

Mathématiques/Musique et Philosophie dans la tradition américaine : la filiation Babbitt/Lewin ¹

Moreno Andreatta

Equipe Représentations Musicales
IRCAM / CNRS / UPMC

Résumé. *Nous présentons quelques aspects théoriques et métathéoriques de la tradition américaine — du sérialisme intégral de Milton Babbitt aux réseaux transformationnels d’Henry Klumpenhouwer — en essayant d’en discuter les hypothèses épistémologiques sous-jacentes et les implications philosophiques qui dérivent d’une telle démarche, aussi bien pour la théorie que pour l’analyse musicale. Le positivisme logique du Cercle de Vienne a eu historiquement une influence directe dans l’émergence d’un paradigme mathématique en théorie de la musique aux Etats-Unis, comme le confirme une analyse comparée des principes de bases des deux courants de pensée. Cependant, la réflexion théorique de Milton Babbitt ainsi que la démarche transformationnelle de David Lewin dépassent, à notre avis, largement le paradigme langagier qui sous-tend le néopositivisme et engagent d’autres formes de relations entre la musique et les mathématiques. Pour cela, nous allons nous appuyer, tout d’abord, sur la dualité entre l’objectal et l’opérateur à la base, selon l’épistémologue français Gilles-Gaston Granger, de tout concept philosophique. Deux exemples de cette dualité nous semblent particulièrement pertinents pour la tradition américaine : la notion de Twelve-Tone System chez Babbitt et celle de Generalized Interval System chez Lewin. Nous esquisserons en conclusion les principes de base d’une interprétation de l’analyse transformationnelle et, en particulier, des réseaux de Klumpenhouwer (K-nets) à l’aide de la théorie (mathématique) des catégories ainsi que les conséquences théoriques et philosophiques d’une telle formalisation.*

1. Ce texte est une version remaniée de l’intervention de l’auteur au Séminaire Mathématiques/Musique & Philosophie (18 novembre 2006) qui intègre des éléments issus des nombreuses discussions qui ont marquées les trois saisons du séminaire, ainsi que des publications ayant vu le jour entretemps. Un enregistrement vidéo de l’intervention est disponible sur le site de la diffusion des savoirs de l’ENS (<http://www.diffusion.ens.fr/>). Nous remercions François Nicolas pour nous avoir poussé à mieux préciser notre position vis-à-vis du positivisme logique, dont le rôle joué dans les théories mathématiques de la musique n’a pas encore été entièrement élucidé. Nous tenons à remercier tout particulièrement Pierre de Chambure pour nous avoir guidé, avec ses conseils, ses notes de lecture et ses traductions, dans la tentative de répondre à cette question.

Il y a plusieurs raisons pour essayer de discuter les orientations théoriques et philosophiques sous-jacentes à ce qu'on appelle désormais couramment la « tradition américaine » et qui motivent la réflexion qui nous guide dans cet article. Il y a tout d'abord un intérêt historique, l'histoire de la tradition américaine et ses multiples orientations théoriques n'ayant pas été écrite. À cette perspective historique s'ajoute, tout naturellement, un intérêt épistémologique, dû au fait qu'il y a très peu d'études sur les hypothèses philosophiques qui guident la démarche théorique, analytique et compositionnelle des théoriciens de la tradition américaine. Une analyse des « hypothèses philosophiques » qui ont accompagné l'évolution de la pensée théorique, de Milton Babbitt à David Lewin et jusqu'à nos jours, peut permettre de mieux comprendre la portée et les limites des concepts développés par ce que l'on proposera d'appeler la filiation Babbitt/Lewin. De plus, cette démarche à la fois historique et épistémologique offre également un intérêt « prospectif » car, à partir d'une réflexion sur la (ou les) philosophie(s) ayant eu une influence directe sur la démarche des théoriciens de la musique des années 1960, on pourra, peut-être, essayer de donner une réponse à une interrogation qui reste ouverte, à savoir² « Quelle philosophie pour la (une) théorie (mathématique) de la musique d'aujourd'hui ? » Plus particulièrement, nous sommes intéressés par la question suivante : « Quelle orientation philosophique sous-tend la tradition américaine ainsi que les approches théoriques et analytiques s'inscrivant dans la filiation de la réflexion de Milton Babbitt sur le système dodécaphonique ou de David Lewin sur le système d'intervalles généralisés ou dans d'autres démarches, comme l'approche catégorielle en théorie mathématique de la musique (Mazzola, 2002) permettant, notamment, de généraliser certains concepts et constructions de la tradition américaine ? » Autrement dit, y a-t-il une « philosophie spontanée » à l'exception du positivisme logique³ dans la tradition américaine et les approches catégorielles proposées parallèlement en Europe en théorie mathématique de la musique ?

Ce sont des questions qui resteront ouvertes mais dont on essaiera de montrer la richesse pour la réflexion philosophique contemporaine sur le rapport entre mathématique et musique en discutant, tout d'abord, l'influence de la philosophie analytique et du positivisme logique aux débuts de la formalisation mathématique de la musique chez les théoriciens de la tradition américaine pour, par la suite, pointer les limites d'une telle réduction en proposant une possible lecture philosophique d'une approche algébrique ou catégorielle en musique. Cependant, avant d'avancer des interprétations d'ordre philosophique, commençons par mieux préciser un terme que nous avons employé jusqu'ici de façon informelle, celui de « tradition américaine ».

2. Il s'agit, en effet, d'une question cruciale, s'il est vrai que la sixième saison du séminaire *mamuphi* (2008-2009) s'est articulée précisément autour de cette question.

3. Comme semble le soutenir François Nicolas dans sa double déconstruction de la music theory (Nicolas, 2007a et 2007b).

La tradition américaine : les acteurs et les « communautés⁴ »

Peu d'approches théoriques et analytiques ont joué un rôle aussi central dans la musicologie systématique développée aux États-Unis que celles issues des réflexions de Milton Babbitt sur le système dodécaphonique, de la *Set Theory* d'Allen Forte et de la théorie transformationnelle de David Lewin. Les trois approches relèvent d'une démarche que l'on qualifiera de « set-théorique », ce néologisme englobant à la fois la réflexion autour du sérialisme généralisé de l'école de Princeton (en particulier autour de la revue *Perspectives of New Music*), de la théorie des ensembles appliquée à l'analyse musicale (autour de la revue *Journal of Music Theory* à l'université de Yale) et les généralisations de la *Set Theory* « classique » par David Lewin. On insistera beaucoup sur cette dernière, car elle est à l'origine, comme on verra, d'un véritable « tournant » en analyse musicale⁵. Comme nous l'avons mentionné, la tradition américaine englobe également les théories « diatoniques » et les théories néo-riemanniennes, deux approches théoriques et analytiques dont il est souvent très difficile de distinguer les frontières respectives. Les théories diatoniques, développées initialement à l'intérieur de ce qu'on pourrait appeler « l'école de Buffalo » (par John Clough et ses collègues⁶), visent à comprendre quelles sont les propriétés structurelles de la gamme diatonique faisant son « unicité » à l'intérieur d'un tempérament donné (tempérament qui ne doit pas nécessairement être égal!). Les théories diatoniques appartiennent, *de facto*, aux approches « set-théoriques » classiques, comme le montre le fait que John Clough et ses collègues ont utilisé les mêmes techniques décrites par Allen Forte dans son ouvrage théorique de référence (Forte, 1973). À la différence de la théorie diatonique, les approches néo-riemanniennes relèvent, elles, de la démarche transformationnelle inaugurée par David Lewin et « formalisée » sous la forme d'un traité théorique dans l'ouvrage *Generalized Musical Intervals and Transformations* (Lewin, 1987).

4. Nous utilisons ce terme en analogie avec le concept de « communauté scientifique » chez Thomas Kuhn (1962). C'est une notion qu'on utilise couramment lorsque l'on cherche à retracer l'histoire d'un courant de pensée. Par exemple Ralf Krömer, dans son ouvrage *Tool and object. A history and philosophy of Category theory* (Birkhäuser, 2007), est confronté au problème de caractériser une communauté, celle des théoriciens des catégories, dont les frontières sont parfois très floues (à cette communauté peuvent appartenir des mathématiciens qui travaillent sur la théorie de l'homologie, sur la topologie ou sur la géométrie algébrique, sur la logique, etc.). De même, les frontières de la communauté des théoriciens de la musique appartenant à la tradition américaine, surtout en ce qui concerne les outils employés et les domaines analytiques visés, sont multiples, allant de l'utilisation des catalogues d'accords pour l'analyse de la musique atonale jusqu'au déploiement d'un arsenal algébrique pour l'analyse de la musique tonale (théories diatoniques et néo-riemanniennes), en passant par la création d'outils « mobiles », susceptibles d'être appliqués aussi bien — comme on le verra — au répertoire tonal ou atonal (réseaux de Klumpenhouwer). D'autres applications musicales des concepts kuhniens de « communauté scientifique », ainsi que celui de « paradigme », ont été discutées par Antonio Lai dans un ouvrage qui montre également les limites du positivisme logique en musique (Lai, 2002).

5. Ce sont C. V. Palisca et I. Bent qui soulignent ce changement paradigmatique dans l'entrée « theory » du *New Grove Dictionary Online*.

6. À l'héritage de John Clough dans la théorie mathématique de la musique est consacré le troisième numéro du *Journal of Mathematics and Music* qui propose, également, une nouvelle approche de l'étude du diatonisme, basée sur la transformée de Fourier discrète, un outil que David Lewin avait introduit en théorie de la musique en relation avec le concept de contenu intervallique [*interval content*]. Voir Lewin (1959).

Une des caractéristiques majeures de la tradition américaine est l'attention portée à la théorie de la musique [music theory]. Dans une étude sur l'émergence des structures algébriques en musique et musicologie du XX^e siècle (Andreatta, 2003), j'avais essayé de suivre, toujours à l'intérieur de la tradition américaine, l'évolution du concept de « théorie musicale » (*musical theory*) vers celui de *music theory* en tant que « théorie de la musique » au sens d'une discipline institutionnelle ancrée dans le système universitaire américain. J'aimerais revenir ici sur ces problématiques liées au rôle de catalyseur joué par Milton Babbitt et l'université de Princeton dans la constitution d'une approche théorique de type algébrique en musique. Certains commentateurs ont parlé à ce propos d'un projet « métathéorique » pour indiquer qu'il s'agit d'une démarche théorique en musique prenant comme objet la théorie de la musique en tant que telle. C'est ce premier aspect qu'on va essayer de discuter dans la section suivante.

