

Actualité de la pensée de Iannis Xenakis à partir de son tableau des correspondances entre la musique et les mathématiques

Séminaire MaMuX

22 janvier 2016

Moreno Andreatta

Equipe Représentations Musicales /
IRCAM/CNRS UMR 9912

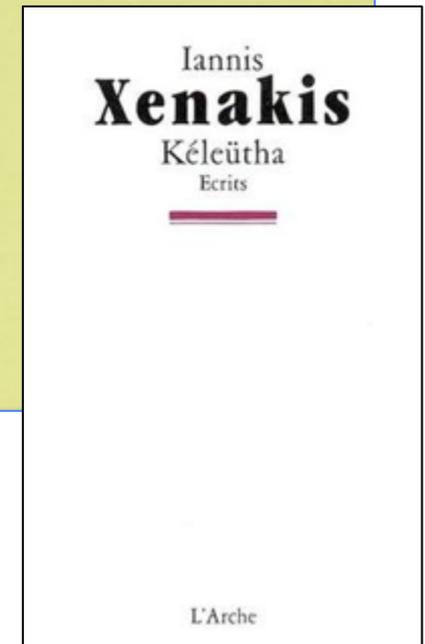
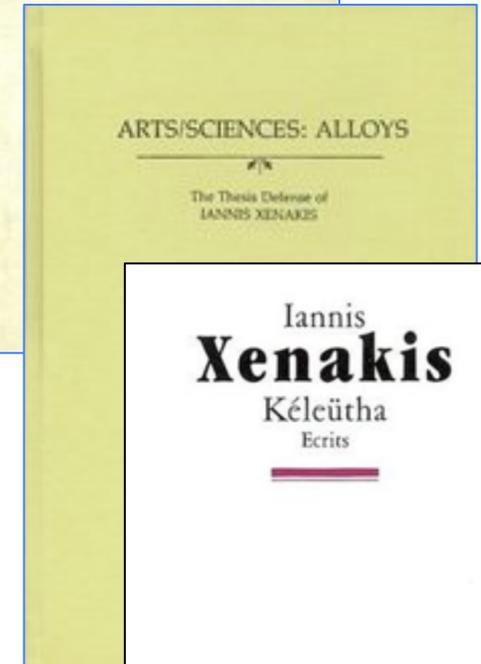
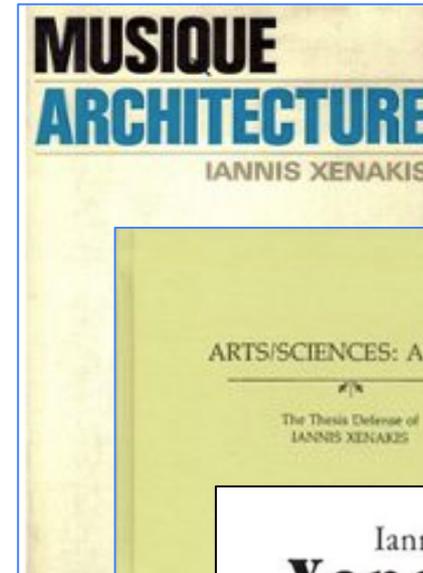


Musique et mathématiques : « prima la musica »!

MUSIQUE

MATHS

500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels.
<i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 <i>Aucune reprise des concepts précédents.</i>	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 <i>Aucune relation.</i>	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- « Les chemins de la composition musicale » (tr. Française E. Gresset, in *Musique et ordinateur*, Les Ulis, 1983)
- « Music Composition Treks », in *Composers and the Computer*, edited by C. Roads, MIT Press, Cambridge, Mass, 1985

Musique et mathématiques : « prima la musica »!

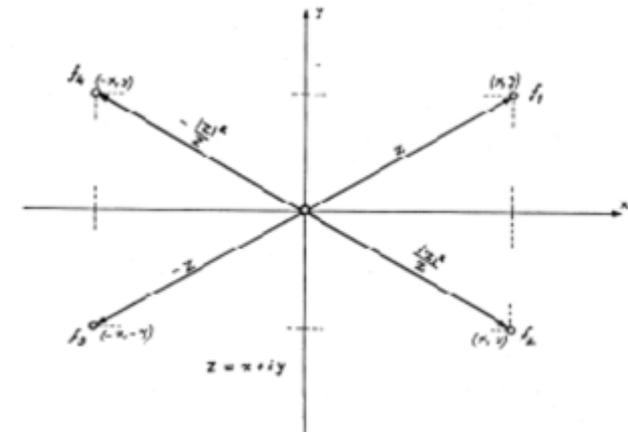
MUSIQUE

MATHS

500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels.
<i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 <i>Aucune reprise des concepts précédents.</i>	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 <i>Aucune relation.</i>	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Pythagore et le monochorde, VI^e-V^e siècle av. J. C.



Nombres complexes et groupe de Klein

La série et ses symétries

- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- « Les chemins de la composition musicale » (tr. Française E. Gresset, in *Musique et ordinateur*, Les Ulis, 1983)
- « Music Composition Treks », in *Composers and the Computer*, edited by C. Roads, MIT Press, Cambridge, Mass, 1985

Autres développements de la musique (1930-1970)

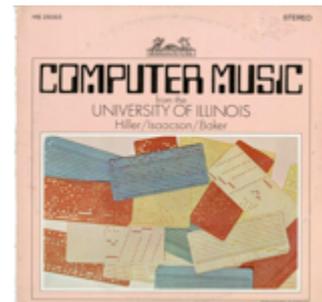
- **1930** Microtonalité, mais dans un esprit tonal (Wischnegradsky, Haba, Carrillo).
- **1950** Deuxième formalisation radicale des macrostructures (Messiaen).
- **1953** Introduction de l'échelle continue des hauteurs (Xenakis, avec calcul des probabilités, calcul logique et diverses structures de groupe).
- **1957** procédés stochastiques et chaînes de Markov (Hiller / Xenakis).
- **1960** Axiomatique des gammes à travers la théorie des cribles et utilisation nombres complexes dans la composition (théorie des arborescences).
- **1970** Nouvelles propositions dans la microstructure des sons (mouvements browniens).



L'orgue à 31 divisions de Fokker



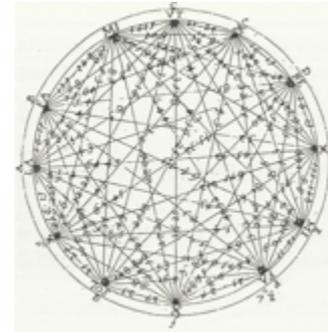
L. Hiller



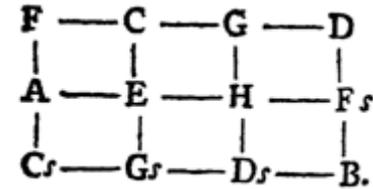
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- « Les chemins de la composition musicale » (tr. Fr. E. Gresset, in *Musique et ordinateur*, Les Ulis, 1983)
- « Music Composition Treks », in *Composers and the Computer*, edited by C. Roads, MIT Press, Cambridge, Mass, 1985

Musique et mathématiques : quelques oublis...

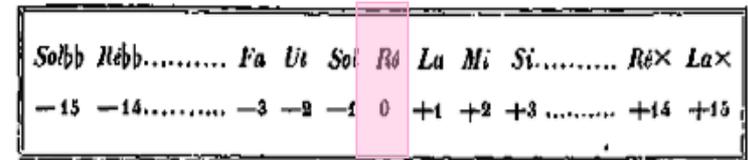
MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels.
<i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 <i>Aucune reprise des concepts précédents.</i>	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 <i>Aucune relation.</i>	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (<i>Harmonicorum Libri</i>)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (<i>Ars Conjectandi</i> , 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (<i>Speculum Musicum</i>)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres</i> . Logique (contradictions de la théorie des ensembles).
1937-1939 Ernst Krenek : les axiomes en musique	David Hilbert, <i>Les fondements de la géométrie</i> (1899)
1946 Milton Babbitt : théorie des groupes et système dodécaphonique	Rudolf Carnap, <i>The Logical Syntax of Language</i> (1937)



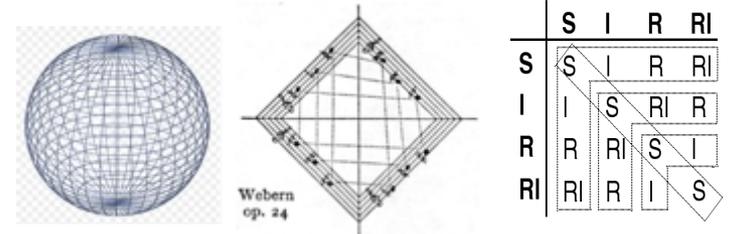
Mersenne,
*Harmonicorum
Libri XII*, 1648



Euler, *Speculum
musicum*, 1773



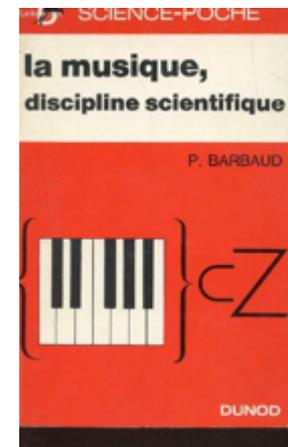
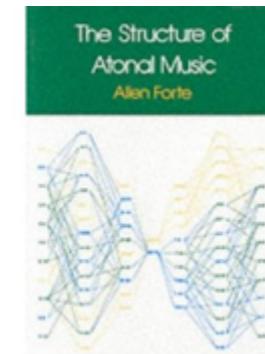
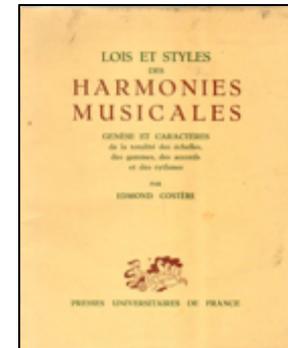
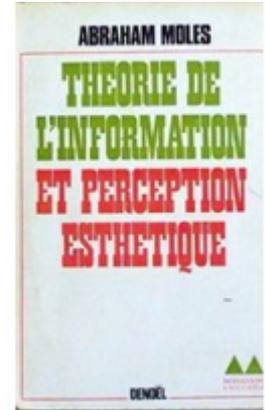
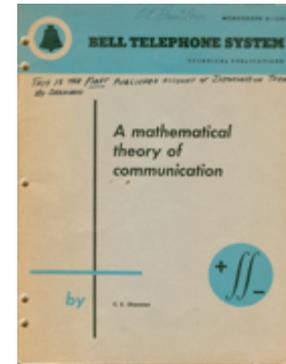
Durutte, *Technie, ou lois générales du
système harmonique* (1855)



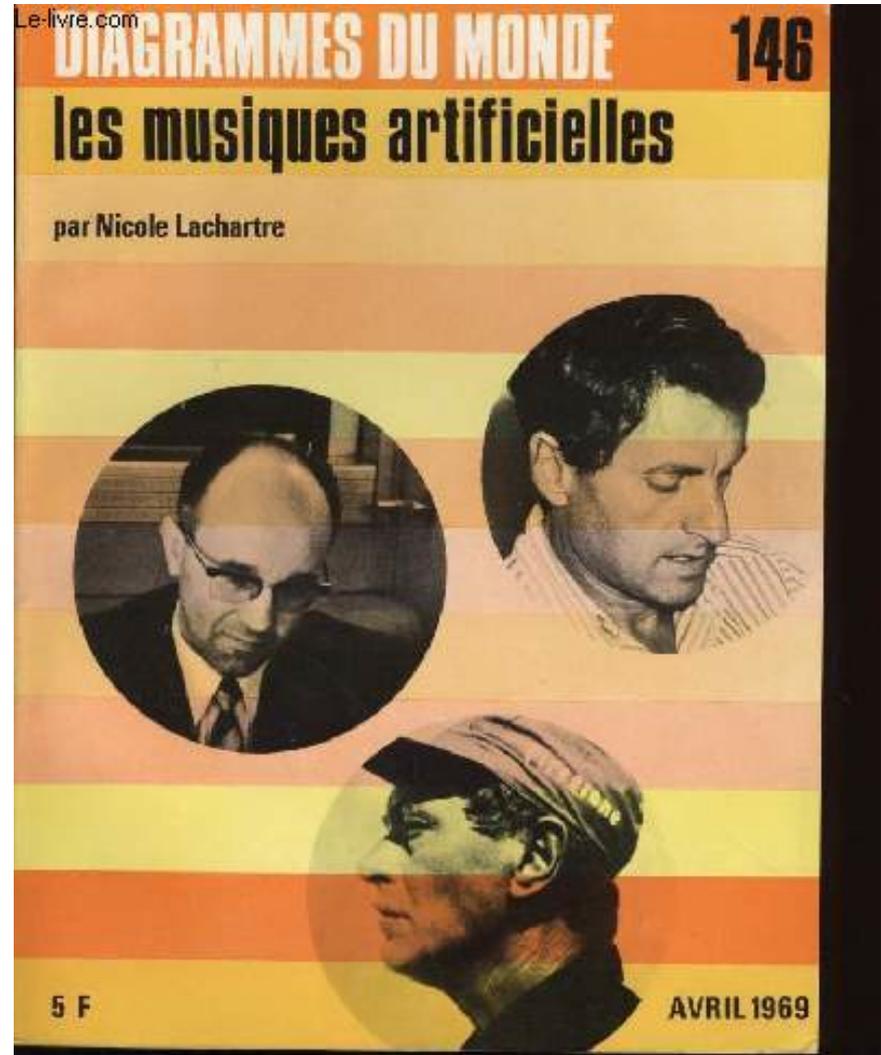
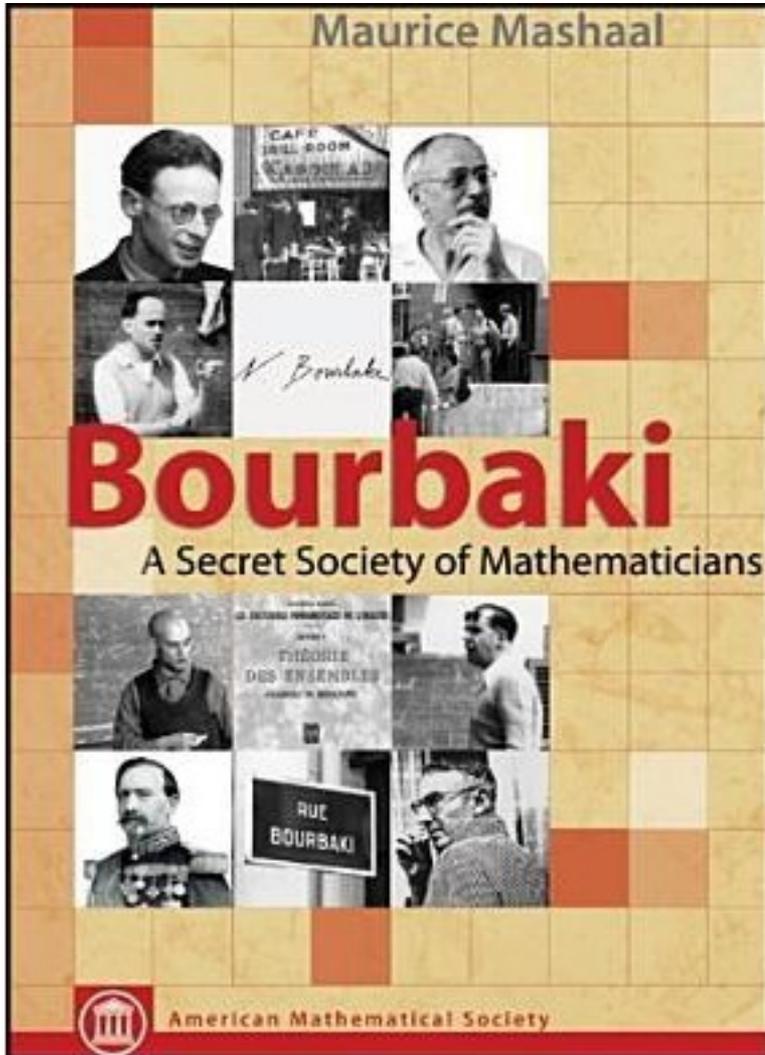
Krenek et Babbitt, technique dodécaphonique,
axiomatique et groupe de Klein

Autres développements (1930-1990)

- **1930** Microtonalité, mais dans un esprit tonal (Wischnegradky, Haba, Carrillo).
- **1949** Théorie de l'information (Shannon & Weaver, *The mathematical theory of communication*)
- **1950** Deuxième formalisation radicale des macrostructures (Messiaen).
- **1953** Introduction de l'échelle continue des hauteurs (Xenakis, avec calcul des probabilités, calcul logique et diverses structures de groupe).
- **1954** Edmond Costère, *Lois et Styles des Harmonies Musicales*. Paris: Presses Universitaires de France.
- **1957** Procédés stochastiques et chaînes de Markov (Hiller / Xenakis).
- **1958** Abraham Moles, *Théorie de l'information et perception esthétique*.
- **1960** Axiomatique des gammes à travers la théorie des cribles et utilisation nombres complexes dans la composition (théorie des arborescences).
- **1960-1970** Musique algorithmique (**Barbaud, Philippot**) et naissance de la musicologie computationnelle (**Riotte, Mesnage**)
- **1970** Nouvelles propositions dans la microstructure des sons (mouvements browniens).
- **1970-** *Set Theory* (Babbitt, Forte, Vieru, Carter, Estrada, Riotte, Mesnage, ...)



