

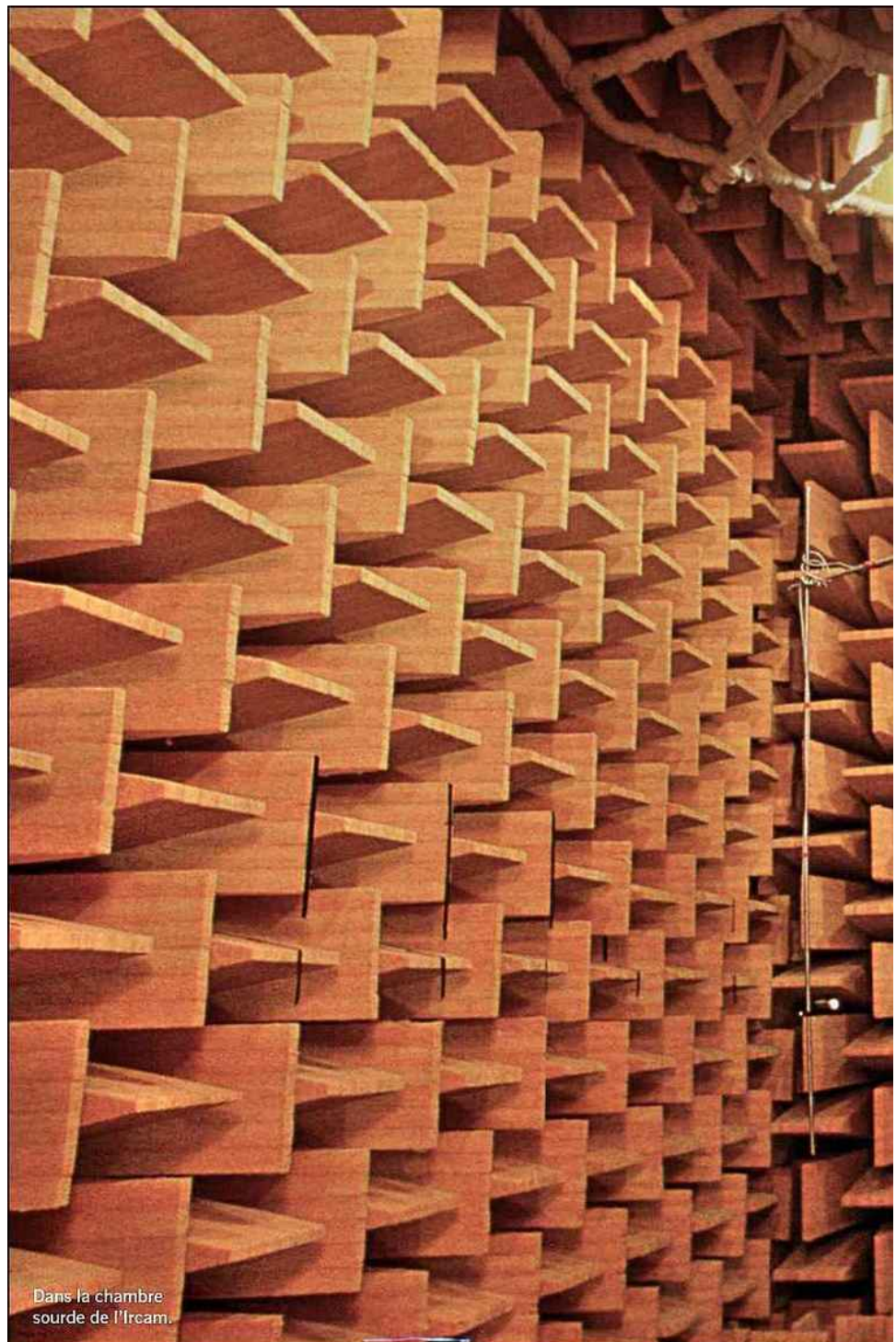
Arts

Musique en mode géométrique

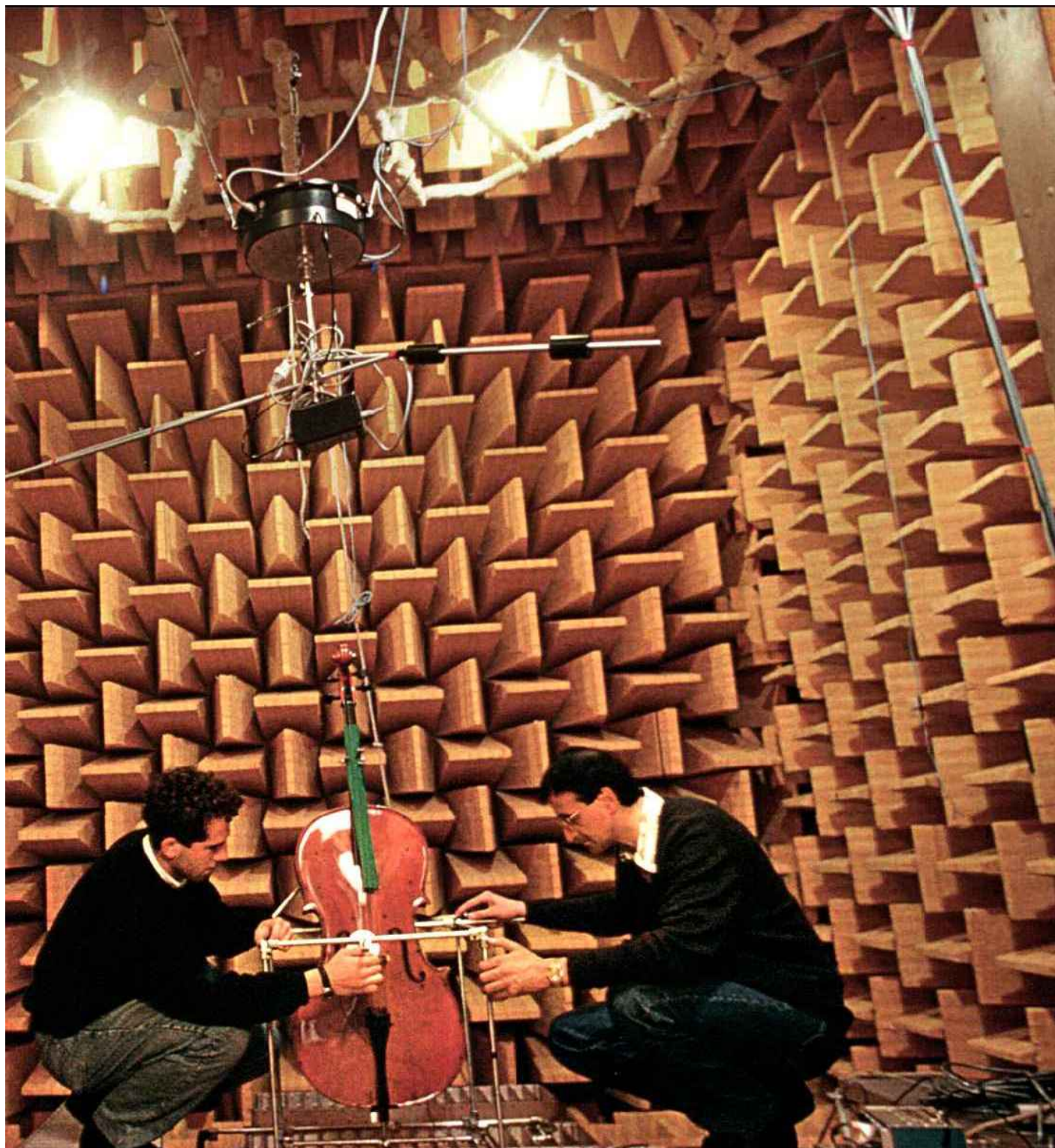
En jouant sur la connivence entre sons et nombres, musiciens et mathématiciens résolvent ensemble des problèmes complexes.

Trois cent cinquante et un éléments, pas un de plus, formant la base de tous les accords possibles et imaginables en musique ! Voilà ce que propose OpenMusic, un logiciel conçu et développé par l'Ircam (1), laboratoire qui associe le CNRS et le centre Georges-Pompidou, à Paris. « *C'est un peu à la musique ce qu'est à la chimie le tableau de Mendeleïev, qui regroupe tous les éléments chimiques composant le monde qui nous entoure* », explique le chercheur Moreno Andreatta. En ce mois de juin 2011, l'Ircam a rassemblé pour le festival [Agora](#) et la conférence internationale MCM (Mathematics and Computation in Music) des musiciens et des mathématiciens du monde entier. On y a évoqué quelques problèmes d'un genre nouveau, baptisés « mathémusicaux » par Moreno Andreatta. De quoi dérouter les habitués des deux disciplines, tant cette exploration à la croisée des champs est peu connue, aussi bien chez les spécialistes que dans le grand public... Un mariage « contre nature » qui offre pourtant de nouvelles perspectives aux deux disciplines.

Sous un vernis actuel, les « mathémusiques » renouent en fait avec Pythagore à travers sa théorie de « l'harmonie des sphères », fondée sur l'idée que l'Univers est régi par des rapports numériques harmonieux. Selon le philosophe grec du VI^e siècle avant notre ère, les distances entre les planètes – à cette époque où l'on situait la Terre au centre du monde – suivent des intervalles musicaux. Cette



Dans la chambre sourde de l'Ircam.



PASCAL MANTRE / COSMOS

connivence entre nombres et sons tombe dans l'oubli à la Renaissance. Même si, à la fin du XVII^e siècle, le mathématicien Leibniz, à l'origine du calcul infinitésimal, musicien à ses heures, affirme que la « *musique est une pratique cachée de l'arithmétique, l'esprit n'ayant pas conscience qu'il compte* ». Une sorte d'« arithmétique inconsciente ».

