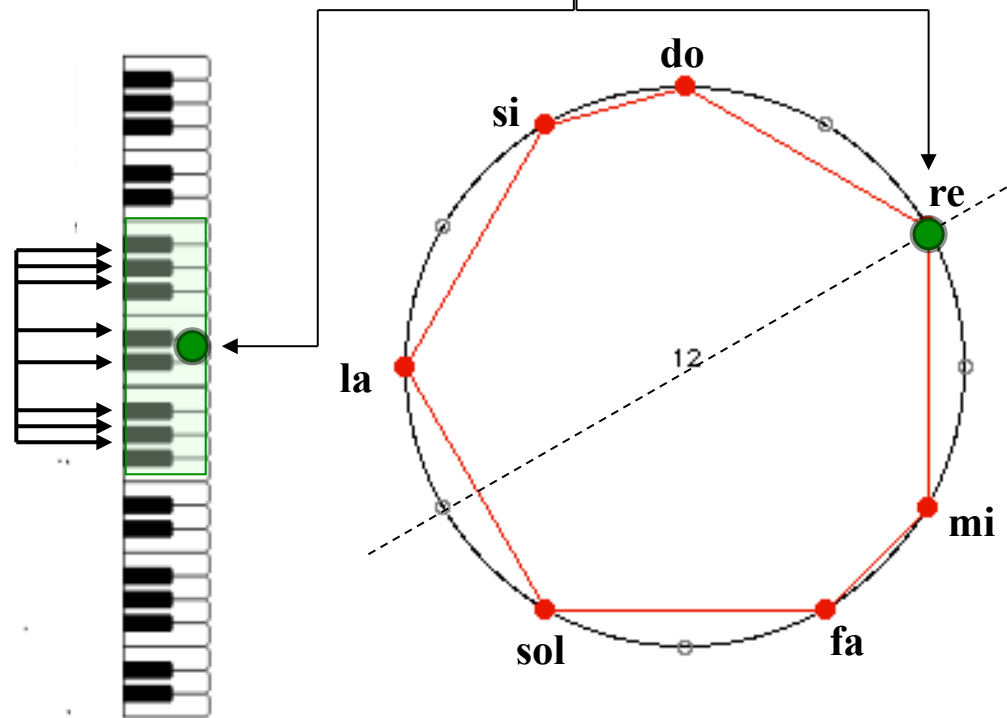
Qual è la nota centrale del pianoforte?



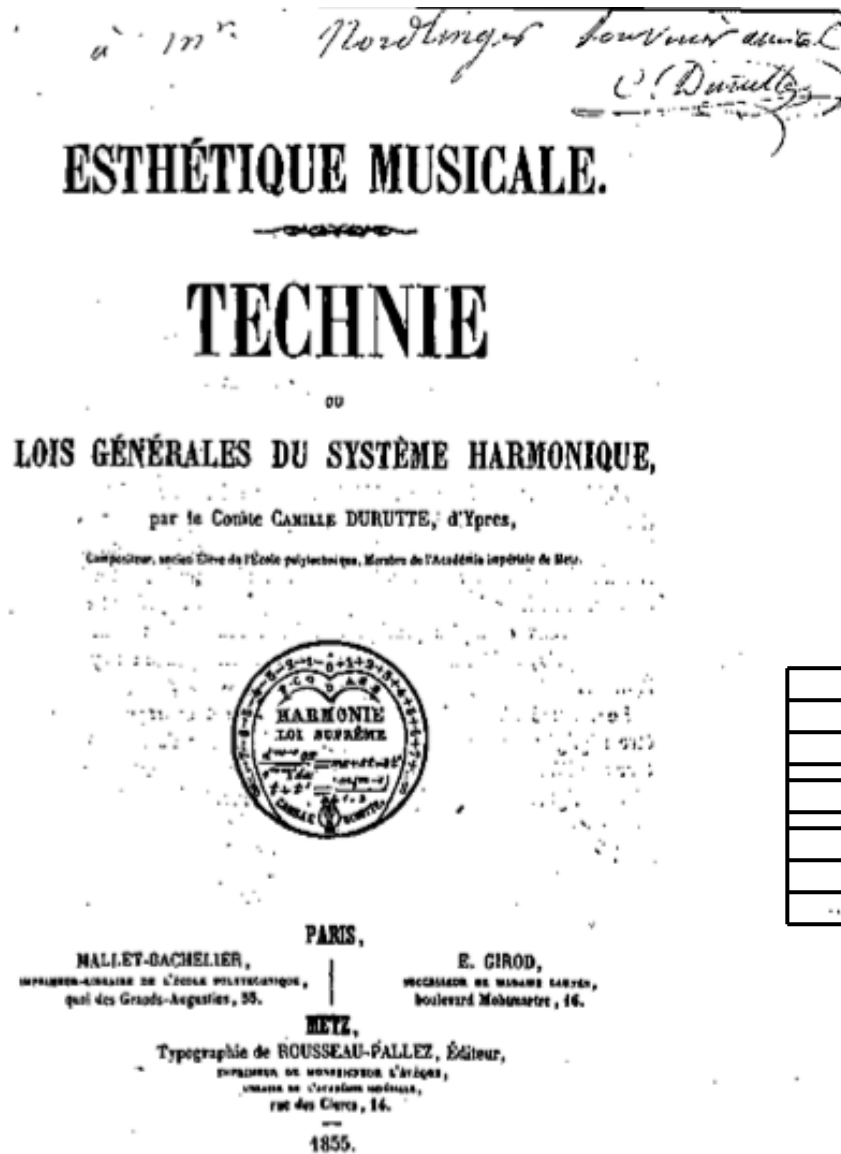
Camille Durutte:

