Y a-t-il du logique dans l'air ?

Quelques réflexions sur la dimension logique de la musique

Journées Rochebrune
13-19 janvier 2013

Moreno ANDREATTA
Ircam/CNRS/UPMC
1, place Igor Stravinsky
75004 Paris
Moreno.Andreatta@ircam.fr

Abstract

Même s'il ne s'agit pas (plus) d'établir des vérités éternelles dans un domaine comme la musique, celle-ci établit des faits, produit des analyses et développe des discours qui relèvent de l'explication et qui visent à établir un consensus. La musique ne peut donc pas faire l'économie de confronter ses procédures de justification à l'un des paradigmes prééminents de la preuve : les mathématiques. Cette confrontation peut se résumer en une phrase : y a t'il une *logique musicale*, de quelle nature est-elle et quel est son rôle en musique ?

Bien qu'objet de colloques internationaux [1], de projets exploratoires pluridisciplinaires [2] et de séminaires d'étude [3, 4], la dimension logique de la musique demeure largement inexplorée. En effet, plus de dix ans après le Forum Diderot 1999 "Mathématiques & Musique", un événement qui a donné une impulsion majeure au domaine des relations entre musique et mathématique, force est de constater que les questions autour desquelles les organisateurs de la partie parisienne avaient centré le débat restent d'actualité, à savoir :
— Quel est le rapport entre les logiques mathématiques et les logiques musicales ?
— Les formalismes bâtis sur le « raisonnement » musical a-t-il quelque chose à voir avec tel ou tel formalisme de la logique ?
— La logique mathématisée peut elle aider les musiciens à clarifier la spécificité de leur mode de raisonnement ?

Après avoir pointé quelques difficultés dans des approches issues d'une orientation philosophique de type analytique et logico-positiviste en logique musicale [5, 6, 7, 8], on montrera plusieurs exemples de processus musicaux dont le caractère à la fois géométrique et algébrique suggère l'existence d'un lien profond entre logique musicale et « espaces conceptuels », au sens des sciences cognitives [9]. En particulier, on s'appuiera sur le concept de *Tonnetz* (réseau de notes) en tant qu'espace conceptuel développé au sein de la tradition musicologique néo-riemannienne (fig. 1), pour montrer comment une grammaire musicale donnée correspond à une conquête précise de l'espace géométrique, dont le choix des axes générateurs offre devient un paramètre essentiel dans l'analyse stylistique. On fera le même exercice à partir d'autres espaces conceptuels, tels le *permutoèdre* (fig. 2) associé à la théorie des intervalles du compositeur et théoricien de la mexicain Julio Estrada [10], les *orbifolds* (fig. 3) de Dmitri Tymoczko [11, 12] ou les réseaux transformationnels (fig. 4) de David Lewin [13, 14], dont une étude

récente offre les premiers résultats expérimentaux sur les rapports entre théories formelles et perception/cognition musicales [15].

