

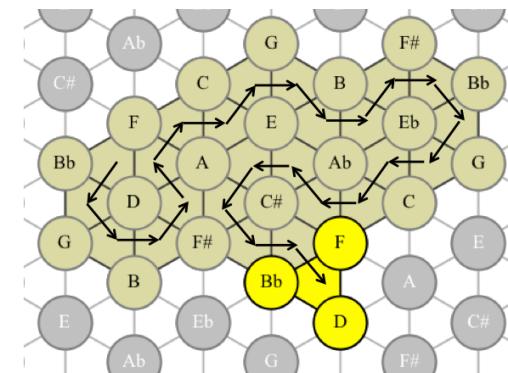
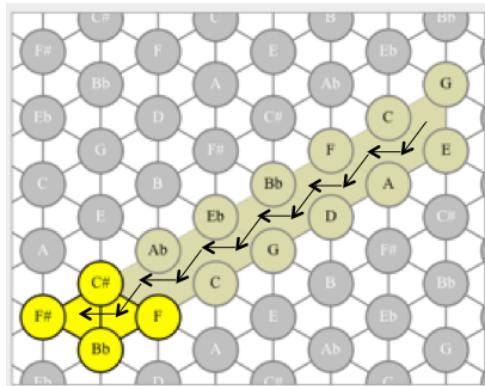


« Les maths...un exercice de musique !

Voyage d'initiation au cœur des recherches ‘mathémusicales’ »

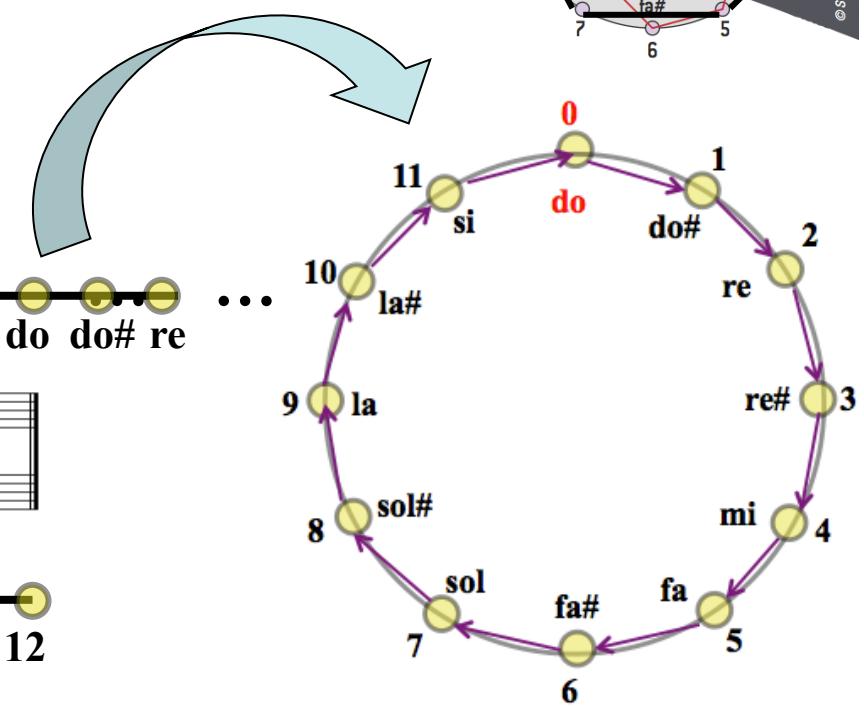
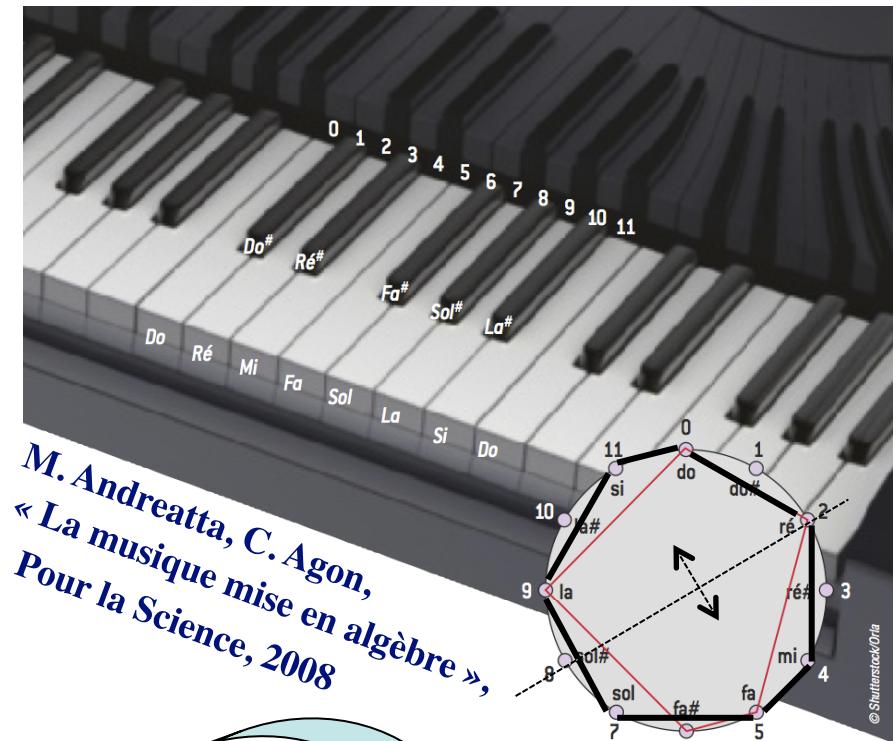
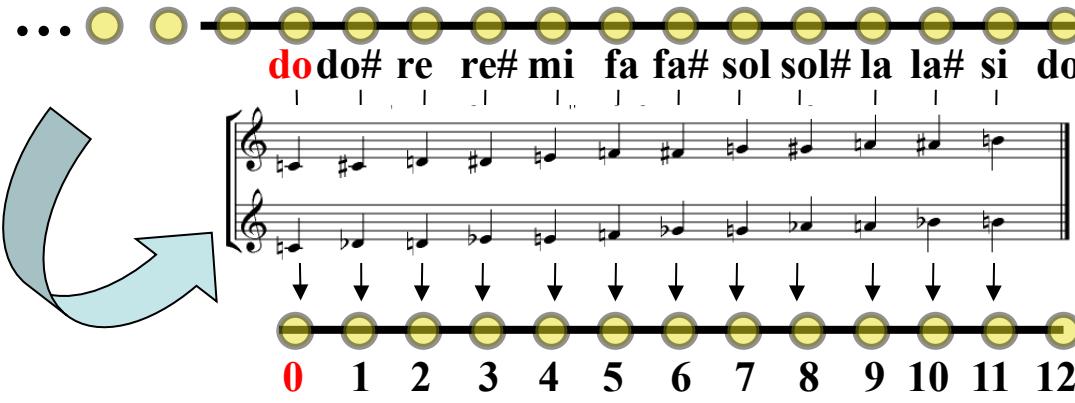
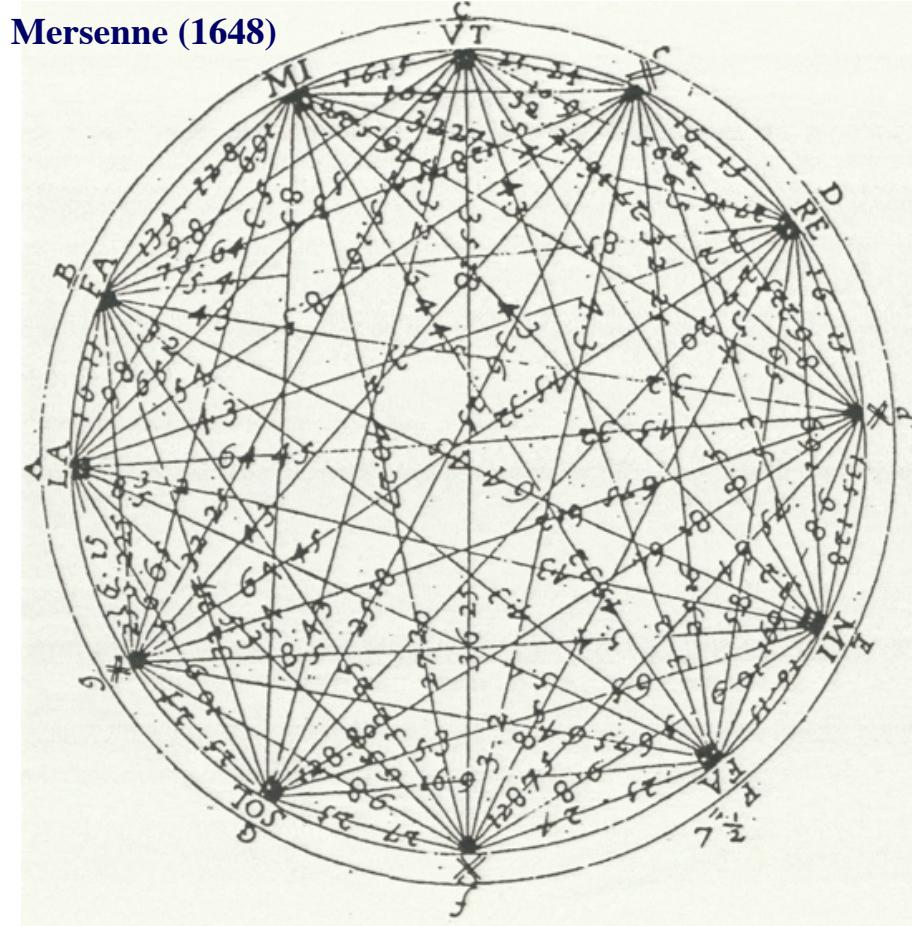
Auditorium du Lycée La Fontaine,
21 mars 2014

(document préparatoire)



Moreno Andreatta
Equipe Représentations Musicales
IRCAM / CNRS UMR 9912 / UPMC
Moreno.Andreatta@ircam.fr

Mersenne (1648)



L'espace géométrique d'un *Prélude* de Chopin

Prelude
'Suffocation'

FREDERIC CHOPIN (1810-1849)
Op. 28, No. 4

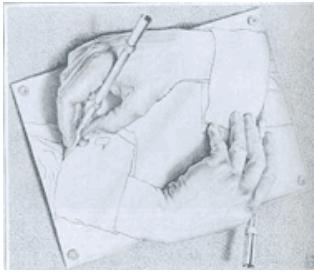
Largo



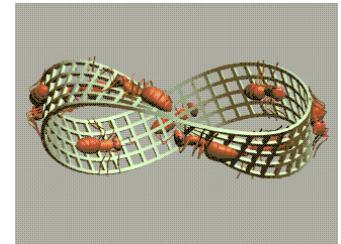
http://www.youtube.com/watch?v=LVQ1jCRZRR4&list=PLw-U_-bcnBG_Ic3y86Am8uZP48Soz0-5g&index=11

Quelques repères bibliographiques :

- Andreatta M. (2006), « La géométrie d'un Prélude : des nouvelles représentations géométriques des structures musicales éclairent une pièce de Chopin qui ne finit pas de séduire les mélomanes », *Pour la science*, Nov., n° 349
- Andreatta M. (2008), « Une musique qui swingue de façon géométrique », *Science Actualités*. En ligne :
http://www.dailymotion.com/video/x5r6bc_geometrie-et-musique_tech
- Andreatta M. et C. Agon (2008), « La musique mise en algèbre », *Pour la science*, novembre, n° 373.



Ma fin est mon début (renversé !)

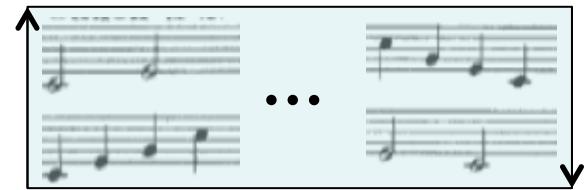


Canones diversi
super thema regium

Canon a 2

1.

