

Séminaire « La musique et ses *raisonances* »

Journée en hommage à Andrée Ehresmann

Autour de la théorie des catégories et de la créativité

12 décembre 2015

IRCAM – Salle I. Stravinsky

Loin de se restreindre au seul domaine mathématique, la théorie des catégories a montré son efficacité en tant qu'outil conceptuel susceptible d'être appliqué à différentes disciplines, de l'informatique à l'analyse musicale en passant par la logique et les sciences cognitives. Cette séance est à la fois un hommage aux travaux d'Andrée Ehresmann - collaboratrice de longue date du séminaire *mamuphi* - et une occasion de réflexion collective sur des applications récentes de la modélisation catégorielle, en particulier à l'étude de la créativité.

Programme

- 10h00-10h15 : Introduction à la journée
- 10h15-11h00 : **Andrée Ehresmann** (Université de Picardie) – De la genèse des Systèmes Evolutifs à Mémoire à la créativité, via MENS
- 11h00-11h45 : **René Guitart** (IMJ-PRG, Université Paris Diderot) – Modelage catégorique et créativité.
- 11h45-12h30 : **Michel De Glas** (université Paris Diderot) – Théorie des locus et cognition

Pause déjeuner

- 14h00-14h45 : **Mathias Béjean** (Université Paris-Est) – D-MES : une analyse catégorielle des schèmes de création collective
- 14h45-15h30 : **Paul-André Melliès** (CNRS et Université Paris Diderot) – Preuves et contre-preuves: un principe de relativité en logique

- 16h00-16h45 : **Marc Chemillier** (EHESS) – Improvisation et interaction (avec la participation de **Charles Kely**, guitariste et chanteur)
- 16h45-17h30 : **Moreno Andreatta** & **Carlos Agon** (IRCAM-CNRS-UPMC) – Théories des catégories en analyse musicale
- Discussion collective

Résumés

De la genèse des Systèmes Evolutifs à Mémoire à la créativité, via MENS - Andrée Ehresmann (Université de Picardie Jules Verne)

Les Systèmes Evolutifs à Mémoire (ou MES) proposent une méthodologie pour l'étude de systèmes multi-échelles, multi-agents et multi-temporalités, dont les composants varient au cours du temps. Ils ont été développés avec Jean-Paul Vanbremeersch à partir de 1985 en vue d'une 'catégorisation' des problèmes relatifs aux notions de hiérarchie, émergence et évolution très discutés en France à cette époque. Ils s'appuient sur mes travaux antérieurs : (i) « Systèmes guidables », introduits en 1963 pour résoudre des problèmes d'optimisation et de contrôle. (ii) Construction du « prototype » d'une esquisse (avec Charles Ehresmann, 1972)

Parmi les résultats : théorèmes montrant le rôle de l'existence de composants 'multifacettes' (Principe de Multiplicité) pour l'émergence, par 'complexifications' successives, de composants de complexité croissante. Dans la mémoire, ils permettent la formation d'un 'Noyau archétypal' AC à la base des processus cognitifs d'ordre supérieur.

L'application MENS donne un modèle intégratif du neural, mental et cognitif, y compris les aspects phénoménologiques développés dans des 'macro-paysages' (espaces mentaux) que AC permet de construire et dans lesquels se développent des processus supérieurs : conscience, anticipation, créativité.

D-MES : une analyse catégorielle des schèmes de création collective - Mathias Béjean (Université Paris-Est)

Dans leur programme de formalisation des activités de création, les sciences de l'action (conception, design, organisation,...) font face à des difficultés d'unification de types d'objectivation hétérogènes. En particulier, l'étude des schèmes opératoires sous-jacents aux activités de création a souvent été conduite en ne considérant qu'un système d'opérations réduit et « fossilisé », laissant alors de côté le contenu dynamique des expériences individuelles et collectives. L'ambition de notre travail est de proposer un mode de formalisation qui unifie mieux ces différents types d'objectivation. Pour ce faire, l'analyse est conduite dans le cadre catégoriel des « systèmes évolutifs à mémoire » (MES). Elle aboutit à construire D-MES, un MES particulier qui formalise les *schèmes interdynamiques* à l'œuvre dans les activités de création collective et qui permet d'en dégager les contraintes dynamiques et structurales. L'improvisation musicale peut en être un exemple.

Modelage catégorique et créativité - René Guitart (IMJ-PRG, Université Paris Diderot)

La théorie des catégories procède d'un examen des gestes des mathématiciens au travail ; elle ne vise pas à les fonder, mais à en décrire la fonctionnalité. Dans ces gestes, il faut au premier chef retenir la pulsation mathématique et ses conséquences qui sont le caractère indirect du travail, l'éloignement des objets, l'effacement des objets au profit des relations et morphismes, voire la disparition des objets, au profit ultime des preuves, et enfin, dans ces preuves mêmes la disparition du proprement logique au profit du calcul et de l'exactitude, du calcul des invariants, des modifications et formes. *In fine* la saisie catégorienne de l'activité mathématique nous entraîne vers le calcul cohomologique

en lieu et place de la logique antique. Cela dit, nous pouvons proposer une méthode de modelage pour toute étude mathématique, à l'image même du travail accompli par les catégoriciens sur l'ensemble des mathématiques et sur la théorie des catégories elle-même. Il s'agit de prôner l'association à tout objet d'une catégorie représentant sa forme d'un certain point de vue, c'est-à-dire ce qui de ce point de vue tourne autour de l'objet, le modèle par ses mouvements, de sorte que la cohomologie de cette forme fournisse ce qui reste invariant. La catégorie associée à l'objet est comme une présentation de celui-ci, et c'est dans son choix que gît le moment d'invention créative.

