

**RAPPORT D’ACTIVITE  
(2008-2012)**

**et**

**PROJET DE RECHERCHE  
(2012-2016)**

Moreno ANDREATTA  
Chercheur CR1  
IRCAM / CNRS / UPMC  
UMR 9912 (STMS)  
Sciences et Technologies de la Musique et du Son  
1, place I. Stravinsky  
75004 Paris  
<http://repmus.ircam.fr/moreno>



## Table de matières :

<b>1 Curriculum Vitæ.....</b>	<b>5</b>
<b>2 Activité de recherche .....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 Domaine de recherche, résumé des travaux antérieurs et leur impact scientifique et technologique.....</b>	<b>7</b>
2.1.1 Période 1990-1998.....	8
2.1.2 Période 1998-2003.....	8
2.1.3 Période 2003-2012.....	8
2.1.4 Bilan des publications.....	9
2.1.5 Bilan encadrement de thèses et mémoires de master.....	10
2.1.6 Bilan organisation de colloques et séminaires d’études .....	10
<b>2.2 Activité de recherche sur les méthodes algébriques en musicologie computationnelle (période 1998-2012).....</b>	<b>10</b>
2.2.1 Ensembles des classes de hauteurs et théorie transformationnelle.....	12
2.2.2 Mosaiques et pavages en théorie et composition musicales .....	15
2.2.3 Suites périodiques et le calcul des différences finies.....	17
2.2.4 Relation Z, ensembles homométriques et transformée de Fourier discrète .....	18
2.2.5 Théories diatoniques et ensembles maximalement repartis .....	19
2.2.6 Block-designs en composition algorithmique.....	20
<b>3 Valorisation et transmission des connaissances.....</b>	<b>21</b>
<b>3.1 Création d’un contexte favorable pour les publications en mathématique/musique .....</b>	<b>21</b>
3.1.1 Journal of Mathematics and Music.....	21
3.1.2 Collection « Musiques/Sciences » (Ircam/Delatour France).....	21
3.1.3 Collection « Computational Music Science » (Springer).....	22
<b>3.2 Actions pédagogiques pour renforcer l’axe mathématique/musique.....</b>	<b>22</b>
3.2.1 Séminaire MaMuX.....	23
3.2.2 Séminaire <i>mamuphi</i> .....	23
3.2.3 Ecole mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens .....	23
<b>4 Enseignement, formation et diffusion de la culture scientifique.....</b>	<b>24</b>
<b>4.1 Participation à l’enseignement et responsabilités .....</b>	<b>24</b>
<b>4.2 Direction de travaux d’étudiants.....</b>	<b>24</b>
4.2.1 Encadrement de thèses de doctorat (5, dont 3 en cours).....	24
4.2.2 Direction de mémoires de master, magistère ou autres travaux (13).....	25
<b>4.3 Organisation de conférences et de colloques.....</b>	<b>26</b>
<b>5 Collaborations scientifiques et artistiques.....</b>	<b>27</b>
<b>6 Animation et gestion de la recherche .....</b>	<b>29</b>
6.1 Responsable du projet « Mathématiques/Musique & Cognition ».....	29
6.2 Responsable du projet « Géométrie de l’Interaction et Musique » (GdIM) .....	30
6.3 Responsable de l’environnement informatique « MathTools » .....	31
6.4 Participation à des travaux d’expertise .....	32
<b>7 Résumé du programme de recherche et mots clés .....</b>	<b>34</b>
<b>8 Descriptif et objectifs du programme de recherche proposé.....</b>	<b>34</b>
<b>8.1 Objectifs à court terme.....</b>	<b>37</b>
8.1.1 Intégration de la DFT dans la formalisation des problèmes théoriques .....	37
8.1.2 Utilisation de la programmation spatiale pour la modélisation informatique d’analyses transformationnelles .....	38

8.1.3	Aspects perceptifs des modèles algébriques en informatique musicale.....	39
<b>8.2</b>	<b>Objectifs à moyen terme</b> .....	<b>42</b>
8.2.1	Des structures algébriques fortes aux langages formels.....	42
8.2.2	Programmation spatiale, contraintes concurrentes, calcul parallèle et massif.....	43
8.2.3	Systèmes évolutifs à mémoire (MENS) et perception/cognition musicales.....	44
<b>8.3</b>	<b>Objectifs à long terme</b> .....	<b>46</b>
8.3.1	Logique mathématique vs logique musicale.....	46
8.3.2	Quelle logique pour l’informatique musicale ?.....	46
8.3.3	Logique de l’interaction, géométrie de la cognition et perception musicale.....	47
<b>8.4</b>	<b>Coda : aspects philosophiques de la recherche mathémusicale</b> .....	<b>48</b>
<b>9</b>	<b>Activités pédagogiques et transmission des connaissances</b> .....	<b>50</b>
9.1	Actions visant un public scientifique.....	50
9.2	Actions visant la communauté musicale.....	51
9.3	Actions visant le grand public.....	51
<b>10</b>	<b>Vers une institutionnalisation de la recherche « mathémusicale »</b> .....	<b>52</b>
<b>11</b>	<b>Références</b> .....	<b>53</b>

# 1 Curriculum Vitæ

**Nom :** ANDREATTA **Prénom :** Moreno **Nationalité :** Italienne

**Date et lieu de naissance :** 28.04.1971 Schaffhausen (Suisse)

**Adresse professionnelle :** IRCAM, 1 Place I. Stravinsky, 75004 Paris – Tél. : 01 44 78 16 49

**Mail :** Moreno.Andreatta@ircam.fr

**Etat civil :** marié avec deux enfants

**Situation actuelle :** chargé de recherche CNRS 1<sup>ère</sup> classe et coordinateur du Master ATIAM (UPMC / Télécom-ParisTech / Ircam)

## Diplômes :

- *Octobre 2010* : Habilitation à Diriger des Recherches en mathématiques à l’IRMA (Institut de Recherche Mathématique Avancée), Université de Strasbourg, avec un mémoire intitulé *Mathematica est exercitium musicae : la recherche mathémusicale et ses interactions avec les autres disciplines*. Président du jury : Gérard Assayag ; Rapporteurs : Fabrizio Broglia, Frédéric Patras et Xavier Hascher ; Examineur : José Francisco Rodrigues. Mention : très honorable.
- *Décembre 2003* : Doctorat en Musicologie computationnelle avec une thèse intitulée *Méthodes algébriques en musique et musicologie du XX<sup>e</sup> siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*. Président du jury : Guerino Mazzola ; Directeur : Alain Poirier ; Rapporteurs : Marc Chemillier, John Rahn ; Examineurs : Gérard Assayag, Jean Petitot. Mention : très honorable avec les félicitations du jury.
- *Juin 1999* : DEA en Musique et Musicologie du XX<sup>e</sup> siècle avec un mémoire intitulé *La théorie mathématique de la musique de Guerino Mazzola et les canons rythmiques* (sous la direction de Hugues Dufourt et de Marc Chemillier). Mention : très bien.
- *Septembre 1998* : Prix de XX<sup>e</sup> année de piano, Conservatoire de Novara, Italie.
- *Mai 1996* : Maîtrise (« Tesi di Laurea ») en mathématiques auprès de l’Université de Pavie avec en mémoire portant sur les méthodes algébriques en musique intitulé *Gruppi di Hajós, Canoni e Composizioni*. Résultat : 110/110.