- *Technie, ou lois générales du système harmonique (1855)*
- *Résumé élémentaire de la Technie harmonique, et complément de cette Technie (1876)*

Sol ^b	Re ^b		Fa	Ut	Sol	Re	La	Mi	Si		Re ^x	La ^x
-15	-14		-3	-2	-1	0	+1	+2	+3		+14	+15



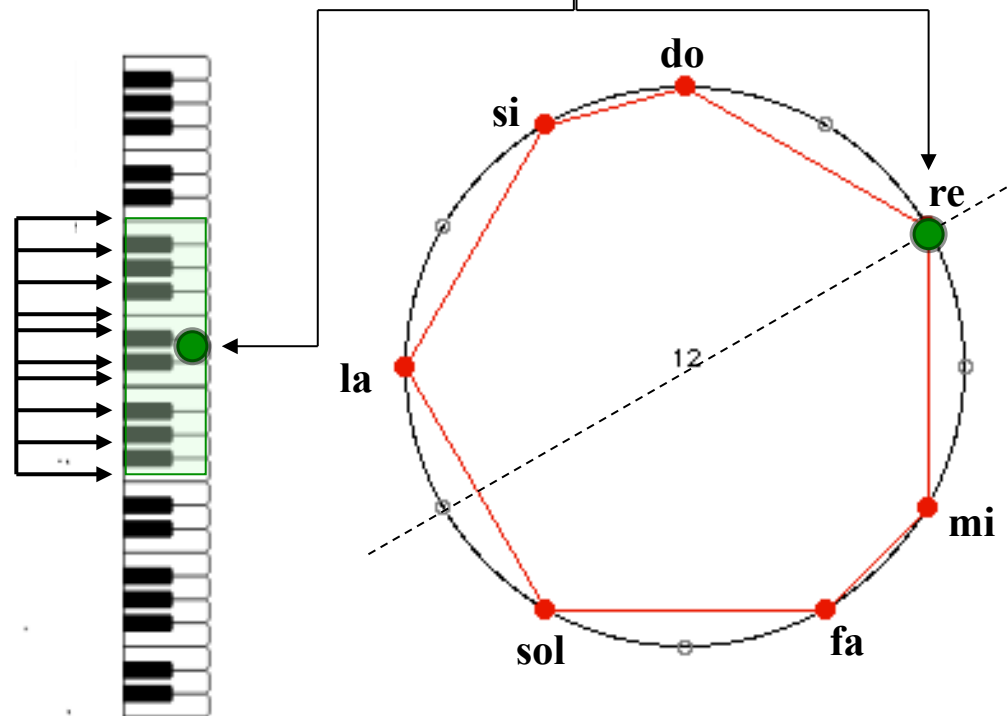
Qual è la nota centrale del pianoforte?