Bass Clef Treble Clef



Canones diversi
super thema regium

Canon a 2

1.

Bass Clef Treble Clef





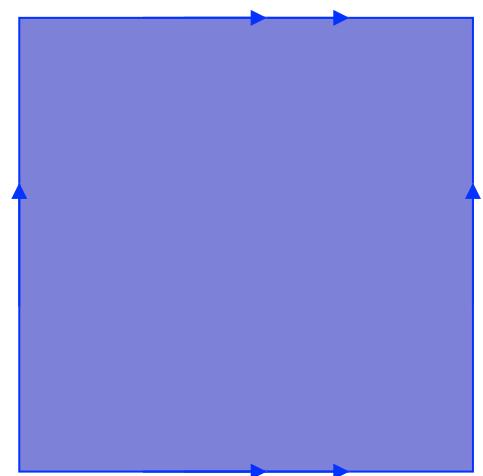
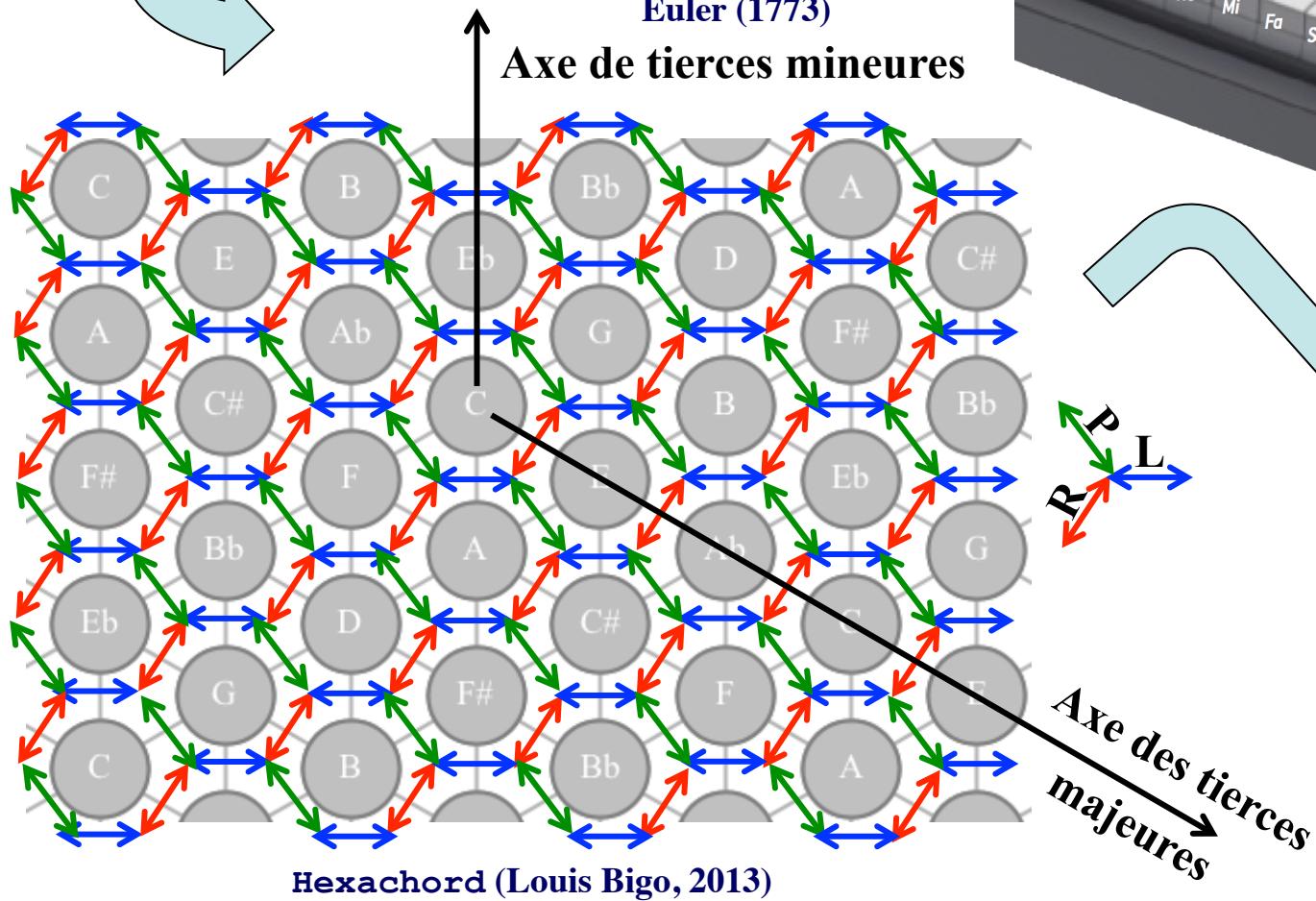
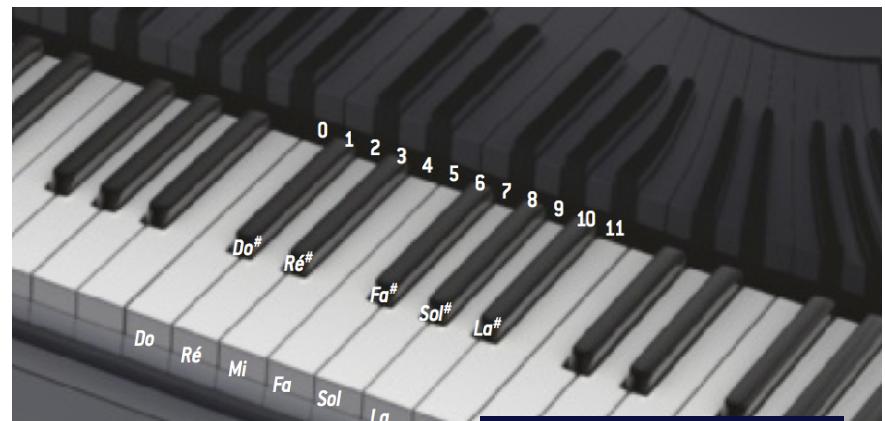
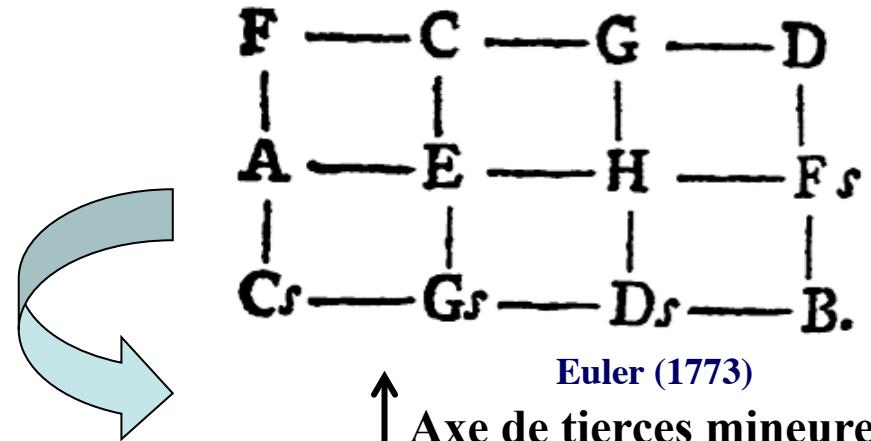
BACH

Musikalisches Opfer

Musical Offering - Offrande Musicale

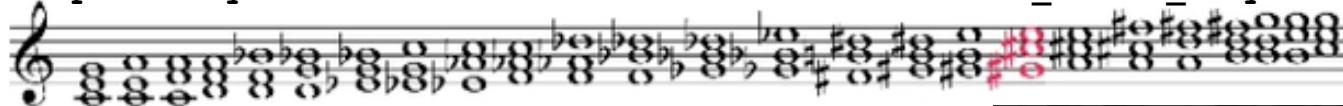


<http://www.josleys.com/Canon/Canon.html>

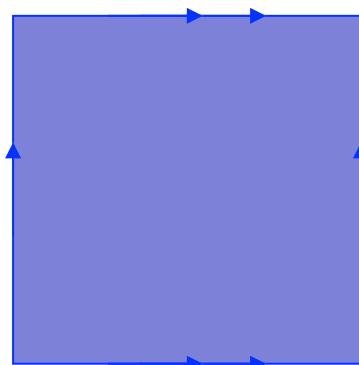
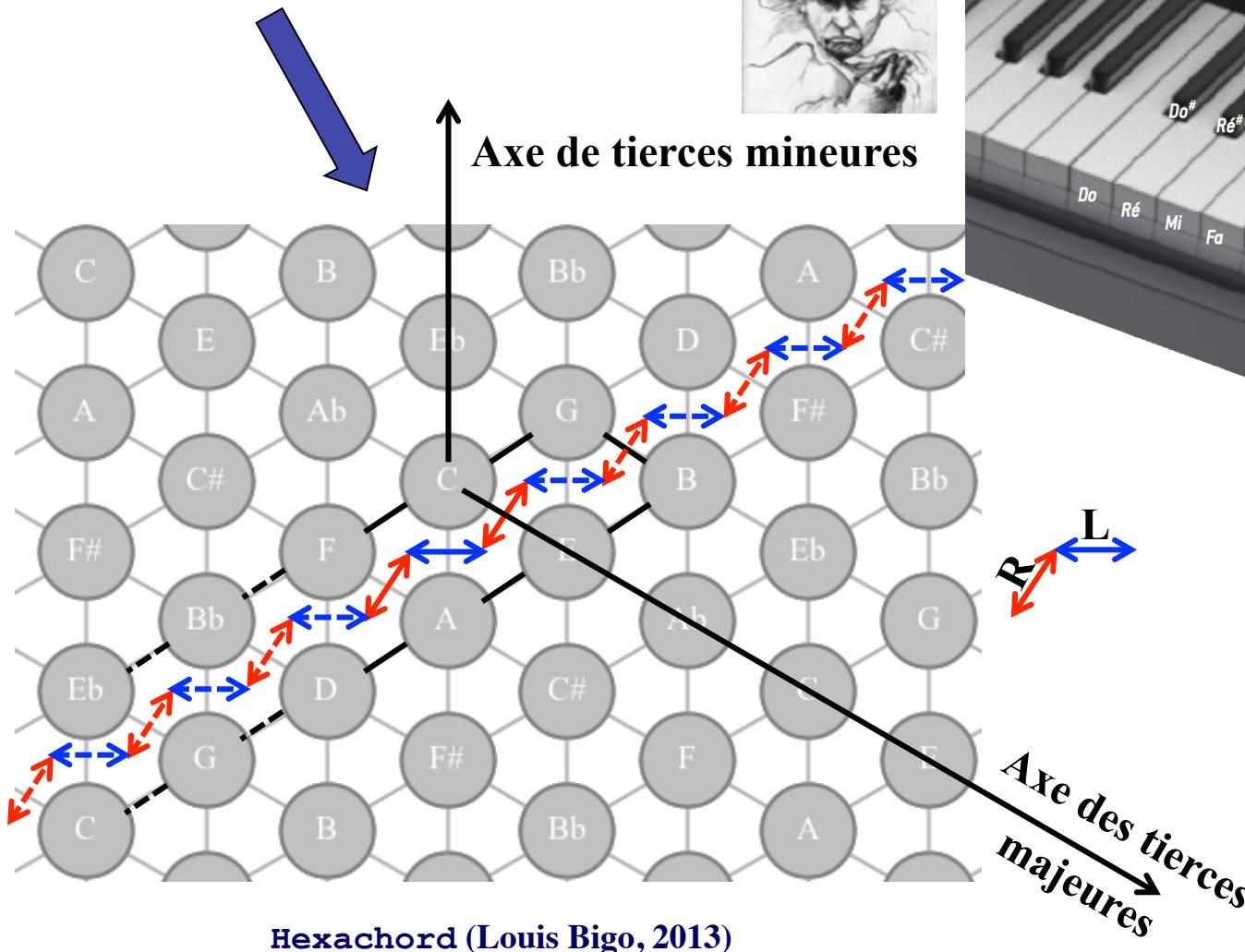


Représentations géométriques de progressions harmoniques

http://www.youtube.com/watch?v=V70E4R-U6c8&list=PLw-U_-bcnBG_Ic3y86Am8uZP48Soz0-5g&index=29



Un passage du 2^e mouvement de la Neuvième Symphonie de L. van Beethoven



Progressions harmoniques dans « Madeleine » (Paolo Conte)

Prelude *Moderato*

(pf) (a) Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

Chorus

(ct) (a) Lab Réb/Fa Sib⁷ Mi^b/Réb Si/Ré# Mi Do# Fa#

Voce Qui, io ca - pi - sco sol - tan to non ci so - no pa

(A) Tan - to [Ma] qual - che vol - ta è co - si il tat - to del - le tue

(ct) (b) tut - to il meglio è già qui, que - la can - zo - ne per - du - ta, ri - cor - da-re...