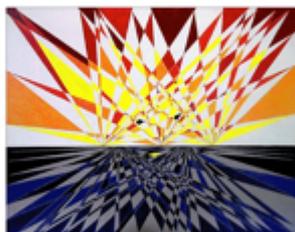
Peut-on parler d'une école formelle française en musique ? (de même qu'on peut parler d'une école française de mathématiques ?)



Peut-on parler d'une école formelle française en musique ?

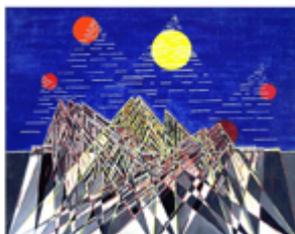
(Pierre Barbaud (1911-1990), Michel Philippot (1925-1996) et Iannis Xenakis (1922-2001))

Michel PHILIPPOT
Écrits

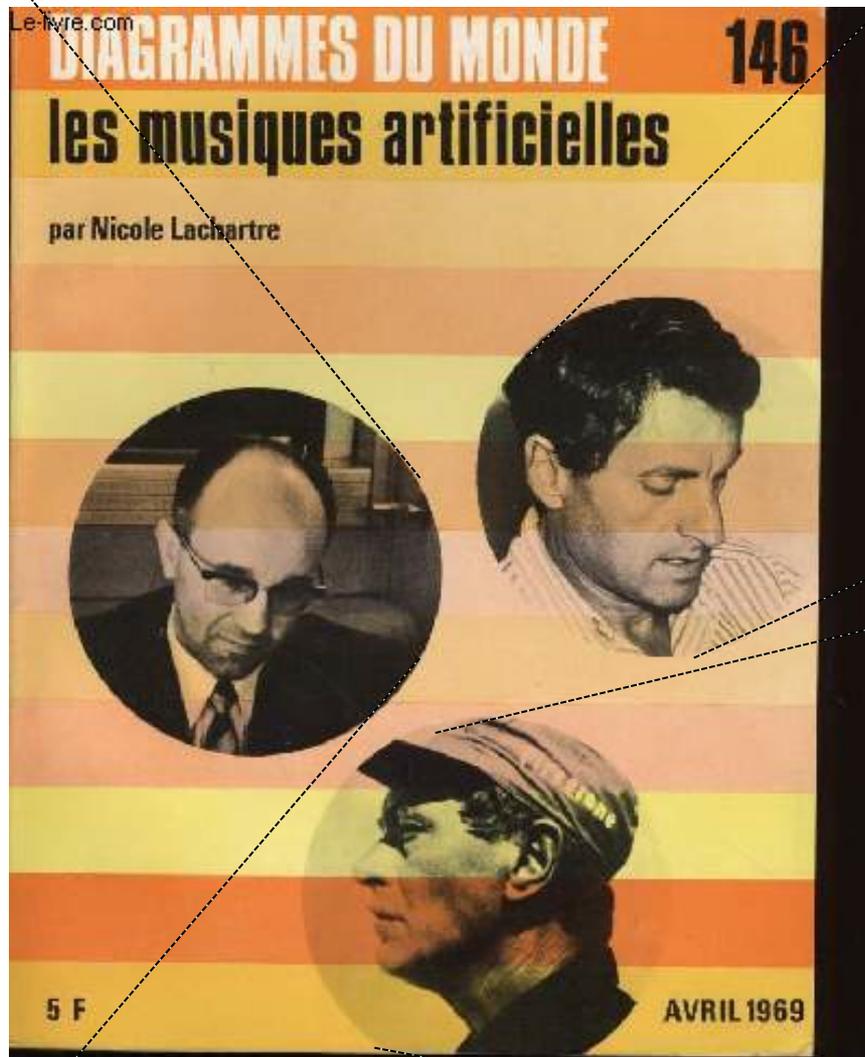


Introduction de François NICOLAS
Volume 1
Éditions DELATOUR FRANCE

Michel PHILIPPOT
Écrits



Volume 2
Éditions DELATOUR FRANCE



musiques formelles

iannis xenakis



la revue musicale
éditions richard-masse
date sans surcoût 20 x 29
pages

SCIENCE-POCHE

la musique,
discipline scientifique

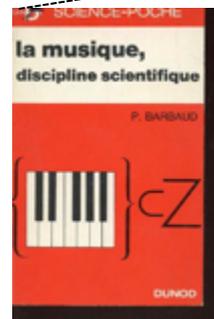
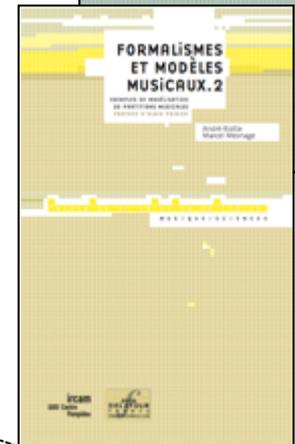
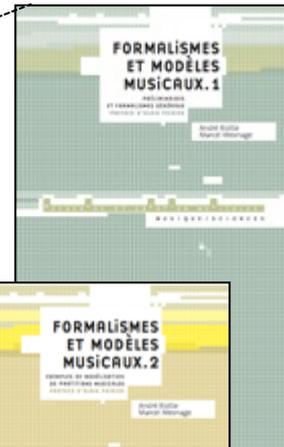
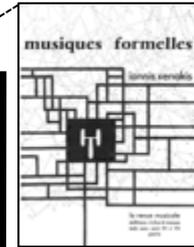
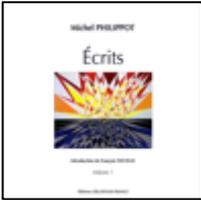
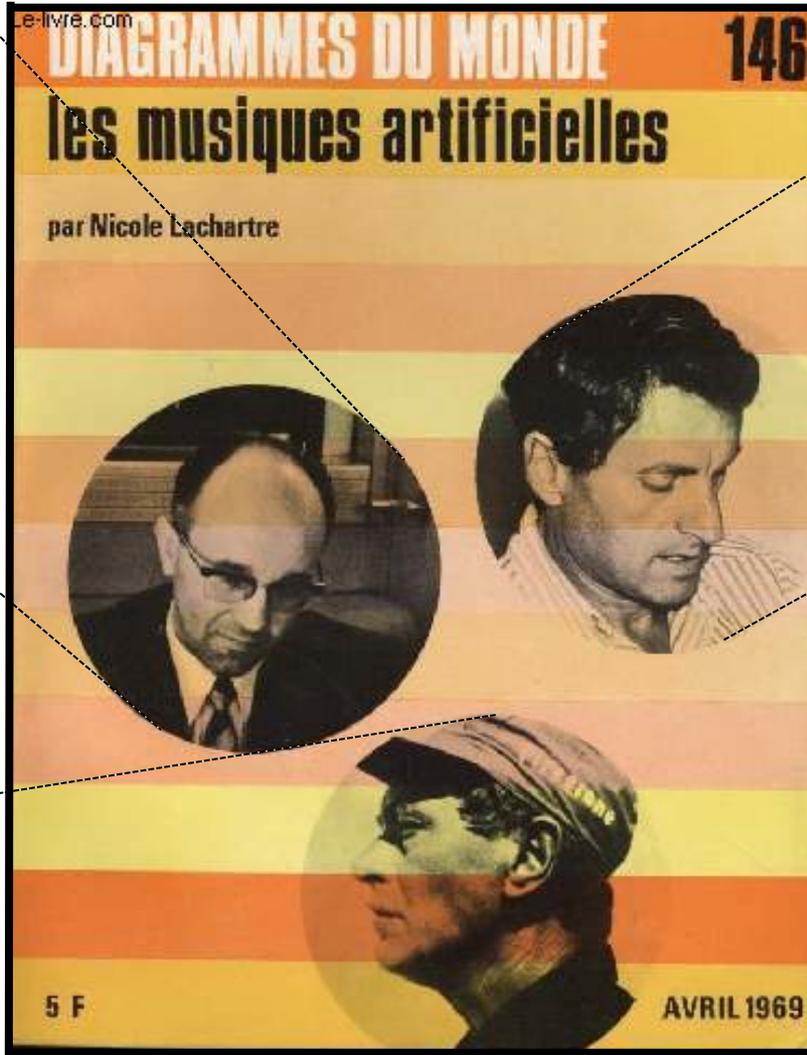
P. BARBAUD



DUNOD

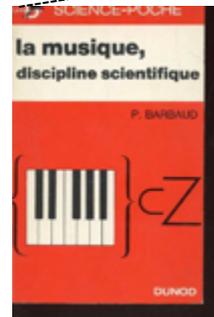
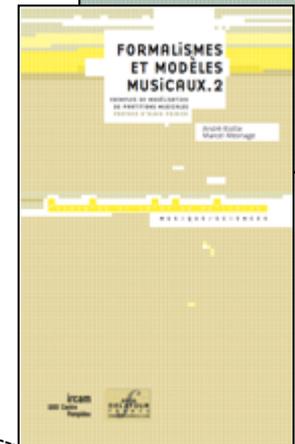
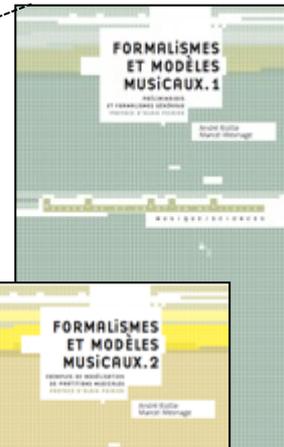
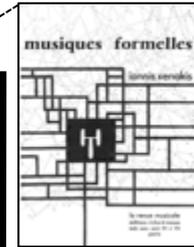
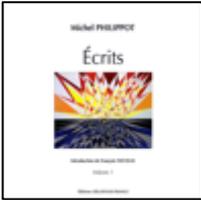
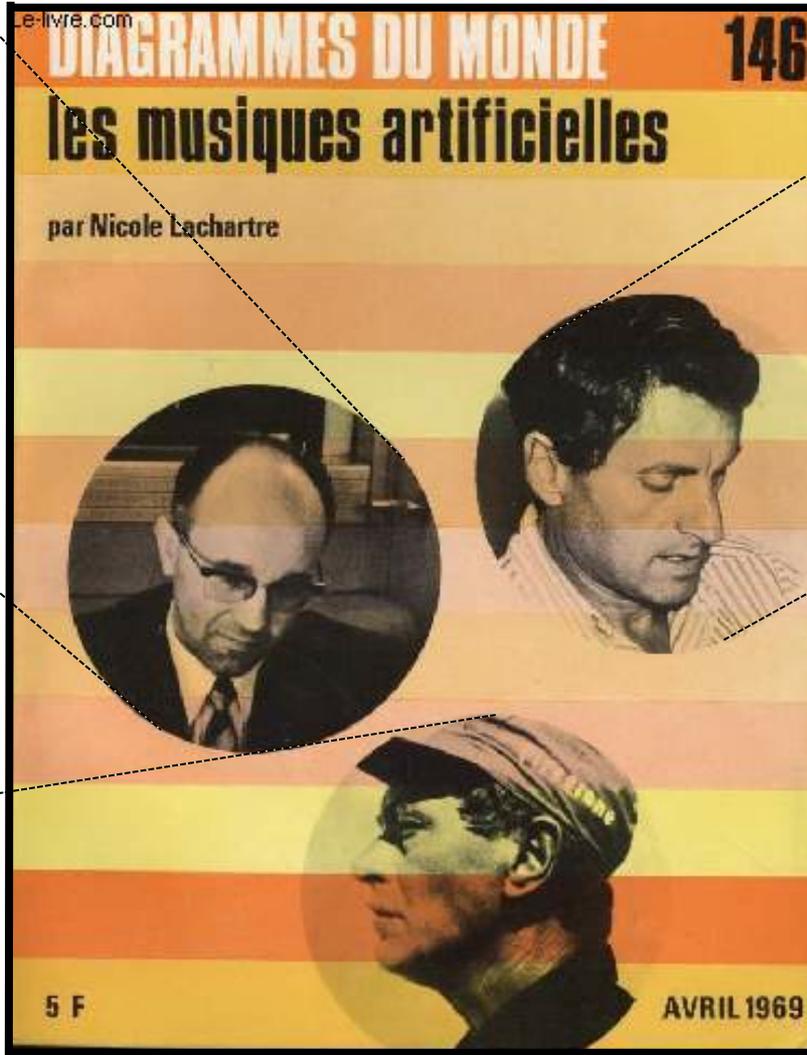
Peut-on parler d'une école formelle française en musique ?

Barbaud (1911-1990), Philippot (1925-1996), Xenakis (1922-2001), André Riotte & Marcel Mesnage



Peut-on parler d'une école formelle française en musique ?