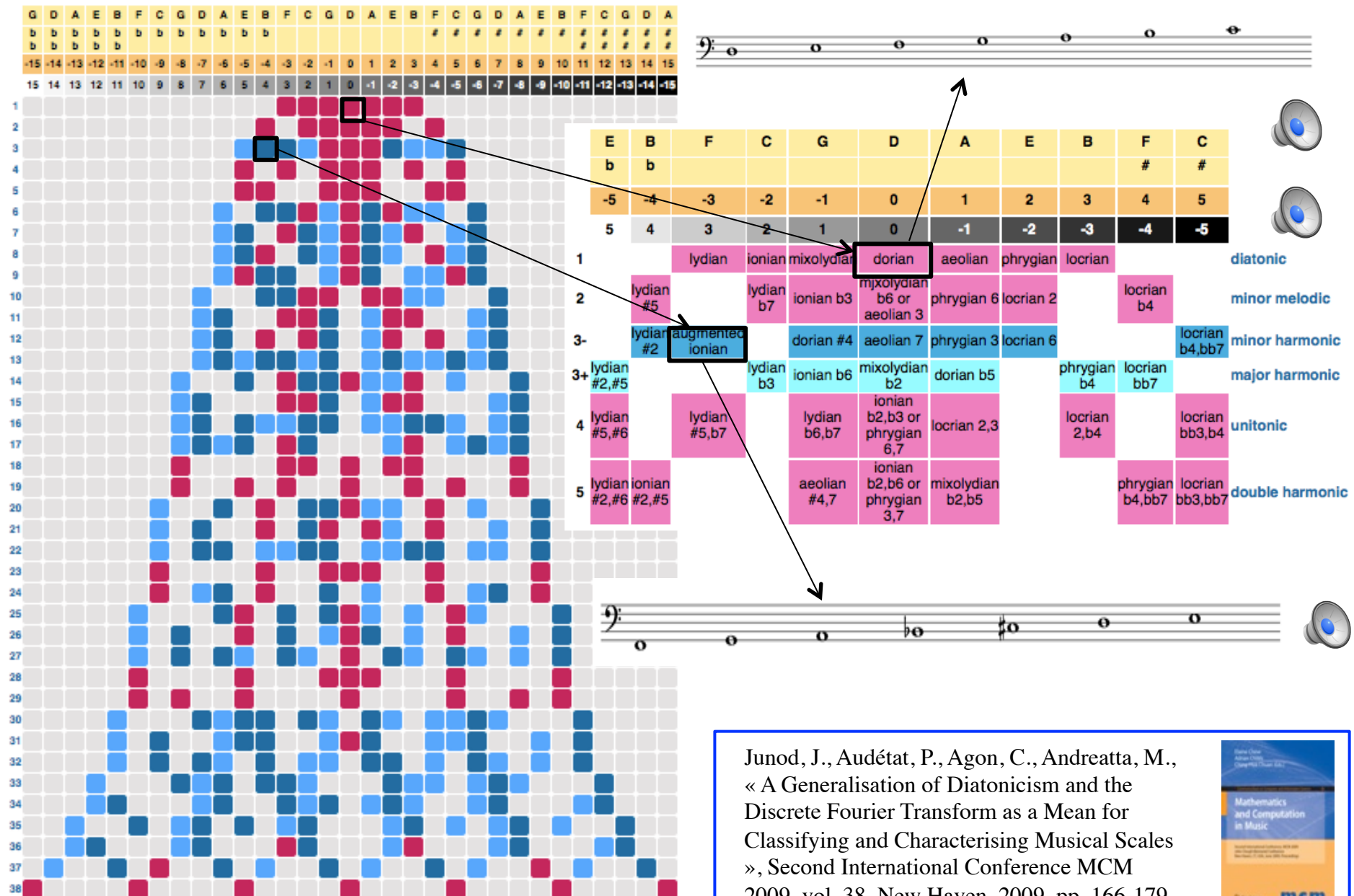
Camille Durutte:

- *Technie, ou lois générales du système harmonique (1855)*
- *Résumé élémentaire de la Technie harmonique, et complément de cette Technie (1876)*

Sol ^b	Re ^b		Fa	Ut	Sol	Re	La	Mi	Si		Re ^x	La ^x
-15	-14		-3	-2	-1	0	+1	+2	+3		+14	+15



La campana diatonica (P. Audétat & co.)