## Etudes scientifiques, musicales et formations complémentaires :

- *Déc. 2006 / Avril 2011* : Ecole de mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens à l’IRCAM (par Y. André, ENS/CNRS et Pierre Cartier, IHES).
- *19-26 Septembre 2006* : Ecole thématique du CNRS « Logique et interaction : vers une géométrie de la cognition » (Centre Culturel International de Cerisy-La-Salle) organisée par Jean-Baptiste Joinet (Université Paris 1, Panthéon-Sorbonne).
- *29 Mai - 5 Juin 2005* : « Summer School on Topos Theory » (Haute-Bodeux) organisée par Francis Borceux, Peter Johnstone (président du comité scientifique), Steve Awodey, Peter Freyd, Bill Lawvere, Ieke Moerdijk and Myles Tierney.
- *Oct. 1999 / Déc. 2003* : Formation doctorale « Musique, Histoire, Société » (EHESS, IRCAM, ENS, CNSMDP).
- *21-24 Juin 2003* : Cours de perfectionnement sur les théories transformationnelles en musicologie (Mannes Institute, New York). Participation avec le soutien du CNRS UMR 9912.
- *Oct. 2000 / Juin 2001* : DEA Méthodes algébriques, Université Paris VI (auditeur libre).
- *Oct. 1998 / Juin 1999* : DEA en Musique et Musicologie du XX<sup>e</sup> siècle (EHESS, IRCAM).
- *Nov. 1997 / Juin 1998* : composition (M<sup>o</sup> A. Solbiati) et Musique électronique (Prof. Alvise Vidolin) auprès de la Civica Scuola di Musica de Milan.
- *Oct. 1996 / Juin 1997* : *Visiting Student* auprès de l’Université de Sussex (Brighton). Cours de composition (Julien Johnson et David York), esthétique et sociologie de la musique du XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècle (Prof. David Osmond-Smith) et cours de perfectionnement en algèbre sur les groupes de Coxeter (Prof. Roger Fenn).
- *Juillet 1996* : Stage de composition et Atelier d’improvisation avec Martial Solal au Centre Acanthes (Chartreuse de Villeneuve-lez-Avignon).

- *Juin 1996* : Académie d'été à l'IRCAM.
- *Nov. 1994 / Mai 1995* : Musique électronique, Milan (Prof. Goffredo Haus).
- *Déc. 1993 / Juin 1995* : Composition et Direction d'orchestre, Trente (Francesco Valdambri).
- *Nov. 1990 / Mai 1996* : Collegio Ghislieri, Pavie. Département de mathématiques.

### **Bourses et prix :**

- *Année 2004-2005* : mention spéciale du prix de thèse ASTI (Association Française des Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication) pour la qualité du travail.
- *Année 2000-2001* : Lauréat de la Fondation « Marcel Bleustein-Blanchet » pour la Vocation (Bourse Européenne pour des recherches dans le domaine des rapports Mathématiques/Musique).
- *Année 1999-2000* : Bourse de perfectionnement de l'Université de Padoue (Italie).
- *Année 1998-1999* : Bourse de trois mois du Ministère des affaires étrangères (programme scientifique) et Bourse *Maria Rossi* du Collegio Ghislieri de Pavie.
- *Année 1996-1997* : Bourse du Collegio Ghislieri de Pavie pour une année de perfectionnement auprès de l'université de Sussex à Brighton.
- *Juillet 1995* : Premier Prix au Concours de Piano « O. Giulotto » de Pavie et concert donné dans le cadre du Festival « Pavia Musica 1995 ».
- *Été 1995* : Bourse d'étude auprès du St. John's College (Cambridge).

### **Participation à des travaux d'expertise et appartenance à des sociétés savantes :**

- Travaux d'expertise pour la British Academy, le Fond national Suisse, l'Institut d'études avancées Paris/IAS-Paris et le Conseil Régional de l'Aquitaine.
- Membre invité pour le meeting d'experts sur « Creativity », FET (Future and Emerging Technologies) Proactive – FP7, Bruxelles, 28 novembre 2011.
- Membre invité pour le comité de sélection pour un poste MCF avec chaire CNRS, section 27, informatique au LaBRI (mai 2011).
- Reviewer pour des conférences internationales (*International Computer Music Conference, Sound and Music Computing, Mathematics and Computation in Music*).
- Reviewer pour des revues à comité de lecture (*Journal of Mathematics and Music, Journal of New Music Research, Musimédiane, Advances in Complex Systems*).
- Membre fondateur et membre du comité éditorial du *Journal of Mathematics and Music*.
- Membre fondateur et vice-Président de la *Society of Mathematics and Computation in Music*.
- Membre du conseil d'administration de la SFAM (Société Française d'Analyse Musicale).
- Membre de l'AFIM (Association Française d'Informatique Musicale) et de la SidAM (Société Italienne d'Analyse Musicale).
- Membre (avec J. Petitot, Ch. Jacquemin, Z. Kapoula) du comité de pilotage du GDR « Esthétique Arts & Sciences » (2012-2015).
- Membre (avec Frédéric Bimbot, Mathieu Giraud, Florence Levé, Matthias Robine et Charlotte Truchet) du comité de pilotage du GT « Structures musicales : modèles, méthodologies et données » de l'AFIM (en cours d'évaluation).

### **Mobilité internationale (depuis ma titularisation CR1) :**

- *Année 2012-2013* : Chercheur invité (d'octobre à décembre 2012) à l'Institut d'Algèbre de la TU-Dresden, Allemagne pour des recherches sur l'analyse formelle des concepts appliquée à la musique (en collaboration avec Bernhard Ganter, Stefan E. Schmidt et Tobias Schlemmer).
- *Année 2008-2009* : Professeur invité au département de mathématiques de l'université de Pise pour un cours doctoral de 30 heures sur Mathématiques/Musique (org. Fabrizio Broglia) et au département d'informatique de l'université de Milan pour un cours doctoral de 15 heures sur les modèles mathématiques en informatique musicale (org. Goffredo Haus).

## 2 Activité de recherche

On trouvera dans la première section un court descriptif de mon domaine de recherche ainsi qu’un résumé de mes travaux de recherche jusqu’à ce jour et de leur impact scientifique et technologique. Mes travaux de recherche sont ensuite détaillés à la **section 3.2**.