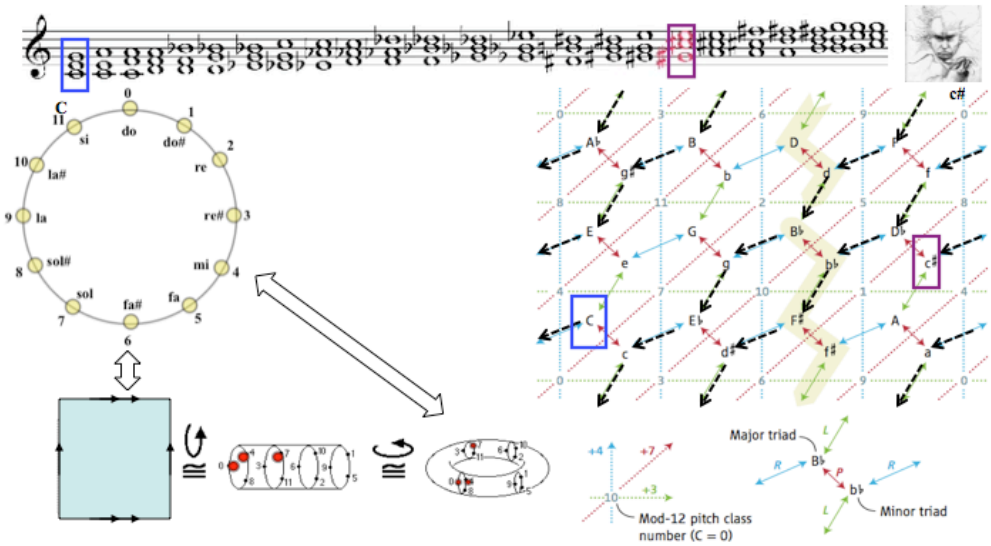

Fig. 1. Représentation d'une progression d'accords dans le *Tonnetz*, espace géométrique bidimensionnel engendré, dans le cas en figure, par l'intervalle +3 (tierce mineure) et l'intervalle +4 (tierce majeure). Le théorème de décomposition de Sylow, rappelé à gauche, exprime l'équivalence entre le *Tonnetz* et le groupe cyclique d'ordre 12.

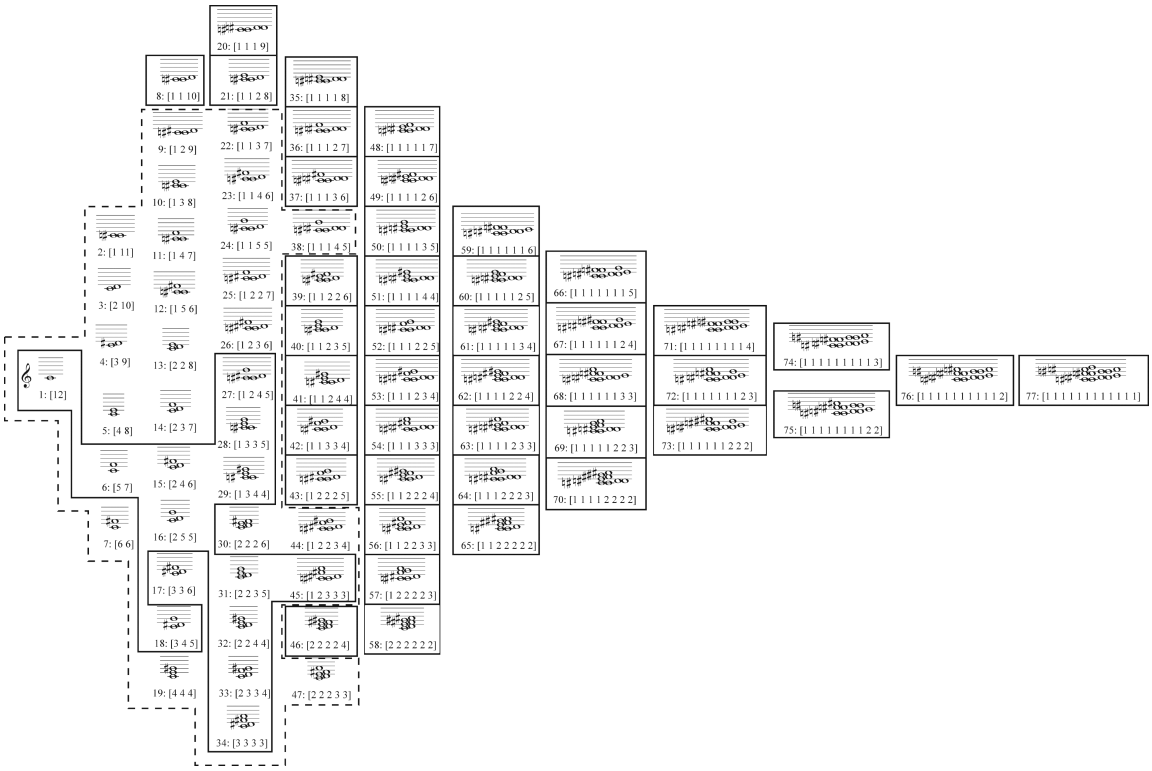

Fig. 2. Permutoèdre de Julio Estrada avec ses 77 accords et visualisation de la conquête de l'espace musical par Chopin dans son *Prélude en mi mineur*. Cette même pièce est également visualisée à l'aide d'une structure d'orbifold en fig. 3