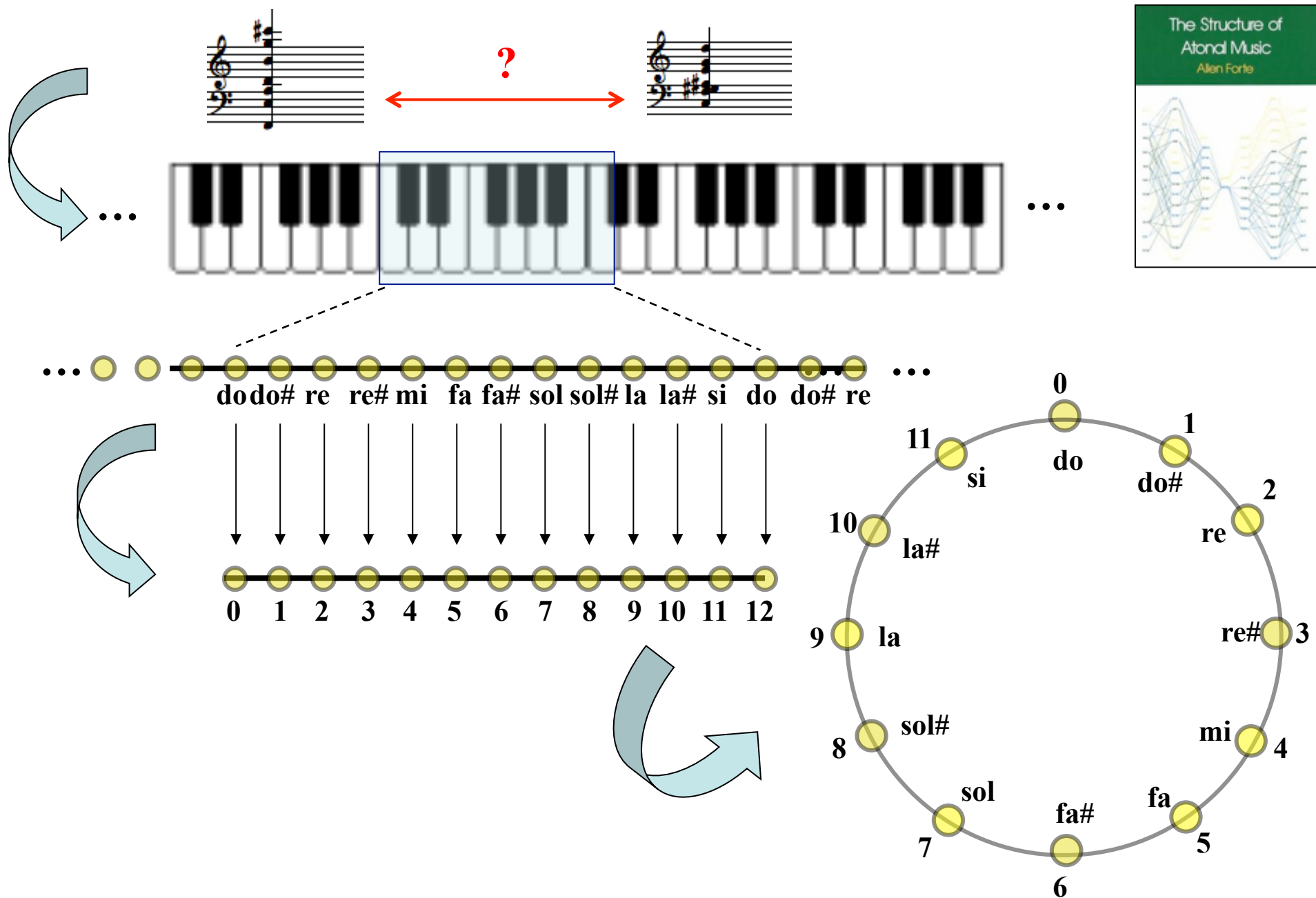


<http://www.cloche-diatonique.ch/>

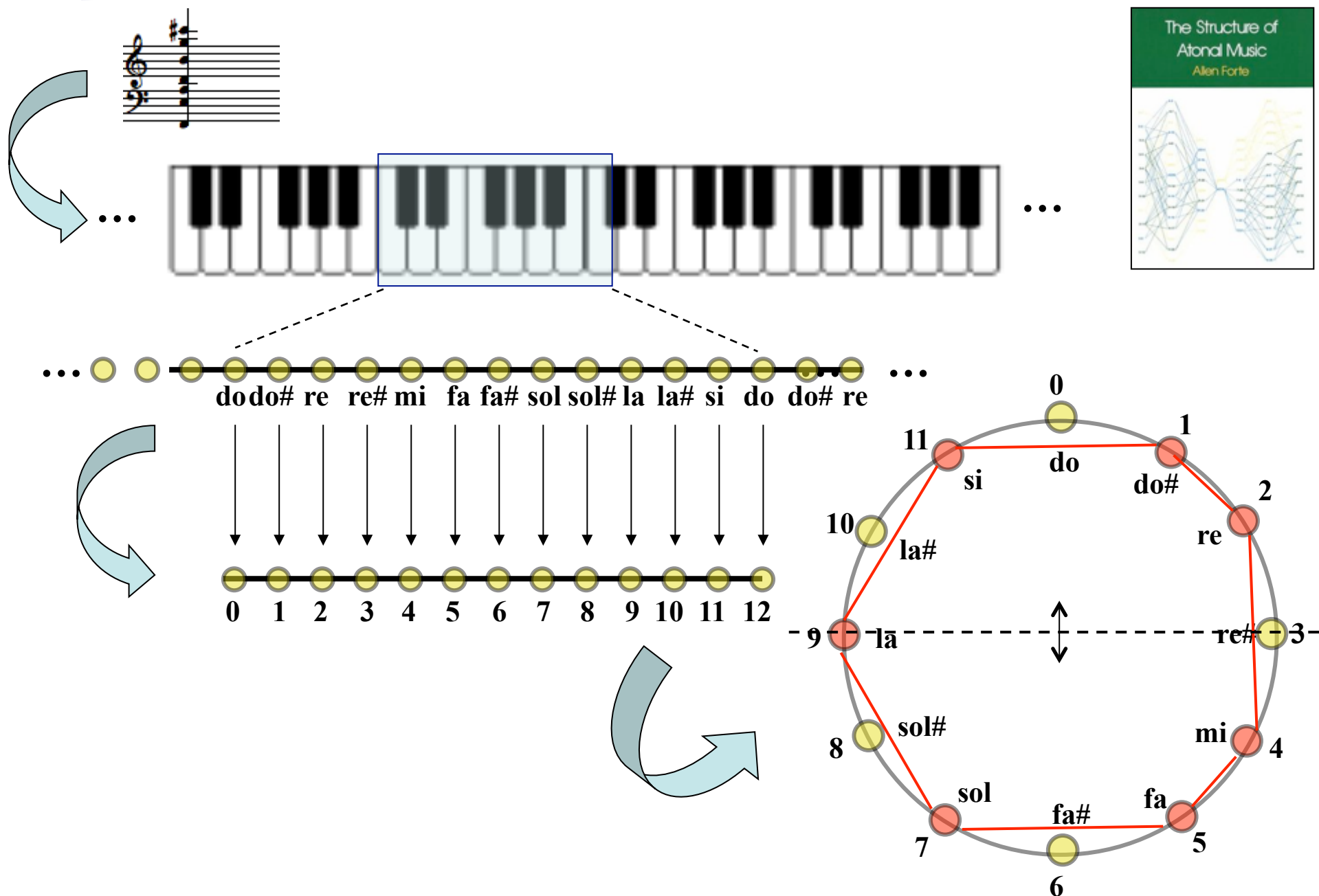
Junod, J., Audétat, P., Agon, C., Andreatta, M.,
 « A Generalisation of Diatonicism and the
 Discrete Fourier Transform as a Mean for