Il s'agit là d'une proposition d'une méthode d'invention, au sens que Descartes donnait à une telle expression. En principe, la méthode s'appliquerait à tout domaine d'activité, pourvu que l'on cherche à bâtir un parallèle entre les gestes de cette activité et ceux du catégoricien. L'exposé, après l'étayage sommaire de ce que nous venons d'écrire, montrera quelques exemples, tant d'objets à étudier que de théorèmes de la méthode (théorèmes de théorie des catégories donc).

Théorie des locus et cognition - Michel De Glas (université Paris Diderot)

À partir d'une triple critique, de la théorie des topoï (divorce entre le point de vue interne et le point de vue externe, existence de topoï non booléens qui valident la logique classique), de la logique intuitionniste (abandon problématique du tiers exclu, acceptation encore plus problématique de l'axiome du paradoxe positif), et de la topologie, nous présenterons la logique localiste et son substrat catégorique, la théorie des locus.

Nous montrerons que ces théories, outre leur intérêt intrinsèque, permettent d'aborder à nouveaux frais certaines questions de philosophie des mathématiques et certains problèmes formels issus des sciences cognitives, en particulier ceux qui mettent en jeu les liens entre logique et géométrie.

Preuves et contre-preuves: un principe de relativité en logique - Paul-André Melliès (CNRS et Université Paris Diderot)

Dans cet exposé, nous ne traiterons ni de musique, ni de créativité, mais de démonstrations logiques. Nous expliquerons tout d'abord que le raisonnement logique repose sur une symétrie originelle entre les deux protagonistes du dialogue logique: Eloïse qui cherche à établir une propriété, Abélard qui cherche à la réfuter. Cette symétrie interne et involutive entre Eloïse et Abélard traverse toute la logique, et s'applique aussi bien à la logique classique qu'à la logique intuitionniste.

De là s'en suit un principe de relativité qui assure que Eloïse et Abélard disposent des mêmes outils d'argumentation de part et d'autre du dialogue. D'un point de vue algébrique, ce principe de relativité signifie que tout principe logique, habituellement formulé du point de vue de celui qui démontre (Eloïse en l'occurrence), se découple en réalité en une paire duale de combineurs: le premier combineur incarne le principe logique tel qu'Eloïse le comprend et le met en œuvre, tandis que le second combineur incarne ce même principe logique mais compris cette fois-ci du point de vue antagoniste d'Abélard. L'interaction logique est dès lors définie par une série de lois de distributivité catégoriques qui décrivent comment les différents combineurs de preuves (pour Eloïse) et de contre-preuves (pour Abélard) interagissent. Nous expliquerons en fin d'exposé comment cette étude catégorique, symétrique et interactive des démonstrations logiques débouche sur une appréhension topologique, plutôt que simplement formelle, de la théorie de la démonstration, et sur une notion encore énigmatique mais bien présente d'espace logique.

Improvisation et interaction - Marc Chemillier (EHES) avec la participation de Charles Kely, guitariste et chanteur (<http://charleskely.com>)

Cette exposé est placé sous la figure de Samuel Eilenberg (1913-1998), l'un des pères fondateurs de la théorie des catégories, qui est aussi l'auteur d'un des ouvrages ayant le plus marqué l'enseignement des automates. On présentera des recherches sur l'improvisation avec ordinateur qui s'appuient sur les automates pour modéliser des transitions entre événements musicaux. Le logiciel ImproteK développé par Marc Chemillier et Jérôme Nika (<http://improtekjazz.org>) dans le sillage des travaux sur OMax capte le jeu d'un musicien et se sert des phrases enregistrées pour en produire de nouvelles par recombinaison à l'aide d'automates dont on montrera le fonctionnement et certaines propriétés. Ce travail permet de faire une analogie avec les catégories dans la mesure où ces dernières introduisent un niveau d'abstraction en remplaçant les ensembles et leurs éléments par des flèches entre objets. De la même manière, on s'intéresse non plus à des notes de musique mais à des séquences déjà constituées. On envisagera certains problèmes que cela pose sur le plan de la synchronisation avec une pulsation sous-jacente, le recalage d'une séquence étant plus difficile à opérer que celui d'une note. On fera une démo du logiciel en interaction avec le musicien malgache Charles Kely.

Théorie des catégories en analyse musicale : esquisses d'une collaboration en cours
(Moreno Andreatta & Carlos Agon, IRCAM-CNRS-UPMC)

Comment la recherche musicale peut-elle tirer profit des travaux des mathématiciens sur la formalisation catégorielle ? Dans cette présentation conclusive, nous aimerions revenir sur quelques aspects du travail de collaboration que l'équipe Représentations musicales de l'IRCAM mène depuis quelques années avec Andrée Ehresmann (et d'autres mathématiciens et théoriciens de la musique, tels Guerino Mazzola et Alexander Popoff), en particulier autour de la formalisation catégorielle d'outils analytiques issus de la théorie transformationnelle de David Lewin et leur modélisation informatique dans un langage de programmation pour la composition assistée par ordinateur.

La journée est organisée en collaboration avec l'université Paris-Est Créteil (UPEC), avec le soutien de l'ANR DeSciTech (Sciences, design et société : la fabrique des mondes contemporains). Pour plus de renseignements sur le séminaire « La musique et ses *raisonances* », voir à l'adresse : <http://www.entretemps.asso.fr/math/>