Sur les orientations théoriques (et métathéoriques) de la tradition américaine

Dans la préface à l'un des premiers ouvrages consacré à la définition de la théorie de la musique, B. Boretz et E.T. Cone (1972) identifient dans la démarche théorique en composition l'une des nouveautés qui caractérise le XX^e siècle par rapport aux siècles passés :

L'identification des questions musico-théoriques à celles de l'approche critique de la composition n'est pas, bien sûr, plus particulière au XX^e siècle qu'aux compositeurs. Mais l'implication contemporaine particulièrement explicite, particulièrement importante et particulièrement apparente des compositeurs pour la théorie en tant qu'écrivains et constructeurs de système a donné à la relation théorico-compositionnelle une large publicité, ni toujours bienveillante ou même exacte : nous vivons, comme tous les lecteurs des partitions du domaine public le savent, une époque d' 'approche théorique de la composition' [*theoretical composition*].

Cette démarche théorique dans l'acte compositionnel est l'expression d'une figure qui aura une place de plus en plus centrale dans la musique du XX^e siècle, celle du compositeur/théoricien. Le compositeur et théoricien Milton Babbitt est, depuis cette perspective « métathéorique », tout à fait singulier, car il a été le premier à suggérer que

La force de tout 'système musical' ne reposait pas dans son appréhension en tant que contraintes universelles pour toute musique, mais en tant que constructions théoriques alternatives, enracinées à l'intérieur d'une communauté d'assumptions et de principes empiriques partagés, et validés par la tradition, l'expérience et l'expérimentation.

Soulignons que l'expression « système musical », et, en particulier, « système dodécaphonique » chez Babbitt est synonyme de « structure », au sens *mathématique* du terme⁷. En effet, Babbitt utilise ce terme bien avant la publication des textes de N. Wiener (1948) et L. von Bertalanffy (1950) qui marquent la naissance de la science moderne

7. Cette interprétation diffère donc de la lecture « déstructurante » de la *music theory* par François Nicolas (2007b), où la structure (musicale !) est considérée comme une étape intermédiaire entre l'axiomatique et le système, dans un parcours logique allant de Schoenberg à la combinatoire. Or, comme

des systèmes⁸. En outre, la force de tout système musical réside précisément dans les enjeux théoriques du système, principes de nature empirique dont la validité, comme le soulignent Boretz et Cone, est assurée par l'histoire, l'expérience et l'expérimentation. Il est donc évident que, à la différence d'une compréhension souvent trop réductrice de la tradition américaine de la part des théoriciens et musicologues européens, la *Set Theory* intègre, du moins à ses débuts, une dimension historique à la composante systématique.

Sans essayer de rendre compte ici de façon exhaustive de la pensée théorique et compositionnelle de Milton Babbitt⁹, nous allons nous concentrer sur quelques aspects de l'approche théorique de cette figure centrale de la tradition américaine afin de dégager un premier horizon philosophique marqué par l'influence du positivisme logique.

L'héritage du positivisme logique dans la théorie du système dodécaphonique chez Milton Babbitt

Dans son travail de thèse dédié à la fonction de la structure ensembliste dans le système dodécaphonique (Babbitt, 1946)¹⁰, le compositeur pose une définition de la méthode dodécaphonique qui sera utilisée implicitement dans toutes ses propositions théoriques successives (et jouera, en même temps, un rôle majeur dans la constitution de la *Set Theory* en tant que théorie formelle pour l'analyse de la musique atonale).

La méthode dodécaphonique est décrite comme un « système », constitué par un « ensemble d'éléments, de relations entre ces éléments et d'opérations sur ces éléments » (Babbitt 1946/1992, p. viii). N'ayant pas encore les outils algébriques pour rendre compte

nous l'avons montré dans Andreatta (2003), c'est en s'appuyant sur la lecture axiomatique du dodécaphonisme par Ernst Krenek (1937/1939), ainsi que sur ses premiers essais de formalisation des techniques de combinatoire essentiellement des hexacordes et des tricordes, que Babbitt aboutit progressivement à la conception du système dodécaphonique comme une « structure » au sens algébrique, dont un « *large number of consequences compositionnelles sont dérivables directement de théorèmes de théorie des groupes finis* » (Babbitt 1961/1972, p. 8). Le parcours logique serait donc plutôt le suivant : Schoenberg → Krenek → combinatoire (musicale) → axiomatique → système = structure algébrique → composition.

8. Pour une analyse historique et épistémologique de la systématique, voir l'étude de Jean-Louis Le Moigne dans Andreatta *et al.* (1991). Cependant, au-delà des différences théoriques profondes entre l'approche systématique au dodécaphonisme par Babbitt et la *General System Theory*, dues à l'influence indéniable du positivisme logique dans l'approche du compositeur américain, nous aimerions suggérer dans cet article l'hypothèse selon laquelle d'un point de vue épistémologique la tradition set-théorique américaine est finalement plus proche du constructivisme de la systématique plutôt que du logicisme du Cercle de Vienne.

9. Pour les aspects théoriques de la démarche algébrique de Babbitt, et son héritage dans la tradition set-théorique américaine, nous renvoyons le lecteur à notre thèse de doctorat (Andreatta, 2003). Le problème de l'articulation entre pensée théorique et processus compositionnel chez Milton Babbitt, ainsi que chez d'autres compositeurs/théoriciens (en particulier Iannis Xenakis) a été traité par Stéphan Schaub dans une séance plus récente du Séminaire *mamuphi* (5 avril 2008) et a fait l'objet de sa thèse de doctorat (Schaub, 2009).

10. La thèse, initialement refusée par le département de musique de l'université de Princeton, a été approuvée presque cinquante ans après, sans aucun changement par rapport au document soumis en 1946. Ce qui a changé, entre-temps, c'est le contexte social et institutionnel dans lequel une recherche sur les rapports entre mathématiques et musique est susceptible d'être acceptée par les deux « communautés », celle des mathématiciens (qui reprochaient à Babbitt une utilisation non suffisamment rigoureuse du formalisme mathématique) et celle des théoriciens de la musique (qui avaient probablement plus de réserves, par rapport aux premiers, dans le fait que la théorie de la musique allait progressivement se mathématiser).

de la « nature » de ces relations et de ces opérations, Babbitt se limite à avancer l'hypothèse selon laquelle « une vraie mathématisation aurait besoin d'une formulation et d'une présentation dictées par le fait que le système dodécaphonique est un groupe de permutations qui est façonné [shaped] par la structure de ce modèle mathématique » (Babbitt 1946/1992, p. ii). Quelques années après, cette intuition se précise, aussi grâce à ses expériences compositionnelles sur la série généralisée¹¹. En effet, « une compréhension de la structuration dodécaphonique des composantes autres que les hauteurs ne peut que passer par une définition correcte et rigoureuse de la nature du système et des opérations qui lui sont associées » (Babbitt 1955). Une fois cernée l'importance des structures algébriques en musique, le compositeur peut affirmer qu'un « large nombre de conséquences compositionnelles sont dérivables directement de théorèmes de théorie des groupes finis » (Babbitt 1961/1972, p. 8). Un exemple de théorème de nature algébrique est le résultat suivant, connu comme le théorème des notes communes :

Etant donnée une collection de hauteurs (ou de classes de hauteurs), la multiplicité de l'occurrence de chaque intervalle (un intervalle étant équivalent à son complémentaire, car il n'y a pas de considération d'ordre) détermine le nombre de hauteurs en commun entre la collection originale et sa transposition de la valeur de cette intervalle¹².

Mais le résultat le plus célèbre est sans doute le théorème de l'hexacorde, que l'on peut énoncer en termes de multiplicité intervallique :

Théorème de l'hexacorde. *Dans un hexacorde et dans son complémentaire, la multiplicité de l'occurrence de chaque intervalle (un intervalle étant toujours équivalent à son complémentaire) est la même.*

Dans un ouvrage plus récent, rassemblant les leçons données par Babbitt à l'école de musique de l'université de Wisconsin en 1983, le compositeur offre quelques éléments historiques qui nous permettent de mieux comprendre le contexte social dans lequel un tel résultat a pu être obtenu. C'était la période à laquelle David Lewin allait rejoindre Milton Babbitt, qui enseignait à Princeton et était à l'époque collègue d'Alonzo Church et Kurt Gödel, pour débiter un doctorat en mathématiques sous la direction d'Emil Artin. Cependant, le théorème de l'hexacorde, qui semble avoir occupé les deux théoriciens pendant un certain temps, aurait été démontré, selon Babbitt, d'une façon tout à fait inattendue, grâce à Ralph Fox, un mathématicien travaillant sur la théorie des nœuds. De plus, la démonstration du théorème de l'hexacorde aurait servi comme point de départ

11. Rappelons qu'à l'intérieur de la tradition américaine, et à la différence de la perspective européenne, Milton Babbitt occupe une place centrale dans la naissance du sérialisme intégral. La question des origines du sérialisme intégral mérite, à notre avis, d'être posée à nouveau, car Milton Babbitt aurait pu avoir, effectivement, une influence directe dans la naissance du sérialisme intégral en Europe, notamment grâce à la rencontre avec Olivier Messiaen, en résidence au festival de Tanglewood dans une période à la suite de laquelle le compositeur français aurait conçu la troisième étude de rythmes (le célèbre « Mode de valeurs et d'intensités »). Nous avons suggéré cette hypothèse lors de l'organisation de la première rencontre musicologique franco-américaine « Autour de la Set Theory » (Ircam, 12-13 octobre 2003) et nous renvoyons le lecteur intéressé aux actes du colloque, qui sont désormais disponibles en version bilingue dans la Collection « Musique/Sciences » (Andreatta *et al.*, 2008). Je remercie Georges Bloch et Jean-Claude Risset d'avoir attiré mon attention sur cet aspect peu connu de l'histoire du sérialisme intégral.