Barbaud (1911-1990), Philippot (1925-1996), Xenakis (1922-2001), André Riotte & Marcel Mesnage



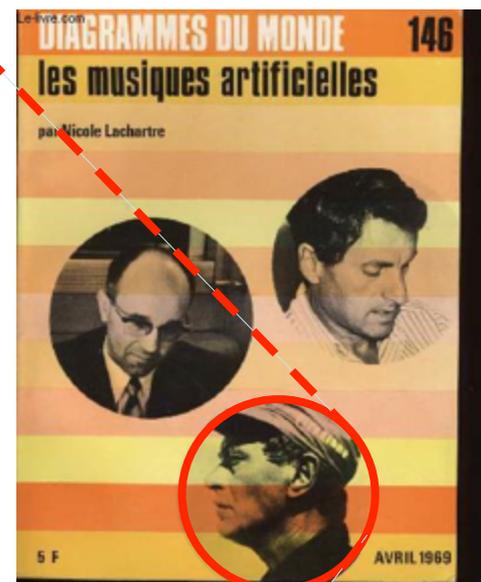
La place de l'algorithmique dans l'école formelle française

M. Andreatta, « Musique algorithmique », in In N. Donin et L. Feneyrou (dir.), *Théorie de la composition musicale au XX^e siècle*, Symétrie, 2013

« La musique algorithmique se distingue [...] des musiques concrète ou électronique [...] en ce qu'elle se veut *résolument systématique*. C'est, en d'autres termes, la recherche, l'élaboration et le classement des processus de mécanisation possibles sur des êtres sonores, une tentative d'industrialisation de la composition musicale. [...] Il s'agit :

- 1° d'établir un contrôle rigoureux des analyses des structures sonores qui constituent la musique, contrôle dont le critère ne peut être aujourd'hui que la possibilité de **mécanisation** ;
- 2° de mieux comprendre la nature de la création musicale en isolant expérimentalement son aspect objectif **formalisable** de son aspect proprement « humain » ;
- 3° de laisser la « machine » pousser à son extrême limite **la logique d'un système** dont elle fournirait un **modèle abstrait** sur lequel on peut encore s'interroger du point de vue « subjectif », mais en évitant [...] de confondre les problèmes de syntaxe avec ceux d'esthétique ;
- 4° d'**alléger le travail matériel du compositeur** et de simplifier et enrichir les méthodes d'enseignement de la composition musicale [...]

(P. Barbaud, *Musique algorithmique*, *Esprit*, 280, 1960, p. 92-96).



Formalisation et mathématisation en musicologie computationnelle

M. Mesnage & A. Riotte, « Modélisation informatique de partitions, analyse et composition assistées »,
Formalismes et modèles musicaux (vol. 2), p. 209-218,
Collection « Musique/Sciences », Ircam/Delatour France, 2006 (orig. 1993)

Formalisation

Une autre voie a été ouverte par le compositeur américain **Milton Babbitt** [1961], qui a développé dès 1955 un travail à base mathématique sur le système dodécaphonique; c'est dans cette même direction qu'**Allen Forte** [1973] a publié son répertoire exhaustif des accords (modulo 12, c'est-à-dire à l'octave près) connu sous le nom de *Set Theory*, formalisme amélioré par **John Rahn** [1980], puis complété sur le plan temporel par **Robert D. Morris** [1987].

En France, les pionniers ont été **Michel Philippot** [1960], qui a appliqué des techniques mathématiques à l'analyse de ses propres œuvres, **Iannis Xenakis** [1963 ; id. 1967], qui a énoncé les bases d'une représentation mathématique de la musique libérée de la notation et du vocabulaire traditionnels, et **Pierre Barbaud** [1965; id. 1968]. L'un des auteurs [RIOTTE 1962 ; id. 1969] a développé à la même époque un premier travail informatique visant à calculer exhaustivement une classe de séries à double contrainte (hauteurs et intervalles), les cycles équilibrés.



Formalisation et mathématisation en musicologie computationnelle

M. Mesnage & A. Riotte, « Modélisation informatique de partitions, analyse et composition assistées »,
Formalismes et modèles musicaux (vol. 2), p. 209-218,
Collection « Musique/Sciences », Ircam/Delatour France, 2006 (orig. 1993)

Mathématisation

Plus spécifique que l'étape précédente [*formalisation*], elle implique une approche aux **intentions théoriques** et suppose une **logique rigoureuse** dans l'application des formules employées, qui ont trait le plus souvent à un sous-ensemble des données mesurables caractéristiques des sons mis en jeu.

C'est la démarche classique des scientifiques qui cherchent à décrire un phénomène physique et à en prévoir les diverses manifestations.

On peut considérer que ces données relèvent en premier lieu de l'organisation de l'**espace musical** (ce qui suppose alors des sons ayant une composante de hauteur fondamentale stable) ou du **temps** (là encore, le début et la durée des sons doivent pouvoir être précisément localisés, au moins en première approximation).



Marin Mersenne et la naissance de la combinatoire musicale

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabula Combinationis ab 1 ad 22.

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	362880
X	3628800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127020800
XIV	87178291200
XV	1307674368000
XVI	20922789888000
XVII	335687418096000
XVIII	6402373705728000
XIX	121645100408832000
XX	2432901008176640000
XXI	51090942171709440000
XXII.	112400072777607680000

HARMONICORVM LIBRI XII

IN QVIBVS AGITVR

DE SONORVM NATVRA,
CAVSIS, ET EFFECTIBVS: DE CONSONANTIS,
Dissonantiis, Rationibus, Generibus, Modis, Cantibus, Com-
positione, orbisque totius Harmonicis Instrumentis.

Auctore F. M. MERSENNO Minimo.

Ad Illustr. V. HENRICVM LVDOVICVM HABERTVM
DE MONTMOR.

Leuare eum in cymbalis benedicanibus, laudare eum in cymbalis iubilantibus:
Omnia spiritus laudet Dominum. PIALM. 150.

EDITIO. AVCTA.

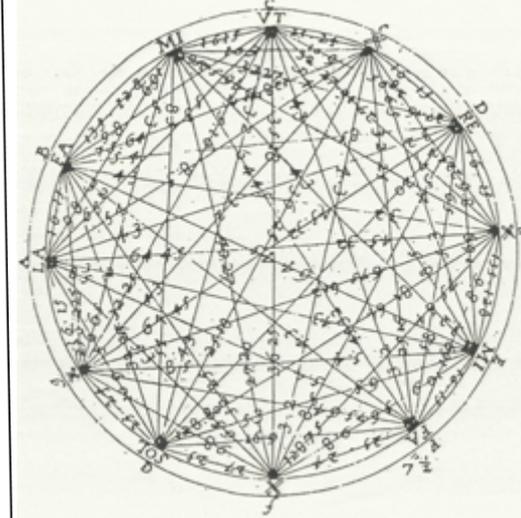


LVTETIÆ PARISIORVM.

Sumptibus GUILIELMI BAUDRY, viâ Iacobzâ,
prope Collegium Plefizum.

M. DC. XLVIII.

Com Privilegio Regis Christianiff. et Approbatione Superiorum;



Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.

La théorie des réseaux chez Henri Pousseur et ses origines ramistes

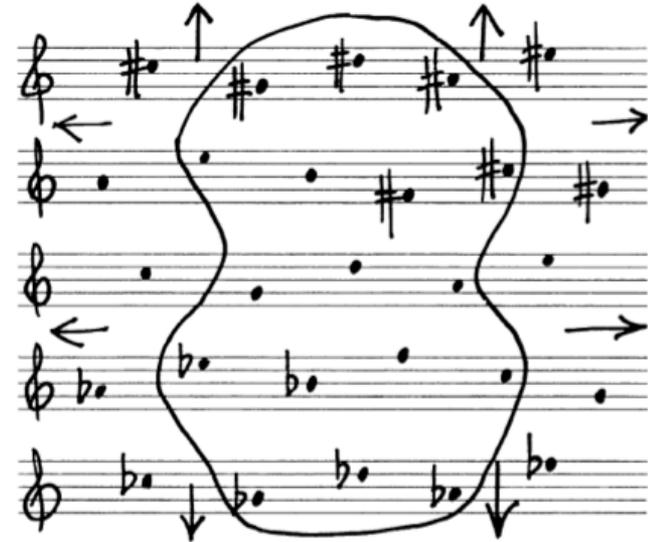
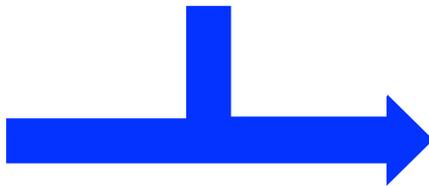
PROGRESSIONS TRIPLES ET QUINTUPLES

si b.....1	re.....5	fa#.....25	la#.....125
fa.....3	la.....15	ut#.....75	
ut.....9	mi.....45	sol#.....225	
Sol.....27	si.....135	ré#.....675	
ré.....81	fa#.....405	la#.....2025	
la.....243	ut#.....1215		
mi.....729	Sol#.....3645		
si.....2187	ré#.....10935		
fa#.....6561	la#.....32805		
ut#.....19683			
Sol#.....59049			
ré#.....177247			
la#.....531441			

Axe des tierces majeures

La progression triple qui est perpendiculaire donne des Quintes, et la quintuple qui est horizontale donne des Tierces majeures.

↓ Axe des quintes



« Un réseau, au sens entendu ici, est une distribution de note [...] selon plusieurs (pour commencer deux) axes qui se caractérisent chacun comme une chaîne d'un seul et même intervalle »

« Applications Analytiques de la 'technique des réseaux' », *Revue belge de Musicologie*, Vol. 52, pp. 247-298, 1998

- J.-Ph. Rameau, *Démonstration du principe de l'harmonie*, 1750

La théorie des réseaux chez Henri Pousseur et ses origines ramistes

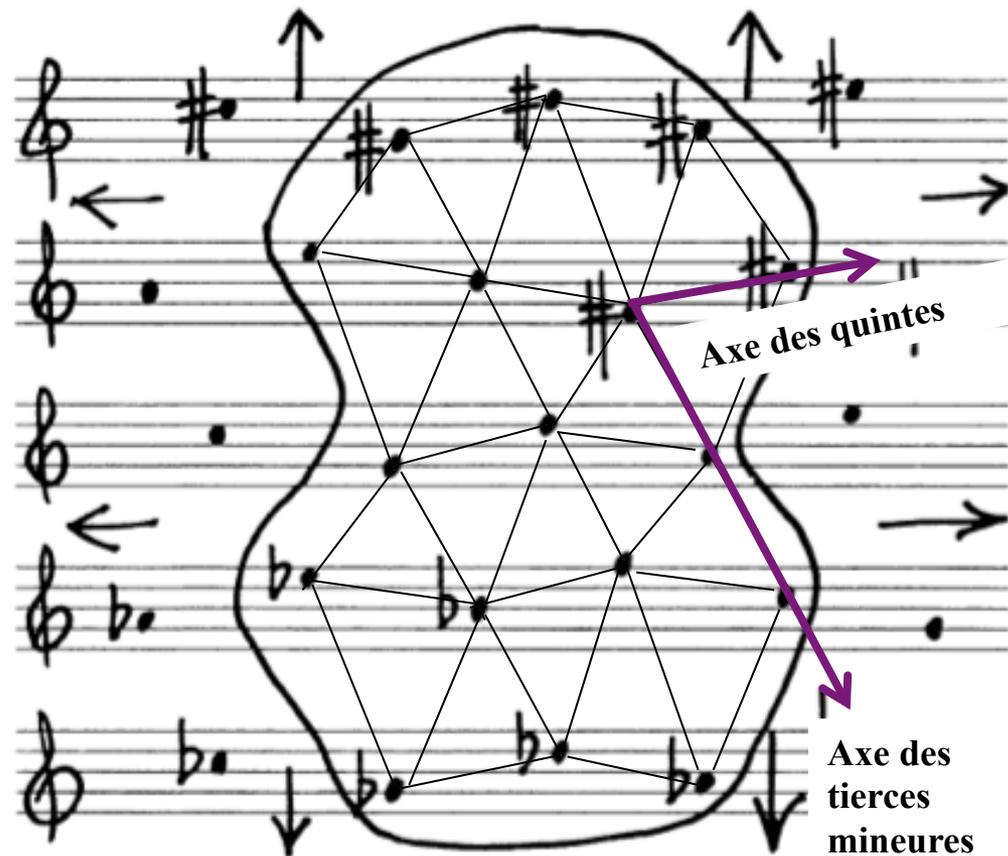
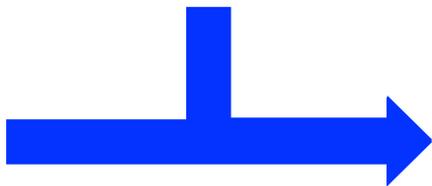
PROGRESSIONS TRIPLES ET QUINTUPLES

si b.....1	re.....5	fa#.....25	la#.....125
fa.....3	la.....15	ut#.....75	
ut.....9	mi.....45	sol#.....225	
Sol.....27	si.....135	ré#.....675	
ré.....81	fa#.....405	la#.....2025	
la.....243	ut#.....1215		
mi.....729	Sol#.....3645		
si.....2187	ré#.....10935		
fa#.....6561	la#.....32805		
ut#.....19683			
Sol#.....59049			
ré#.....177147			
la#.....531441			

Axe des tierces majeures

La progression triple qui est perpendiculaire donne des Quintes, et la quintuple qui est Orizontale donne des Tierces majeures.