 Classifying and Characterising Musical Scales
 », Second International Conference MCM
 2009, vol. 38, New Haven, 2009, pp. 166-179



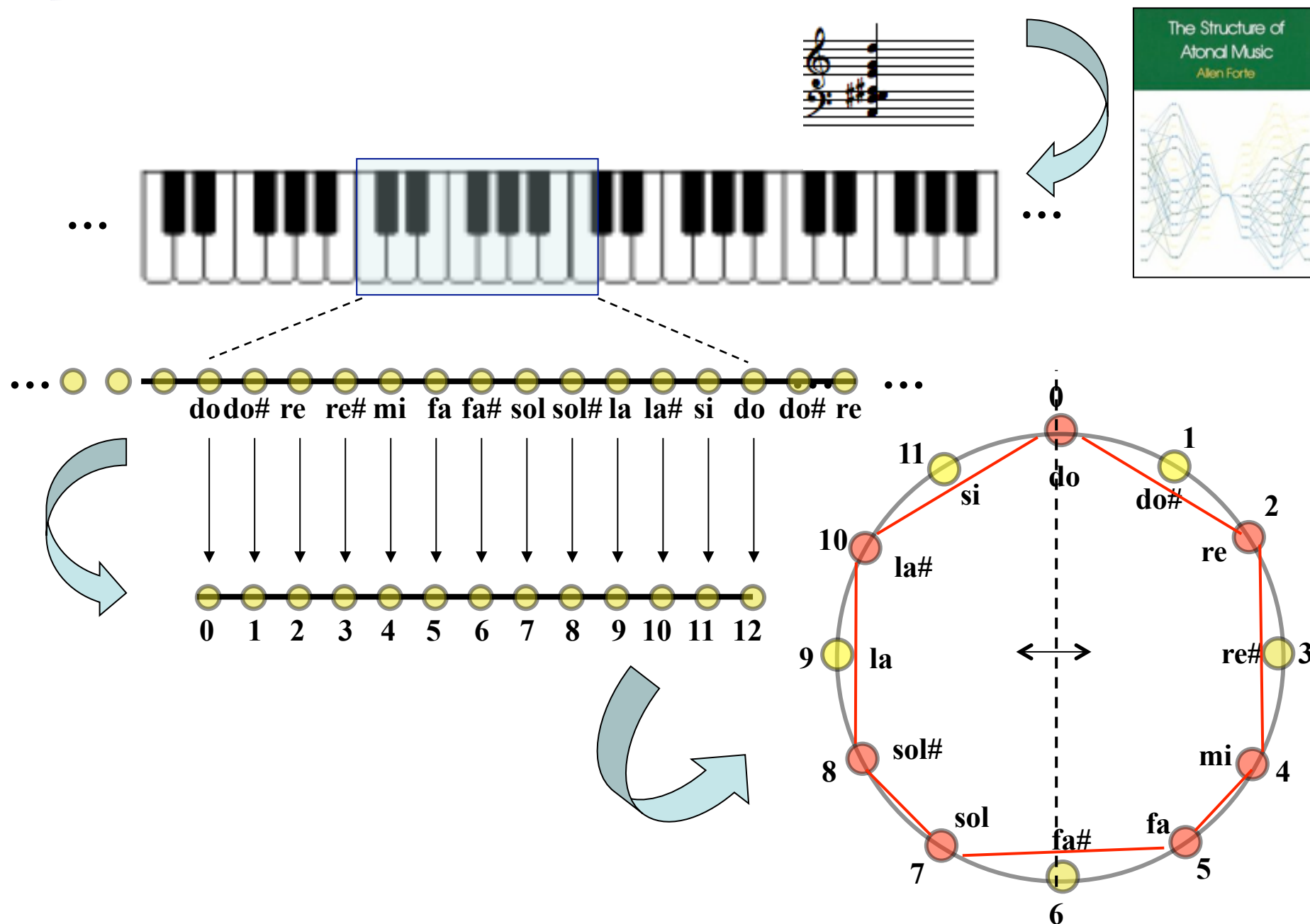
Un'analisi musicale basata sull'orologio cromatico: la *Set Theory*