12. Babbitt 1961/1972, p. 8.

pour donner une démonstration nouvelle d'un célèbre problème de théories des nombres (problème de Waring)¹³.

L'influence du positivisme logique chez Milton Babbitt est évidente dans la réflexion du compositeur sur la « structure » et la « fonction » de la théorie de la musique, pour reprendre le titre de l'article consacré à cette question (Babbitt 1965/1972). Dans cet écrit, Babbitt oscille encore entre l'emploi du terme « théorie musicale » [*musical theory*], « théorie de la musique » [*theory of music*] et *music theory*, un terme qu'il introduit à la fin de l'article pour indiquer explicitement la discipline en train de se constituer sur le plan académique.

Tout d'abord Babbitt précise la fonction centrale de la « théorie musicale », à savoir celle de

rendre possible d'un côté l'étude de la structure des systèmes musicaux [...] et la formulation des contraintes de ces systèmes dans une perspective compositionnelle [...] mais aussi, comme étape préalable, une terminologie adéquate [...] pour rendre possible et établir un modèle qui autorise des énoncés bien déterminés et testables sur les œuvres musicales¹⁴.

Soulignons qu'il ne faut pas confondre un énoncé testable avec un énoncé ou une théorie (un ensemble d'énoncés) « falsifiable » ou « réfutable », au sens de Popper, la notion de falsifiabilité, que Popper introduit dans la *Logique de la découverte scientifique* (1934) en opposition au critère de vérification du positivisme logique, étant un critère « négatif » de démarcation entre science et non-science et pas, comme le suggère Babbitt dans son texte, une démarche de validation d'un modèle théorique. En outre, Popper n'a probablement pas eu sur la pensée de Babbitt l'influence qu'a pu avoir la lecture et la fréquentation de philosophes tels Rudolf Carnap, Nelson Goodman ou Willard Van Orman Quine. La nécessité, tout d'abord, de créer une « terminologie adéquate » au sein de la théorie de la musique fait écho aux propos de l'auteur de *Truth by Convention*, quand il affirme que

moins une science est avancée, plus sa terminologie tend à reposer sur le présupposé d'une compréhension mutuelle, sans le remettre en cause. Plus de rigueur aidant, des définitions sont introduites, qui remplacent peu à peu cette base. Les relations mises en jeu dans ces définitions acquièrent le statut de principes analytiques ; et ce que l'on considérait auparavant comme une théorie portant sur le monde est réin-

13. Rappelons que le problème de Waring, généralisation du théorème des quatre carrés de Lagrange, affirme que tout entier est la somme d'un nombre $g(n)$ de puissances n -ièmes d'entiers, où n est un nombre entier positif quelconque et la fonction g dépend uniquement de l'entier n . Ce problème, posé par Waring dans ses *Meditationes algebraicae* (1770) et résolu par Hilbert en 1909, serait, selon Babbitt, étroitement lié au théorème de l'hexacorde. Malheureusement, nos efforts pour donner une base plus solide à cette « intrigue » babbittienne sont restés vains jusqu'à présent. Nous n'avons, en effet, trouvé aucune trace de la démonstration de Ralph Fox et les liens entre théorème de l'hexacorde et conjecture de Waring sont loin d'être établis. Récemment Emmanuel Amiot a publié la démonstration la plus courte (et sans doute une des plus élégantes) du théorème de l'hexacorde (Amiot, 2006). La démonstration utilise une intuition de David Lewin qui, dans un article paru dans *Journal of Music Theory* à la fin des années 1950 (Lewin, 1959), proposa de considérer le contenu intervallique d'un ensemble de classes de hauteurs comme un produit de convolution de fonctions caractéristiques. En passant par la transformée de Fourier discrète, le produit de convolution devient un simple produit et le théorème se démontre en une ligne!

14. Babbitt 1965/1972, p. 10.

interprété comme une convention de langage. C'est pourquoi un passage du théorique au conventionnel est un progrès dans les fondements logiques d'une science¹⁵.

Les échos deviennent des résonances conceptuelles lorsqu'on analyse quelques traits majeurs du positivisme logique, en particulier la composante empirique qui mène, en plus du rejet ou de l'élimination de la métaphysique, à une émulation de la science dans sa méthodologie et sa terminologie et à une utilisation de l'analyse linguistique et logique (en particulier le recours à la logique formelle). Les deux citations suivantes d'Alfred Ayer et Milton Babbitt sont particulièrement révélatrices de la composante linguistique dans ces deux orientations théoriques. Pour Ayer

Il n'existe aucun domaine de l'expérience qui ne puisse, en principe, être placé sous la forme d'une loi scientifique, ni aucun type de connaissance spéculative du monde qui soit, en principe, au-delà du pouvoir de la science [...]. Les propositions de la philosophie ne sont pas de caractère factuel mais linguistique — c'est-à-dire qu'elles ne décrivent pas le comportement des objets physiques ou mentaux ; elles expriment des définitions, ou les conséquences formelles de définitions¹⁶.

Du côté de chez Babbitt :

Parce que les éléments essentiels des caractérisations précédentes, mettant en jeu les corrélations des domaines syntaxique et sémantique, la notion d'analyse, et — peut-être de façon plus significative — les besoins d'une formulation linguistique et la différenciation parmi les types de prédicat, allant plus loin que fortement suggérer que l'objet propre de l'enquête que nous nous sommes assignés pourrait être — à la lumière de ces critères — une classe vide, et en conservant bien à l'esprit les obligations systématiques liées à nos propres présentation et discussion nécessaires du sujet présumé, qui nous font nous souvenir qu'il n'y a qu'une seule sorte de langage, une seule sorte de formulation verbale des 'concepts' et d'analyse verbale de telles formulations : le langage 'scientifique' et la méthode 'scientifique'¹⁷.

De plus, alors que, toujours selon l'expression d'Ayer, de même que la philosophie devient un « département de la logique », la théorie de la musique peut se réduire, pour Babbitt, à un type de logique formelle. Comme le compositeur l'indique dans le passage qui suit et qui montre clairement l'influence remarquable du positivisme logique dans la naissance de la théorie de la musique aux Etats-Unis :

Progressivement du concept à la loi (généralité synthétique), nous arrivons au système de lois déductivement inter-reliées qu'est une théorie, énonçable sous la forme d'un ensemble mis en relation d'axiomes, de définitions et de théorèmes — les preuves qui ont été dérivées au moyen d'une logique adéquate. Une théorie musicale se réduit, ou devrait se réduire, à une telle théorie formelle quand les prédicats et les opérations non-interprétés sont substitués aux termes et opérations faisant référence aux observables musicaux¹⁸.

15. Traduction de J. Dutant. Texte intégral en français disponible à l'adresse : web.mac.com/cludwig/Site/Philosophie_de_la_connaissance_files/Quine_Truth_by_convention.pdf

16. Ayer, 1952).

17. Babbitt 1961/1972.

18. Babbitt, 1961/1972, p. 4.

Une théorie (de la musique) est toujours formalisable, selon Babbitt, avec un ensemble bien défini d'axiomes, définitions et théorèmes dont la preuve est obtenue à travers le choix d'un système logique parmi ceux qui sont a priori possibles. Le compositeur semble faire allusion au concept d'explication déductive-nomologique chez Carl Hempel (1965 et 1966), l'un des théoriciens du Cercle de Vienne auquel Babbitt se réfère le plus en ce qui concerne le rôle des lois dans l'explication scientifique¹⁹. Cependant, l'empirisme logique n'est qu'une composante de la pensée théorique de Babbitt et nous aimerions proposer une analyse plus fine de l'influence du Cercle de Vienne sur la tradition américaine à partir des thèses de l'épistémologue français Gilles-Gaston Granger. Le logicisme comme seul critère pour structurer le monde ne pouvait en effet pas suffire pour un théoricien de la musique « structuraliste²⁰ » comme Babbitt, ayant trouvé dans l'algèbre la discipline sur laquelle la théorie de la musique pouvait se fonder. Les réflexions de Gilles-Gaston Granger sur la logique comme « science des structures » et, plus en général, sur la pensée formelle dans la connaissance scientifique sont non seulement contemporaines des formalisations du système dodécaphonique par Babbitt mais elles relèvent d'une même position épistémologique. En particulier, le concept de « dualité de l'objectal et de l'opérateur » chez Granger s'applique très bien à la modélisation du système dodécaphonique chez Babbitt et peut nous aider à mieux comprendre la distance théorique qui sépare le logicisme du Cercle de Vienne de la pensée compositionnelle de Babbitt ainsi que d'autres approches de la tradition américaine susceptibles, comme on verra par la suite, d'une formalisation catégorielle. Granger postule l'existence d'une dualité fondamentale et indissoluble entre l'objet et l'opération au point qu'il propose de substituer la célèbre formule de Kant (« des pensées sans contenu sont vides ; des intuitions sans concepts sont aveugles ») avec l'idée que

la pensée d'opérations sans objets est stérile ; la pensée d'un objet sans système d'opérations est opaque²¹.

La théorie mathématique des catégories devient ainsi le prototype de cette dualité, car elle implémente

19. « Position selon laquelle on explique un phénomène en déduisant la proposition qui le décrit d'une ou plusieurs propositions générales qui expriment une ou plusieurs lois de la nature » (Esfeld, 2006). Une analyse détaillée de ce concept est contenue, en particulier, dans le cinquième chapitre de Hempel (1966). Notons également que l'ouvrage *Aspects of Scientific Explanation* (Hempel 1965) fait partie des titres cités à la fin de l'article considéré comme le plus techniquement philosophique des écrits théoriques de Milton Babbitt. Il s'agit de l'étude intitulée « Contemporary Music Composition and Music Theory as Contemporary Intellectual History » (Babbitt, 1972) et qui constitue l'une des leçons inaugurales du premier programme de doctorat en théorie de la musique et composition musicale à la City University de New York (année 1968-1969).