### 2.1 Domaine de recherche, résumé des travaux antérieurs et leur impact scientifique et technologique

Ma recherche s’inscrit dans un domaine que l’on pourrait appeler, de façon générale, celui des relations entre **mathématiques, informatique et musique**. Elle consiste à formaliser de problèmes théoriques, analytiques ou compositionnels à l’aide d’outils algébriques et intégrer ces modèles dans de langages de programmation originales pour la musique en vue d’une application en théorie, analyse et/ou composition musicales. Depuis ma « Tesi di Laurea » en mathématiques appliquées à la musique (1996), je n’ai cessé de m’engager dans la recherche « mathémusicale » à la fois en travaillant sur plusieurs problèmes théoriques (*Set Theory* et théorie transformationnelle, pavages musicaux, suites périodiques, homométrie, théories diatoniques et *block-designs*) avec des contributions qui ont fait l’objet de publications dans les meilleurs revues à comité de lecture dans le domaine. Mes méthodes s’appuient principalement sur le calcul algébrique (théorie des groupes, algèbre des polynômes, factorisations, combinatoire algébrique, ...) mais intègrent également l’approche catégorielle (catégorie des graphes dirigés, réseaux transformationnels, isographies) dans une démarche résolument computationnelle visant à implémenter les résultats théoriques dans des environnements informatiques originaux pour l’analyse et la composition musicales assistées par ordinateur.

Mes travaux ont ainsi un impact à la fois dans le domaine de la recherche mathématique (théorie du pavage des entiers et liens avec la conjecture spectrale, théorèmes de décomposition des suites périodique à valeur dans des groupes finis) mais aussi en informatique, notamment via l’intégration systématiques des résultats obtenus dans « MathTools », une librairie spécialisée du langage de programmation graphique *OpenMusic*<sup>1</sup> que j’ai conçue et développée en relation étroite avec Carlos Agon (chercheur en informatique dans l’équipe Représentations Musicales de l’IRCAM). Ce langage de programmation visuelle, développé par l’Equipe Représentations Musicales de l’Ircam, était initialement conçu pour la composition assistée par ordinateur mais il est de plus en plus employé comme outil analytique, comme nous aurons l’occasion de le montrer en présentant notre approche paradigmatique en ce qui concerne la classification d’accords et des rythmes. En particulier, l’environnement « MathTools » offre une palette d’outils théoriques utilisés dans la recherche mathémusicale contemporaine et susceptibles d’être appliqués à la fois en composition et en analyse musicales.

Mon engagement dans le domaine des rapports entre mathématiques et musique a été un facteur décisif dans le processus d’institutionnalisation progressive de ce domaine émergent, avec une contribution majeure dans la constitution d’une société savante (*Society for Mathematics and Computation in Music*), la création de la première revue internationale à comité de lecture sur mathématiques/musique (*Journal of Mathematics and Music*), le lancement de deux collections d’ouvrages dont j’assure la co-direction (« Computational Music Sciences » chez Springer et « Musique/Sciences » chez Ircam-Delatour) ainsi que dans l’organisation d’une centaine de séminaires d’études qui ont élargi le spectre des sujets de recherche et fédéré notre communauté internationale.

Toutes ces actions ont contribué à la reconnaissance du statut de la recherche mathémusicale au sein de la communauté des mathématiciens, comme le montre l’intégration, à partir de janvier 2011, de la discipline « mathématiques/musique » (**code : 00A65**) dans le *Mathematics Subject Classification* (MSC).

---

<sup>1</sup> Pour une présentation d’*OpenMusic* voir Agon (1998), Assayag (1999) ainsi que la documentation disponible à l’adresse <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/OpenMusic/>.

### 2.1.1 Période 1990-1998.

L’intérêt pour les rapports entre les mathématiques et la musique remonte à ma « tesi di laurea » (équivalent Master 2) en mathématiques à l’université de Pavie en Italie (Andreatta, 1996), où j’avais travaillé sur un problème posé initialement par Minkowski (1907) sur le pavage de l’espace  $n$ -dimensionnel par des cubes unité (Conjecture de Minkowski), problème résolu par Hajós une quarantaine d’années plus tard grâce à une formulation de type algébrique en termes de factorisations de groupes (Hajós, 1942). J’ai étudié les liens entre la théorie des groupes de Hajós et un problème compositionnel que le mathématicien Dan Vuza avait décrit dans une série d’articles parus dans la revue *Perspectives of New Music* (Vuza, 1991-93), et qui n’avaient aucunement intéressé les musicologues, sans doute à cause de leur caractère très technique (utilisation, entre autres, de la transformée de Fourier discrète sur des groupes localement compacts). Une fois établi le lien entre groupes de Hajós et construction des canons rythmiques réalisant un pavage (*Tiling canons* ou canons mosaïques), j’ai commencé à m’intéresser aux aspects computationnels (à savoir, l’étude de l’espace combinatoire des solutions d’un tel problème musical), tout en approfondissant la recherche sur les structures algébriques et sur leur applications en musicologie et en composition.

J’ai poursuivi cette recherche dans le cadre initialement d’un programme d’échange (*Visiting Student*) entre l’université de Pavie et l’université de Sussex (Brighton), où j’ai pu à la fois approfondir l’étude des structures algébriques (groupes de Coxeter, par Roger Fenn) ainsi que les aspects musicologiques et compositionnels des méthodes algébriques (esthétique et sociologie de la musique du XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècle par David Osmond Smith et composition par Julien Johnson et David York). Cette première longue expérience à l’étranger s’est achevée avec deux dissertations, l’une sur la théorie de l’information en musicologie (Andreatta, 1997a) et l’autre sur la théorie des groupes en musique (Andreatta, 1997b). Cette dernière a été ensuite publiée, en version remaniée et intégrée avec tous les aspects computationnels, dans Andreatta (2004).

### 2.1.2 Période 1998-2003.

La recherche sur les rapports entre mathématiques et musique s’est poursuivie en France dans le cadre d’un DEA dans la formation « Musique musicologie du XX<sup>e</sup> siècle » organisée par l’IRCAM et l’EHESS (Andreatta, 1999), suivi par un doctorat en musicologie computationnelle (Andreatta, 2003), période pendant laquelle j’ai intégré l’équipe Représentations musicales de l’Ircam en proposant les premiers modèles informatiques des problèmes de pavage que j’avais étudiés. Ces modélisations ont permis d’établir les premiers catalogues exhaustifs des solutions pour le problème de la construction des canons rythmiques mosaïques issus d’une factorisation d’un groupe cyclique en somme directe de deux sous-ensembles non périodiques (cas des groupes n’ayant pas la propriété de Hajós). J’ai également intégré la théorie des canons mosaïques à l’intérieur de la théorie mathématique de la musique de Guerino Mazzola, ce qui m’a conduit à collaborer à la rédaction de l’ouvrage *Topos of Music*, qui fait désormais référence dans le domaine (Mazzola 2002). Pendant ma thèse j’ai élargi le spectre des problèmes posés par la musique et susceptibles d’une formalisation algébrique, en étudiant à la fois les aspects théoriques, analytiques et compositionnels. L’étude mathématique des différents problèmes s’est toujours accompagnée d’une modélisation informatique constructive en *OpenMusic*. Cela a ouvert le champ à des collaborations multiples avec les compositeurs, tout en consolidant les collaborations avec des mathématiciens et des informaticiens.