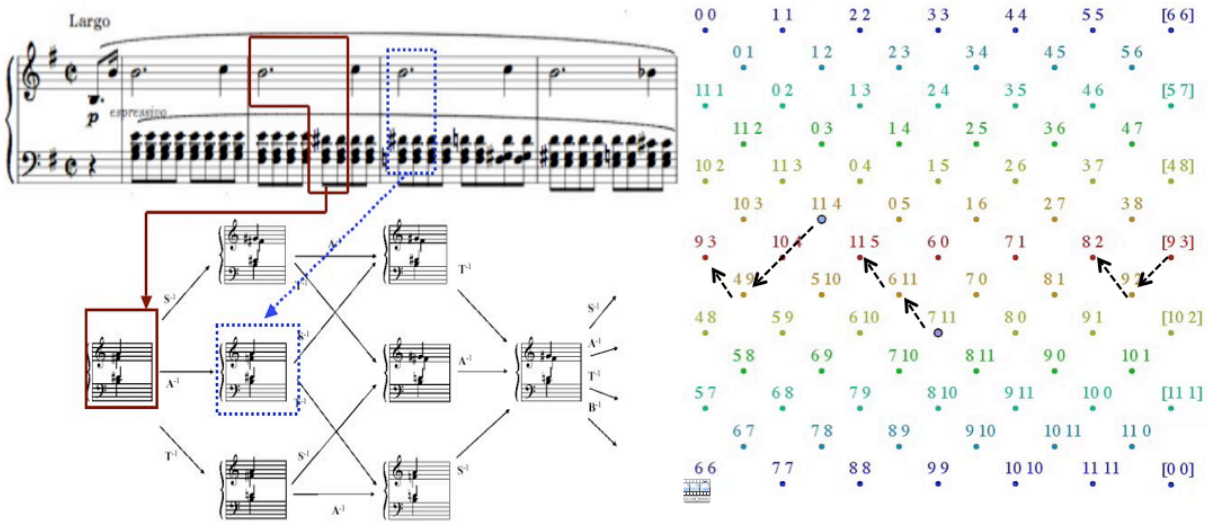

Fig. 3. Visualisation du *Prélude en mi mineur* de Chopin à l'intérieur d'un orbifold (à droite) qui est équivalent, d'un point de vue opologique, à un ruban de Möbius. Un extrait de la partition est détaillé à gauche avec les quatre transformations S^{-1}, A^{-1}, T^{-1} et B^{-1} modifiant d'un demi-ton descendant le contenu respectivement du soprano, de l'alto, du teneur et de la basse.

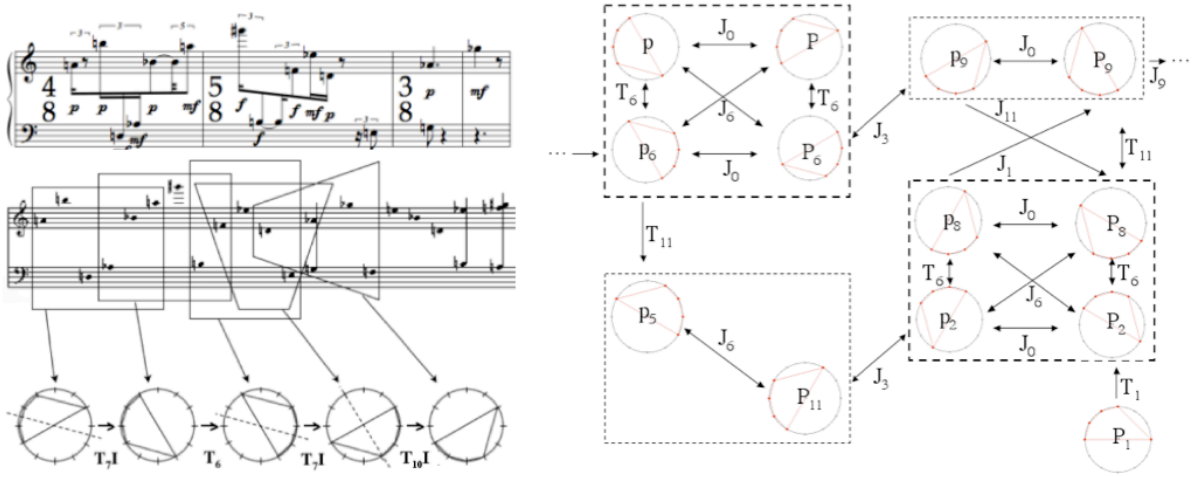

Fig. 4. Représentation d'un extrait du *Klavierstück III* de K. Stockhausen à l'aide d'une progression transformationnelle (gauche) et d'un réseau transformationnel (droite), selon l'analyse proposée par David Lewin dans [14].