20. Nous reviendrons brièvement en conclusion sur le problème du structuralisme en musique, un sujet qui est cependant trop complexe pour faire l'objet ici d'une analyse approfondie. Pour condenser en quelques lignes notre position, il suffit de dire que pour nous l'héritage linguistique n'est qu'un aspect très partiel d'une démarche structurale en musique. A cette vision, qui est pourtant la plus courante en musicologie, nous opposons une conception du structuralisme ayant son point de départ dans les mathématiques abstraites et, en particulier, dans l'approche algébrique. Autrement dit, parallèlement au structuralisme linguistique qui a sans doute joué un rôle important dans la sémiologie de la musique des années 1970, on assiste au début du XX^e siècle à l'émergence d'une démarche structurale en théorie de la musique, analyse et composition. Cette orientation, dont nous allons souligner l'actualité dans la suite de cette étude, est beaucoup plus influencée, à notre avis, par la réflexion sur la notion de structure en mathématiques que par celle sur la langue en tant que système. Le point de départ de cette orientation serait ainsi Cassirer (1910) plutôt que Ferdinand de Saussure (1916).

21. Granger, 1994 ; p. 150.

le principe de la nécessité d'une détermination réciproque de tout système d'objets de pensée et d'un système d'opérations intellectuelles associées²².

En effet, elle

construit les entités mathématiques pour ainsi dire de l'extérieur, en corrélant aux 'objets' à définir, pris originairement comme opaques, des systèmes de 'flèches' opératoires ou morphismes, dont les propriétés formelles déterminent la structure interne de ces objets²³.

Afin de montrer les limites d'une conception logiciste de la tradition set-théorique américaine, nous pourrions aussi partir du concept de « reconstruction rationnelle », un terme que Carnap introduit dans *La construction logique du monde* (1928). Quelques années plus tard, dans son ouvrage *Experience and Prediction* (1938), Hans Reichenbach revient sur les motivations qui ont conduit à l'introduction de ce terme en philosophie.

Ce que la théorie de la connaissance tente de faire est de construire des processus de pensée d'une manière par laquelle ils doivent apparaître, s'ils doivent être ordonnés dans un système cohérent ; ou de construire des ensembles d'opérations justifiés qui peuvent être intercalés entre le début et la fin de ces processus, remplaçant les liens intermédiaires réels. La théorie de la connaissance considère ainsi un substitut logique plutôt que les processus réels²⁴. Le terme de reconstruction rationnelle a été introduit pour ce substitut logique.

Or, chez Babbitt le concept de « reconstruction rationnelle » semble contredire l'un des axiomes du positivisme logique, à savoir celui du refus de toute interprétation subjective. En effet,

une reconstruction rationnelle d'une œuvre ou d'œuvres, qui est une théorie d'une œuvre ou d'œuvres, n'est pas, de façon certaine, une explication du processus 'réel' de construction, mais comment le ou les œuvres peuvent être construites par un auditeur, comment le 'donné' peut être 'pris'²⁵.

Il est intéressant de relier cette interprétation « musicale » de la reconstruction rationnelle aux thèses défendues par Carnap dans *Aufbau*. Le passage suivant est particulièrement instructif à ce propos :

Pour développer le concept de structure qui est au fondement de la théorie de la constitution, nous partons de la différence entre deux types de description des objets d'un domaine quelconque. Nous appelons ces deux types de description, description de propriété et description de relation. [...] La description de relation se trouve au commencement de tout le système de constitution et forme ainsi la base de la science dans son ensemble. En outre, le but de toute théorie scientifique est de devenir une pure description de relation quant à son contenu²⁶.

Nous avons suffisamment souligné l'importance de la description de relation à la base du système dodécaphonique chez Babbitt, celui-ci pouvant être

22. *ibid.*, p. 55

23. *ibid.*, p. 54.

24. C'est nous qui soulignons.

25. Babbitt 1972.

26. Carnap, 1928/2002, p. 67.

caractérisé complètement en explicitant les éléments, les relations [...] entre ces éléments et les opérations sur les éléments ainsi reliés²⁷.

Or, comme le souligne Gilles-Gaston Granger dans ses réflexions sur la pensée formelle,

[C'est la notion de groupe qui] donne un sens précis à l'idée de structure d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son schéma opératoire le domaine envisagé. [...] L'objet véritable de la science est le système des relations et non pas les termes supposés qu'il relie. [...] Intégrer les résultats — symbolisés — d'une expérience nouvelle revient [...] à créer un canevas nouveau, un groupe de transformations plus complexe et plus compréhensif²⁸.

Nous voyons, ici, une autre différence majeure entre la tradition set-théorique américaine et le Cercle de Vienne. Pour Babbitt, ainsi que pour les théoriciens de la musique ultérieurs, l'application de la théorie des groupes n'est pas seulement une « convention » qui permet de valider (ou infirmer) des énoncés sur la musique. On s'éloigne donc considérablement des thèses défendues par Carnap dans l'*Aufbau*, en particulier quand il affirme que

Il est important de noter que les objets logiques et mathématiques ne sont pas effectivement des objets au sens d'objets réels (objets des sciences empiriques). La logique (y compris les mathématiques) consiste seulement en conventions concernant l'usage des symboles et en tautologies sur la base de ces conventions. Ainsi, les symboles de la logique (et des mathématiques) ne désignent pas d'objets, mais servent seulement de fixations symboliques de ces conventions²⁹.

La dynamique « transformationnelle », au sens de la théorie des groupes de transformations, est l'un des aspects de la pensée de Babbitt qui s'intègre le plus difficilement au paradigme philosophique du positivisme logique.

David Lewin et le « tournant transformationnel » en théorie et analyse musicales

Le point de départ adopté par Lewin consiste à définir un cadre théorique suffisamment large pour inclure les constructions algébriques de Milton Babbitt autour du système dodécaphonique et les outils ensemblistes de la *Set Theory* d'Allen Forte. Il propose une généralisation qui est formellement obtenue à travers le concept de Système

27. Babbitt, 1960

28. Granger 1994, p. 26.

29. En réalité le problème du « vrai par convention » chez Carnap ne peut pas se réduire au conventionnalisme radical de l'*Aufbau*, comme l'a bien montré François Rivenc dans sa relecture des thèses de l'universalisme logique. Voir Rivenc (1993). Nous nous limiterons ici à souligner les difficultés que l'on rencontre lorsqu'on essaie de concilier la conception logiciste des mathématiques chez Carnap avec la démarche algébrique en musique proposée par les théoriciens de la tradition américaine. Comme nous l'avons mentionné précédemment, les éléments pour une théorie du concept proposés par Cassirer dans *Substance et Fonction*, ainsi que la longue étude dédiée aux rapports entre le concept de groupe et la théorie de la perception (Cassirer, 1944) se révèle beaucoup plus pertinente. Voir également Bundgaard (2002) pour une discussion sur les rapports entre structures algébriques chez Cassirer et théorie de la perception.

d'Intervalles Généralisés (*Generalized Interval System*, en abrégé *GIS*)³⁰. D'un point de vue algébrique, un *GIS* est un ensemble d'objets musicaux S , avec un *groupe* d'intervalles généralisés (que Lewin note IVLS pour InterVaLS et que nous considérons comme un groupe muni d'une loi de composition interne additive « + ») et avec une fonction « distance » intervallique int qui associe à deux objets a et b dans l'espace S un intervalle $int(a, b)$ dans IVLS vérifiant les deux propriétés suivantes :

1. Pour tous objets a, b, c dans S : $int(a, b) + int(b, c) = int(a, c)$.
2. Pour tout objet a dans S et tout intervalle i dans IVLS, il y a un seul objet b dans S tel que $int(a, b) = i$.

La première partie du traité théorique *Generalized Musical Intervals and Transformations* (Lewin, 1987) est dédiée à l'étude systématique de la structure de *GIS*. En particulier, le deuxième chapitre offre plusieurs exemples démontrant la flexibilité du concept de *GIS*, aussi bien dans les domaines des hauteurs et des rythmes que dans des « espaces » musicaux plus généraux, tels que celui des profils mélodiques, des fonctions tonales ou encore des transformations néo-riemanniennes³¹. La seconde partie développe l'analyse transformationnelle en montrant comment des réseaux de transformations construits lors du processus analytique peuvent être formellement rapportés à cette structure abstraite.

Nous aborderons uniquement quelques aspects de cette construction formelle dans le domaine des hauteurs, car cela offre le plus de points de contacts avec la *Set Theory* « classique ». La théorie de Forte utilise la relation d'inclusion et l'opération de passage au complémentaire comme deux principes analytiques « abstraits ». Un ensemble de classes de hauteurs est inclus « abstraitement » dans un autre ensemble (respectivement en relation de complémentarité) si une instance de l'ensemble en tant que classe d'équivalence (modulo une transposition et/ou une inversion) est contenue (respectivement en relation de complémentaire) dans (avec) l'autre ensemble.

Dans une démarche transformationnelle, la relation d'inclusion peut être formalisée au travers de la fonction d'injection INJ [*injection fonction*] qui mesure le degré d'inclusion d'un ensemble des classes de hauteurs modulo une transformation. Par définition, la fonction d'injection INJ d'un ensemble de classes de hauteurs A dans un ensemble B par rapport à une transformation f est égale au nombre d'éléments communs entre B et le transformé de A par f . Formellement, on note la fonction d'injection de l'ensemble de classes de hauteurs A dans B (par rapport à une transformation f) de la façon suivante : $INJ(A, B)(f)$.

La fonction d'injection $INJ(A, B)(f)$ dans le cas où f est une transposition permet d'offrir une visée transformationnelle de la fonction intervallique IFUNC entre deux ac-

30. Lors d'une séance set-théorique du séminaire MaMuX de l'Ircam (13 décembre 2003), John Rahn suggère la traduction « Système Généralisé d'Intervalles », qui explicite le caractère généralisé du système théorique proposé par Lewin. Notre lecture vise, au contraire, à souligner l'effet de la généralisation sur le concept d'intervalle, une approche qui souligne l'influence de la pensée de Babbitt dans la démarche transformationnelle. Curieusement, cette ambiguïté terminologique rappelle les doutes qui ont caractérisé la naissance à la fin des années 1960 de la *General System Theory*, champs d'études que l'on traduira en français à la fois par « Théorie Générale du Système » et « Théorie du Système Général ».