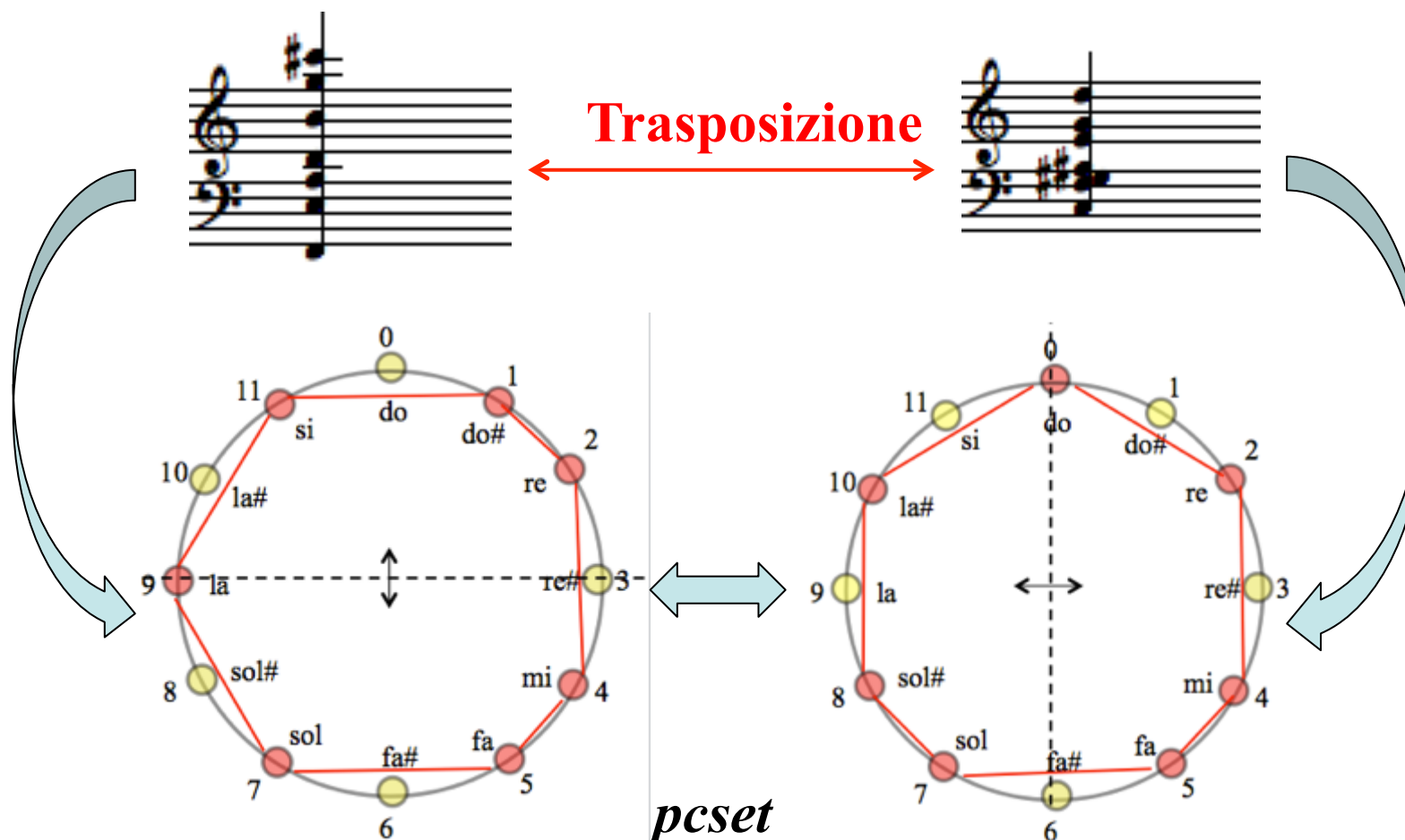
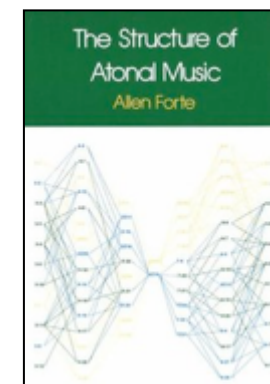
Un'analisi musicale basata sull'orologio cromatico: la *Set Theory*