Axe des quintes



Axe des tierces mineures

- « L'apothéose de Rameau. Essai sur la question harmonique, *Musiques Nouvelles. Revue d'esthétique*, 21, 105-172, 1968
- « Applications Analytiques de la 'technique des réseaux' », *Revue belge de Musicologie*, Vol. 52, pp. 247-298, 1998

La théorie des réseaux chez Henri Pousseur et ses origines ramistes

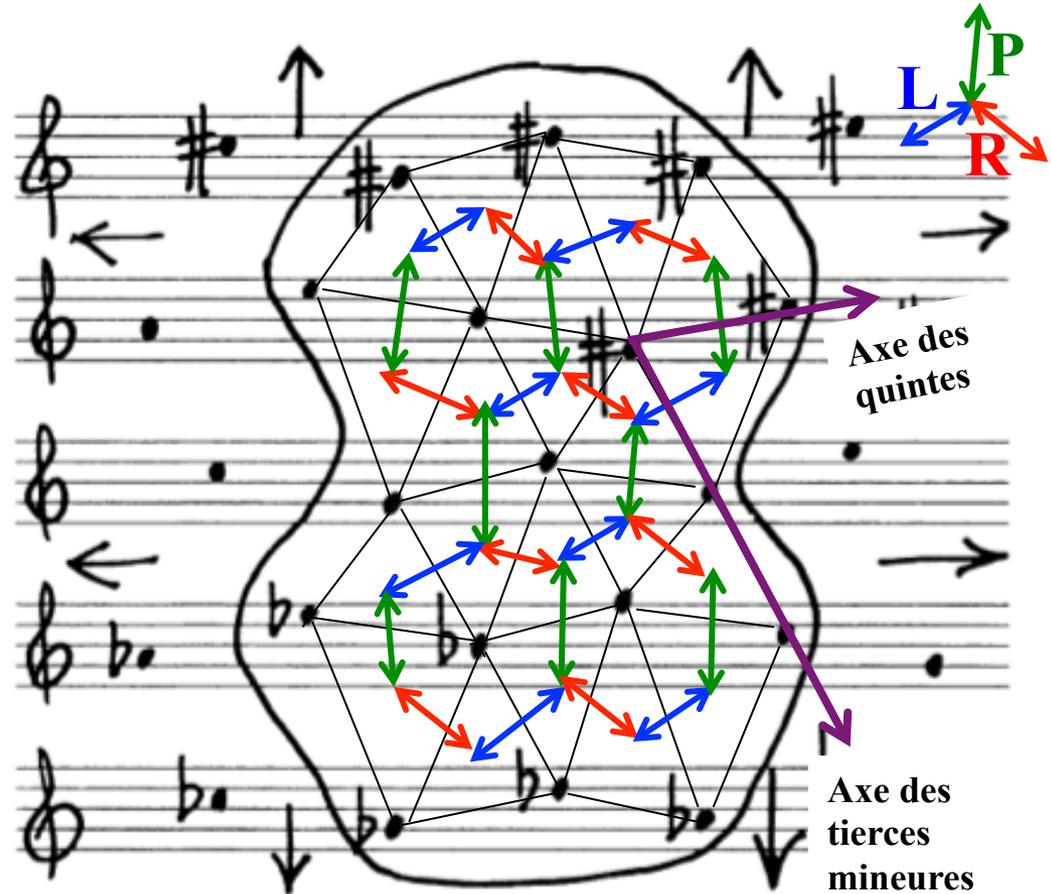
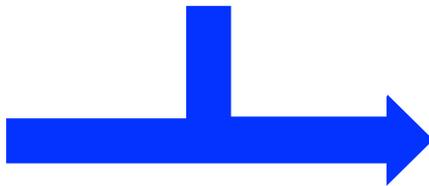
PROGRESSIONS TRIPLES ET QUINTUPLES

si b.....1	re.....5	fa#.....25	la#.....125
fa.....3	la.....15	ut#.....75	
ut.....9	mi.....45	sol#.....225	
Sol.....27	si.....135	ré#.....675	
ré.....81	fa#.....405	la#.....2025	
la.....243	ut#.....1215		
mi.....729	Sol#.....3645		
si.....2187	ré#.....10935		
fa#.....6561	la#.....32805		
ut#.....19683			
Sol#.....59049			
ré#.....177147			
la#.....531441			

Axe des tierces majeures

La progression triple qui est perpendiculaire donne des Quintes, et la quintuple qui est horizontale donne des Tierces majeures.

Axe des quintes



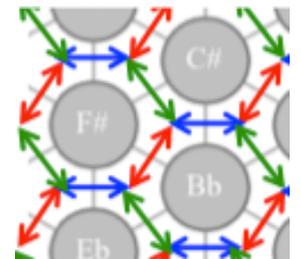
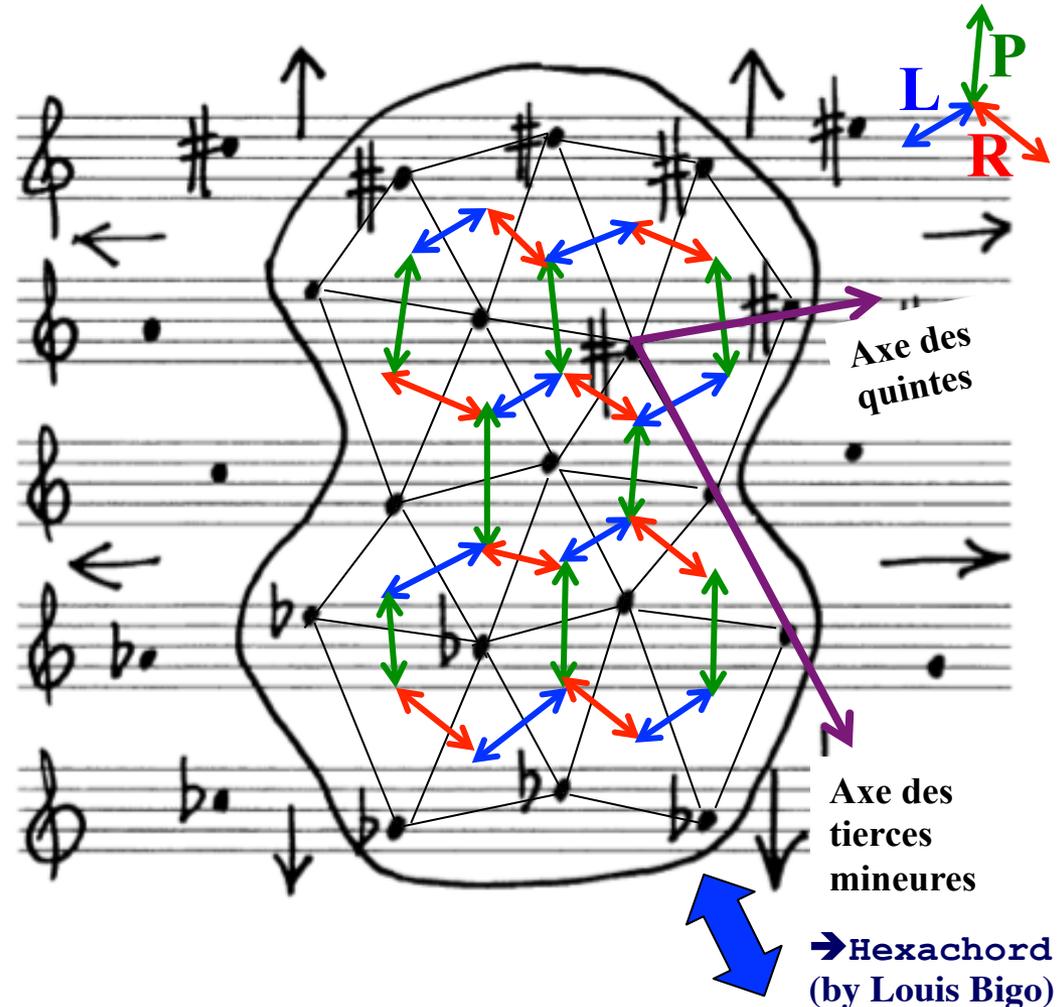
Axe des quintes

Axe des tierces mineures

- « L'apothéose de Rameau. Essai sur la question harmonique, *Musiques Nouvelles. Revue d'esthétique*, 21, 105-172, 1968
- « Applications Analytiques de la 'technique des réseaux' », *Revue belge de Musicologie*, Vol. 52, pp. 247-298, 1998

La théorie des réseaux et son héritage computationnel

« Il ne faut toutefois pas oublier que le principe même de la méthode réside dans la volonté de construire le lavis de telle sorte que les relations musicales élémentaires effectives, donc ‘en-temps’, (analysées ou composées, mélodiques ou accordiques) soient les plus **serrées** possibles, s’expriment principalement entre notes **voisines** du réseau, dans un sens ou dans l’autre »

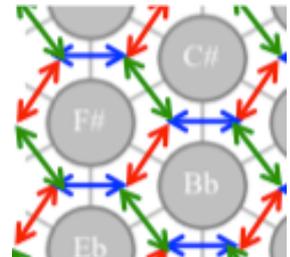
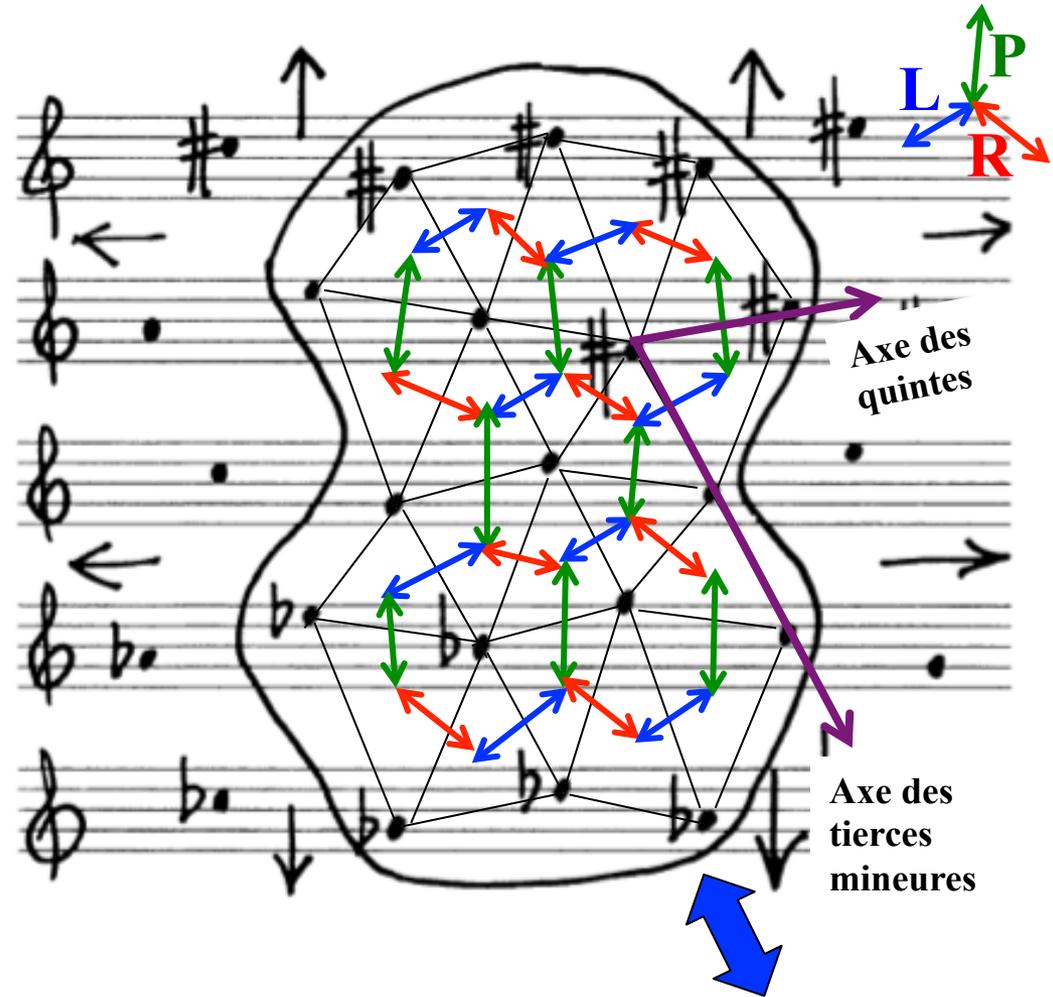


- « Applications Analytiques de la 'technique des réseaux' », *Revue belge de Musicologie*, Vol. 52, pp. 247-298, 1998

La théorie des réseaux et son héritage computationnel

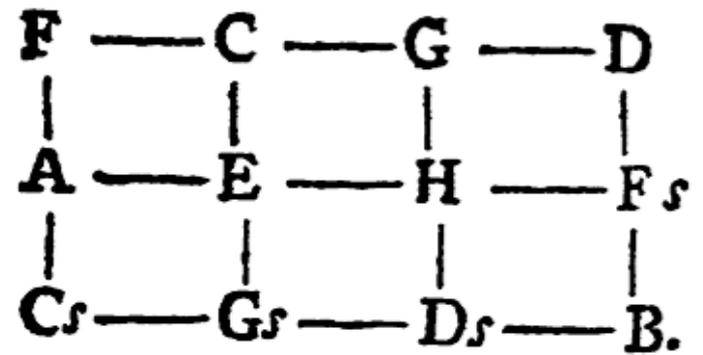
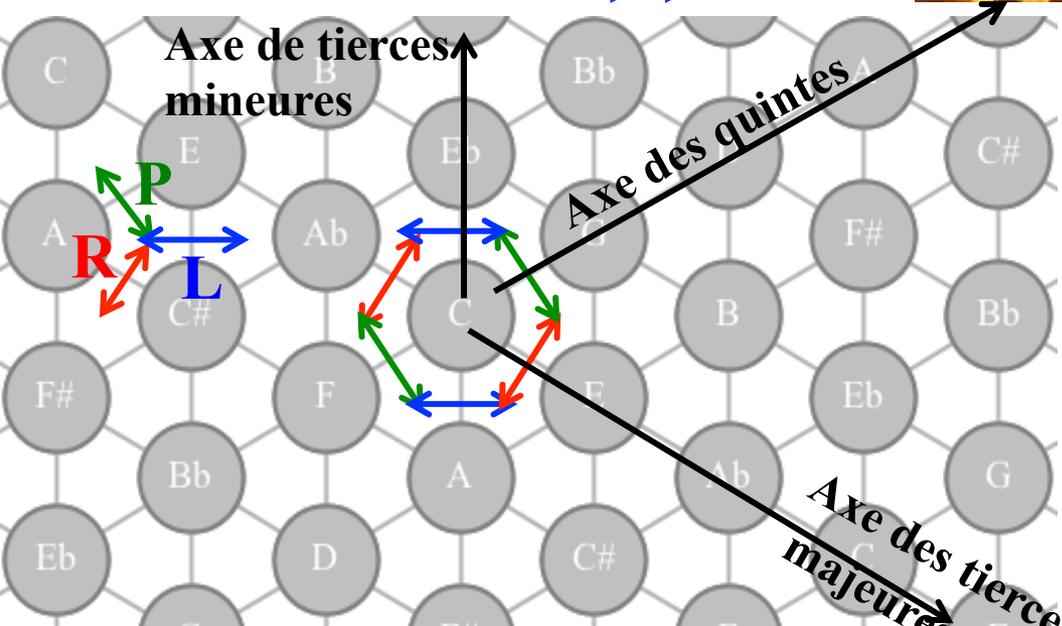
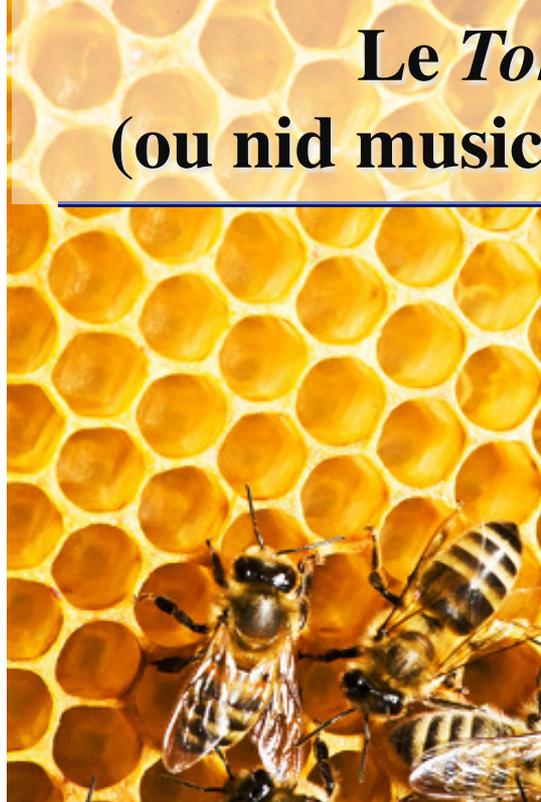
« Il ne faut toutefois pas oublier que le principe même de la méthode réside dans la volonté de construire le lavis de telle sorte que les relations musicales élémentaires effectives, donc ‘en-temps’, (analysées ou composées, mélodiques ou accordiques) soient les plus **serrées** possibles, s’expriment principalement entre notes **voisines** du réseau, dans un sens ou dans l’autre.