(b) qual - che vol - ta è co - rez - ze... e ca - pi - re, Ma de - leine, e se mai come un' al - tra vi-ta...

Re/La Sol Mi⁷ La⁷ Re La⁷ Réb Do⁷ Mi^b

ro - le - - per spie ga re ed in - tui - re e ca - pi - re, Ma de - leine, e se mai ri - cor - da-re...

ma - ni na - to - - e la can - zo - ne per - du - ta, come un' al - tra vi-ta...

ma - ni na - to - - e sot - to cer - ne ca - rez - ze... e ri - tro - va - ta, come un' al - tra vi-ta...



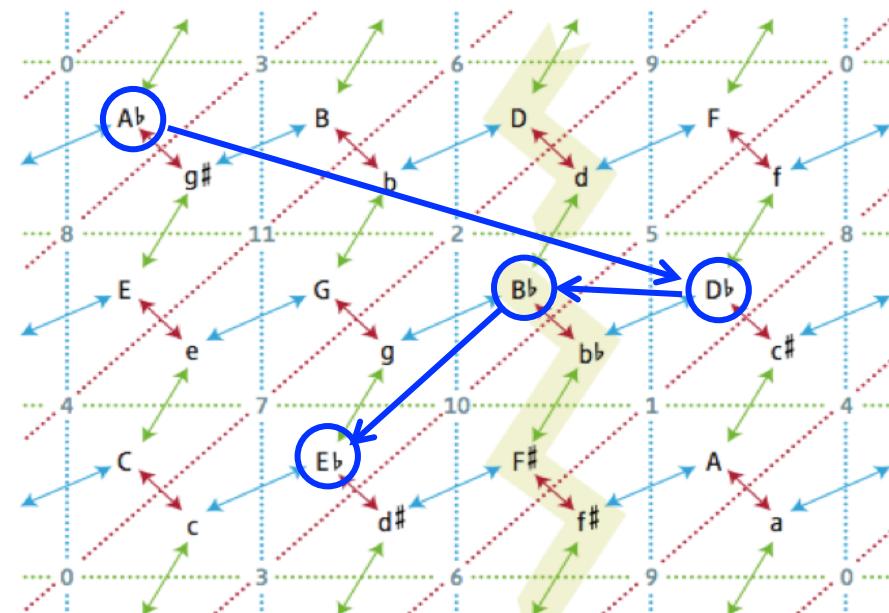
S. La Via, *Poesia per musica e musica per poesia.*
Dai trovatori a Paolo Conte, Carocci, 2006

→ Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

→ Si/Ré# → Mi → Do# → Fa#

→ Ré/La → Sol → Mi⁷ → La⁷

→ Ré → Lab⁷ → Réb → Do⁷ → Mib



Progressions harmoniques dans « Madeleine » (Paolo Conte)

Preludio *Moderato*

(pf) (a) (b)

Chorus

Lab Réb/Fa Sib⁷ Mi^b/Réb Si/Ré# Mi Do# Fa#

ct (a) ct (b) Voce

Qui, Réb/Fa Sib⁷ Mi^b/Réb Si/Ré# Mi Do# Fa#

tan - to io ca - pi - sco sol - tut - to il meglio è già qui, non ci so - no pa

[Ma] qual - che vol - ta è co - tan - to si il tat - to del - le tue

to - le ma - ni na - to per spie ga re ed in - e ca - pi - re, Ma de - leine, e se mai ri-cor - da-re...

ma - ni na - to e la can - zo - ne per - tui - re e ri-tró - va - ta, come un' al - tra un' al - tra vi-ta...

re - ze... e sot - to cer - te ca - rez-ze... du - ta ri - tra vi-ta...

ro - le ma - ni na - to per spie ga re ed in - e ca - pi - re, Ma de - leine, e se mai ri-cor - da-re...

ma - ni na - to e la can - zo - ne per - tui - re e ri-tró - va - ta, come un' al - tra un' al - tra vi-ta...

ma - ni na - to e sot - to cer - te ca - rez-ze... du - ta ri - tra vi-ta...



Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

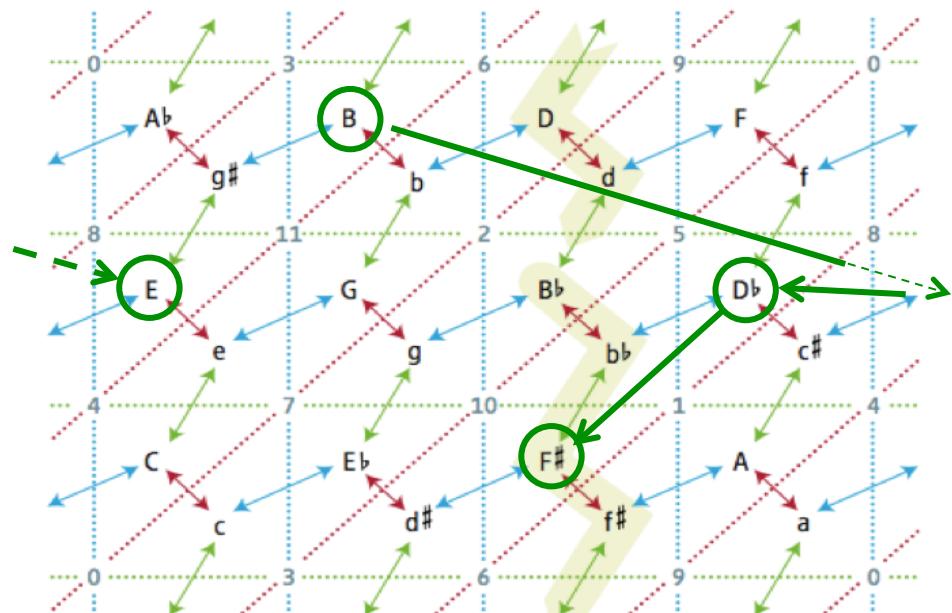
S. La Via, *Poesia per musica e musica per poesia.*
Dai trovatori a Paolo Conte, Carocci, 2006

→ Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

→ Si/Ré# → Mi → Do# → Fa#

→ Ré/La → Sol → Mi⁷ → La⁷

→ Ré → Lab⁷ → Réb → Do⁷ → Mib



Progressions harmoniques dans « Madeleine » (Paolo Conte)

Preludio *Moderato*

(pf) (a) Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

Chorus

ct (a) Lab Réb/Fa Sib⁷ Mi^b/Réb Si/Re[#] Mi Do[#] Fa[#]

Voce (A) Qui, Réb/Fa Sib⁷ Mi^b/Réb Si/Re[#] Mi Do[#] Fa[#]

(A) Tan - to [Ma] io ca - pi - sco sol - tan - to non ci so - no pa

(B) qual che vol - ta è co - si il tat - to del - le tue tor

ct (b) Re/La Sol Mi⁷ La⁷ Re La⁷ Réb Do⁷ Mi^b

ro - le per spie ga re ed in - tui - re e ca - pi - re, Ma de - leine, e se mai ri - cor da-re...
ma - ni na - to e la can - zo - ne per - du - ta, come un' al - tra un' al - tra vi-ta...

sot - to cer - te ca - rez - ze... e ri - tro va - ta,



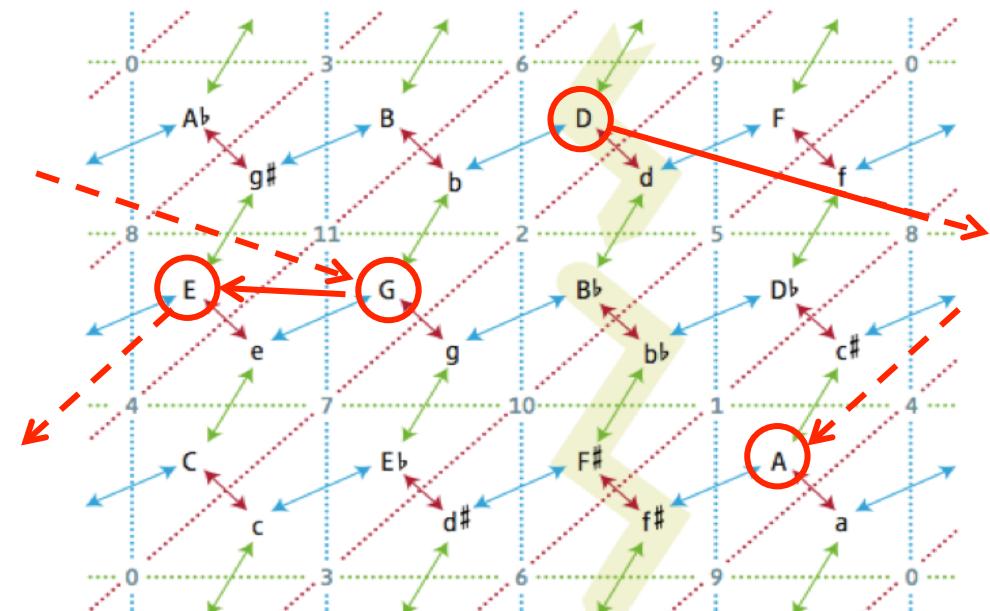
S. La Via, *Poesia per musica e musica per poesia.*
Dai trovatori a Paolo Conte, Carocci, 2006

→ Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

→ Si/Ré# → Mi → Do# → Fa#

→ Ré/La → Sol → Mi⁷ → La⁷

→ Ré → Lab⁷ → Réb → Do⁷ → Mib



Progressions harmoniques dans « Madeleine » (Paolo Conte)

Prelude *Moderato*

(pf) (a) (b)

Chorus

Lab Réb/Fa Sib⁷ Mib⁷/Réb Si/Ré# Mi Do# Fa#

ct (a) ct (b) Voce

Qui, Réb/Fa Sib⁷ Mib⁷/Réb Si/Ré# Mi Do# Fa#

tan - to io ca - pi - sco sol - tut - to il meglio è già qui, non ci so - no pa

[Ma] qual - che vol - ta è co - tan - to si il tat - to del - le tue

to - ma - ni na - to re spie ga re ed in - e ca - pi - re, Ma de - leine, e se mai ri-cor - da-re...

na - to e la can - zo - ne per - tui - re e ri-tró - va - ta, come un' al - tra un' al - tra vi-ta...

re - ma - ni na - to e sot - to cer - te ca - rez-ze... du - ta e ri-tró - va - ta, come un' al - tra un' al - tra vi-ta...

ro - le ma - ni na - to e sot - to cer - te ca - rez-ze... du - ta e ri-tró - va - ta, come un' al - tra un' al - tra vi-ta...