Un'analisi musicale basata sull'orologio cromatico: la *Set Theory*



Un'analisi musicale basata sull'orologio cromatico: la *Set Theory*



{0,1,3,4,6,8,10}

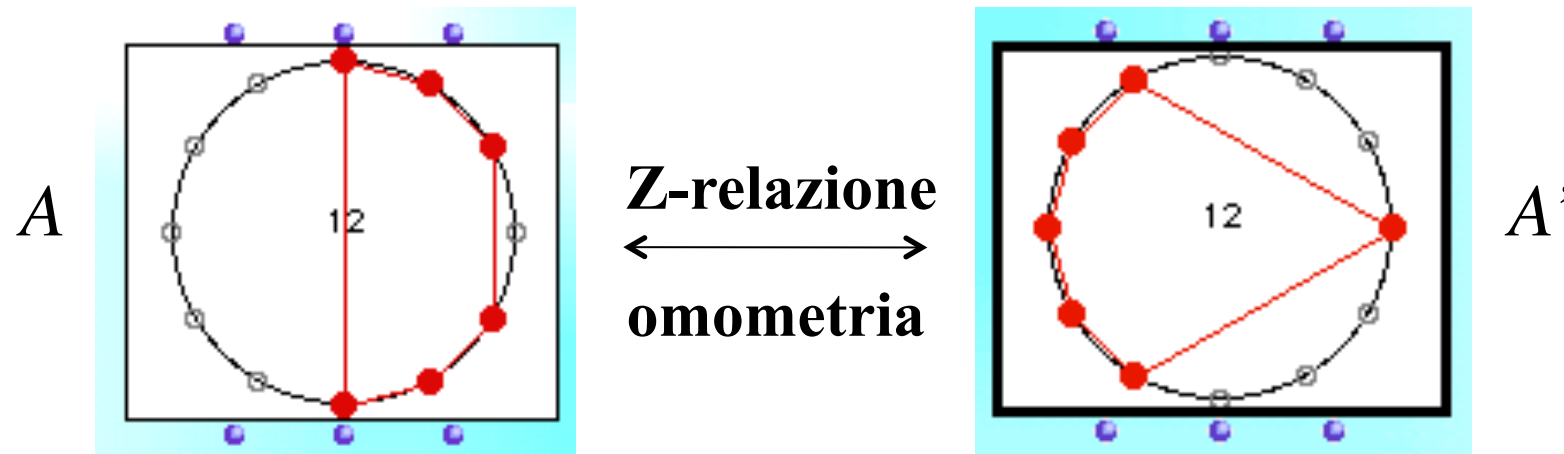
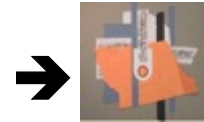
Struttura intervallare

(1 2 1 2 2 2 2)

Contenuto intervallare

[7 2 5 4 4 4 4 4 4 4 5 2]

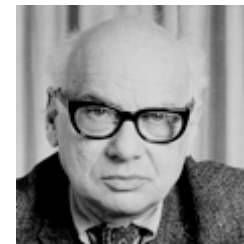
Un risultato storico: il teorema dell'esacordo di Milton Babbitt



$$IC_A = [4, 3, 2, 3, 2, 1] = [4, 3, 2, 3, 2, 1] = IC_{A'}$$

Teorema dell'esacordo (Babbitt)

*Un accordo di 6 note e il suo complementare
hanno lo stesso contenuto intervallare*