Ajoutons encore que l’on peut passer de certains réseaux à certains autres en faisant simplement ‘basculer’ les axes [...] ce qui modifie les rapports de proximité structurelle entre les notes et donc la hiérarchie de leurs intervalles ».



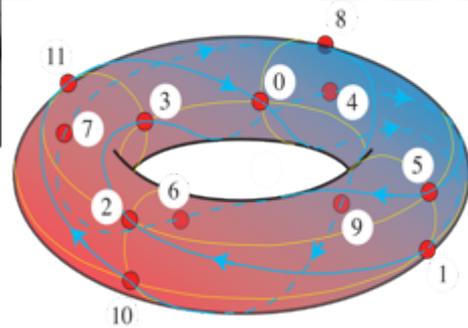
- « Applications Analytiques de la 'technique des réseaux' », *Revue belge de Musicologie*, Vol. 52, pp. 247-298, 1998

Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)

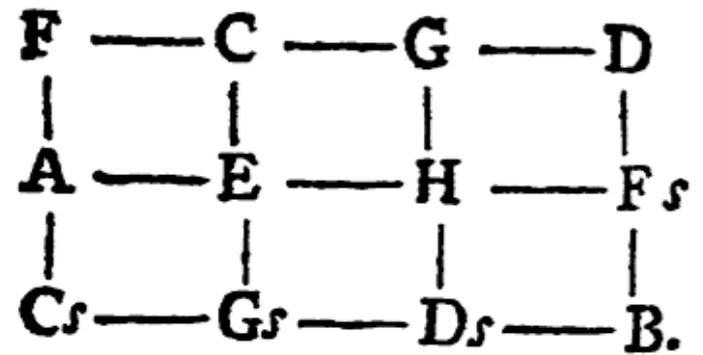
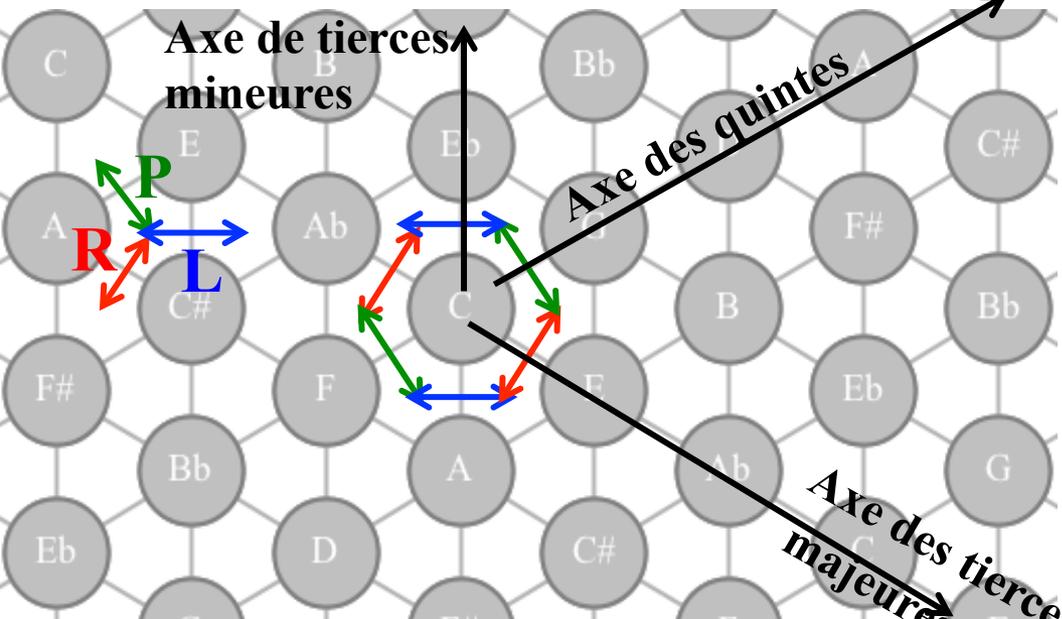


Speculum Musicum (Euler, 1773)

Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)

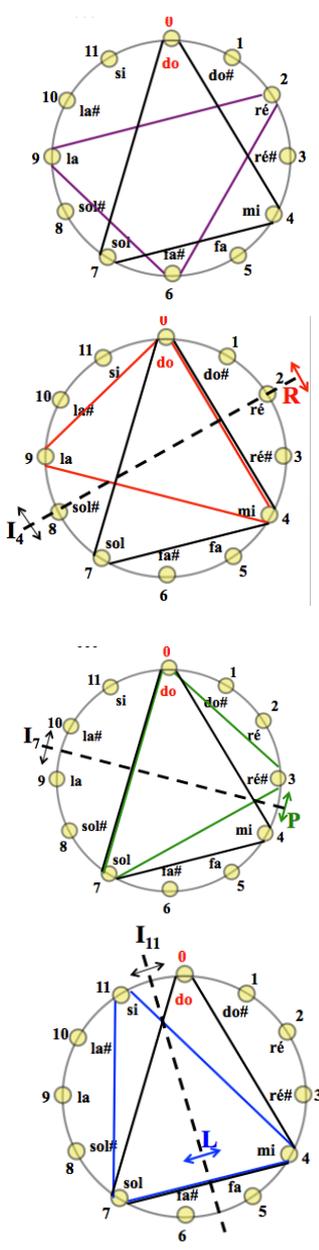
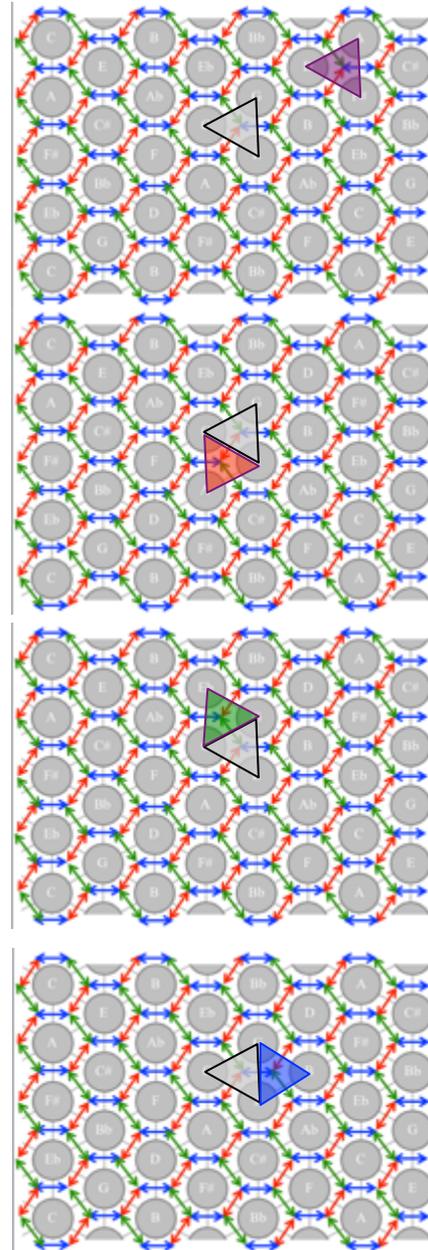
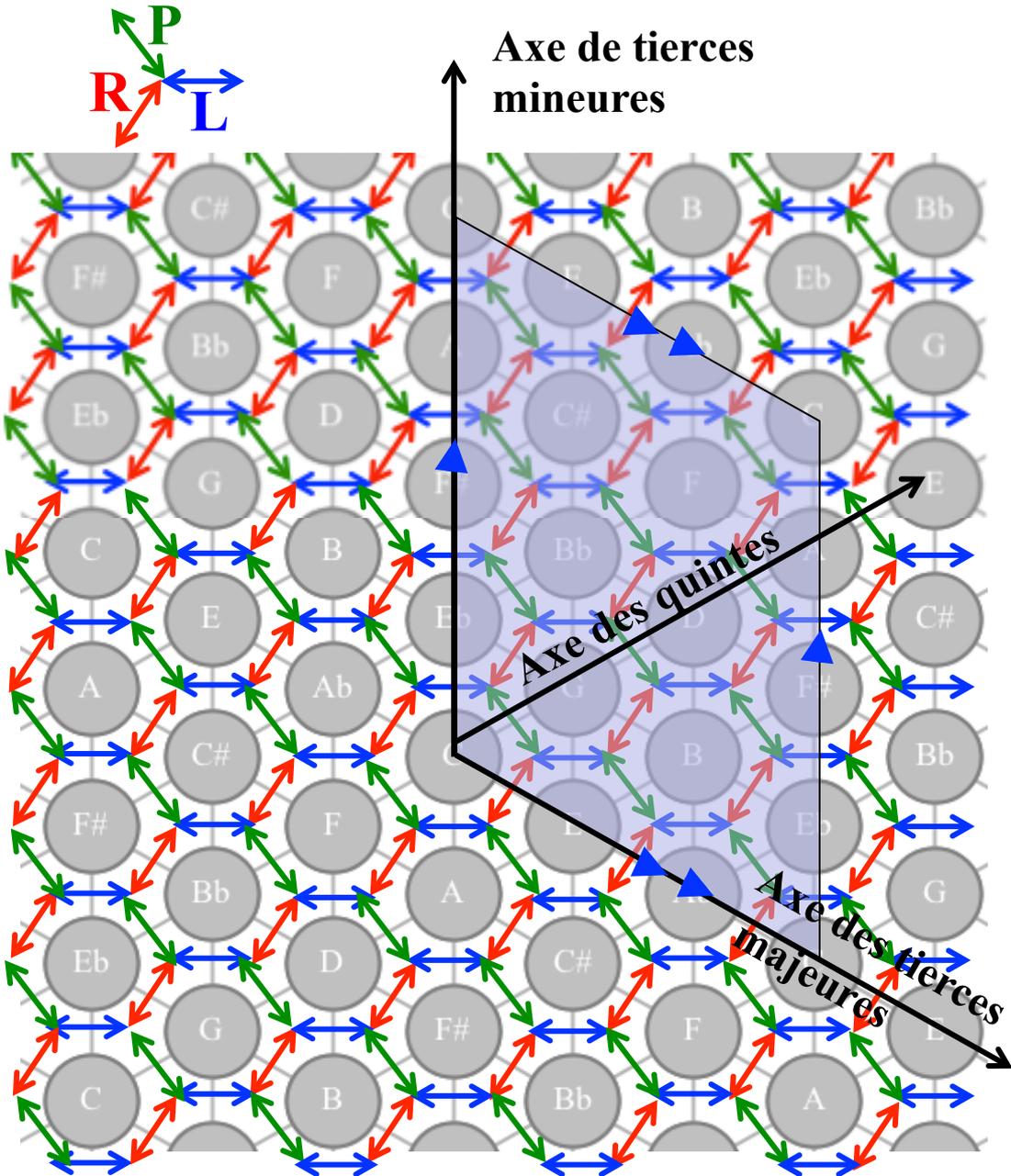


Tore des tierces (Mazzola, 1990)



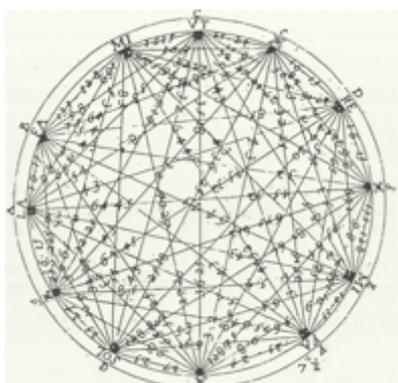
Speculum Musicum (Euler, 1773)

Le Tonnetz et ses symétries



De Mersenne à Edmond Costère : premiers catalogues d'accords

Edmond Costère, *Lois et Styles des Harmonies Musicales*. Paris: Presses Universitaires de France, 1954.



LIBER SEPTIMVS DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabella pulcherrima & vtilissima Combinationis duodecim Cantilenarum.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91
4	10	20	35	56	84	120	165	220	286	364	455
5	15	35	70	126	210	330	495	715	1001	1365	1820
6	21	56	126	252	462	792	1237	2002	3003	4368	6188
7	28	84	210	462	924	1716	3003	5005	8008	12376	18564
8	36	120	330	792	1716	3432	6435	11440	19448	31824	50388
9	45	165	495	1287	3003	6435	12870	24120	43758	80323	125970
10	55	220	715	2002	5005	11440	24310	48620	91378	167960	293930
11	66	286	1001	3003	8008	19448	43758	91378	184716	352716	646646
12	78	364	1155	4368	12376	31824	75582	167960	352716	705432	1352078
13	91	455	1820	6188	18564	50388	125970	293930	646646	1352078	2704156
14	105	56	2380	8568	27324	77520	203490	497420	1144066	2496144	5200300
15	120	65	3060	11528	38760	116280	319770	817190	1961256	4457400	9657700
16	136	81	3876	15504	54264	170544	490314	1307504	3288760	7726600	17383860
17	153	96	4845	20349	74613	243157	735471	2042975	5311735	13037895	30421755
18	171	114	5953	26334	100947	346104	1081575	3124150	8436285	21474180	51895935
19	190	135	7315	33649	134526	450700	1562275	4686825	13131110	34597290	86493225
20	210	154	8855	41504	177100	657800	2220075	6906900	20030010	54617300	141120525
21	231	177	10626	51310	230250	888030	3108105	10015005	30045015	84672315	225792840
22	253	204	12650	57800	296010	1184040	4292145	14307150	44552165	129024480	354817320
23	276	230	14950	60730	376740	1560780	5852925	20160075	64512290	193536720	548354040
24	300	260	17550	81800	475020	2035800	7888725	28048800	92561040	286097760	834451800
25	325	295	20470	87550	593775	2629575	10183000	38567100	131128140	417225900	1251677700

THESAURUS - 115 - (0 1 3 7)

interval vector: <1 1 1 1 1>
 Tr/Tn type: [0 1 3 7]
 complementary: {0 2 3 4 6 7 8 9}
 isomers: {0 1 4 6} {0 2 5 6}

Tn-roughness: 4.06 fusion: 1.18
 tonicity: 9.38 phonicity: 33.75
 Costère number: 21 13 14 i=0
 Forte number: 4-229

azimuth: -87.21°
 root: 15 11 (2) 15 (0 8 5) 10 (8 5 1 4)
 vertex: 10 12 (6) 11 (3 6 0) 18 (5 1 7 5)

cardinal: 3 2 (3) 1 (1 1 2) 2 (3 0 1 1)
 tonal M: (6 6 5 4 5 4 5 6 7 3 5 4)
 tonal m: 6 (6 4 4 4 4 7 6 5 4 4 6)

transpositional: 8 (9 5 5 5 9 6 9 5 5 5 9)
 inversionsal: (5 8 8 10 4 6 5 8 8 8 4 6)

Tn invariance: 4 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
 TnI invariance: 1 2 2 2 0 1 2 2 0 2 0

SUBSETS (4 items): (0 1 3 5 6 8 9), (0 1 3 5 6 8), (0 1 3 5 6 8), (0 1 3 5 6 8)

SUPERSETS: (0 1 2 3 7), (0 1 2 4 8), (0 1 3 4 7), (0 1 3 5 7), (0 1 3 6 7), (0 1 3 7 8), (0 1 3 7 8), (0 1 3 7 8)

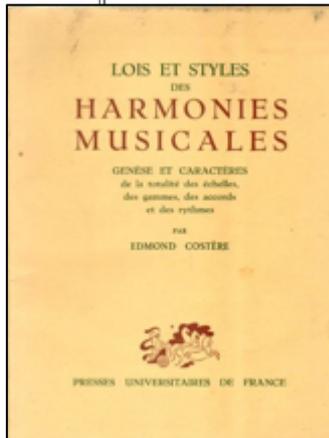
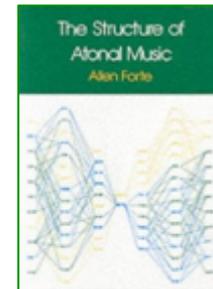
Asymmetrical relative: (0 4 6 7)
 integrally tonal-imitative
 Om [ab=BA]

Cardinally Transitive with balanced cardinal pole
 cardinal poles: 0 (2) (8)
 Tonal Minor
 Tonally Explosive
 Tonic m
 tonal poles: (8M) (5m)
 intrinsic tonic poles: Om

COMMONALITY

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	t	e
Tn:	100	28	36	32	36	39	34	39	36	32	36	28
TnI:	35	47	43	51	44	24	38	57	54	20	63	23
(0 4 7):	53	31	13	51	15	30	31	26	46	34	20	29
(0 3 7):	79	23	15	28	25	34	28	31	30	22	28	12

Musical notation for T0 through T9, showing various chord structures and their relationships.