9 13 17 21 25 29 33

Re/La Sol Mi⁷ La⁷ Re Lab⁷ Réb Do⁷ Mib⁷



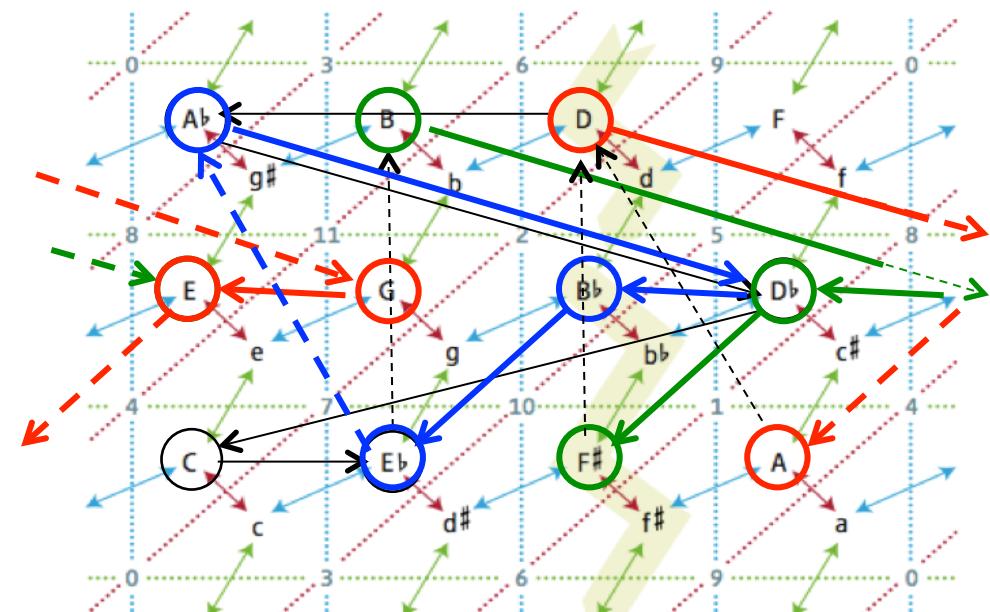
S. La Via, *Poesia per musica e musica per poesia.*
Dai trovatori a Paolo Conte, Carocci, 2006

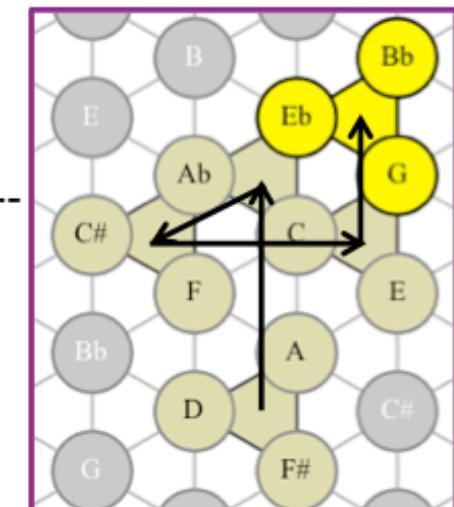
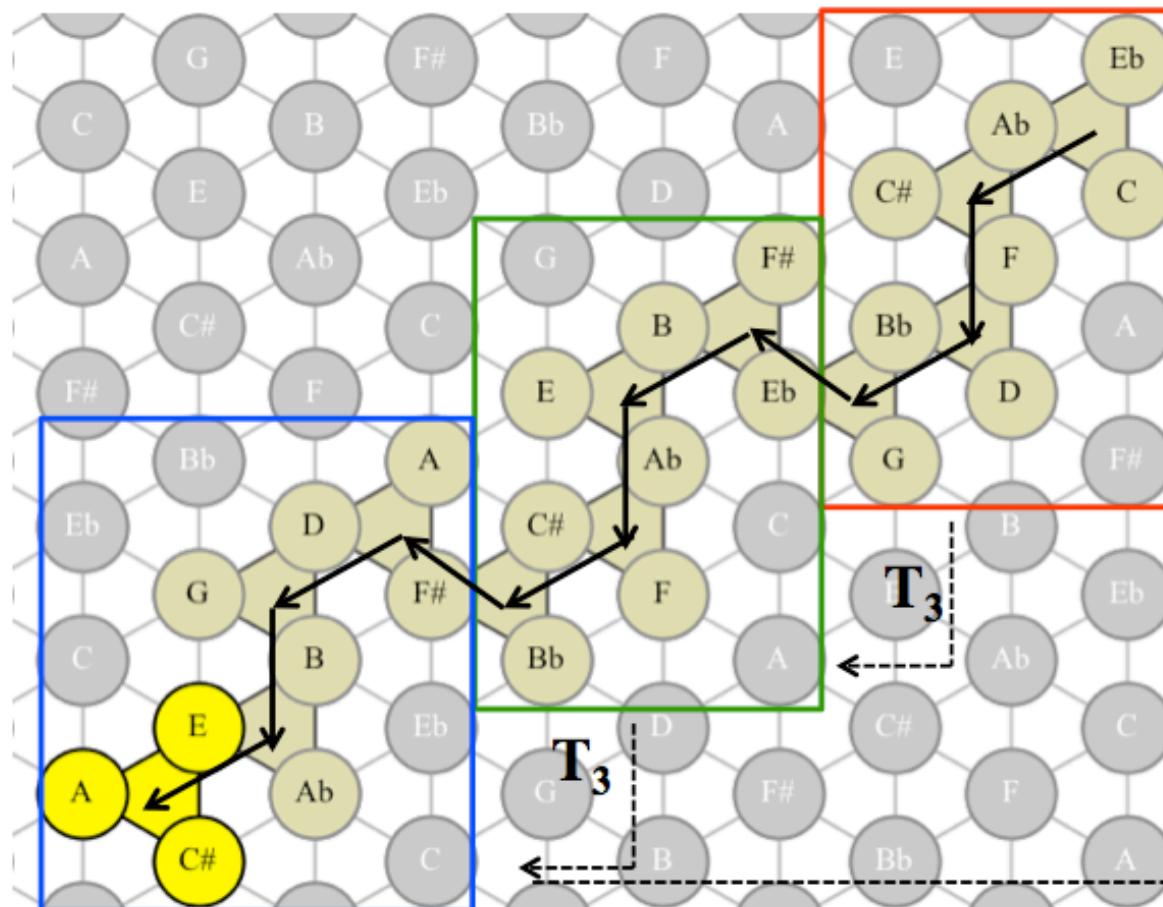
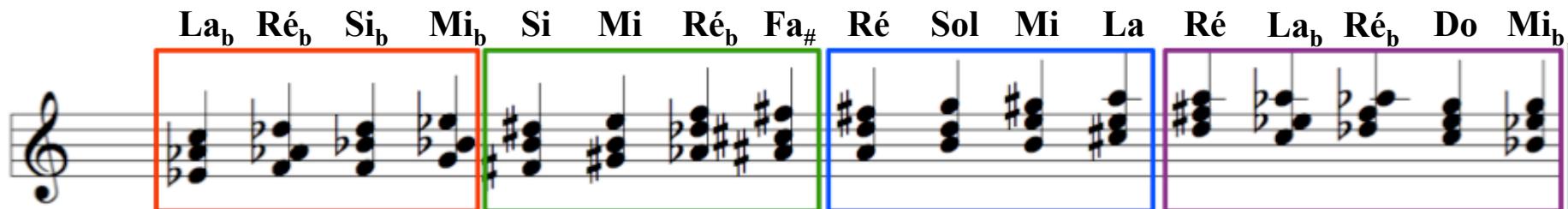
→ Lab → Réb/Fa → Sib⁷ → Mib⁷/Réb

→ Si/Ré# → Mi → Do# → Fa#

→ Ré/La → Sol → Mi⁷ → La⁷

→ Ré → Lab⁷ → Réb → Do⁷ → Mib





<http://www.youtube.com/watch?v=BmrircDSNo4&list=UUw3XeuikdbqR0VKxLqqBPNO&feature=c4-overview>

Progressions harmoniques chez Zappa: où sont les symétries ?

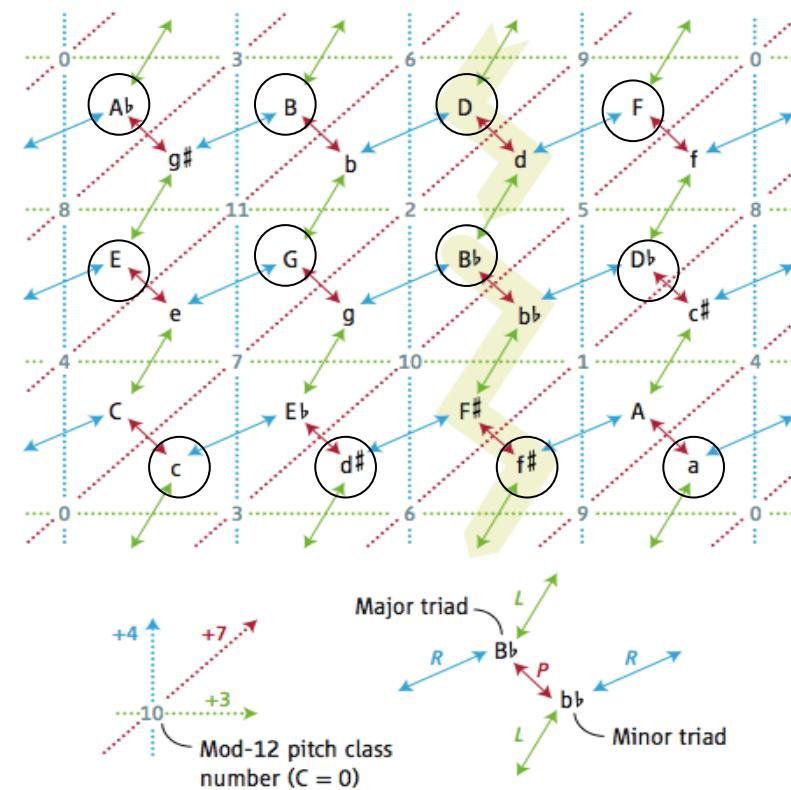
- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

The musical score shows two staves. The top staff is for 'Synthesizer' and the bottom staff is for piano. The piano part features a complex sequence of chords and notes. A green dashed box highlights a section from the piano staff, labeled 'Fine'. This section includes chords like F+, A-, Ab+, G+, D+, F#-, F+, E+, and E-. The score concludes with 'D.C. al Fine'. The title '« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)' is centered below the score.



<http://www.youtube.com/watch?v=-MyVgK3osVk>

(min. 2'29")



Progressions harmoniques chez Zappa: où sont les symétries ?

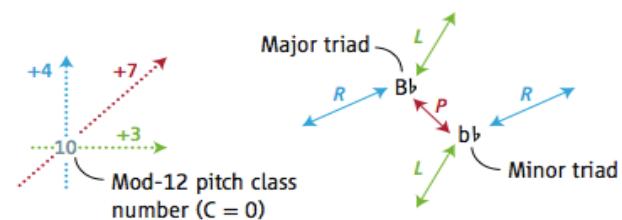
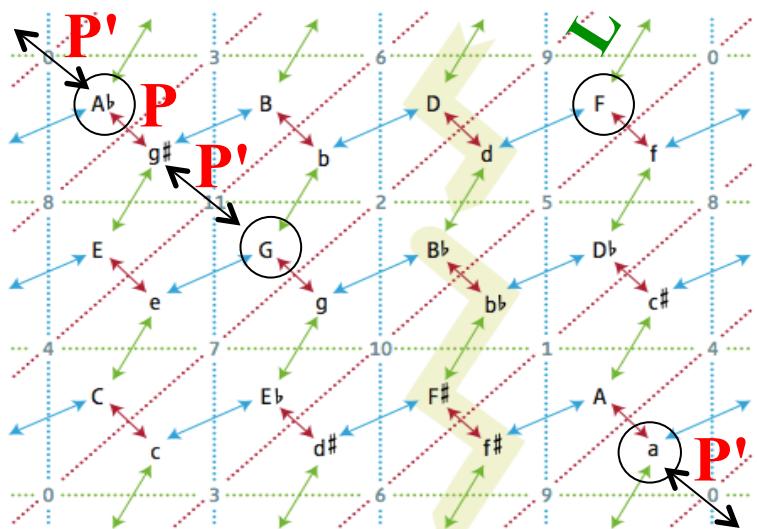
- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

Synthesizer

Fine

D.C. al Fine

« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)

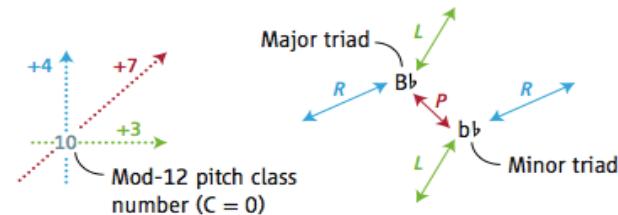
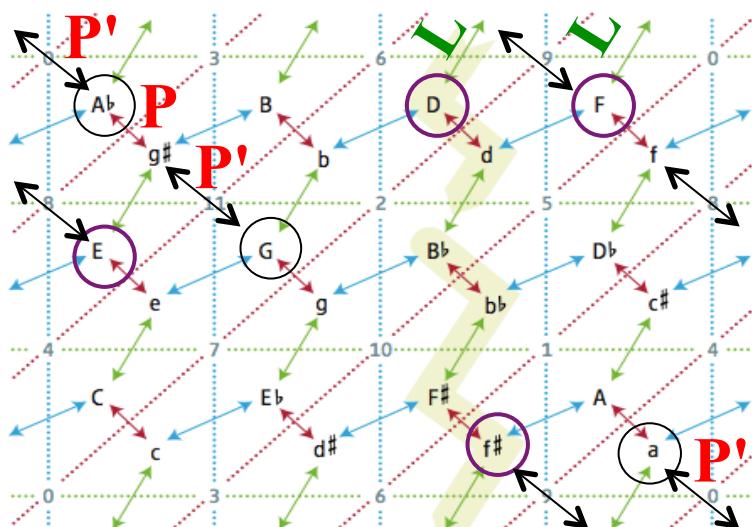


$F_+ \xrightarrow{L} A_- \xrightarrow{P'} A_\flat \xrightarrow{PP'} G_+$

Progressions harmoniques chez Zappa: où sont les symétries ?