### 2.1.3 Période 2003-2012.

A mon entrée au CNRS mon domaine de recherche, à savoir celui de la formalisation algébrique et modélisation informatique des structures musicales dans ses aspects à la fois théoriques, analytiques et compositionnels, était donc bien structuré. A partir d’octobre 2004 j’ai orienté ma recherche selon les grandes lignes contenues dans le projet **MISA** (Modélisation Informatique des Structures Algébriques : aspects cognitifs, épistémologiques et philosophique) retenu par le CNRS en intégrant

progressivement la composante cognitive et une réflexion épistémologique sur les applications informatiques du rapport mathématiques/musique.

L’activité de recherche a été également envisagée comme un moment précieux pour la mise en place d’actions spécifiques nouvelles en ce qui concerne le processus d’« institutionnalisation » du domaine des relations entre mathématique, informatique et musique en tant que discipline académique. Parmi ces actions, on citera en particulier :

- l’organisation de séminaires d’études (MaMuX et *mamuphi*) ;
- le lancement de deux collections dédiées aux rapports entre sciences et musique (Collection « Musique/Sciences », Ircam/Delatour France et « Computational Music Science », Springer) ;
- la création d’une revue de mathématiques à comité de lecture sur les liens mathématiques/musique (*Journal of Mathematics and Music*) ;
- la création d’une société savante (*Society of Mathematics and Computation in Music*)
- l’animation de deux groupes de travail dont les thématiques sont désormais intégrées dans les axes de recherche de l’UMR 9912 (STMS) : le GT « Mathématiques/Musique & Cognition » (sous l’égide de l’AFIM, Association Française d’Informatique Musicale) et le PEPS « Géométrie de l’Interaction et Musique » (PEPS « Interaction Math-ST2I »).

Le projet **MISA** étant en continuité avec les recherches menées dans le cadre de la thèse, dans ce rapport je décrirai dans une seule section les sujets sur lesquels j’ai travaillé pendant la période 1998-2012 ainsi que les résultats obtenus et les problèmes toujours ouverts (**section 3.2**). Les aspects liés à la valorisation et transmission des connaissances dans l’objectif d’une institutionnalisation progressive du domaine des relations entre mathématiques, informatique et musique seront traités dans la **section 4**. Une partie importante de mon activité de recherche ayant été consacrée aux aspects pédagogiques, la **section 5** décrira en détail les activités liées à l’enseignement, la formation et la diffusion de la culture scientifique. Les différentes collaborations, à la fois scientifiques et artistiques, ayant donné lieu à de publications, communications collectives, projets artistiques, codirection de thèses et mémoires d’étudiants et coorganisation de Symposia, Workshops et séminaires d’études, sont listées dans la **section 6**. La **section 7** conclusive sera consacrée aux activités liées à l’animation et au management de la recherche scientifique, en particulier dans le cadre des projets « Mathématiques/Musique et Cognition » (**section 7.1**) et « Géométrie de l’Interaction et Musique » (**section 7.2**).

#### 2.1.4 Bilan des publications.

Mes publications depuis le début de ma carrière comprennent :

- **2** directions de collections
- **3** directions de numéros de revues avec comité de lecture (dont **2** revues internationales)
- **11** revues internationales avec comité de lecture (*Journal of Mathematics and Music*, *Perspectives of New Music*, *Soft Computing*, *Journal of New Music Research*, *Tatra Mount. Math. Publication*)
- **8** revues nationales avec comité de lecture (*Mathematics and Social Sciences*, *InCognito*, *Cahiers Romains de Sciences Cognitives*, *Paris Sciences et Lettres*, *Musurgia*, *Il Monocordo*)
- **9** chapitres de livres (dont **3** en anglais)
- **4** éditions d’ouvrages collectifs (dont **2** en anglais)
- **14** actes de colloques internationaux à comité de lecture
- **5** actes de colloques nationaux à comité de lecture
- **7** notes de lecture de livres et travaux de traduction parus dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages collectifs
- **12** articles de vulgarisation, articles de presse et interventions dans la presse
- **21** conférences invitées (dont **14** dans des congrès internationaux)
- **41** workshops et séminaires
- **8** conférences de vulgarisation
- **5** publications dans des revues sans comité de lecture
- **6** travaux inédits.

La liste complète de mes publications apparaît dans un autre document<sup>2</sup>. Ces travaux ont été publiés avec une vingtaine de co-auteurs (voir **section 6**).

### 2.1.5 Bilan encadrement de thèses et mémoires de master

**5** thèses (dont **3** en cours) et **13** mémoires de master ou équivalents. Je suis à présent le coordinateur du Master ATIAM à l’Ircam et responsable de l’unité d’enseignement « Musique et Science depuis 1945 ». Voir la **section 5.2** pour la liste détaillée des travaux encadrés.

### 2.1.6 Bilan organisation de colloques et séminaires d’études

**11** colloques (dont **9** internationaux), une **centaine** de séminaires d’études (dans le cadre du séminaire MaMuX, *mamuphi*, groupe de travail « Mathématiques/Musique et Cognition » et projet PEPS Math/ST2I « Géométrie de l’Interaction et Musique »). Pour plus de détails, voir **sections 4.2, 5.3 et 7**.

## 2.2 Activité de recherche sur les méthodes algébriques en musicologie computationnelle (période 1998-2012)

Bien que mon activité de recherche sur la formalisation algébrique des structures musicales ait commencé au début des années 1990, ce n’est qu’avec mon arrivée en France en 1998 que la recherche théorique a pu trouver un ancrage computationnel avec un travail d’implémentation systématique des outils mathématiques employés en vue d’une intégration en *OpenMusic*, le langage de programmation visuelle développé par l’équipe Représentations musicales de l’IRCAM. Ce travail de modélisation informatique a commencé lors que j’étais étudiant en DEA en musique et musicologie du XX<sup>e</sup> siècle (IRCAM-EHESS), période pendant laquelle j’ai intégré l’équipe Représentations musicales de l’IRCAM en proposant les premiers modèles informatiques des problèmes de pavage que j’avais étudiés.

Ces implémentations, réalisées en collaboration étroite avec Carlos Agon (chercheur en informatique à l’IRCAM), ont permis d’établir les premiers catalogues exhaustifs des solutions pour le problème de la construction des canons rythmiques mosaïques dits de Vuza, i.e. des canons issus d’une factorisation d’un groupe cyclique en somme directe de deux sous-ensembles non périodiques (cas des « bad groups » ou groupes n’ayant pas la propriété de Hajós). J’ai également intégré la théorie des canons mosaïques à l’intérieur de la théorie mathématique de la musique de Guerino Mazzola, ce qui m’a conduit à collaborer à la rédaction de l’ouvrage *Topos of Music*, qui fait désormais référence dans le domaine (Mazzola 2002). Ces deux aspects, à savoir l’implémentation d’algorithmes d’engendrement de canons rythmiques mosaïques ainsi que l’interprétation de ces constructions musicales au sein de la théorie de Guerino Mazzola, ont fait l’objet d’un mémoire de DEA intitulé *La Théorie Mathématique de la musique de Guerino Mazzola et les canons rythmiques* (juin 1999) contenant le premier catalogue exhaustif des canons de Vuza de période 72. Le problème de la recherche d’un catalogue exhaustif des toutes les factorisations d’un groupe non-Hajós en somme directe de deux sous-ensembles non périodiques demeure, à ce jour, ouvert (voir **section 3.2.2**).