M. A. Bittencourt, « A computational model of E. Costère's music theories and Set-Theory implemented as an analytical calculator », SBCM 2007, São Paulo.

La symétrie du ré chez Camille Durutte



C. Durutte

- *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)
- *Résumé élémentaire de Technie harmonique, et complément de cette Technie* (1876)

à m^r Nordling's souvenir annuel
C. Durutte

ESTHÉTIQUE MUSICALE.

TECHNIE

LOIS GÉNÉRALES DU SYSTÈME HARMONIQUE,

par le Comte CAMILLE DURUTTE, d'Ypres,

Compositeur, ancien Chef de l'École polytechnique, Membre de l'Académie Impériale de Metz.

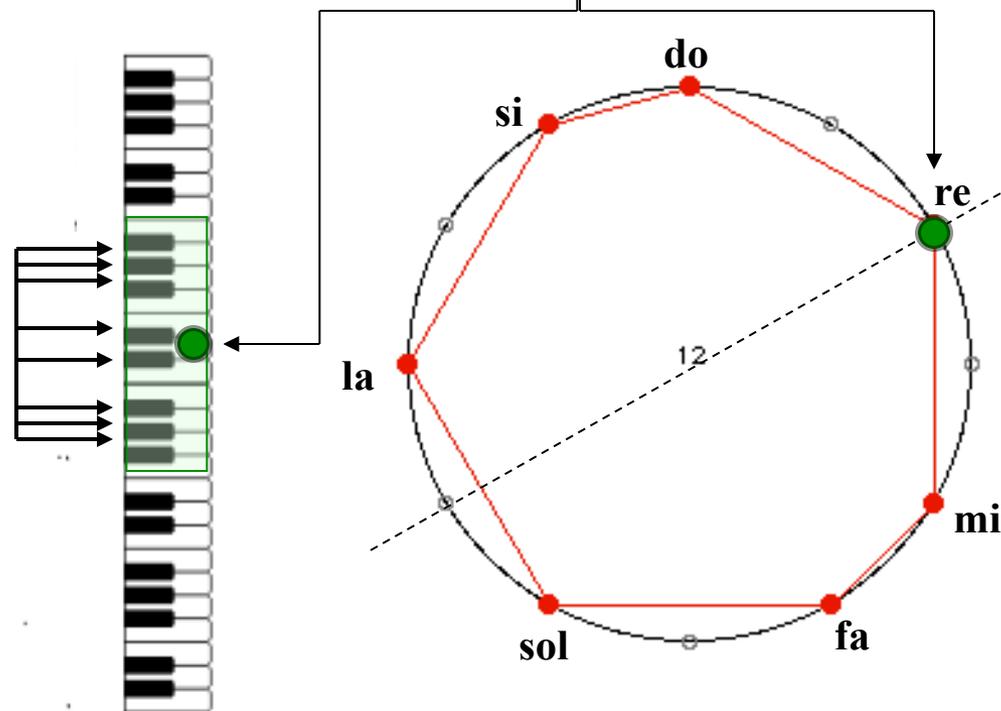
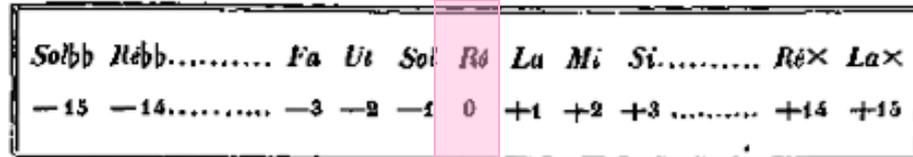


PARIS, MALLEY-BACHELIER, IMPRIMERIE-ANCIENNE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, quai des Grands-Augustins, 35.

E. GIROD, MÈMBRE DE L'ACADÉMIE DE METZ, boulevard Métempre, 16.

MEZ, Typographie de ROUSSEAU-PALLEZ, Éditeur, IMPRIMERIE DE MONSIEUR L'ÉVÊQUE, quai des Clercs, 16.

1855.



La symétrie du ré chez Camille Durutte



C. Durutte

- *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)
- *Résumé élémentaire de Technie harmonique, et complément de cette Technie* (1876)

à m^r Nordling's souvenir annuel
C. Durutte

ESTHÉTIQUE MUSICALE.

TECHNIE

LOIS GÉNÉRALES DU SYSTÈME HARMONIQUE,

par le Comte CAMILLE DURUTTE, d'Ypres,

Compositeur, ancien Élève de l'École polytechnique, Membre de l'Académie Impériale de Metz.

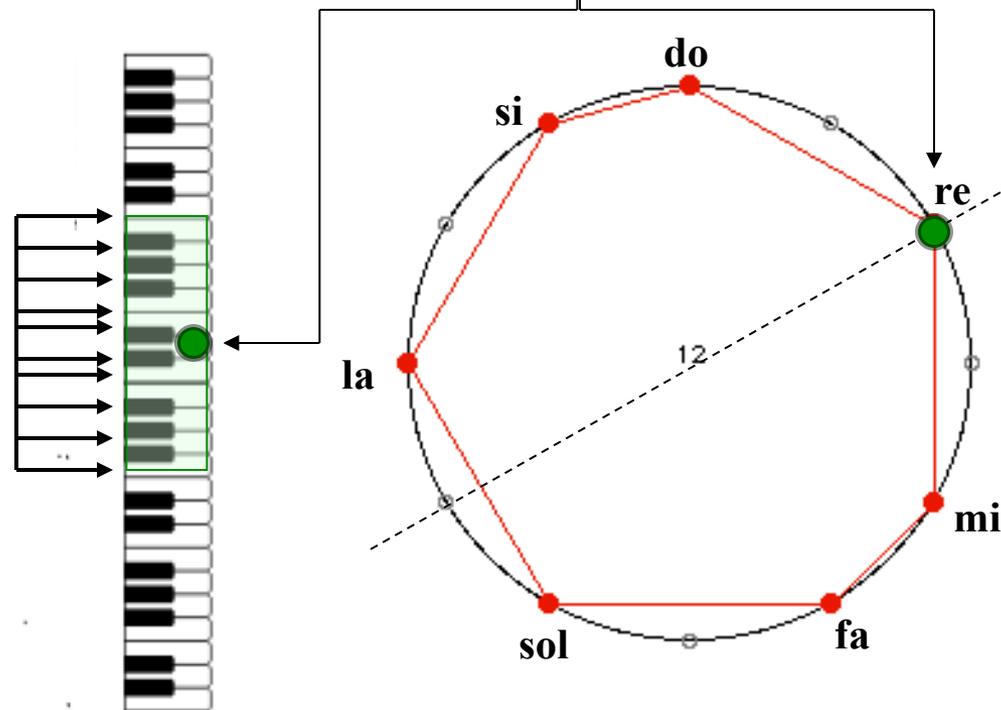
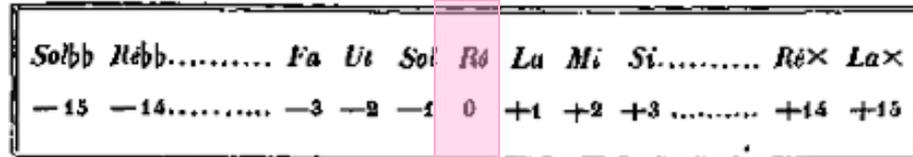


PARIS, MALLEY-BACHELIER, IMPRIMERIE-ANCIENNE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, quai des Grands-Augustins, 35.

E. GIROD, MARCHAND DE MUSIQUE SANSON, boulevard Malesherbes, 16.

MEZ, Typographie de ROUSSEAU-PALLEZ, Éditeur, IMPRIMERIE DE MONSIEUR L'ÉVÊQUE, quai des Clercs, 16.

1855.



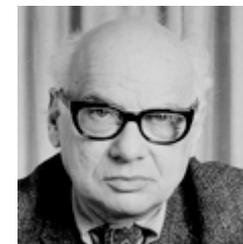
Articulation algèbre/géométrie en musique



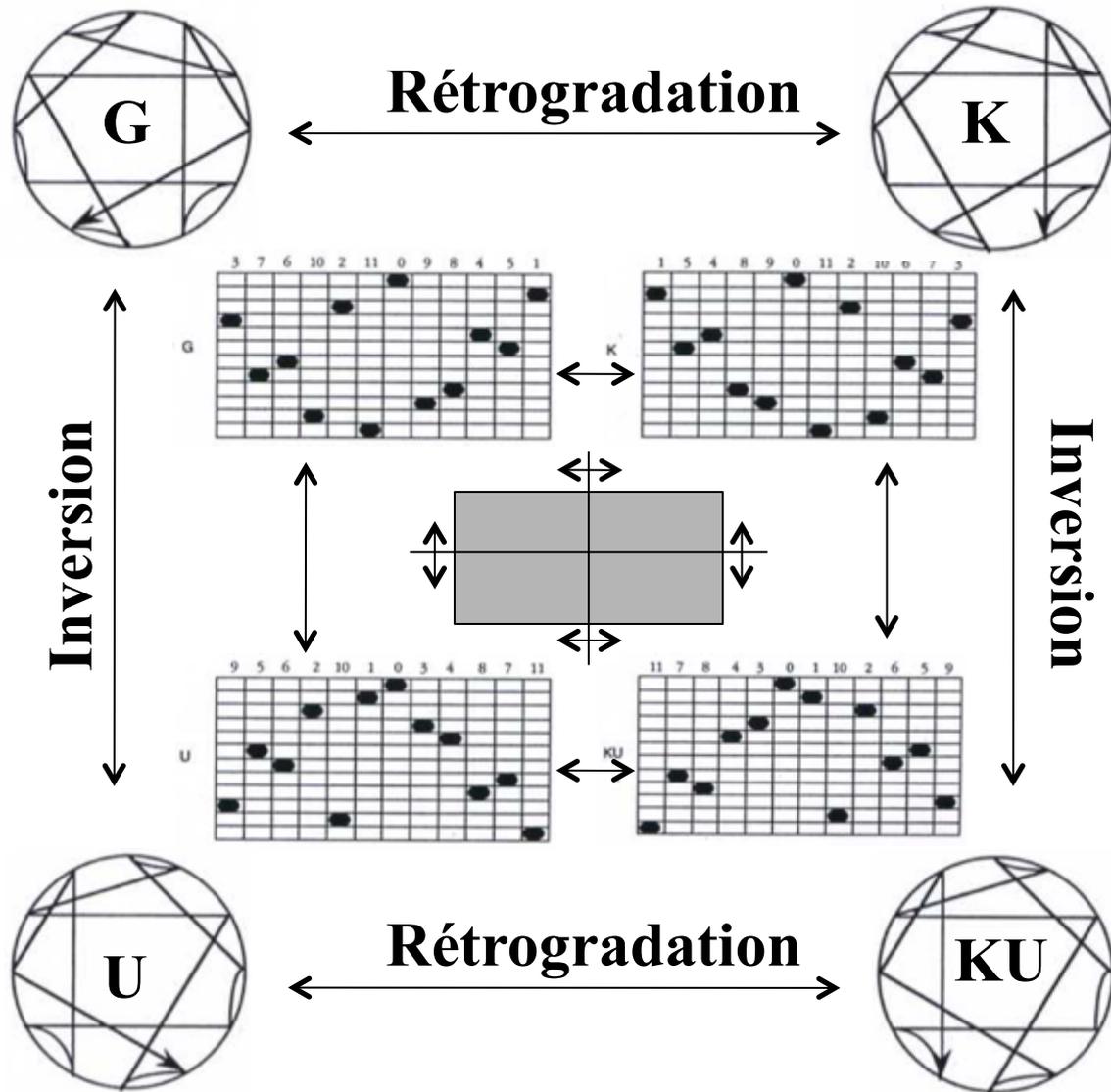
Felix Klein



Ernst Krenek



Milton Babbitt



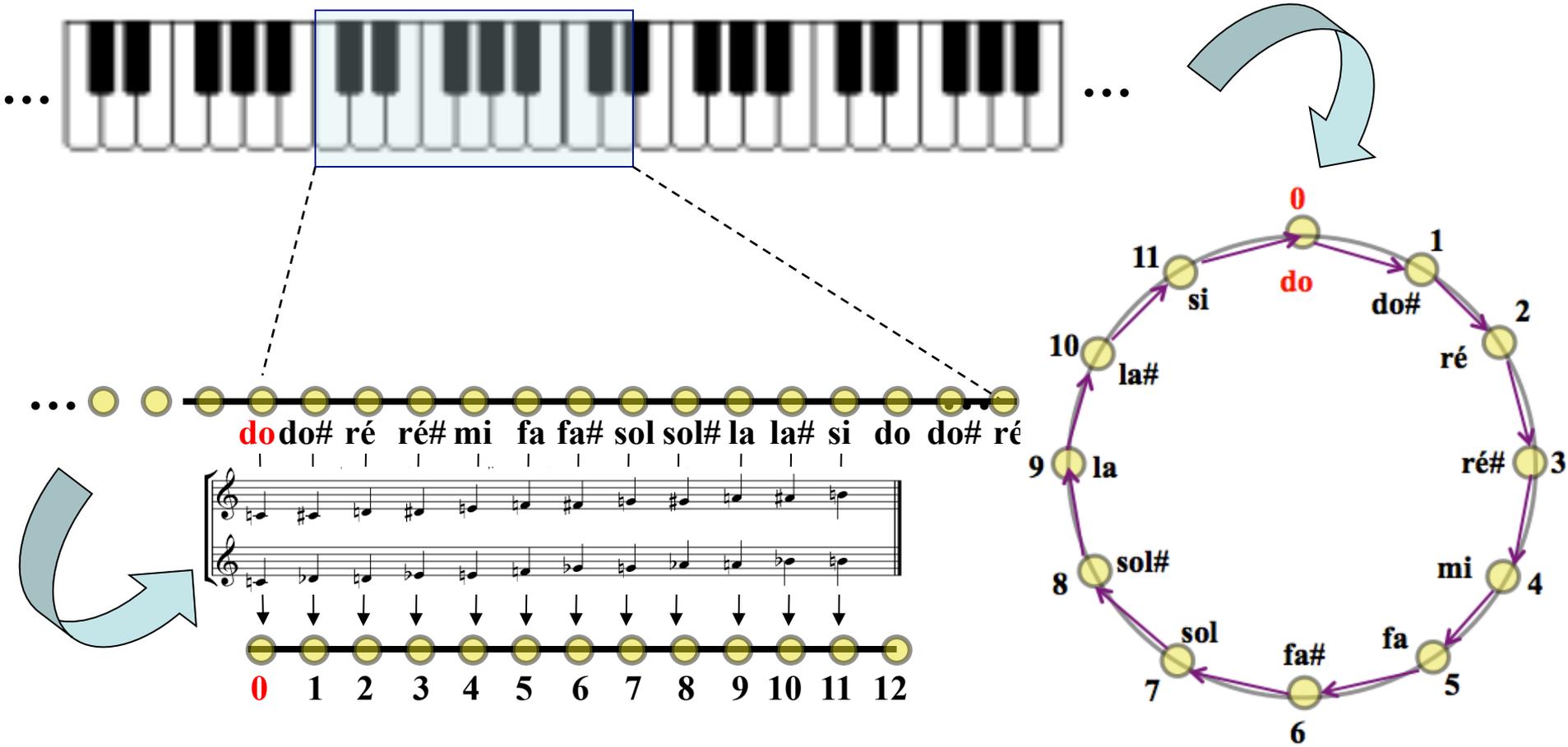
« [...] Si nous représentons les permutations G, K, U et KU par leurs « écussons », nous aurons les figures suivantes dont « l'air de famille » **saute aux yeux, comme il saute aux oreilles** sous son aspect sonore. [...] *Lorsqu'on étudie, sur les nouvelles structures (de la pensée logique, des mathématiques, de la théorie physique...), la pensée des mathématiciens ou des physiciens de notre époque, on mesure, assurément, quel immense chemin les musiciens doivent encore parcourir avant d'arriver à la **cohésion d'une synthèse générale.** »*