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)



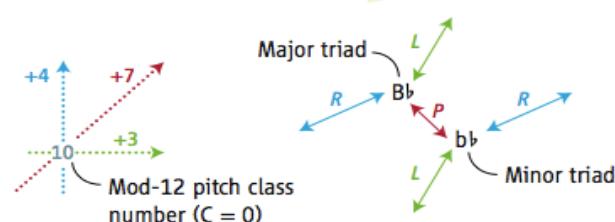
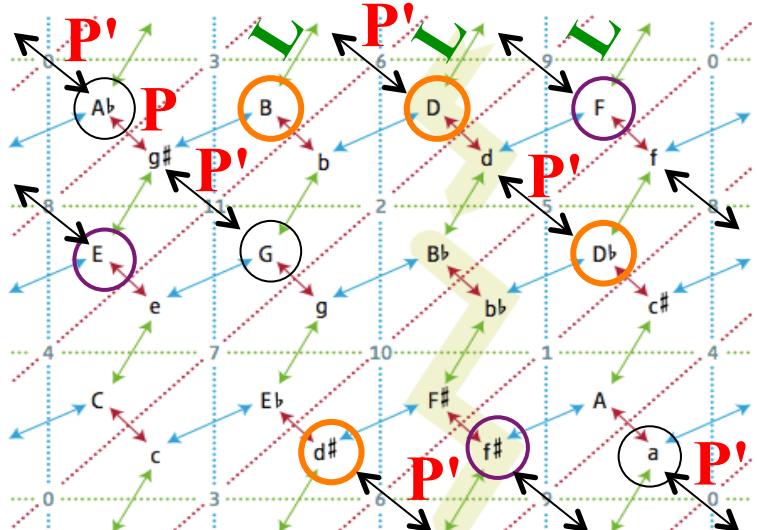
$F_+ \xrightarrow{L} A^- \xrightarrow{P'} A\flat \xrightarrow{PP'} G_+$

$D_+ \xrightarrow{L} F\sharp^- \xrightarrow{P'} F_+ \xrightarrow{PP'} E_+$

Progressions harmoniques chez Zappa: où sont les symétries ?

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)



$F_+ \xrightarrow{L} A_- \xrightarrow{P'} A_\flat + \xrightarrow{PP'} G_+$

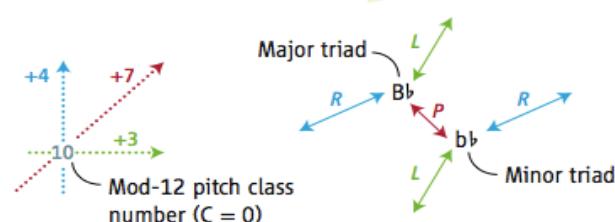
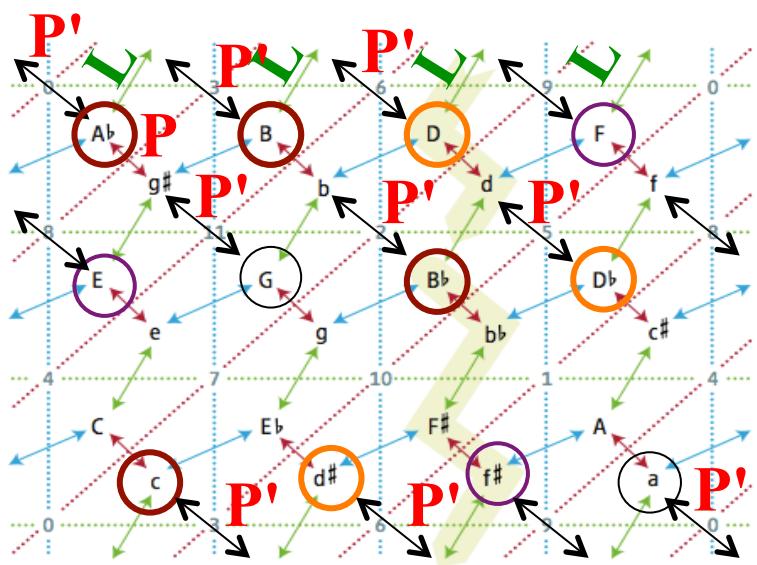
$D_+ \xrightarrow{L} F\#_- \xrightarrow{P'} F_+ \xrightarrow{PP'} E_+$

$B_+ \xrightarrow{L} D\#_- \xrightarrow{P'} D_+ \xrightarrow{PP'} C\#_+$

Schéma formel du song...

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)



$F_+ \xrightarrow{L} A_- \xrightarrow{P'} A_\flat + \xrightarrow{PP'} G_+$

$D_+ \xrightarrow{L} F\sharp_- \xrightarrow{P'} F_+ \xrightarrow{PP'} E_+$

$B_+ \xrightarrow{L} D\sharp_- \xrightarrow{P'} D_+ \xrightarrow{PP'} C\sharp_+$

$A_\flat + \xrightarrow{L} C_- \xrightarrow{P'} B_+ \xrightarrow{PP'} B_\flat +$

...et symétries de transposition

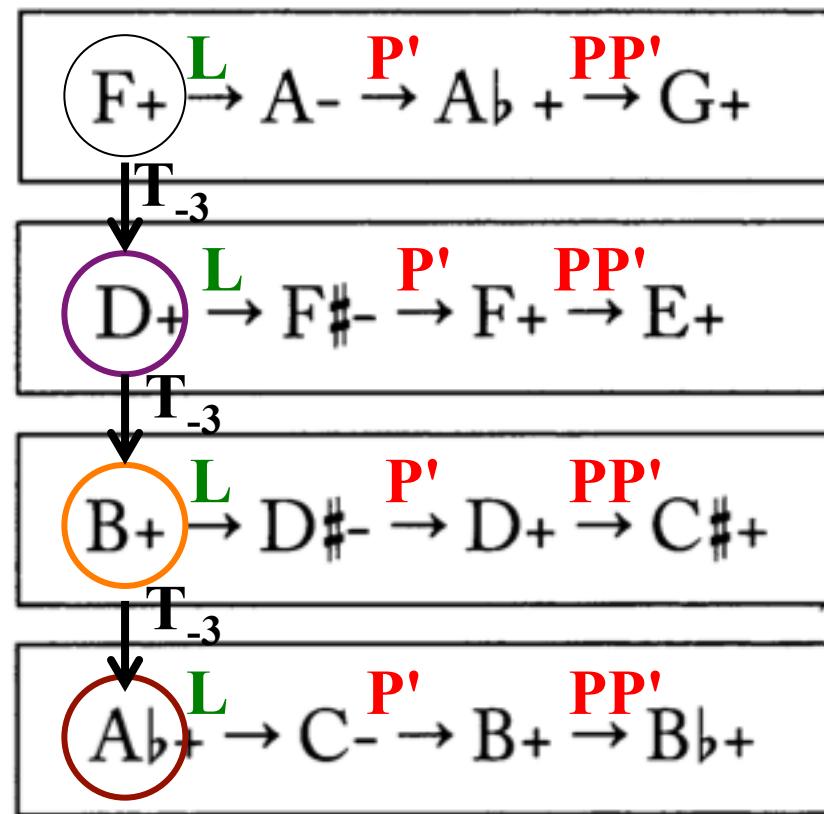
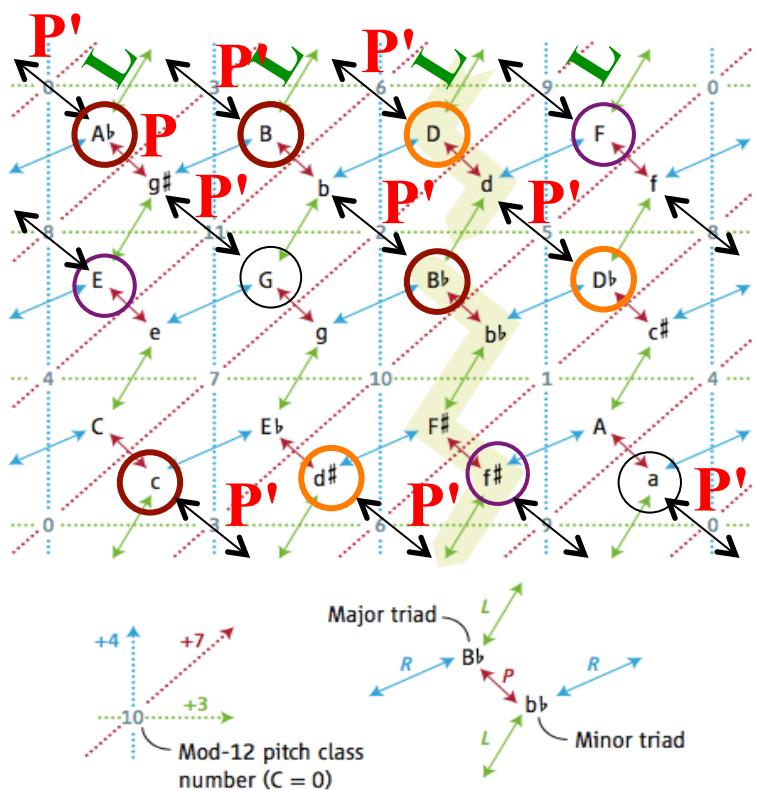
- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