31. Pour une application de l'approche transformationnelle dans l'analyse des profils mélodiques, voir également l'article de John Roeder intitulé « Voice leading as transformation » (Roeder, 1994). L'analyse transformationnelle des fonctions tonales et des opérations néo-riemanniennes est développée par Edward Gollin dans sa thèse de doctorat intitulée *Representations of Space and Conceptions of Distance in Transformational Music Theories* (Gollin, 2000).

cords, cette dernière étant une généralisation du contenu (ou vecteur) intervallique d'un ensemble de classes de hauteurs. Par définition la fonction intervallique entre deux accords A et B , notée $IFUNC(A,B)$, associe à tout intervalle i d'un groupe d'intervalles généralisés IVLS le nombre d'éléments (a,b) tels que $int(a,b) = i$, où int est la distance intervallique définie dans le GIS sous-jacent.

Le lecteur peut aisément vérifier qu'étant donné un système d'intervalles généralisés $GIS=(S, IVLS, int)$, pour tous sous-ensembles A et B d'un ensemble S et tout intervalle i de IVLS, on a l'égalité suivante :

$$INJ(A,B)(f)=IFUNC(A,B)(T_i)$$

où la transposition « généralisée » est l'application T_i de S dans S telle que $int(s,T_i(s))=i$ pour tout élément s dans S . La figure suivante (fig. 1) montre l'équivalence formelle entre fonction d'injection INJ et fonction intervallique $IFUNC$ dans le cas de l'ensemble S des classes de hauteurs (modulo l'octave) dans le cas $i = 2$ (c'est-à-dire d'une transposition T_2 , d'un ton).

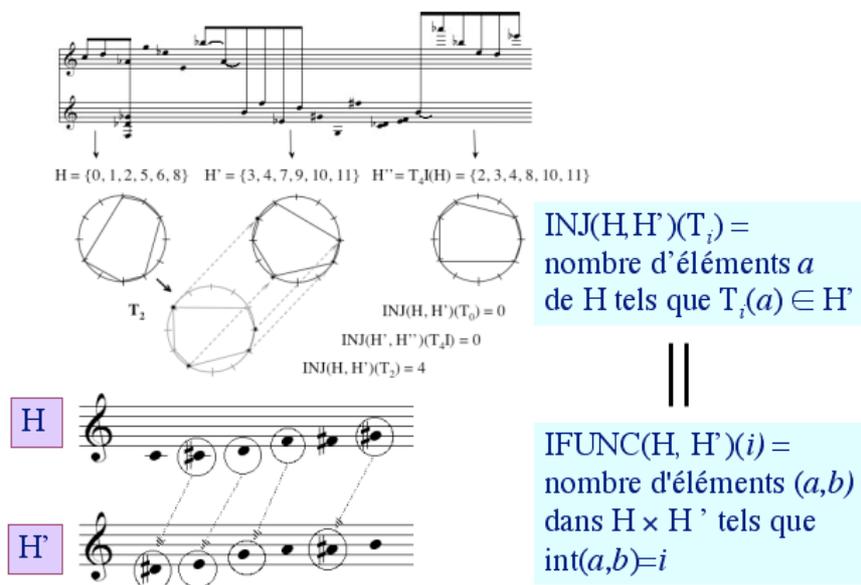


Figure 1. Équivalence entre fonction d'injection et fonction intervallique dans un système d'intervalles généralisés.

De même, on obtient aisément une formulation transformationnelle de la relation de complémentarité entre des ensembles de classes de hauteurs et, plus en général, entre deux sous-ensembles d'un espace S dans un $GIS=(S, IVLS, int)$. Par exemple, toujours dans la figure 1, l'hexacorde H' est le complémentaire de l'hexacorde H car, en correspondance de l'identité, on a $INJ(H, H')(T_0)=0$. Le fait de retrouver le même résultat dans le cas des hexacordes H' et H'' en correspondance de la transformation T_2 nous montre que ces deux ensembles sont en relation de complémentarité « abstraite ».

Ces outils permettent ainsi une formulation « transformationnelle » de l'un des théorèmes qui caractérise, selon Babbitt, la structure hiérarchique du système dodécaphonique, et que nous avons énoncé précédemment (théorème des notes communes). Mais au delà du résultat technique, cette approche constitue un véritable changement de paradigme en analyse musicale. En effet, selon Lewin, cela permet non seulement de « remplacer entièrement le concept d'intervalle dans un *GIS* avec le concept de transposition dans un espace » mais, de façon encore plus radicale de « remplacer le concept même de *GIS* avec l'idée d'un espace *S* sur lequel on a un groupe d'opérations qui opère ». L'un des exemples parmi les plus pédagogiques pour comprendre le changement de paradigme pour la théorie musicale et le dépassement définitif du cadre langagier du positivisme logique est l'analyse que Lewin propose du *Klavierstück III* de Karlheinz Stockhausen (Lewin, 1993).

Dans son analyse, Lewin distingue deux stratégies qualitativement différentes. Dans une première approche, les transformations sont organisées dans un ordre qui reflète le déroulement temporel de la pièce. Cette vision « chronologique » de l'organisation des transformations est appelée « progression transformationnelle ». Dans une approche plus abstraite, les transformations constituent un réseau relationnel au sein duquel il est possible de définir plusieurs parcours distincts. On parlera alors de « réseau transformationnel ». Une analyse transformationnelle est donc une perspective « dialectique » entre une (ou des) progression(s) et un (ou plusieurs) réseau(x) transformationnel(s). Précisons tout de suite qu'il ne s'agit pas de deux étapes qui se déroulent dans un ordre préétabli. Au contraire, l'intérêt de la démarche transformationnelle ouverte par Lewin réside dans les poids différents que les deux stratégies peuvent avoir dans le processus analytique. Nous allons donc étudier ces deux étapes tout d'abord séparément pour ensuite essayer de comprendre quelles formes d'interactions peuvent avoir lieu pendant l'analyse d'une pièce. La figure suivante (fig. 2) reproduit les premières mesures de la pièce avec le début d'un processus de segmentation « par imbrication ».

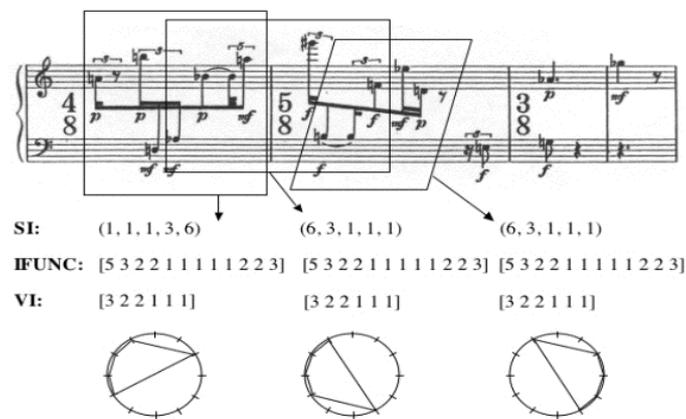


Figure 2. Premières mesures du *Klavierstück III* de Stockhausen avec un début de processus de segmentation par imbrication et indication d'invariants structurels (structure intervallique SI, fonction intervallique IFUNC et vecteur d'intervalles VI)

La segmentation est obtenue en considérant les différentes transformations d'un pentacorde de base. Notons que ces transformations ne changent pas la nature « ensembliste » du pentacorde car les cinq formes sont « équivalentes » par rapport à une transposition ou une inversion (ou une combinaison des deux opérations). La segmentation suit le déroulement temporel de la pièce. On parlera donc de « progression transformationnelle ». Une telle progression donne à chacune des transformations une position bien déterminée dans le déroulement temporel de la pièce. L'analyse reflète ainsi la progression chronologique du pentacorde au cours des premières mesures. À cause des imbrications entre les différentes formes des pentacordes, une telle structuration impose à chacune des transformations un poids qui semble être contredit par la réception de l'œuvre. Pour reprendre la formulation de Lewin :

À cause précisément de la forte temporalité narrative, chaque transformation [arrow] doit porter un poids énorme pour affirmer une sorte de présence phénoménologique³².

Une stratégie différente considère les transformations comme une structuration possible d'un espace abstrait des formes du pentacorde. C'est dans cet espace abstrait qu'on peut envisager d'analyser le déroulement de la pièce. On désignera un tel espace abstrait avec le terme de « réseau transformationnel ».

Grâce à la transformation d'inversion qui fixe le tétracorde chromatique de chaque pentacorde, il est ainsi possible de créer des relations « formelles » entre diverses formes du pentacorde. L'ensemble de ces relations forme un espace de potentialités à l'intérieur duquel la pièce se déroule. À la différence de la « progression transformationnelle », l'organisation des formes du pentacorde dans un réseau n'a aucun lien direct avec leur apparition chronologique. Cette structuration abstraite est néanmoins suggérée et limitée par les transitions effectives dégagées dans la progression temporelle. La figure suivante (figure 3) montre un réseau transformationnel du *Klaviertück III* dans l'analyse proposée par Lewin (1993). Nous avons complété cette configuration spatiale en ajoutant la représentation circulaire et en mettant en évidence des correspondances structurelles entre les formes du pentacorde.

Dans les deux cas, le pentacorde initial « P » et son symétrique « p » (par rapport à l'inversion T_7I détaillée précédemment et indiquée dans la figure par J_0) sont représentés dans des configurations spatiales dans lesquelles les flèches indiquent soit des transpositions musicales, soit des symétries axiales. Lewin utilise une notation abrégée pour indiquer les transpositions et les inversions du pentacorde initial P. La transposition de n demi-tons du pentacorde P, correspondante à la transformation $T_n(P)$, est indiquée par

32. Lewin 1993, p. 23. La prise en compte d'une dimension phénoménologique dans l'analyse musicale mérite également d'être soulignée, car elle montre la distance qui sépare la théorie transformationnelle de la démarche logiciste qui influence la position théorique de Babbitt. À la différence de Babbitt, qui défend une systématisation logico-mathématique de la structure formelle d'une pièce, Lewin semble beaucoup plus intéressé d'étudier les rapports entre formalisations mathématiques et stratégies perceptives. Notons que chez Lewin la référence principale en ce qui concerne l'approche phénoménologique reste Husserl et, plus exactement, l'ouvrage *Leçons pour une phénoménologie de la conscience intime du temps*. Les concepts de base de la phénoménologie husserlienne sont décrits et utilisés par Lewin dans un article qui interroge le lien entre théorie de la musique et perception (Lewin 1986). Nous reviendrons dans la suite sur cet aspect « philosophique » de la formalisation théorique, car la question du rapport entre formalisation algébrique et phénoménologie husserlienne représente un des enjeux majeurs d'une lecture des thèses de David Lewin à travers des outils mathématiques plus abstraits, tels la théorie des catégories.