Pierre Barbaud

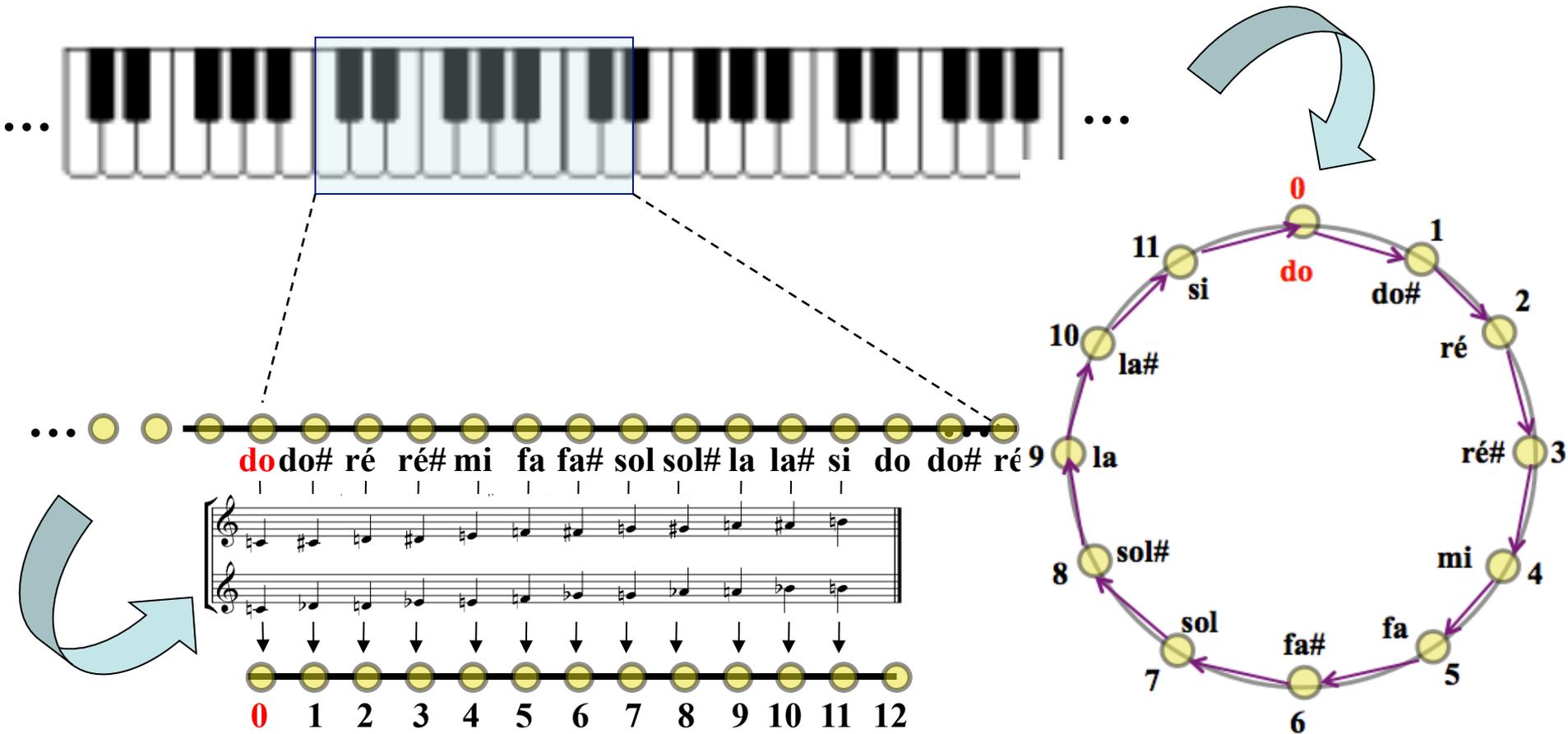
Schoenberg, Editions Main d'Œuvre, 1997. Orig. 1963)

L'espace tempéré égal est un groupe cyclique



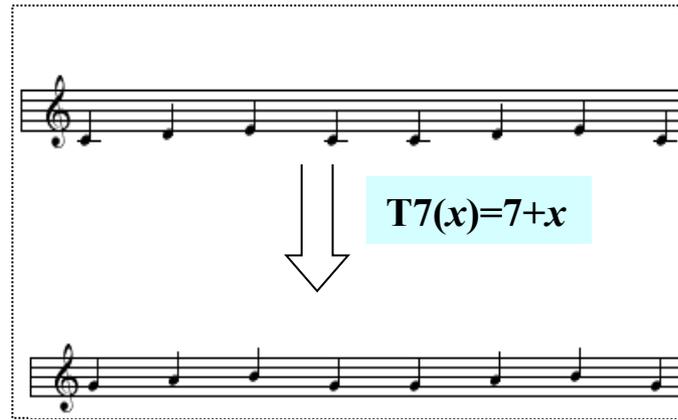
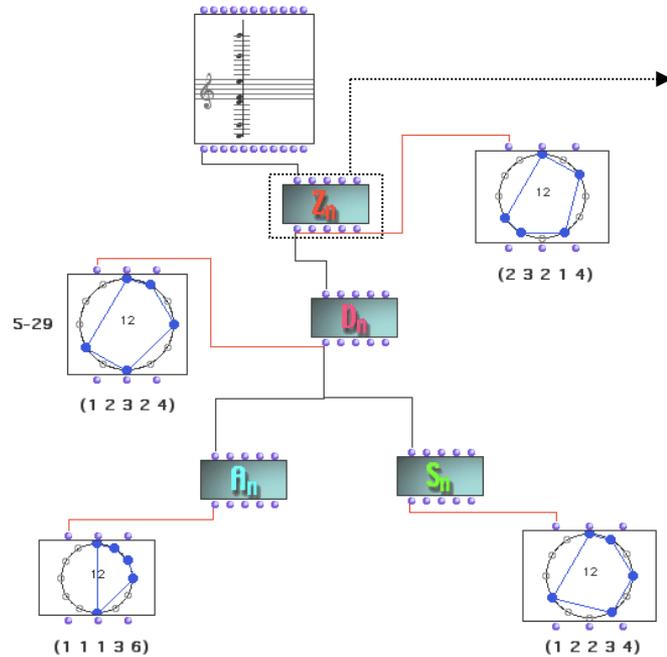
« L'ensemble des intervalles mélodiques est muni d'une **structure de groupe** avec comme loi de composition l'addition. [...] Or, cette structure n'est pas spécifique aux **hauteurs**, mais également aux **durées**, aux **intensités**, aux **densités** et à d'autres caractères des sons ou de la musique, comme par exemple le **degré d'ordre ou de désordre** »
(Xenakis, "La voie de la recherche et de la question", *Preuves*, 1965).

L'espace tempéré égal est un groupe cyclique



« [...] il faut aller plus profondément dans notre **mental musical**. Et c'est là que l'on découvre les **symétries**, les propriétés des sons ou les opérations qu'effectue l'auditeur ou le musicien sans le savoir. La musique, comme sans doute notre univers, est plongée dans l'idée de récurrence, de répétition plus ou moins fidèle, de symétrie en temps et hors-temps. C'est pourquoi l'on découvre les **structures de groupe** presque à fleur de peau. »
(Xenakis, "Problèmes actuels en composition musicale", Conférence à Saclay, 1983).

La généalogie algébrico-géométrique du structuralisme



« La **nature d'une géométrie** donnée est définie par rapport à un **groupe** déterminé et la façon avec laquelle des formes spatiales sont liées entre elles à l'intérieur de ce type de géométrie [Cf. F. Klein, *Le Programme d'Erlangen* - 1872]. On peut se poser la question de savoir s'il y a des concepts et des principes qui sont [...] des conditions nécessaires pour à la fois la constitution du monde perceptuel et la construction de l'univers de pensée géométrique. Il me semble que le concept de **groupe** et la notion d'**invariance** sont précisément ces principes. »

E. Cassirer : « The concept of group and the theory of perception », 1944

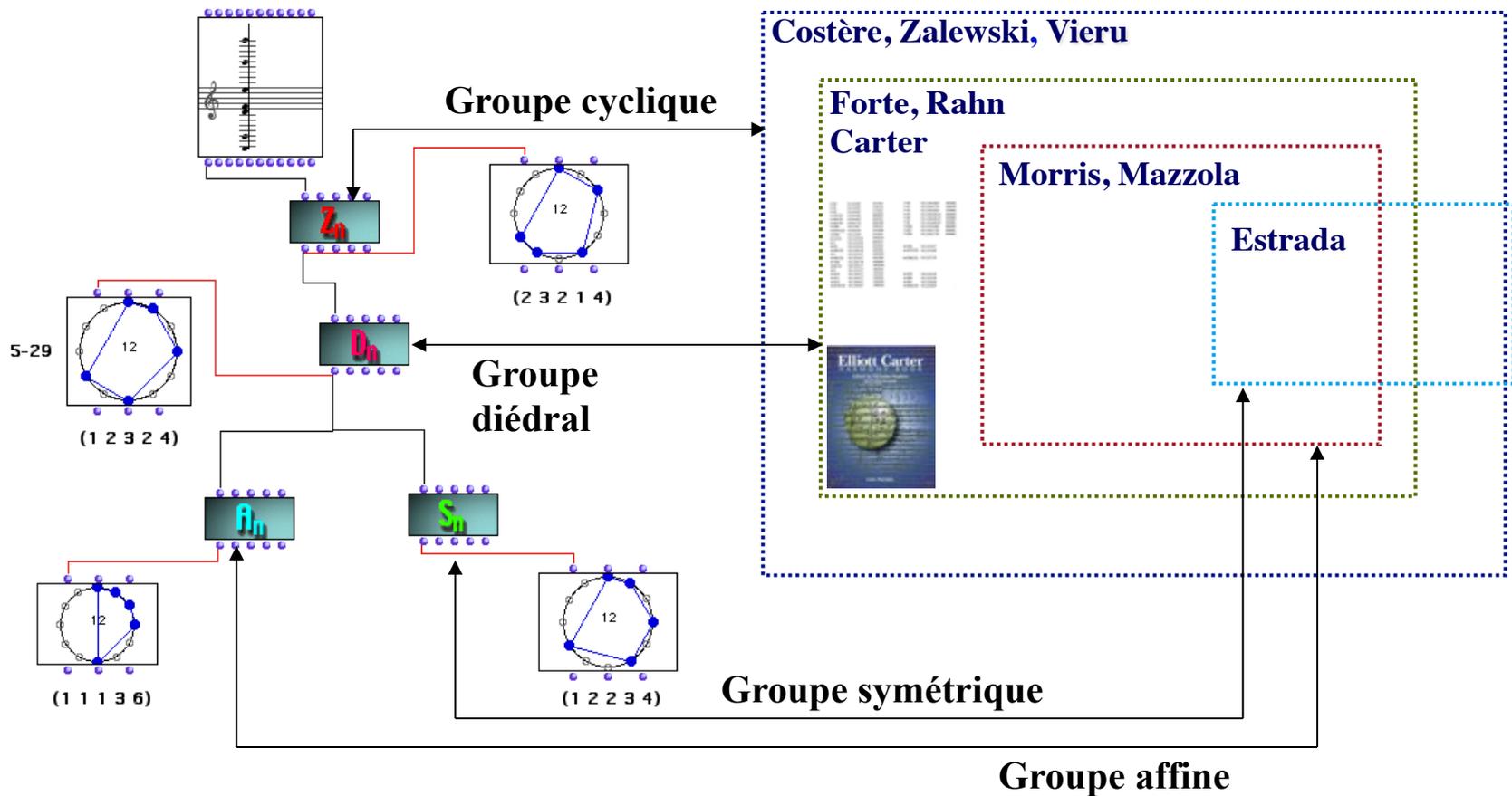


Felix Klein



Ernst Cassirer

Architecture paradigmatique et dualité objectale/opératoire



« [C'est la **notion de groupe** qui] donne un sens précis à l'idée de **structure** d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son **schéma opératoire** le domaine envisagé. [...] L'objet véritable de la science est le **système des relations** et non pas les termes supposés qu'il relie. [...] Intégrer les résultats - symbolisés - d'une expérience nouvelle revient [...] à créer un canevas nouveau, un **groupe de transformations** plus complexe et plus compréhensif » (G.-G. Granger : « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », 1947)