Synthesizer

Fine

D.C. al Fine

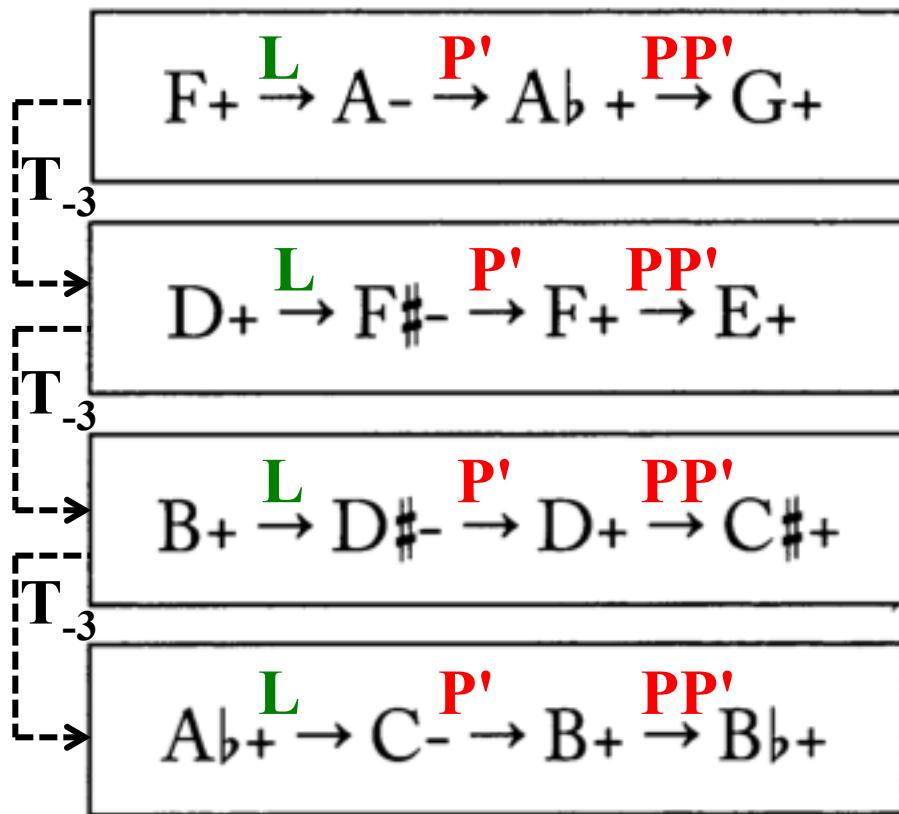
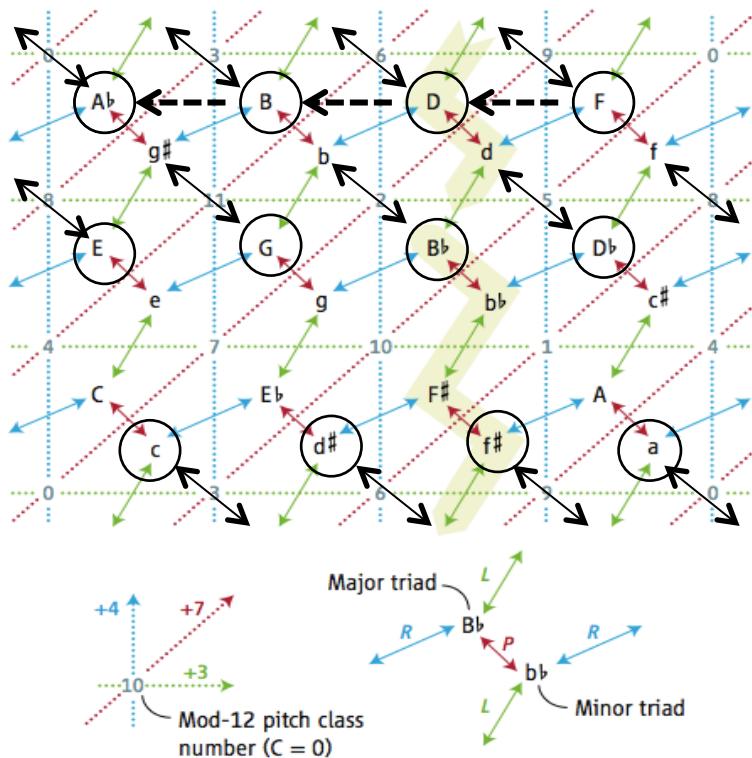
« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)



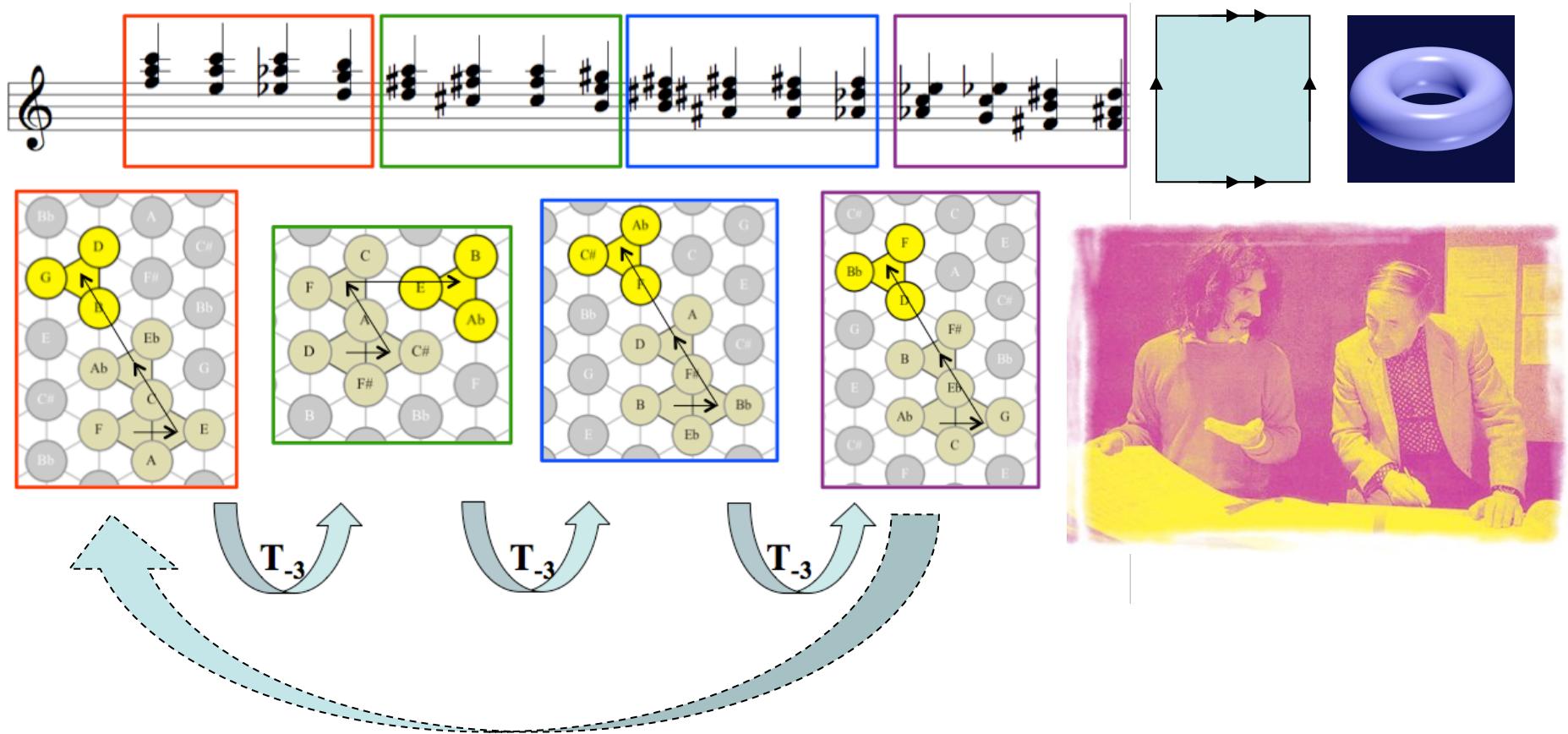
La cellule génératrice et ses translations spatiales

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)



La trajectoire de la progression harmonique



Bibliographie :

- Andreatta M. (2014), « Math'n pop : symétries et cycles hamiltoniens en chanson », *Tangente* (numéro spécial consacré à la création en mathématique). Version draft :
http://repmus.ircam.fr/_media/moreno/Math-n-pop_Tangente.pdf

Mise en évidence des symétries dans la musica pop

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", *Music Theory Spectrum* 26(2), p. 177-199, 2004

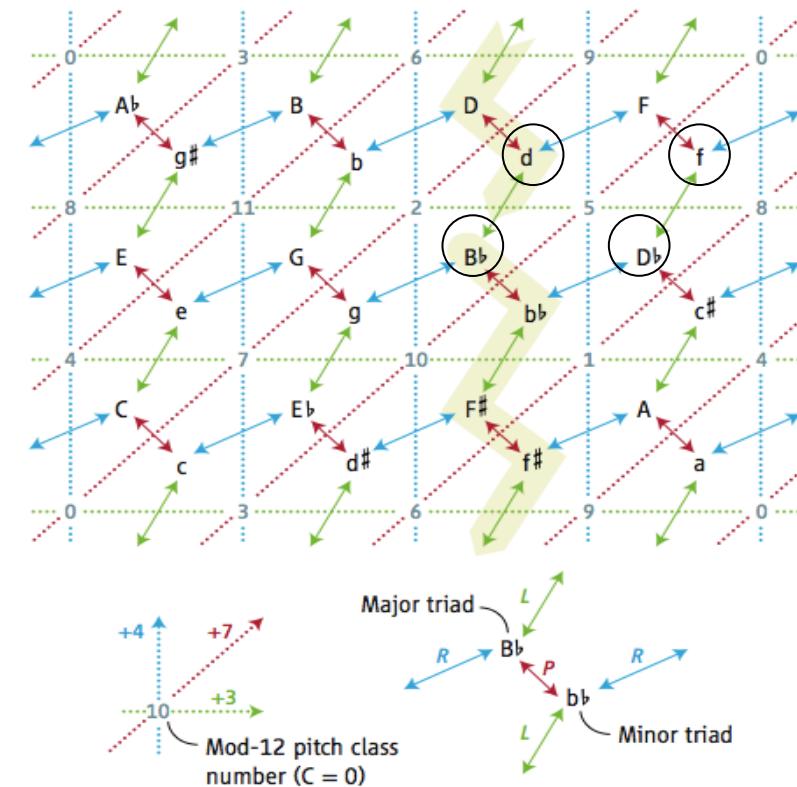
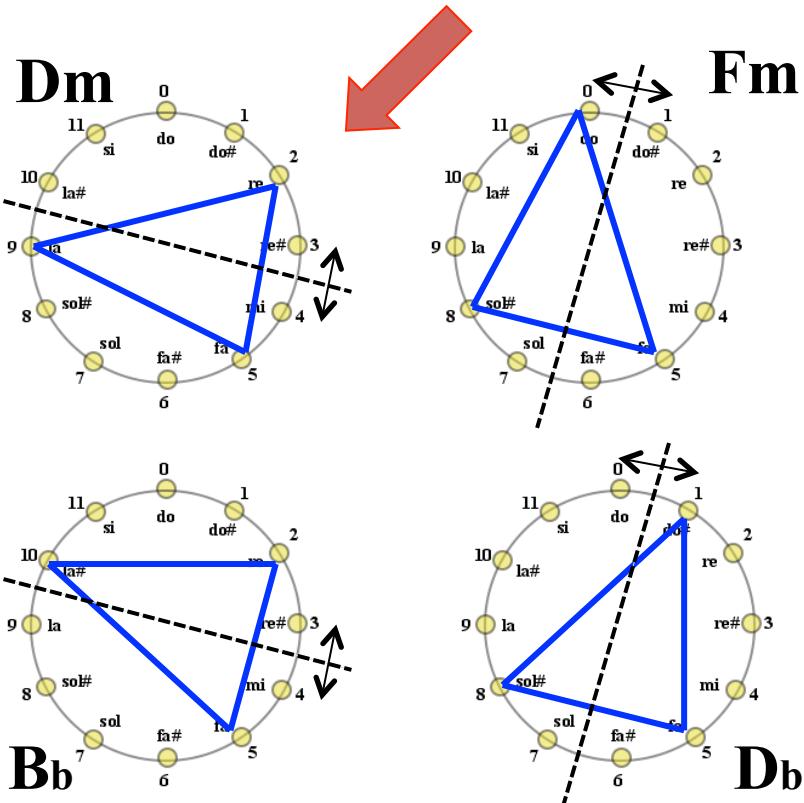
Synthesizer

D- F- D \flat + B \flat +



Shake the disease - 1985
(Depeche Mode)

<http://www.youtube.com/watch?v=WTGbfbtJys>
(min. 2'17")