Bien que toujours intéressé aux algorithmes de constructions des canons rythmiques mosaïques, pendant ma thèse j’ai élargi le spectre des problèmes théorique susceptibles d’une formalisation algébrique, en étudiant à la fois leurs aspects formels et computationnels, en vue d’une application aussi bien en analyse musicale qu’en composition assistée par ordinateur. L’étude mathématique des différents problèmes s’est toujours accompagnée d’une modélisation informatique via l’implémentation en *OpenMusic*. Cela a ouvert le champ à des collaborations multiples avec les compositeurs, autour de nombreux projets compositionnels, tout en consolidant les collaborations avec de mathématiciens et des informaticiens (voir **section 6**).

---

<sup>2</sup> Ce document est également disponible en ligne à l’adresse :  
<http://repmus.ircam.fr/moreno/production>

A partir de 2004, j'ai orienté mes recherches selon les grands axes du projet **MISA** (« **Modélisation Informatique des Structures Algébriques en musique et musicologie : aspects cognitifs, philosophiques et épistémologiques** »). Ce projet s'inscrit dans l'axe thématique « Musicologie computationnelle » qui constitue, avec les paradigmes de programmation pour la musique, les systèmes d'interaction symbolique et l'articulation signe-signal, l'un des quatre domaines de recherche principaux de l'équipe Représentations Musicales de l'IRCAM (Fig. 1).

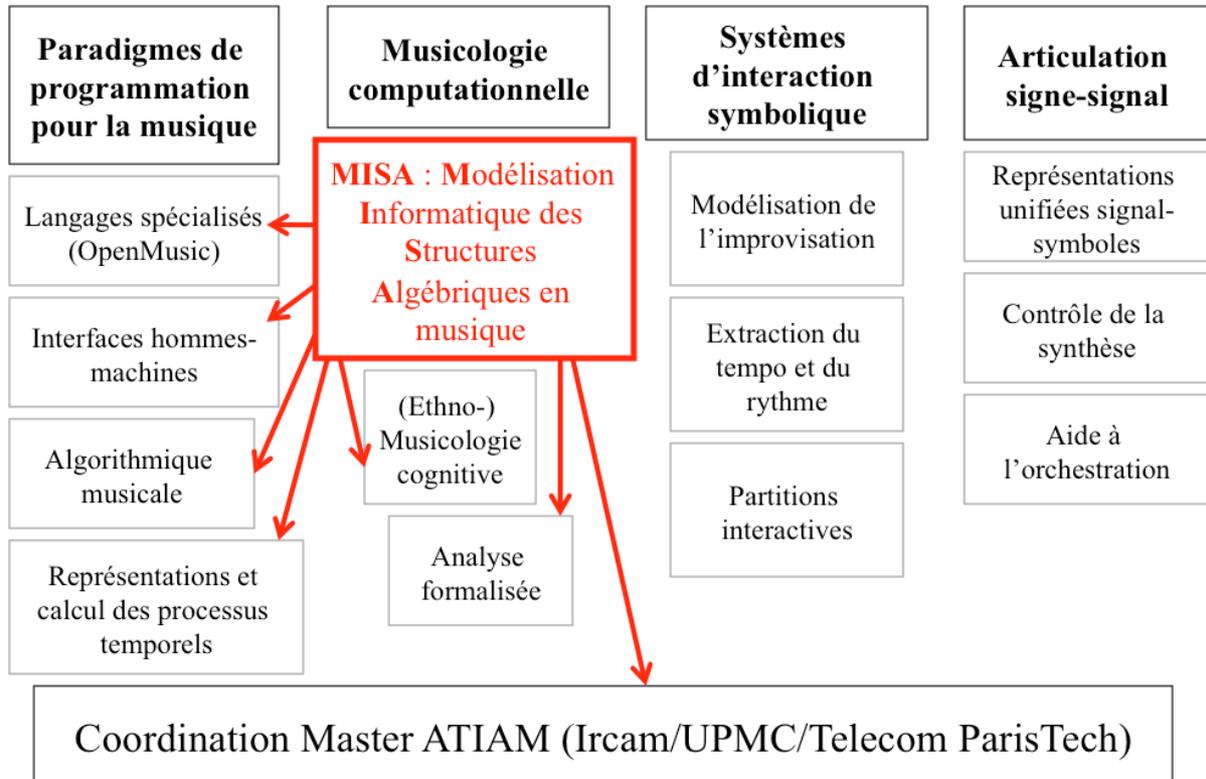


Fig. 1 : Positionnement du projet **MISA** dans l'organigramme des activités de recherche de l'équipe Représentations Musicales de l'IRCAM (responsable : Gérard Assayag).

Avec l'objectif ambitieux d'arriver à aborder également le problème du rapport entre mathématiques, musique et sciences cognitives, tout en proposant une nouvelle perspective philosophique couplée d'une réflexion épistémologique sur l'application des modèles algébriques en informatique musicale, j'ai concentré mon activité de recherche sur six problèmes que j'ai abordés à la fois d'un point de vue mathématique et informatique :

- La théorie des ensembles des classes de hauteurs et la théorie transformationnelle ;
- La construction des mosaïques et des pavages en théorie et composition musicales ;
- La théorie des suites périodiques et le calcul des différences finies ;
- La relation Z en musique, la transformée de Fourier discrète (DFT) et l'homométrie ;
- Les théories diatoniques et les ensembles maximalelement repartis ;
- La théorie des block-designs en composition algorithmique.

Dans la partie suivante je vais décrire brièvement les six problèmes ainsi que les résultats obtenus et les questions ouvertes. Pour une description plus exhaustive de ces six problèmes théoriques, dans une perspective de recherche « mathémusicale », je renvoie à mon mémoire d'habilitation à diriger des recherches intitulé « Mathematica est exercitium musicae : la recherche 'mathémusicale' et ses interactions avec les autres disciplines<sup>3</sup> » (Andreatta 2010).

<sup>3</sup> Le mémoire est disponible en ligne à l'adresse : <http://repmus.ircam.fr/moreno/production>

## 2.2.1 Ensembles des classes de hauteurs et théorie transformationnelle

### Contexte de cette recherche et problématique générale

Le travail de l’équipe Représentations musicales de l’Ircam se fonde sur une activité de recherche et de développement dans le domaine des langages et paradigmes informatiques adaptés à la musique, je me suis tout d’abord intéressé aux aspects mathématiques de la théorie des ensembles des classes de hauteurs ou *Set Theory* (Forte, 1973) et de la théorie transformationnelle (Lewin 1987 ; 1993), deux parmi les approches formelles les plus utilisées en musicologie computationnelle. D’un point de vue musicologique, les outils de représentations et de modélisation informatique permettent une approche véritablement expérimentale qui dynamise de manière significative la discipline. Ainsi des hypothèses peuvent être testées et validées en s’appuyant sur la puissance de calcul symbolique et combinatoire.