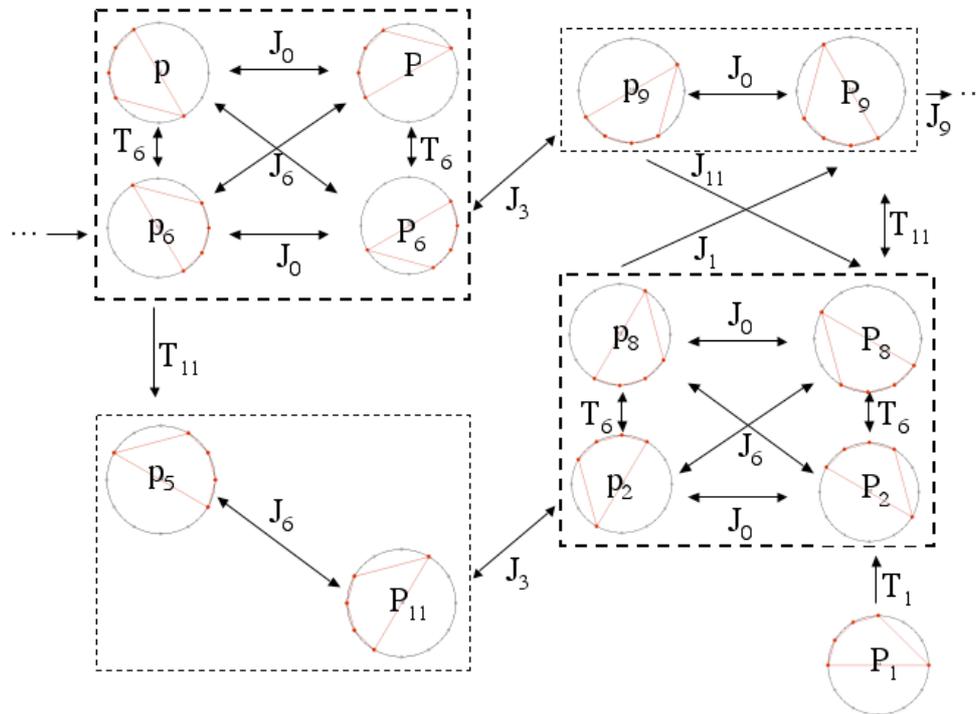


Figure 3. Réseau transformationnel du *Klavierstück III* de Stockhausen (d'après l'analyse de David Lewin et avec l'utilisation de la représentation circulaire)

P_n et de même pour les transpositions du pentacorde symétrique p . Les transformations P_6 et p_6 correspondent, par exemple, respectivement aux transpositions au triton (six demi-tons) du pentacorde P et de son symétrique $p = J_0(P)$. Notons que toute symétrie axiale J_n laissant fixe un tétracorde chromatique peut être exprimée formellement comme une transposition T_n de l'inversion J_0 initiale. Par exemple J_6 indique la composition de la symétrie J_0 avec la transposition T_6 au triton. On retrouve ainsi l'axiome de base de l'approche transformationnelle, à savoir le fait qu'on peut remplacer le concept d'*intervalle* dans un *GIS* avec l'opération de transposition (généralisée). De plus, à l'intérieur du réseau précédent on retrouve des régions ayant la même configuration de flèches. Cela permet d'établir des correspondances bijectives entre régions qui prennent le nom d'« isographes fortes » (*strong isographies*). Les régions constituant le réseau transformationnel du *Klavierstück III* sont des exemples de réseaux de Klumpenhouwer.

Cette démarche analytique issue de la théorie transformationnelle de David Lewin semble éloigner encore plus la tradition américaine du paradigme du positivisme logique. Il s'agit de construire des réseaux de transformations sans aucune référence préalable à une notion d'équivalence au sens mathématique entre des objets musicaux. Dans le réseau transformationnel du *Klavierstück III*, tous les pentacordes sont liés par des relations de transpositions et/ou d'inversion. Un K-réseau permet, au contraire, d'associer à des objets musicaux, par exemple des accords, des diagrammes dont les sommets sont les

éléments de l'accord et les flèches sont des transformations de transpositions et d'inversions. On peut ainsi trouver des isomorphismes (ou « isographies » dans la terminologie des théoriciens américains) entre des diagrammes correspondant à des accords n'étant pas équivalent à une transposition et/ou une inversion près. La figure suivante montre un exemple d'analyse musical par K -réseaux du « Choral » de l'op. 11, n° 2 de Schoenberg (Lewin, 1994). Les quatre réseaux sont en relation d'isographie « positive », l'un des possibles isomorphismes entre diagrammes ayant la propriété de préserver les relations de transposition entre les notes des différents accords et de transformer les inversions par l'ajout d'une constante d à leur index. Par exemple, l'expression formelle $\langle T_7 \rangle$ indique qu'une inversion générique I_{10} , égale par définition à $T_{10}I$, est transformée dans l'inversion générique $I_{10+7} = I_5$, c'est-à-dire T_5I . De même pour I_7 , transformée dans $I_{7+7} = I_0$. Les transpositions restent, quand à elles, inchangées. Le processus de construction des K -réseaux est récursif, car l'analyste peut ainsi construire des réseaux de réseaux de réseaux...

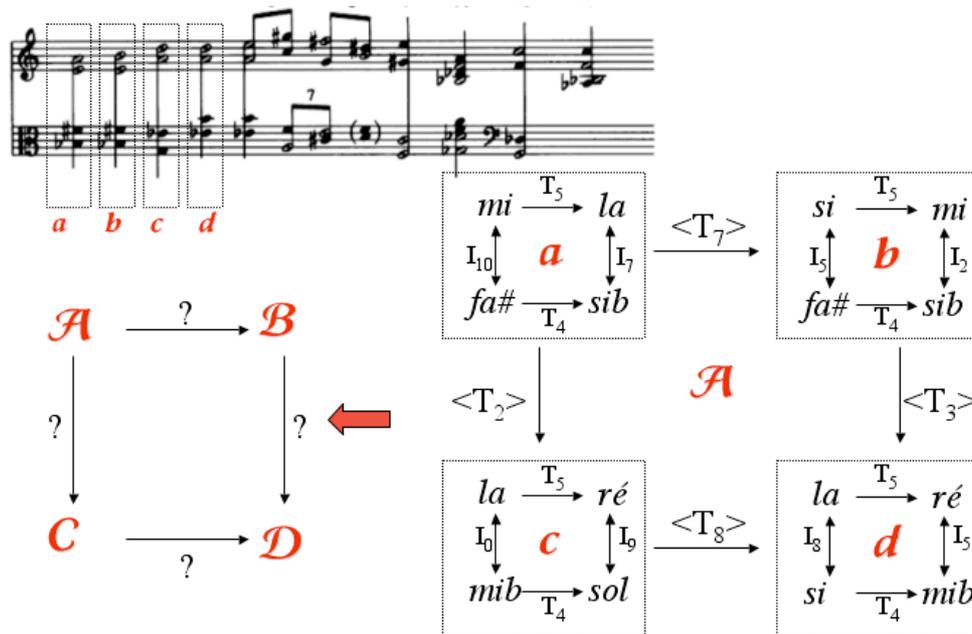


Figure 4. Quatre réseaux de Klumpenhouwer en relation d'isographie positive et récursivité.

Reste ouverte la question de la pertinence musicale de la relation d'isographie positive ainsi que du processus récursif permettant de passer d'un réseau donné à un réseau de réseaux et ainsi de suite. Pour une discussion épistémologique des constructions, voir en particulier le vif échange né à la suite de l'étude critique de Michael Buchler (2007). Nous ne rentrerons pas ici dans les problèmes théoriques et épistémologiques soulevés par Buchler. Notons cependant que cette critique, ainsi que le débat qui a suivi, ne touche, en réalité, qu'aux aspects mathématiques élémentaires de l'approche transformationnelle. Une interprétation des réseaux de Klumpenhouwer en termes catégoriels (Mazzola & Andreatta 2006 ; Rahn, 2007 ; Mazzola & Andreatta 2007) ouvre, à notre avis, des perspec-

tives théoriques, philosophiques et computationnelles tout à fait nouvelles. En particulier, dans le cas des isographes fortes, correspondant à des réseaux ayant des points différents mais les mêmes configurations de flèches, l'approche catégorielle devient un instrument à la fois qualitatif et quantitatif, car elle permet d'avoir des outils pour calculer le nombre de configurations en relations spatiales en relations d'isographie forte. Cette classe est, en effet, entièrement décrite par la notion de *limite* d'un diagramme catégoriel, ce qui permet d'avoir en même temps une méthode pour l'énumération de ces types de configurations spatiales et une formalisation « naturelle³³ » du processus récursif que nous avons mentionné.

Entre structuralisme phénoménologique et phénoménologie structurale du rapport mathématiques/musique

L'hypothèse d'une articulation dialectique entre progressions et réseaux transformationnels que nous avons brièvement décrite dans le cas particulier de l'analyse du *Klavierstück III* de Stockhausen par David Lewin³⁴, ainsi que la construction d'un réseau de Klumpenhower et la mise en évidence de relations isographiques, proposent une alternative aux approches sémiologiques et cognitives traditionnellement utilisées dans l'analyse des formes temporelles. Le projet même de l'analyse musicale cognitive, tel que Jean-Marc Chouvel le propose par exemple dans son récent ouvrage (Chouvel, 2006), repose sur l'hypothèse que l'*objet* de l'analyse musicale est une « séquence d'événements ordonnés pour l'écoute » (p. 49). Les « diagrammes formels » que Chouvel propose comme outil analytique capable de « rendre compte de manière dynamique de la constitution des œuvres » (p. 50) ont tous comme l'un des deux axes celui de l'écoulement temporel. Cela est en accord avec l'hypothèse d'une irréversibilité du temps musical (Imberty, 1997), un aspect de l'écoute de la musique que l'approche transformationnelle propose précisément de dépasser en s'appuyant sur le caractère spatial de la temporalité.