A l'origine des réflexions contemporaines, deux grandes nouveautés. D'une part, l'utilisation massive et individuelle de l'informatique, indispensable pour la gestion des 479 001 600 combinaisons possibles que peuvent former les 12 notes de l'octave – do, do#, ré, ré#, mi, fa, fa#, sol, sol#, la, la#, si – figurant sur le clavier d'un piano, si chacune d'elles est jouée au maximum une fois (2); d'autre part, la géométrie musicale, une manière – originale et scientifiquement pertinente – de les représenter. Cette drôle de géométrie repose sur le fait que la même note d'octaves différentes a la même sonorité, en plus grave ou plus aigu. Autrement dit, sur un piano, deux notes qui se trouvent à 12 notes d'intervalle sonnent de la même manière. Et deux notes consécutives présentent le même écart à l'oreille... Equidistance et répétition font que le cercle paraît bien adapté à la représentation de la musique : divisé en 12 arcs de même dimension (30°), et parcouru une première fois, il est l'équivalent d'une octave. Un second tour de cercle représenterait l'octave suivante, et ainsi de suite (voir figure ci-dessous).

Ce clavier circulaire peut s'enrichir d'une autre figure mathématique



« OPENMUSIC, LOGICIEL DE L'IRCAM, EST UN PEU À LA MUSIQUE CE QU'EST LE TABLEAU DE MENDELEIEV À LA CHIMIE »

Moreno Andreatta

correspondant au mode musical, qui sélectionne quelques notes parmi les 12. Même s'il existe une grande quantité de modes, nous connaissons surtout le majeur utilisant, si l'on commence par un do, do ré mi fa sol la si. C'est celui des comptines *Au clair de la lune* ou *Frère Jacques*. Le mode mineur, lui, exprime de la retenue ou de la mélancolie avec do ré ré# fa sol sol# si (3).

En reliant sur le « clavier circulaire » les notes du mode choisi, on peut construire un polygone circonscrit au cercle. Le tout forme un objet mathématique dont on connaît les propriétés, la symétrie, les axes de rotation, les invariants, c'est-à-dire les opérations qui conserveront sa forme. Ainsi la musique devient un nouveau langage mathématique et vice versa. La preuve par deux exemples.

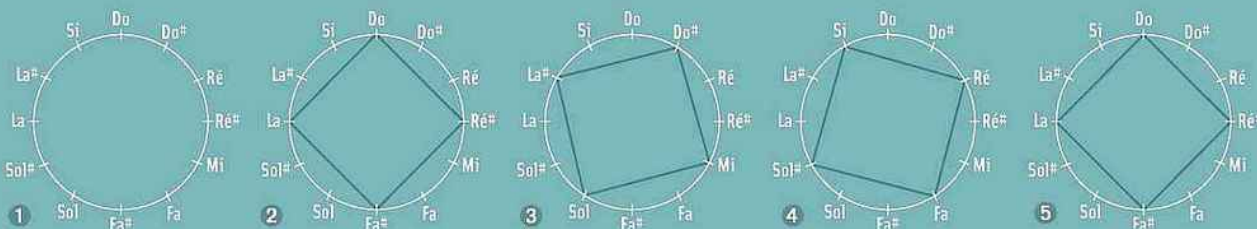
Transpositions

Commençons par l'apport des maths au problème musical de la transposition, qui consiste à conserver le même mode en commençant par une autre note. Les musiciens ont recours à la transposition lorsqu'ils changent d'instrument ou de voix et qu'ils recher-

chent un ton plus grave ou plus aigu. Sur notre clavier circulaire, cela revient à « faire tourner le polygone dans le cercle une ou plusieurs fois de 30° », explique Robin Jamet, responsable du département des mathématiques au Palais de la Découverte, à Paris, qui a participé au festival Agora. « Le compositeur Olivier Messiaen (1908-1992), pour explorer l'ensemble des sonorités possibles, cherchait à définir les modes à transposition limitée, tels qu'au bout d'un certain nombre de transpositions, on retombe sur le premier mode ». Une recherche fastidieuse pour Messiaen qui écrivait la musique à la façon traditionnelle, sur une partition.

La quête devient d'une facilité déconcertante avec la représentation circulaire : il suffit que le polygone soit un diviseur de 12, c'est-à-dire que le mode comporte 2, 3, 4, 6 ou 12 notes... Prenons l'exemple d'un carré représentant le mode do, ré#, fa#, la (voir ci-dessous). Une première transposition donne : do#, mi, sol, la#. La seconde, toujours avec un décalage de 30° : ré, fa, sol#, si. Et si l'on poursuit l'opération, on retrouvera ré#, fa#, la, do, soit les mêmes notes

Le site de l'Ircam : www.ircam.fr



Clavier circulaire Les douze notes que comprend l'octave d'un piano peuvent graphiquement être placées sur un cercle ❶, une représentation qui permet d'effectuer facilement certaines opérations musicales. Dans cet exemple, on a choisi un mode, ou sélection de notes, constitué de do, ré#, fa #, la ❷. Il suffit de faire tourner le carré ainsi dessiné pour effectuer une transposition, qui permet de jouer la même mélodie en plus grave ou plus aigu. Il s'agit d'un mode à transposition limitée : en faisant tourner le carré trois fois, on retrouve les mêmes notes.

COURTESY/MORENO ANDREATTA