D’un point de vue plus informatique, les modèles computationnels, dotés d’une certaine généralité, visent l’élaboration de langages (langages visuels, langages multi-paradigmes incluant les aspects fonctionnels, objet et logiques) et d’architectures (architectures à composants, environnement mixtes de programmation et d’édition visuelle de données). Les modèles musicaux visent à définir des représentations et des algorithmes susceptibles de capturer des aspects importants du phénomène musical (Assayag *et al.*, 2009). Dans le cas de la *Set Theory* et des théories transformationnelles, ces aspects concernent surtout l’organisation des hauteurs dans l’espace tempéré, leur représentation et leur classification.

### Résultats obtenus et impacts de la recherche

En ce qui concerne la théorie des classes de hauteurs, ma contribution principale a été de donner une formalisation algébrique s’appuyant des la théorie des actions des groupes et d’intégrer cette formalisation à l’environnement informatique *OpenMusic* (le langage de programmation visuelle développé par l’équipe Représentations musicales). En effet, à la différence des présentations traditionnelles de la *Set Theory* (Forte 1973, Rahn 1980 ou Morris 1987), la théorie des ensembles de classes de hauteurs se prête très bien à être décrite à l’aide d’une approche algébrique qui utilise pleinement la puissance combinatoire de la structure de *groupe cyclique* sous-jacente à toute division de l’octave musicale en un nombre  $n$  de parties égales (Andreatta et Schaub, 2003 ; Andreatta *et al.*, 2008).

L’implémentation, réalisée en *OpenMusic*, se déploie dans une architecture « paradigmatique<sup>4</sup> » basée sur l’action de certains groupes sur l’espace tempéré (le groupe cyclique en tant qu’ensemble dépourvu de structure algébrique). L’implémentation permet à l’analyste de choisir son propre critère d’équivalence entre structures d’accords en utilisant comme « paradigmes » d’analyse les différents groupes que l’on peut choisir de faire opérer sur l’espace musical. En particulier, nous avons obtenu les catalogues d’accords induits par l’action de quatre groupes sur un tempérament musical choisi : le groupe *cyclique* (ou paradigme de l’équivalence à une transposition musicale près), le groupe *diédral*

---

<sup>4</sup> Le terme « paradigmatique » a été choisi pour souligner la portée philosophique de l’approche algébrique en analyse musicale. Les groupes algébriques jouent le rôle des « paradigmes » dans un sens très proche à celui utilisé par Thomas Kuhn dans son analyse de la structure des révolutions scientifiques (Kuhn, 1962). L’idée sous-jacente est celle de l’intérêt, pour un analyste ou un musicologue, de choisir le « paradigme » le mieux approprié pour décrire de façon pertinente un phénomène musical observé. Par exemple, dans l’analyse de la musique tonale, le « paradigme » du groupe cyclique (équivalence à une transposition près) sera sans doute plus pertinent du paradigme du groupe diédral (utilisé avec succès dans l’analyse de la musique atonale) ou du groupe affine (qui semble le mieux approprié pour aborder des techniques musicales typiques du répertoire jazz, comme, par exemple, la substitution d’accords). Le terme « paradigmatique » avait également été adopté en musicologie par Nicolas Ruwet dans son approche structuraliste de l’analyse musicale fortement influencée par la linguistique (Ruwet 1966). Notre approche « paradigmatique », basé sur la théorie des groupes de transformations, suggère une nouvelle interprétation de la démarche structurale en analyse musicale, indépendamment de toute considération sur le rapport entre musique et langage (voir, en particulier, la **section 8.4** du projet de recherche).

(paradigme de la *Set Theory*, i.e. équivalence à une transposition et/ou une inversion musicale près), le groupe *affine* (équivalence à une multiplication ou application affine près) et le groupe *symétrique* (équivalence à une permutation près). L’architecture paradigmatique de cet environnement est décrite dans la figure suivante (Fig. 2) qui montre les représentations circulaires et les structures intervalliques associées aux différentes classes d’équivalence d’un même accord.

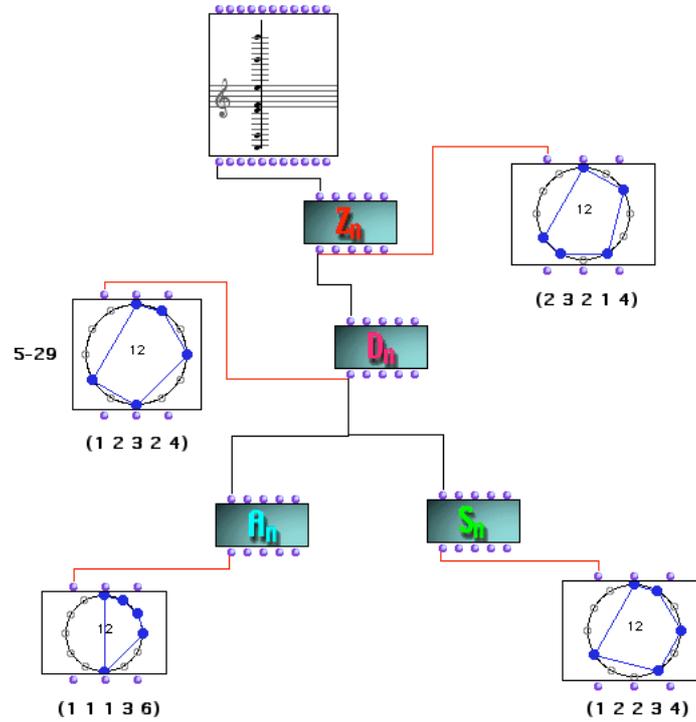


Fig. 2 : Architecture « paradigmatique » pour la théorie, l’analyse et la composition assistées par ordinateur basée sur le concept d’action d’un groupe (cyclique, diédral, affine et symétrique) sur un tempérament égal donné.

J’ai également entrepris un travail de généralisation de la *Set Theory* et de l’analyse transformationnelle via la théorie des catégories, une approche qui n’avait pas pu être approfondie pendant la thèse de doctorat et dont l’intérêt à la fois mathématique et musical est au cœur du projet **MISA**. Ce travail, mené en collaboration avec le mathématicien Guerino Mazzola, est décrit dans un article<sup>5</sup> qui montre que les réseaux de Klumpenhouwer, outil très sophistiqué de la théorie transformationnelle américaine, sont des exemples de « limite », au sens de la théorie des catégories. En effet, en formalisant la famille des *K*-réseaux en tant que catégorie des graphes dirigés on peut étudier d’un point de vue catégoriel les isomorphismes entre deux *K*-réseaux ainsi que les principes récursifs permettant de construire un réseau de réseaux de réseaux et ainsi de suite.