L'analyse transformationnelle implique d'un côté la « construction » d'un réseau d'ensembles de classes de hauteurs mais également, d'un autre côté, l'« utilisation » de cette architecture formelle permettant de dégager des critères de pertinence pour la réception de l'œuvre et pour son interprétation. Autrement dit, l'intérêt de *construire* un réseau transformationnel réside dans la possibilité de *l'utiliser*, à la fois pour « structurer » l'écoute par rapport à la singularité de l'œuvre analysée mais également pour établir des critères formels qui pourront servir pour aborder le problème de son interprétation.

La construction d'un réseau transformationnel ou bien d'un réseau de Klumpenhower s'appuie, en effet, sur une volonté implicite de l'analyste de rendre « intelligible » une logique musicale à l'œuvre dans la pièce analysée. Nous avons discuté ailleurs les implications théoriques à notre avis tout à fait nouvelles de cette démarche analytique pour les sciences cognitives en proposant un rapprochement direct entre la théorie transformationnelle en analyse musicale et des nouveaux courants de la psychologie du développement,

33. L'adjectif souligne l'adéquation entre le processus théorique et l'outil mathématique employé pour le décrire. L'approche catégorielle implémente, en effet, l'idée même de récurrence, car dans la catégorie des graphes dirigés, les points peuvent être à la fois des réseaux de Klumpenhower, des réseaux de réseaux et ainsi de suite.

34. Pour d'autres exemples analytiques, voir Lewin (1993).

en particulier le néostructuralisme de Halford et Wilson (1980) et ceux qu'Olivier Houdé appelle les « derniers ajustements piagétiens » dans une approche catégorielle de l'épistémologie génétique (Houdé, 1993)³⁵.

Les morphismes permettent « la prise en compte d'un aspect de la cognition logico-mathématique qui ne procède pas de la transformation du réel (opérations et groupements d'opérations) mais de la simple activité de **mise en relation** » (Houdé et Mieville, 1993, p. 116)³⁶. Cette lecture de l'approche catégorielle éclaircit, à notre avis, un aspect fondamental de l'analyse musicale de type transformationnel, à savoir l'articulation entre la notion de progression et celle de réseau transformationnel et, dans le cas des *K*-réseaux, les relations « isographiques » entre les diverses configurations spatiales et le principe de récursivité. Dans une progression, les transformations s'enchaînent selon un ordre qui respecte le déroulement chronologique de la pièce. La logique opératoire reste ancrée dans une notion de temporalité qui, comme dans le cas du *Klavierstück III*, s'avère parfois insuffisante d'un point de vue de la réception de l'œuvre (plan esthétique). Dans un réseau transformationnel, la « logique opératoire » est créée par le sujet (qui est dans ce cas l'auditeur et/ou l'analyste) à travers une mise en relation d'objets et de morphismes dans un espace abstrait de potentialités. Pour paraphraser la conclusion de Lewin, dans le cas des progressions transformationnelles, quand nous sommes à un point d'une telle progression, nous sommes à un instant précis du temps, de la narration de la pièce, tandis que dans le cas d'un réseau abstrait nous sommes plutôt à un point bien défini à l'intérieur d'un espace créé par la pièce. Dans un réseau spatial, les différents événements musicaux

se déroulent à l'intérieur d'un univers bien défini de relations possibles tout en rendant l'espace abstrait de cet univers accessible à nos sensibilités. Autrement dit, l'histoire projette ce qu'on appelle traditionnellement la forme³⁷.

On est au cœur des réflexions de Granger sur la dualité de l'objectal et de l'opérateur, dualité grâce à laquelle

la saisie perceptive d'un phénomène se dédouble en acte de position d'objet et en un système d'opérations implicitement, et peut-être virtuellement, établi, dont l'objet est à la fois le support — en tant qu'indéterminé — et le produit — en tant que déterminé d'une expérience³⁸.

En conclusion, nous avançons l'hypothèse selon laquelle l'approche transformationnelle non seulement représente un tournant en théorie et analyse musicales, mais elle détermine de facto une position singulière dans le nœud des relations entre mathématique, musique et philosophie. Qu'il s'agisse d'un nœud plus que d'un simple triangle des pensées, c'est désormais — me semble-t-il — la position vers laquelle on converge après ces quelques années du séminaire. Nous sommes ainsi passés de la question provocatrice avec laquelle François Nicolas ouvra la première édition du séminaire (« Musique, mathématique et philosophie : que vient faire ici la philosophie ? », dans Assayag *et al.*, 2002) à une conscience de plus en plus forte des rapports complexes que ces trois disciplines entretiennent mutuellement. Reste probablement le désaccord sur la fonction constituante

35. Voir Acotto et Andreatta (2010).

36. Souligné dans le texte original.

37. Lewin 1993, p. 41.

38. Granger 1994, p. 57.

d'une discipline par rapport aux autres ainsi que de la nécessité d'inscrire cette articulation à l'intérieur d'une position philosophique qui jouerait le rôle de « philosophie spontanée » d'une des possibles manières de théoriser la musique avec les mathématiques, le terme « théorie », comme l'affirme François Nicolas dans un article récent (Nicolas 2009), n'ayant pas nécessairement la signification qu'on lui attribue dans la tradition américaine, dans une théorie mathématique de la musique ou, même, dans une démarche scientifique quelconque³⁹.

On peut cependant se poser la question de la légitimité d'un rapprochement trop direct entre formalisation mathématique en musique et positivisme. Autrement dit, ce n'est pas parce qu'on a une démarche scientifique en théorie de la musique que l'on adhère forcément aux thèses du positivisme logique. Pour s'en rendre compte il suffirait de citer, à nouveau, le cas de la systémique dont la légitimité épistémologique, non réductible au cadre positiviste, a fait l'objet de plusieurs études. Une lecture « musicale » des thèses contenues dans la *Théorie du système général. Théorie de la modélisation* (Le Moigne, 1977-2006), ainsi que des trois tomes dédiés au constructivisme (Le Moigne 2001, 2002, 2003) se révèle extrêmement instructive à ce propos. En effet, à la différence de l'épistémologie positiviste, qui est une épistémologie de la vérification formelle, l'épistémologie systémique est une épistémologie constructiviste ne visant plus « à découvrir le vrai plan de câblage d'un univers dissimulé sous l'enchevêtrement des phénomènes ; elle vise à inventer, construire, concevoir et créer une connaissance projective, une représentation des phénomènes : créer du sens, concevoir de l'intelligible, en référence à un projet » (Le Moigne, 2001, p. 140). Au même titre de la modélisation algébrique en musique, dont nous avons discuté les ramifications en analyse musicale,

les méthodes de modélisation systémique sont épistémologiquement fondées sur un socle constructiviste, certes différent du socle post-positiviste qui augmente habituellement la modélisation analytique⁴⁰.

De plus, la difficulté d'inscrire l'approche transformationnelle à l'intérieur de ce qu'on appelle traditionnellement une « théorie mathématique de la musique » devrait faire douter d'un rapprochement trop simpliste entre tradition américaine et positivisme logique. Si on est bien face à une « théorie musicale systématique mathématisée de la composante systématique de la musique » (Nicolas, 2007a), on n'a probablement pas encore trouvé l'orientation philosophique susceptible de rendre compte de sa singularité. Cependant, si une telle « philosophie spontanée » existait, elle devrait être en mesure de préserver la composante structurale de l'approche transformationnelle en ouvrant, au même temps, la possibilité d'une nouvelle phénoménologie du rapport mathématiques/musique⁴¹.

39. Il reste la difficulté, à notre avis, de proposer une démarche « théorique » en musique à partir d'un concept de « théorie » dont on peut postuler l'existence mais dont on a perdu la composante « opérationnelle », n'ayant plus de critères normatifs pour affirmer qu'elle est éventuellement fautive !

40. *Ibid.*, p. 180.

41. À la pertinence de la catégorie de « structuralisme phénoménologique » dans une relecture/réactivation de la tradition structurale à partir de la musique a été consacrée une séance récente du séminaire *mamuphi*, qui s'est déroulée sous la forme d'une échange critique entre Jean Petitot et l'auteur. Pour plus d'informations, voir à l'adresse : <http://repmus.ircam.fr/moreno/mamuphi>.