On proposera ensuite les premiers résultats d'un travail collectif en cours sur la modélisation de la créativité à l'aide de la théorie des catégories (en collaboration avec Andrée Ehresmann, Guerino Mazzola et René Guitart). Ce travail, dont le substrat philosophique touche aussi bien à la sémiotique (Peirce) qu'à la phénoménologie (Husserl) et au structuralisme (Piaget), pourrait se révéler un cadre conceptuel extrêmement pertinent pour saisir quelques aspects de la composante logique de ce « calcul secret que l'âme fait à son insu » [16].

Bibliographie

[1] Mathématique et Musique. Logiques mathématiques, logiques musicales au XXème siècle, Quatrième Forum Mathématique Diderot, Paris, Ircam, 3-4 décembre 1999.
http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/diderot99/page.html
Actes édités par Gerard Assayag, Hans-Georg Feichtinger, and Jose Rodriguez, Springer 2002.

[2] PEPS Géométrie de l'Interaction et musique.
http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/PEPS-GdIM.html

[3] Séminaire MaMuX (Mathématique/Musique et relations avec d'autres disciplines)
http://repmus.ircam.fr/mamux/home

[4] Séminaire *mamuphi (Mathématique, musique et philosophie)*
http://www.entretemps.asso.fr/maths/

[5] Susanne K. Langer, "A set of postulates for the logical structure of music", *The Monist*, vol. XXXIX, 1929, p. 561-570.

[6] Milton Babbitt, "Contemporary Music Composition and Musical Theory as Contemporary Intellectual History", in *Perspectives in Musicology* (edited by B. Brook et al., Norton, New York, 1972, p. 151-184. Repris dans *The Collected Essays of Milton Babbitt* (edited by S. Peles et al., Princeton University Press, 2003, p. 270-309)

[7] James A. Davis, "Philosophical Positivism and American Atonal Music Theory", *Journal of the History of Ideas*, 56(3), 1995, p. 501-521.

[8] Moreno Andreatta, « Mathématiques, Musique et Philosophie dans la tradition américaine : la filiation Babbitt/Lewin », in *A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie. Dix ans de séminaire* mamuphi, M. Andreatta, F. Nicolas et Ch. Alunni (dir.), Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France, 2012.

[9] Edoardo Acotto, Moreno Andreatta, "Between Mind and Mathematics. Different Kinds of Computational Representations of Music", *Mathematics and Social Sciences* 50e année, n° 199, 2012(3), p. 9-26. Special Issue devoted to the Conference of the EMPG 2011 (European Mathematical Psychology Group, Telecom ParisTech, 29-31 août 2011).

[10] Julio Estrada, LA THÉORIE DES INTERVALLES (avec une démonstration du nouveau programme, MuSIIC), Séminaire commun ATIAM/Cursus (Ircam, Salle Stravinsky, 21 novembre 2012, 9h30-11h30) : Julio Estrada (compositeur),
http://repmus.ircam.fr/atiam/estrada

[11] Dmitri Tymoczko, « The Geometry of Musical Chords », *Science*, 313, 2006

[12] Moreno Andreatta, « La géométrie d'un Prélude : des nouvelles représentations géométriques des structures musicales éclairent une pièce de Chopin qui ne finit pas de séduire les mélomanes », *Pour la science*, Novembre, n° 349, 2006

[13] David Lewin, *Generalized Musical Intervals and Transformations*, Yale University Press, 1987 (Reprint Oxford University Press, 2007)

[14] David Lewin, *Musical Form and Transformation*, Yale University Press, 1993 (Reprint Oxford University Press, 2007)

[15] Cao, Y., Wild, J., Smith, B.K. & McAdams, S. "The Perception and Learning of Contextually-defined Inversion Operators in Transformational Pitch Patterns", Paper presented at The Fifth International Conference of Students of Systematic Musicology (SysMus12), May 24-26, Montreal, QC, 2012. Web :
http://sysmus12.oicrm.org/wp-content/uploads/2012/02/Yinan-Cao-SysMus12-2.pdf

[16] Gottfried Wilhelm Leibniz, *Epistolae ad diversos*, vol. 1, Christian Kortholt, (éd.), Leipzig, 1734, p. 240.