La formalisation catégorielle des *K*-réseaux a deux grands avantages. D’un côté elle permet de donner un résultat d’énumération des *K*-réseaux en relation d’isographie forte (*strong isography*), c’est-à-dire ayant la même configuration de flèches. D’autre part elle intègre, de par sa nature même, le principe de récursivité. La famille des réseaux en relation d’isographie forte avec un *K*-réseau donné est isomorphe à un sous-groupe du groupe  $(\mathbf{Z}/n\mathbf{Z})^m$  ou  $m$  est le nombre de composantes connexes du graphe. La figure suivante (Fig. 3) donne, par exemple, les quatre *K*-réseaux en relation d’isographie forte, un résultat qui découle directement de la notion de limite d’un diagramme.

<sup>5</sup> Mazzola et Andreatta (2006).

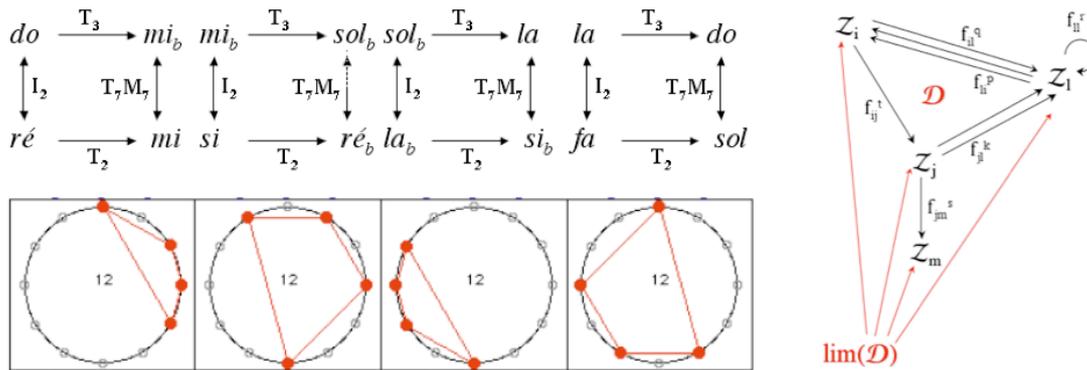


Fig. 3 : Quatre réseaux en relation d’isographie forte ( $T_k$ ,  $I_h$  et  $M_s$  indiquant les opérations de transposition, inversion, et application affine) et limite d’un diagramme catégoriel.

D’autre part, il est tout à fait naturel d’abstraire chacun des réseaux précédents et les transformer dans des sommets d’un potentiel réseau de réseaux, ayant comme flèches les transformations isographiques entre des réseaux sous-jacents. La construction s’applique dans des cas beaucoup plus généraux de façon tout à fait naturelle, car l’un des avantages de la théorie des catégories est précisément de pouvoir construire des transformations entre catégories (*foncteurs*) ainsi que des transformations entre foncteurs (*transformations naturelles*). Cette démarche ouvre également la voie à une théorie nouvelle des « gestes », que nous avons esquissée dans un article publié dans le premier numéro du *Journal of Mathematics and Music* qui soulève des perspectives tout à fait nouvelles pour l’étude des retombées cognitives et des aspects philosophiques des modèles catégoriels en informatique musicale<sup>6</sup>.

### Collaborations :

Guerino Mazzola (MultiMedia Lab de Zürich / Université de Minnesota), Emmanuel Amiot (mathématicien, Professeur CPGE à Perpignan), Franck Jedrzejewski (CEA-Saclay), Thomas Noll (ESMuC, Barcelone), Carlos Agon (équipe Représentations Musicales, IRCAM/CNRS/UPMC).

### Direction de travaux d’étudiants sur ce sujet :

- Gracienne Benoit, *Terminologie. La Set Theory*, mémoire de fin d’études en traduction, I.S.T.I. (Institut supérieur de traducteurs et interprètes de Bruxelles), 31 mai 2005.
- Yun-Kang Ahn, *Aspects théoriques et informatiques de l’analyse transformationnelle*, mémoire d’ingénieur et de master ATIAM de l’Ircam/Université de Paris VI, spécialité SARS, Mai 2005.
- V. FamourZadeh, *La musique persane, Formalisation algébrique*, mémoire de Master, Université du Maine, 2005 (codirection avec Mondher Ayari).
- Yun-Kang Ahn, *L’analyse musicale computationnelle*, thèse en informatique, Ircam/Université de Paris 6, 2005-2009 (codirection avec Carlos Agon).
- Leone Slavich, *Struttura algebrica e topologica nella musica del XX° secolo*, tesi di laurea in matematica, Università di Pisa, 2010 (codirection avec Francesca Acquistapace).
- Martin Potier, *De la sonification à la « musification » des systèmes complexes*, MPRI, université Paris 7, septembre 2012. Codirection avec Jean-Louis Giavitto (Ircam/CNRS/UPMC) et Wiebke Drenckhan (LPS, CNRS-Université Paris Sud).
- Charles De Paiva, *Systèmes complexes et informatique musicale*, thèse de doctorat (en cours), Programme Doctoral International « Modélisation des Systèmes Complexes » (thèse en cotutelle UPMC/ UNICAMP, Brésil).

<sup>6</sup> Mazzola et Andreatta (2007). Voir le projet de recherche pour une analyse plus détaillée des retombées cognitives et des aspects épistémologiques et philosophiques du rapport mathématiques/musique.

## 2.2.2 Mosaïques et pavages en théorie et composition musicales

### Contexte de cette recherche et problématique générale

Le problème de la construction de canons musicaux rythmiques réalisant un pavage de l’axe du temps a été à l’origine de mon intérêt pour le domaine des relations entre mathématiques et musique<sup>7</sup>. Musicalement il s’agit de construire un canon rythmique, i.e. une forme musicale obtenue par translation temporelle d’un pattern rythmique, ayant la propriété de réaliser un pavage de l’axe du temps. Le pattern rythmique, translaté d’un nombre fini de fois, pave l’axe des entiers de telle façon que chaque instant du temps est rempli par une (et une seule) pulsation du rythme de base. Le mathématicien Dan Vuza a proposé un modèle de canon rythmique réalisant un pavage de l’axe du temps obtenu par factorisation d’un groupe cyclique en somme directe de deux sous-ensembles non-périodiques (que l’on a appelé par la suite « Canon de Vuza »).

### Résultats obtenus et impacts de la recherche

Ce problème a donné lieu à de nombreux résultats et constitue l’un des axes de recherches autour duquel nous avons su fédérer une communauté de mathématiciens, informaticiens, théoriciens de la musique et compositeurs<sup>8</sup>. Notre recherche a été d’abord de replacer ce problème dans le cadre de la théorie des groupes de Hajós ou *good groups*, i.e. les groupes pour lesquels pour toute factorisation en somme directe de  $k$  sous ensembles, au moins l’un de ces sous ensembles est périodique<sup>9</sup>. Cela nous a permis de montrer les liens entre ce problème musical et la conjecture de Minkowski sur le pavage de l’espace  $n$ -dimensionnel par des cubes unité ainsi qu’une série d’autres conjectures dont certaines sont toujours ouvertes (telles la conjecture quasi-périodique de Hajós et la conjecture spectrale de Fuglede)<sup>10</sup>. Nous avons ensuite abordé les aspects computationnels en étudiant l’espace combinatoire des solutions pour une période donnée (i.e. par un ordre donné du groupe cyclique sous-jacent). L’implémentation de ce modèle, ainsi que des modèles plus généraux obtenus par augmentations des voix du canon (*Augmented Canons*) ou par produit de polynômes cyclotomiques (*Cyclotomic Canons*), a été intégrée dans *OpenMusic* et elle est disponible à partir de la version 5.0 de ce logiciel.