Bibliographie

- [1] Acotto (Edoardo) et Andreatta (Moreno), 2010, « Représentations mentales musicales et représentations mathématiques de la musique », à paraître dans *InCognito, Cahiers Romains de Sciences Cognitives*, vol. 4, n° 3.
- [2] Althusser (Louis), 1967, *Philosophie et philosophie spontanée des savants*, Maspero, coll. « Théorie ».
- [3] Amiot (Emmanuel), 2006, « Une preuve élégante du théorème de Babbitt par transformée de Fourier discrète », *Quadrature*, 61, Juillet-Septembre.
- [4] Andreatta (Moreno), 2003, *Méthodes algébriques en musique et musicologie du XX^e siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*, thèse, EHESS.
- [5] Andreatta (Moreno), Bardez (Jean-Michel) et Rahn (John), 2008, *Autour de la Set Theory. Rencontre musicologique franco-américaine*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- [6] Andreevsky (Evelyne) *et al.*, 1991, *Systémique et Cognition*, Alcet Systèmes.
- [7] Assayag (Gérard), Feichtinger (Hans Georg) et Rodrigues (José Francisco), éd., 2002, *Mathematics and Music. A Diderot Mathematical Forum*, Springer.
- [8] Assayag (Gérard), Nicolas (François) et Mazzola (Guerino), 2006, *Penser la musique avec les mathématiques ?*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- [9] Ayer (Alfred J.), 1952, *Language, Truth & Logic*, Penguin Modern Classics.
- [10] Babbitt (Milton), 1946/1992, *The function of Set Structure in the Twelve-Tone System*, PhD, Princeton University, 1946 (thèse approuvée en 1992).
- [11] Babbitt (Milton), 1955, « Some Aspects of Twelve-Tone Composition », *The Score and IMA Magazine*, 12, p. 53-61.
- [12] Babbitt (Milton), 1960, « Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants », *Musical Quarterly*, 46, p. 245-259.
- [13] Babbitt (Milton), 1961, « Set Structure as a Compositional Determinant », *Journal of Music Theory*, 5(2), p. 72-94.
- [14] Babbitt (Milton), 1961/1972, « Past and present concepts of the nature and limits of music » (repris dans Boretz et Cone, 1972, p. 3-9)
- [15] Babbitt (Milton), 1965/1972, « The Structure and Function of Music Theory », *College Music Symposium*, Vol. 5, 1965 (repris dans Boretz et Cone, 1972, p. 10-21).
- [16] Babbitt (Milton), 1972, « Contemporary Music Composition and Music Theory as Contemporary Intellectual History » (dans B. Brook, E. Downes et S. van Solkema (éd.), *Perspectives in Musicology*, Norton, New York, 1972. p. 151-184).
- [17] Bertalanffy (L. von), 1950, « A Outline of General Systems Theory », *British Journal for the Philosophy of Science*, 1, p. 139-164.
- [18] Boretz (Benjamin) et Cone (Edward T.), 1972, *Perspectives on Contemporary Music Theory*, W.W. Norton and Company, New York.
- [19] Brackett (John L. Jr.), 2003, *The Philosophy of Sciences as a Philosophy of Music Theory*, PhD, University of North Carolina at Chapel Hill.

- [20] Bundgaard (Peer), 2002, « Ernst Cassirer's Theory of Perception : Towards a Geometry of Experience », dans Gunnar Foss et Eivind Kasa (éd.), *Forms of Knowledge and Sensibility. Ernst Cassirer and the Human Sciences*, Kulturstudier n° 22, Norwegian Academic Press.
- [21] Carnap (Rudolf), 1928, *Die logische Aufbau der Welt* (tr. fr. *La construction logique du monde*, Vrin, 2002).
- [22] Cassirer (Ernst), 1910, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff : Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*. Berlin : Bruno Cassirer (tr. fr. *Substance et Fonction*, Paris, éd. Minuit, 1977).
- [23] Cassirer (Ernst), 1944, « The concept of group and the theory of perception », *Philosophy and Phenomenological Research*, vol. 5, n° 1, p. 1-36.
- [24] De Saussure (Ferdinand), 1916, *Cours de linguistique générale*, Payot, Paris.
- [25] Davis (James A.), 1993, *Positivist Philosophy and the Foundation of Atonal Music Theory*, PhD, Boston University.
- [26] Esfeld (Michael), 2006, *Philosophie des sciences, une introduction*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne.
- [27] Forte (Allen), 1973, *The Structure of Atonal Music*, Yale University Press.
- [28] Granger (Gilles-Gaston), 1994, *Formes, opérations, objets*, Paris, Vrin.
- [29] Halford (G. S.) et Wilson (W. H.), 1980, « A category-theory approach to cognitive development », *Cognitive Psychology*, 12, 356-411.
- [30] Hascher (Xavier), 2008, « Une analyse transformationnelle de l'op. 19 n° 4 de Schoenberg au moyen des *K*-réseaux », dans M. Andreatta et al. (dir.), *Autour de la Set Theory*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- [31] Hempel (Carl), 1965, *Aspects of Scientific Explanation*, New York.
- [32] Hempel (Carl), 1966, *Philosophy of Natural Science*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (tr. fr. *Éléments d'épistémologie*, Armand Colin éditeur, Paris, 2004).
- [33] Houdé (Olivier) et Miéville (Denis), 1993, *Pensée Logico-mathématique, nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris, Presses Universitaires de France.
- [34] Husserl (Edmund), 1964, *Leçons pour une phénoménologie de la conscience intime du temps*, Paris, Presses Universitaires de France.
- [35] Imberty (Michel), 1997, « Formes de la répétition et formes des affects du temps dans l'expression musicale », *Musicae Scientiae*, 1(1), 33-62.
- [36] Krenek (Ernst), 1937/1939, *Über Neue Musik. Sechs Vorlesungen zur Einführung in die theoretischen Grundlagen*, Universal Edition, Wien, 1937 (trad. anglaise : *Music here and now*, Norton, New York, 1939).
- [37] Krömer (Ralf), 2007, *Tool and object. A history and philosophy of Category theory*, Birkhäuser.
- [38] Kuhn (Thomas), 1962, *The Structure of Scientific Revolutions* (tr. fr. *La structure des révolutions scientifiques*, Paris, Flammarion, 1972).
- [39] Lai (Antonio), 2002, *Genèse et révolutions des langages musicaux*, Paris, L'Harmattan.

- [40] Le Moigne (Jean-Louis), 1977-2006, *La théorie du système général. Théorie de la modélisation*, Paris, PUF (nouvelle édition dans la Collection « Les Classiques du Réseau Intelligence de la Complexité », disponible en ligne à l'adresse : <http://www.mcxapc.org/inserts/ouvrages/0609tsgtm.pdf>
- [41] Le Moigne (Jean-Louis), 2001-2003, *Le Constructivisme*, en trois tomes, Paris, L'Harmattan.
- [42] Lewin (David), 1959, « Re : Intervallic Relations between Two Collections of Notes », *Journal of Music Theory*, 3(2), p. 298-301.
- [43] Lewin (David), 1986, « Music Theory, Phenomenology and Modes of Perception », *Music Perception*, 3(4), p. 327-382.
- [44] Lewin (David), 1987, *Generalized Musical Intervals and Transformations*, New Haven, YUP.
- [45] Lewin (David), 1993, *Musical Form and Transformation : 4 Analytic Essays*, New Haven, YUP.
- [46] Lewin (David), 1994, « A Tutorial on K-nets using the Chorale in Schoenberg's Op. 11, N° 2 », *Journal of Music Theory*, 38, p. 79-101.
- [47] Mazzola (Guerino), 2004, *The Topos of Music*, Berlin : Birkhäuser Verlag.
- [48] Mazzola (Guerino) & Andreatta (Moreno), 2006, « From a Categorical Point of View : K-nets as Limit Denotators », *Perspectives of New Music*, 44(2), p. 88-113.
- [49] Mazzola (Guerino) & Andreatta (Moreno), 2007, « Diagrams, gestures and formulae in music », *Journal of Mathematics and Music*, 1(1), p. 23-46.
- [50] Nicolas (François), 2007a, « 'Comme Freud, Schoenberg est mort en Amérique'. Déconstruire la music theory (1) : David Lewin », séminaire MaMuPhi, séance du 10 novembre. Disponible en ligne à l'adresse : <http://www.entretiens.asso.fr/Nicolas/2007.2008/Lewin.htm>.
- [51] Nicolas (François), 2007b, « 'Comme Freud, Schoenberg est mort en Amérique'. Déconstruire la music theory (2) : Milton Babbitt », séminaire MaMuPhi, séance du 10 novembre. Disponible en ligne à l'adresse : <http://www.entretiens.asso.fr/Nicolas/2007.2008/Babbitt.htm>.
- [52] Nicolas (François), 2009, « Théoriser aujourd'hui la musique à la lumière des mathématiques : un point de vue musicien », *Gazette des Mathématiciens*, 119, p. 35-49.
- [53] Noll (Thomas), 2002, « Tone Apperception, Weber-Fechner's Law and the GIS-Model », Séminaire MaMuX, séance « Formalisations et représentations musicales : entre Set-Theory, théories diatoniques et approches néo-riemanniennes », IRCAM, décembre 2002. Disponible en ligne à l'adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/documents2002-2003/ToneApperception.pdf>
- [54] Palisca (C. V.) et Bent (Ian), 2001-2002, « Theory », *The New Grove Dictionary of Music Online*, éd. Laura Macy. (<http://www.grovemusic.com>).
- [55] Patras (Frédéric), 2003, « Phénoménologie et théorie des catégories », dans L. Boi (éd.) : *New Interactions of Mathematics with Natural Sciences and the Humanities*, Springer.

- [56] Petitot (Jean), 1988, « Structuralisme et phénoménologie : la théorie des catastrophes et la part maudite de la raison », in *Logos et théorie des catastrophes*, Colloque de Cerisy, Patino, p. 345-376.
- [57] Petitot (Jean), 1994, « Phénoménologie computationnelle et objectivité morphologique ». *La connaissance philosophique. Essais sur l'œuvre de Gilles-Gaston Granger*, (J. Proust, E. Schwartz dir.), p. 213-248, Paris, PUF.
- [58] Petitot (Jean), 1999, « La Généalogie morphologique du structuralisme », numéro spécial sur Claude Lévi-Strauss (M. Augé dir.), *Critique* 620(1), p. 97-122.
- [59] Popper (Karl), 1973, *La Logique de la découverte scientifique*, Payot (première édition : 1934).
- [60] Quine (William Van Orman), 1936, « Truth by Convention », in *Philosophical essays for Alfred North Whitehead*, Long-roans, Green and Co., New York, p. 90-124.
- [61] Rahn (John), 2007, « Cool Tools », *Journal of Mathematics and Music*, vol. 1, n° 1, p. 7-22.
- [62] Reichenbach (Hans), 1938, *Experience and Prediction. An analysis of the Foundations and the Structure of Knowledge*, Chicago University Press.
- [63] Rivenc (François), 1993, *Recherches sur l'universalisme logique. Russell et Carnap*, Payot.
- [64] Schaub (Stéphan), 2009, *Formalisation mathématique, univers compositionnels et interprétation analytique chez Milton Babbitt et Iannis Xenakis*, thèse de doctorat, université de Paris IV.
- [65] Sebestik (Jean) et Soulez (Antonia), 2001, (dir.), *Le cercle de Vienne. Doctrine et controverse*, L'Harmattan.
- [66] Wiener (Norbert), 1948, *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine*, Cambridge (Mass.), The MIT Press.