Trajectoire et progression harmonique dans le Tonnetz

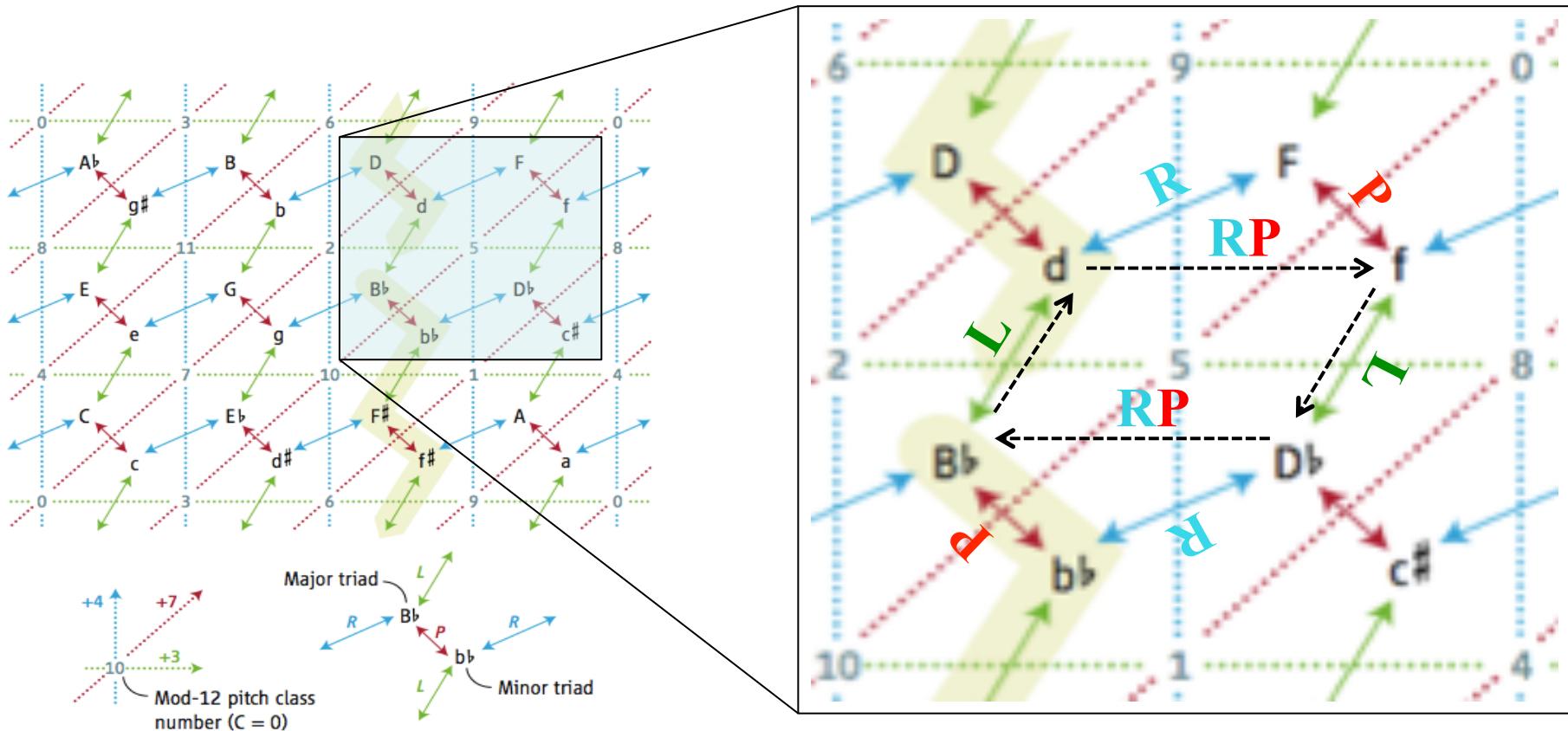
- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", *Music Theory Spectrum* 26(2), p. 177-199, 2004

D- $\xleftarrow{\text{RP}}$ F- $\xleftarrow{\text{L}}$ D \flat + $\xleftarrow{\text{RP}}$ B \flat + $\xleftarrow{\text{L}}$



*Shake the disease - 1985
(Depeche Mode)*

Séquence RPLRPL

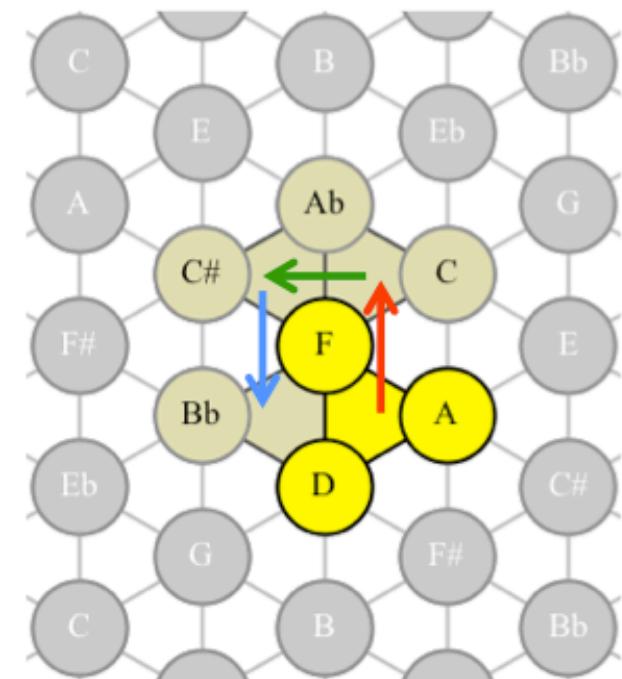
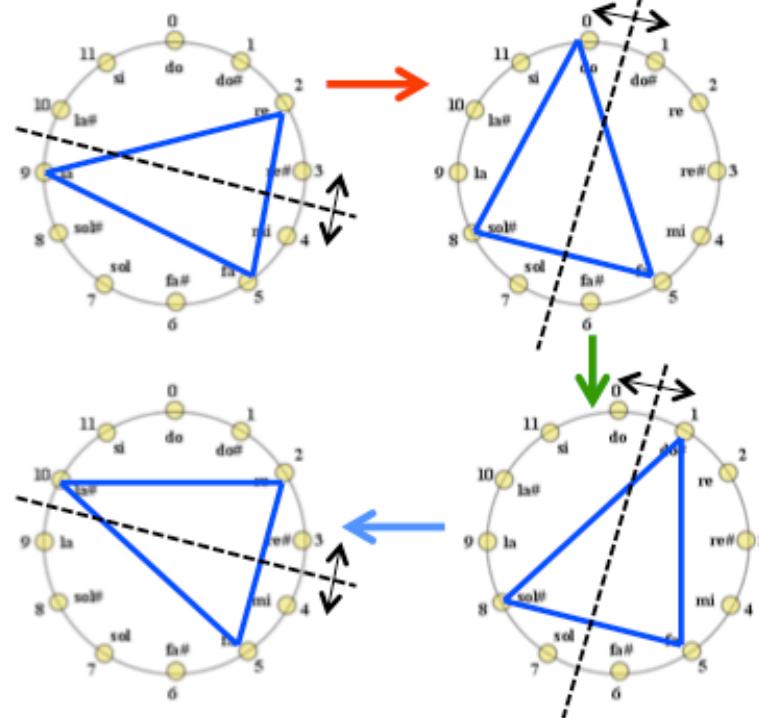


Mise en évidence des symétries dans la musica pop

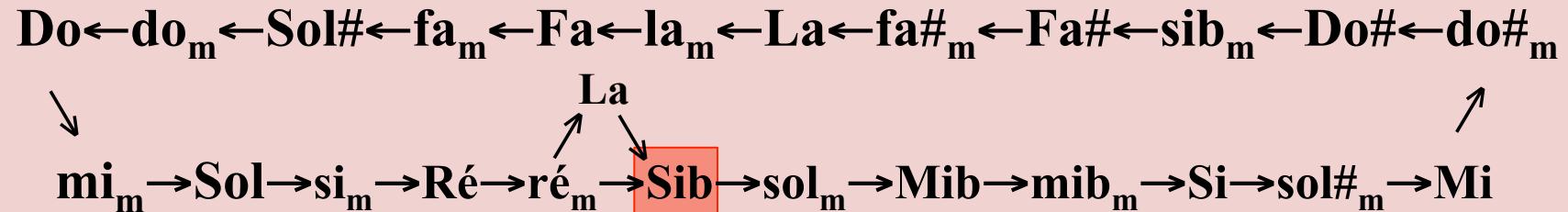
- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", *Music Theory Spectrum* 26(2), p. 177-199, 2004



Shake the disease - 1985
(Depeche Mode)



Aprile, chanson hamiltonienne « décadente »



(Gabriele d'Annunzio)

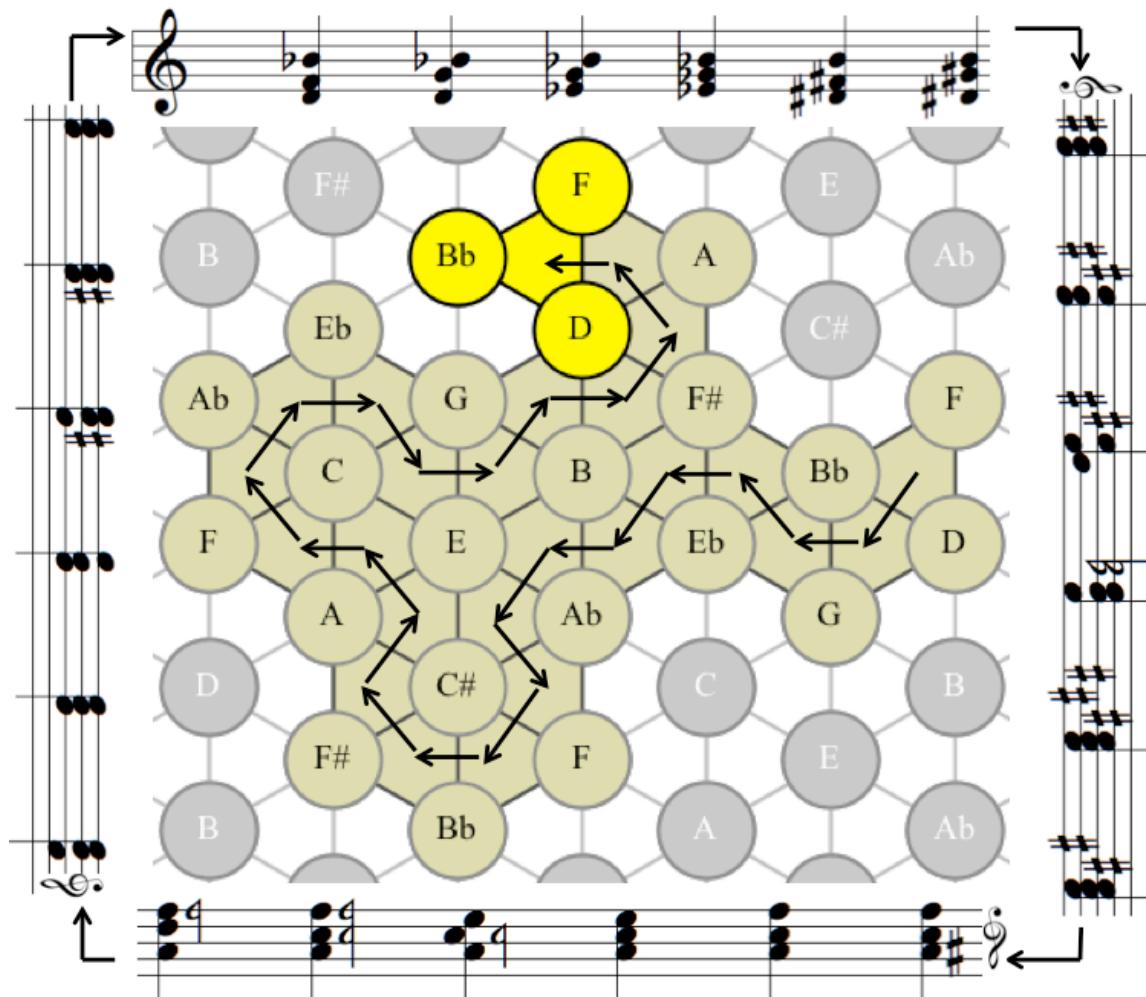
Socchiusa è la finestra, sul giardino.
Un'ora passa lenta, sonnolenta.
Ed ella, ch'era attenta, s'addormenta
a quella voce che già si lamenta,
- che si lamenta in fondo a quel giardino.