G.-G. Granger

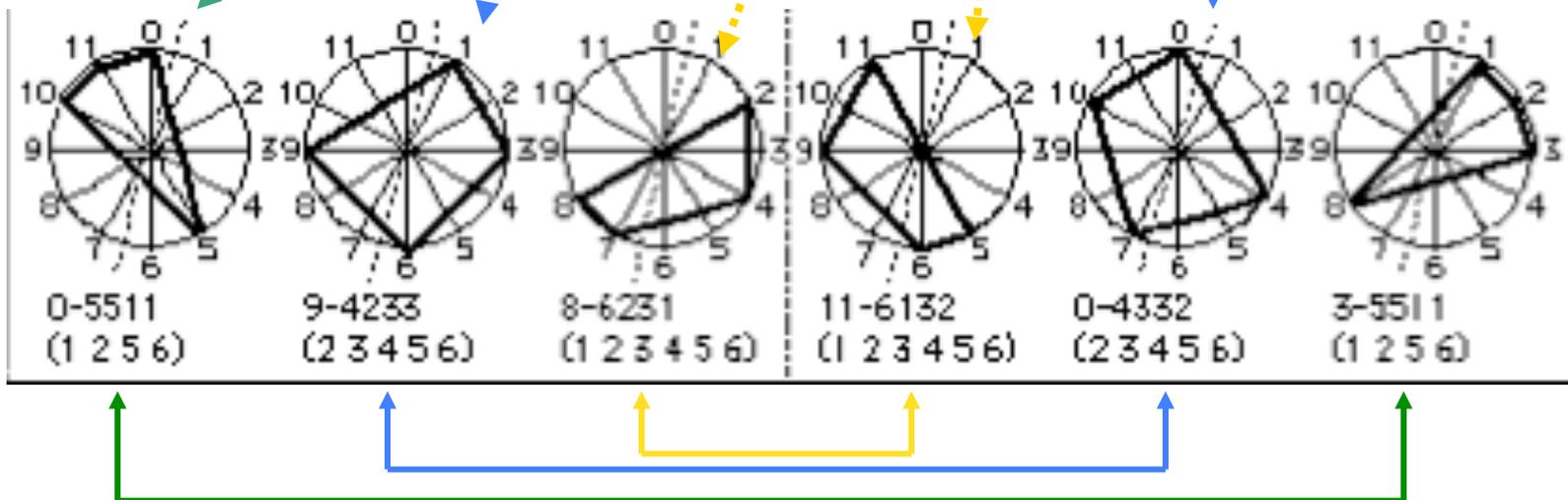
L'école française en musicologie computationnelle

A. Riotte & M. Mesnage, *Formalismes et modèles musicaux* (in 2 volumes),
Collection « Musique/Sciences », Ircam/Delatour France, 2006

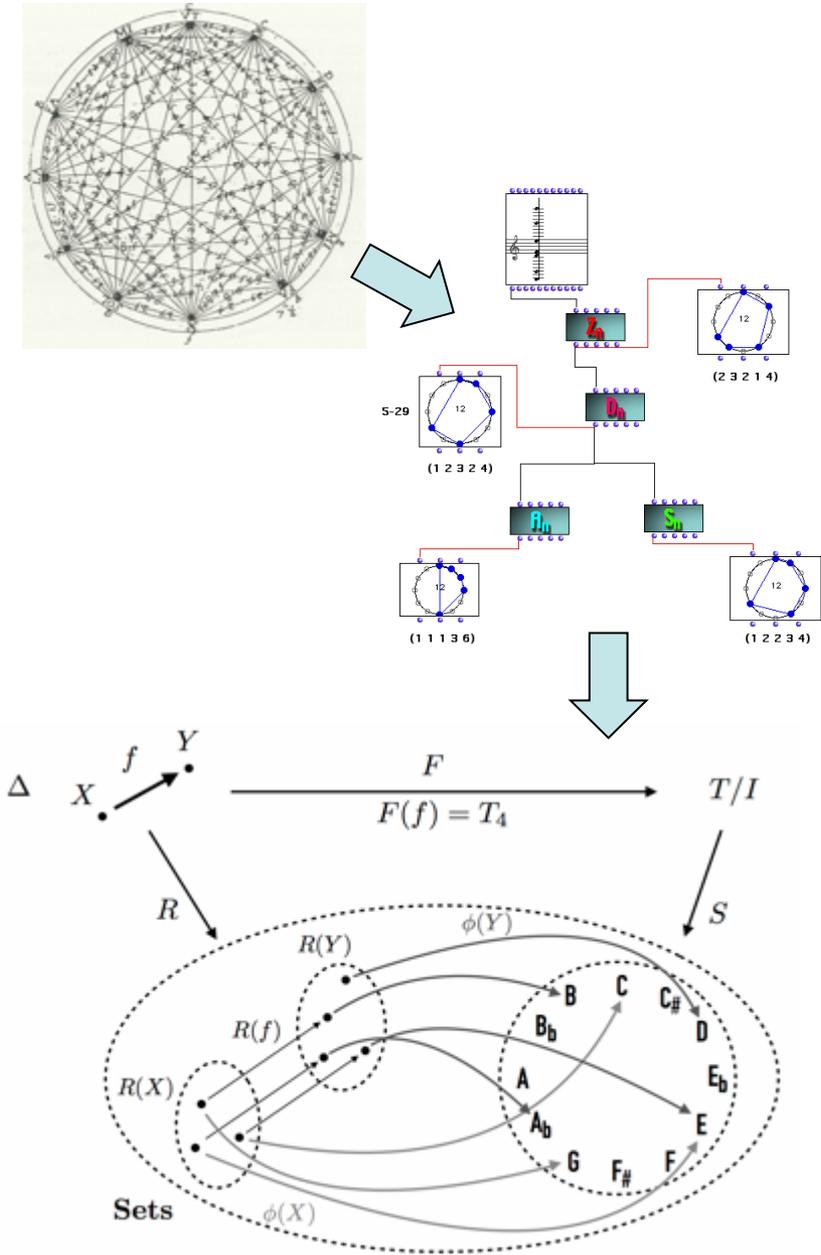


A. Schoenberg : *Klavierstück Op. 33a*, 1929

The image shows a musical score for Klavierstück Op. 33a, 1929, consisting of two staves. The score is annotated with several colored boxes and arrows. A blue rounded rectangle highlights a chord in the upper staff. A yellow diamond highlights a chord in the lower staff. A green dotted rectangle highlights a chord in the upper staff. A blue rounded rectangle highlights a chord in the lower staff. A yellow diamond highlights a chord in the lower staff. A green dotted rectangle highlights a chord in the upper staff. Arrows connect these annotations to the corresponding circular diagrams below.



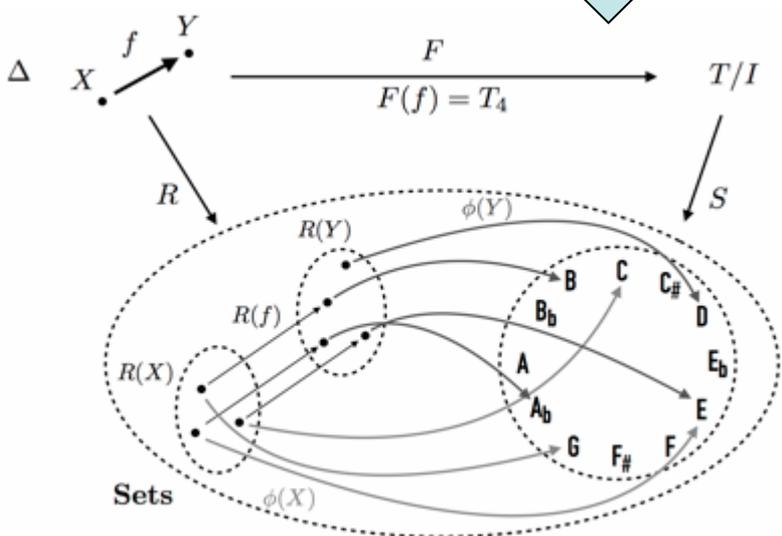
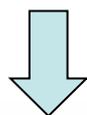
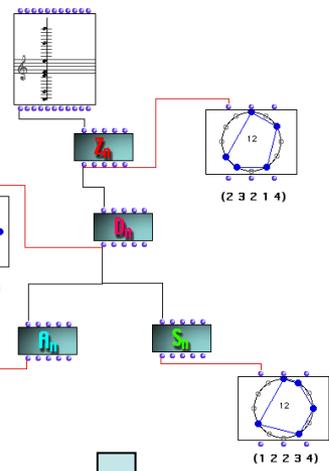
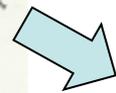
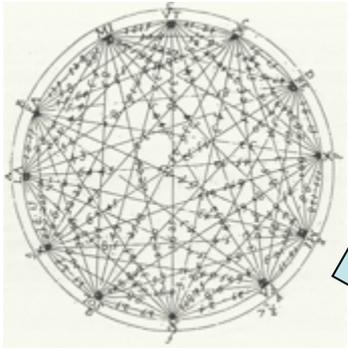
Retour sur la table des correspondances maths/musique



« [...] La **musique** est un puissant **condenseur**, plus puissant peut-être que les autres arts. C'est pourquoi j'ai dressé un **tableau de comparaison entre certaines conquêtes de la musique et plusieurs réalisations des mathématiques**, telles que l'histoire nous les enseigne [...]. Ce tableau montre une des voies que la musique a prise dès ses origines, c'est-à-dire dès l'Antiquité, et qu'elle a fidèlement suivie au cours des millénaires, pour la parcourir de plus en plus rapidement au vingtième siècle - ce qui prouve que loin d'être une mode, cette **faculté de condensation et d'abstraction croissante** est un trait fondamental de la musique, un trait qui lui appartient plus qu'à tout autre art. En conséquence, il est clair qu'un nouveau type de musicien est nécessaire, celui de l'artiste-concepteur de nouvelles formes, libres, abstraites et visant à rendre plus complexe et à généraliser l'organisation des sons sur plusieurs niveaux. [...] »

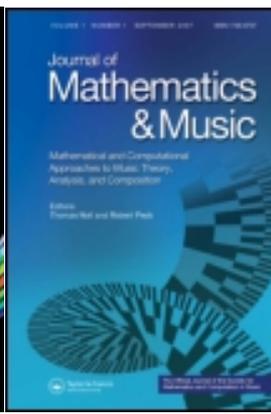
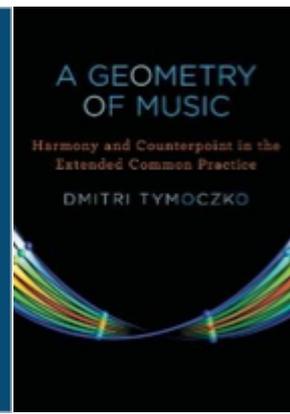
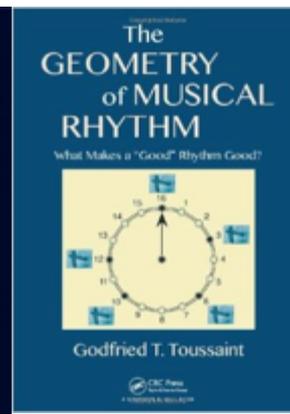
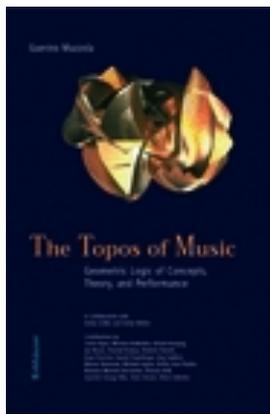
(I. Xenakis, « Les chemins de la composition musicale », (tr. Française E. Gresset, in *Musique et ordinateur*, Les Ulis, 1983)

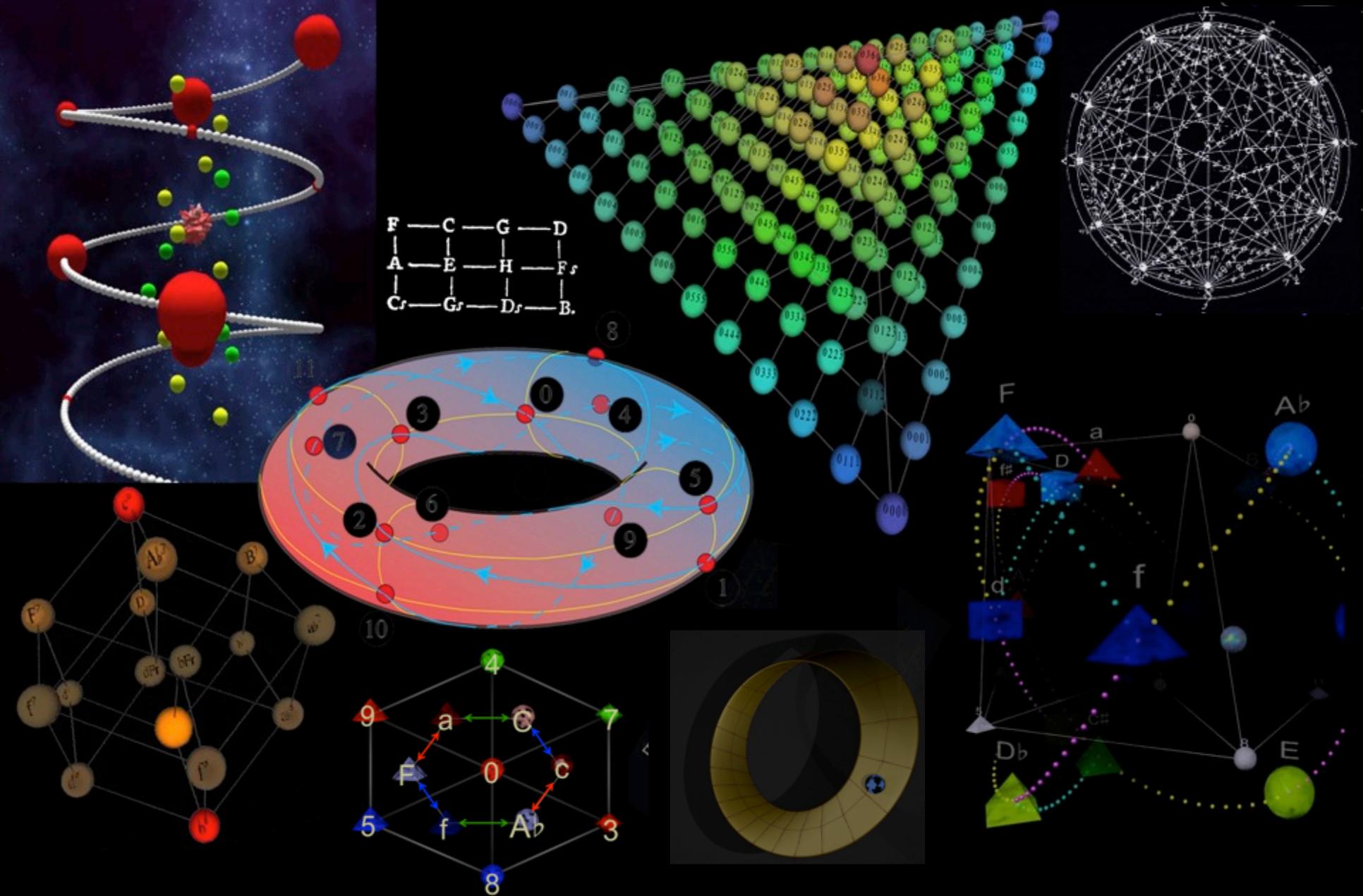
Retour sur la table des correspondances maths/musique



« [...] **L'artiste-concepteur** devra se doter d'une connaissance suffisante en **mathématiques**, en **logique**, en **physique**, en **chimie**, **biologie**, **génétique**, **paléontologie** (en raison des problèmes que pose l'évolution des formes), en **sciences humaines** et en **histoire**, il faut, en bref, non seulement qu'il acquière une sorte d'universalité, mais que celle-ci soit fondée sur les formes et les architectures, guidée par elles, et orientée vers elles. »

(I. Xenakis, « Les chemins de la composition musicale », (tr. Française E. Gresset, in *Musique et ordinateur*, Les Ulis, 1983)





MERCI DE VOTRE ATTENTION