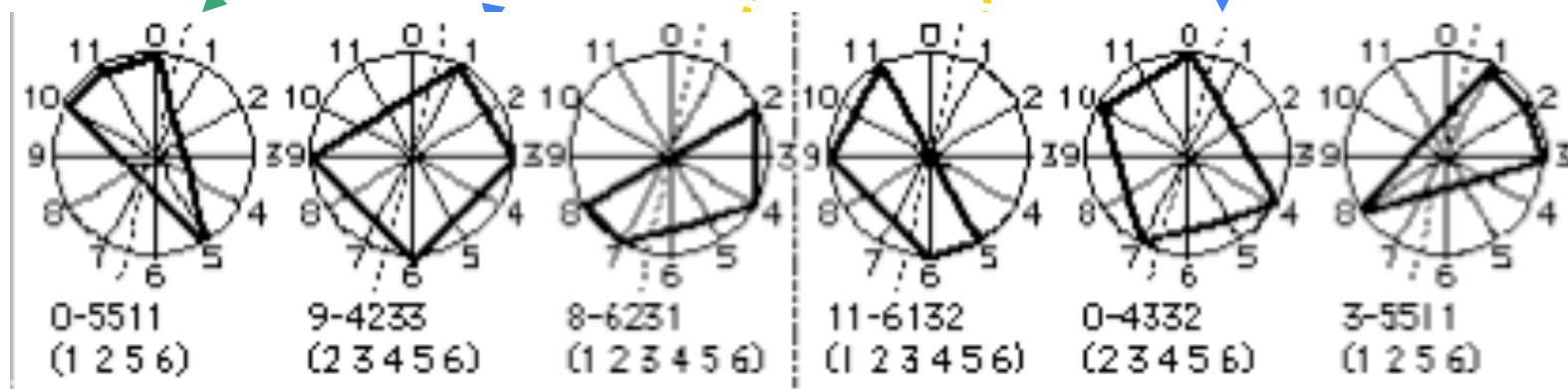
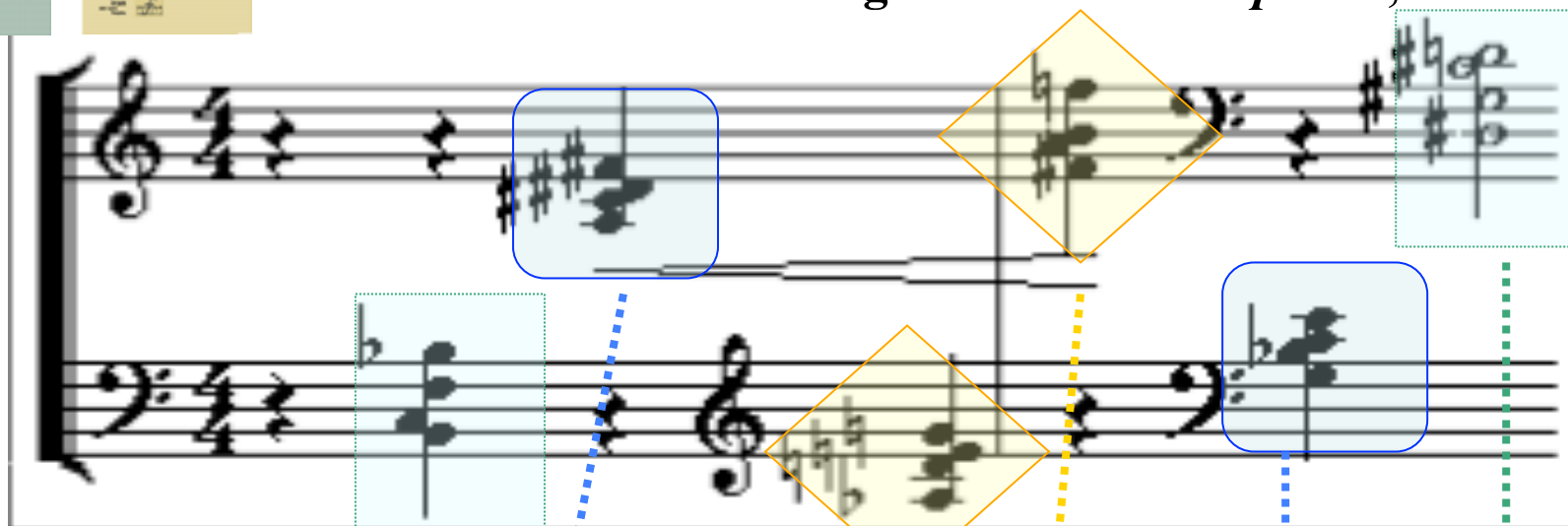
(Dim.: Wilcox, Ralph Fox (?), Chemillier, Lewin, Mazzola, Schaub, ..., Amiot, ...)



Set Theory e analisi musicale assistita su computer

André Riotte e Marcel Mesnage

A. Schoenberg : *Klavierstück Op. 33a*, 1929



inversione
trasposizione

inversione

inversione