Non è che voce d'acque su la pietra:
e quante volte, quante volte udita!
Quell'amore e quell'ora in quella vita
s'affondan come ne l'onda infinita
stretti insieme il cadavere e la pietra.

Ella stende l'angoscia sua nel sonno.
L'angoscia è forte, e il sonno è così lieve!
(Par la luce d'aprile quasi una neve
che sia tiepida.) Ed ella certo deve
soffrire, vagamente, anche nel sonno.



Gabriele D'Annunzio (1863-1938)



Aprile (d'après Gabriele D'Annunzio)

*Socchiusa è la finestra, sul giardino.
Un'ora passa lenta, sonnolenta.
Ed ella, ch'era attenta, s'addormenta
A quella voce che già si lamenta,
Che si lamenta in fondo a quel giardino.*

(Premier cycle hamiltonien)

*Non è che voce d'acque su la pietra:
E quante volte, quante volte udita!
Quell'amore e quell'ora in quella vita
S'affondan come ne l'onda infinita
Stretti insieme il cadavere e la pietra.*

(Deuxième cycle hamiltonien)

*Ella stende l'angoscia sua nel sonno.
L'angoscia è forte, e il sonno è così lieve!
(Par la luce d'aprile quasi una neve
che sia tiepida.)
Ed ella certo deve soffrire,
Vagamente, anche nel sonno.*

(Troisième cycle hamiltonien)

La fenêtre est entr'ouverte, sur le jardin.

Une heure passe, lente, somnolente.

Et elle, d'abord attentive, finit par s'endormir.

À cette voix qui là-bas se lamente,

Qui se lamente au fond de ce jardin.

Ce n'est qu'une voix d'eau sur la pierre,

Et combien de fois, combien de fois entendue !

Cet amour et cette heure s'abîment dans cette vie

Comme s'abîment dans l'onde sans fin

Le cadavre et la pierre liés ensemble.

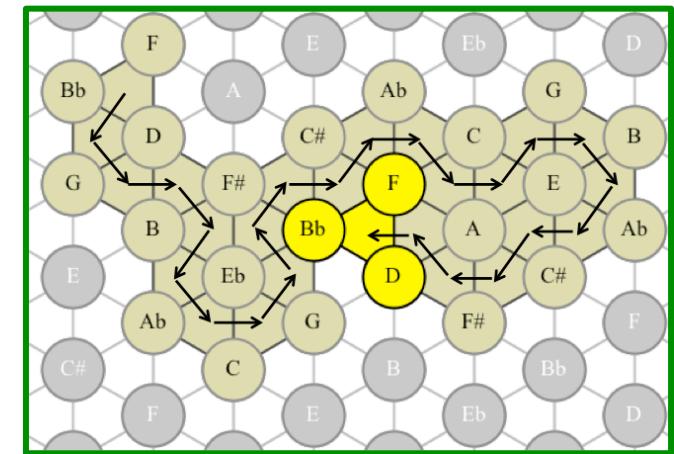
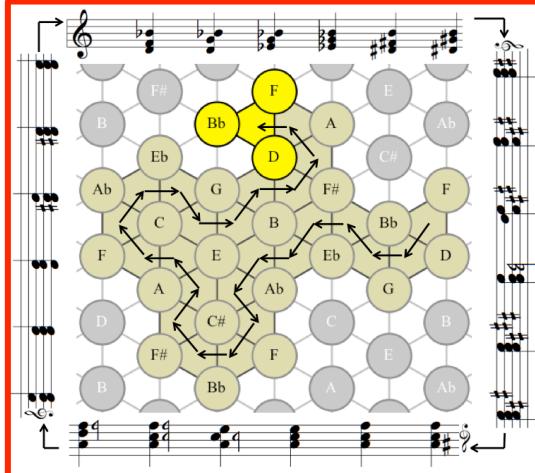
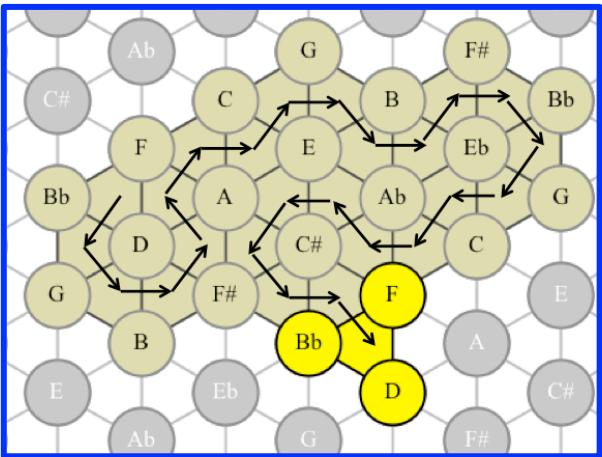
Elle détend son angoisse dans le sommeil.

Mais l'angoisse est forte, et le sommeil est si léger !

(La lumière d'avril ressemble presque à une neige
qui serait tiède.)

Et certes elle doit souffrir,

Vaguement souffrir, aussi dans le sommeil.



Do ← do_m ← Sol# ← fa_m ← Fa ← la_m ← La ← fa#_m ← Fa# ← sib_m ← Do# ← do#_m

↓ (Premier cycle hamiltonien)

mi_m → Sol → si_m → Ré → ré_m → **Sib** → sol_m → Mib → mib_m → Si → sol#_m → Mi

Do → mi_m → Mi → sol#_m → Si → ré#_m → Re# → do_m → Lab → fa_m → Do# → do#_m

↑ (Deuxième cycle hamiltonien)

la_m ← Fa ← ré_m ← Ré ← si_m ← Sol ← sol_m ← **Sib** ← sib_m ← Fa# ← fa#_m ← La

Mi ← mi_m ← Do ← la_m ← Fa ← fa_m ← Reb ← sib_m ← Fa# ← mib_m ← Mib ← do_m

↓ (Troisième cycle hamiltonien)

do#_m → La → fa#_m → Ré → ré_m → **Sib** → sol_m → Sol → si_m → Si → sol#_m → Sol#

Aprile (d'après Gabriele D'Annunzio)**Tangente**
L'aventure mathématiquepour mieux comprendre
le monde

Aprile

4D & 2D Visualizations
Hamiltonian Cycles
M.Andreatta, G.Baroin 2013

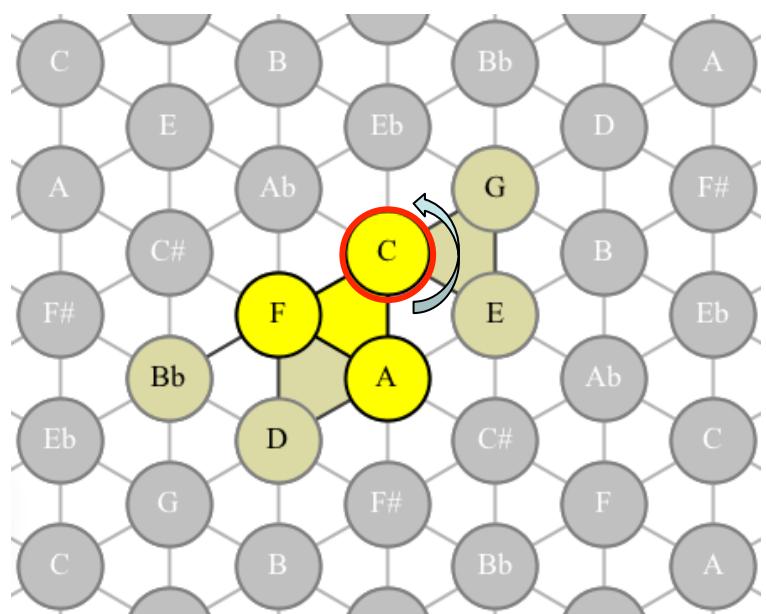


Lyrics: Gabriele d'Annunzio
Music and Vocals: Moreno Andreatta
Hypersphere and Ideogramms: Gilles Baroin
Original "Chicken Wire" graph: J.Douthett, P.Steinbach

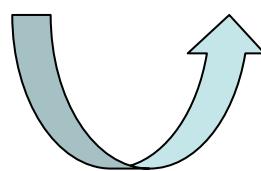


http://www.youtube.com/watch?v=oazDu9t_DTk

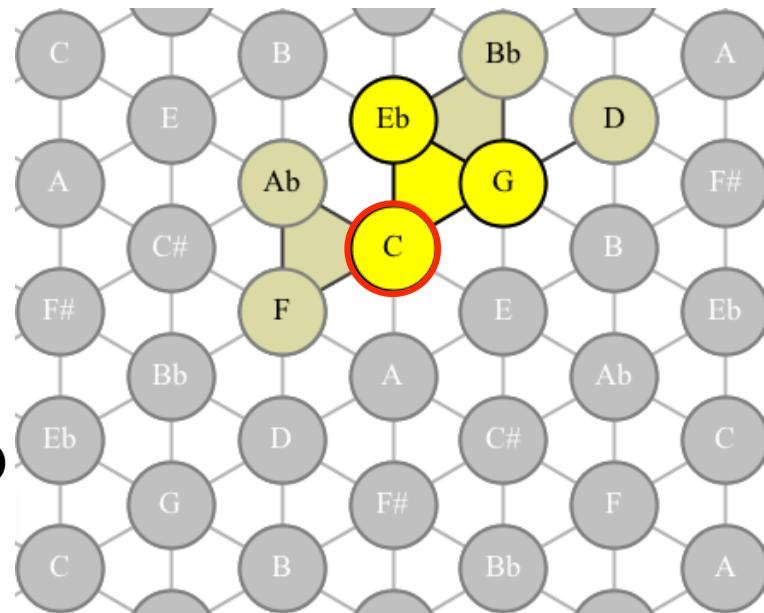
Maths et expériences oumu(po)piennes sur les Beatles



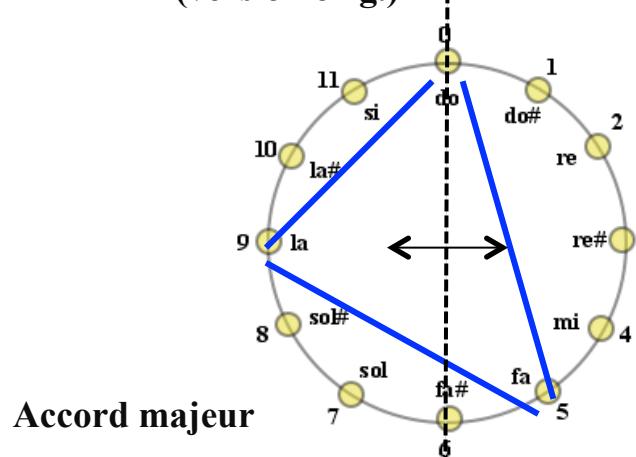
Beatles, *Hey Jude*
(version orig.)



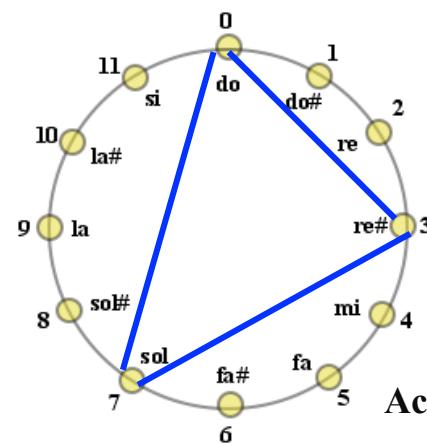
**Rotation
(autour du *do*)**



Beatles, *Hey Jude*
(version transformée)



inversion



Accord mineur

➔ Pour plus d'exemples voir à la page : <http://www.lacl.fr/~lbigo/scw13>