Nous avons donné une classification exhaustive des solutions dans le cas de la factorisation du groupe cyclique  $\mathbf{Z}/72\mathbf{Z}$  en deux sous-ensembles non périodiques, cet ordre étant le plus petit pour un groupe  $n$  ayant pas la propriété de Hajós. Cette classification a été établie en suivant une approche « paradigmatique », i.e. basée sur l’utilisation de plusieurs groupes dont l’action sur les sous-ensembles  $R$  et  $S$  d’une factorisation permet de réduire de façon structurelle le catalogue des solutions. En particulier cette approche tient compte de l’action de trois groupes différents sur le groupe cyclique d’ordre 72, considéré en tant qu’ensemble : le groupe cyclique, le groupe diédral et le groupe affine. Le résultat surprenant que nous avons obtenu concerne la réduction du catalogue des solutions à deux seuls canons rythmiques mosaïques à une application affine près (Fig. 4).

Les canons de Vuza représentent des objets mathématiques remarquables car ils sont la clé pour la résolution d’une conjecture toujours ouverte en analyse fonctionnelle : la conjecture de Fuglede ou conjecture spectrale. Cette conjecture affirme qu’un domaine de l’espace euclidien  $n$ -dimensionnel admet un *spectre* ssi il pave  $\mathbf{R}^n$  par translation. Sans perte de généralité, on peut tout d’abord se réduire au cas du pavage de l’axe des réels au pavage du groupe cyclique  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . On peut ensuite montrer que s’il existe un sous-ensemble  $R$  de  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  qui pave le groupe cyclique d’ordre  $n$  sans être spectral, alors  $R$  est essentiellement le rythme de base d’un canon de Vuza. D’où l’intérêt d’avoir une classification exhaustive des canons de toute factorisation d’un groupe cyclique non-Hajós en somme directe de deux sous-ensembles non-périodiques, un contrexemple de la conjecture spectrale ne pouvant qu’appartenir à la classe des canons de Vuza. Nous avons consacré un numéro spécial du *Journal of*

---

<sup>7</sup> Andreatta (1996).

<sup>8</sup> Voir en particulier l’adresse :

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/IrcamTilingResearch.html>.

<sup>9</sup> Un sous ensemble  $H$  d’un groupe  $G$  est périodique s’il existe un élément non nul  $g \in G$ , tel que  $g+H=H$ , ou bien, ce qui est équivalent, s’il existe un sous-groupe normal (non vide)  $K$  de  $G$  tel que  $K+H=H$ .

<sup>10</sup> Andreatta (2004).

*Mathematics and Music* aux rapports entre la construction des canons rythmiques mosaïques et la conjecture spectrale (Andreatta et Agon, 2009). Pour une étude sur les liens entre conjecture de Minkowski, conjecture de Fuglede et construction des canons rythmiques mosaïques voir Andreatta (2011) et Agon et Andreatta (2011).

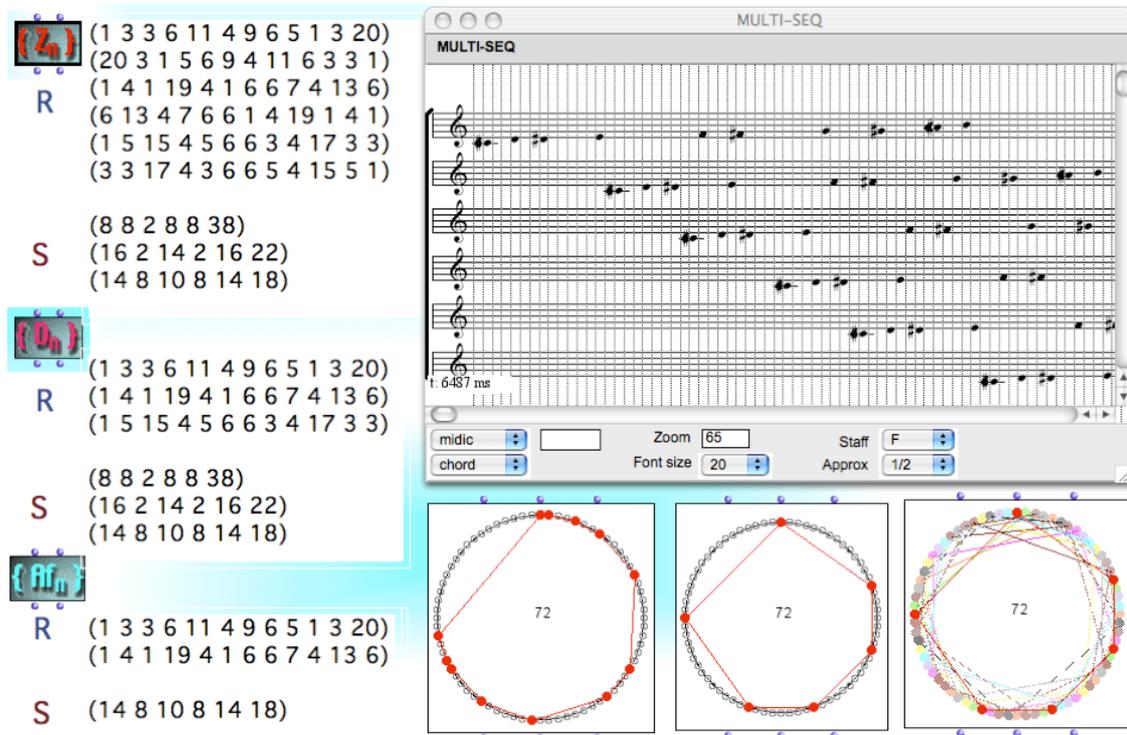


Fig. 4 : Classification « paradigmatique » des canons mosaïques de Vuza d’ordre 72 (par rapport à l’action du groupe cyclique, diédral et affine).

D’un point de vue musical, ce travail a fourni le modèle formel pour plusieurs compositions. Le travail mené avec le compositeur Georges Bloch, par exemple, est emblématique en ce qui concerne les directions parfois très inattendues qu’une recherche théorique peut prendre lorsqu’elle est soumise à la singularité de la pensée compositionnelle (Bloch, 2007). Les enjeux de cette collaboration interdisciplinaire ont été présentés et discutés en détail lors d’un Workshop qui s’est déroulé à Dublin sous invitation de l’association *Seed* « Art & Science » et organisé sous l’égide de la Irish Royal Academy (Andreatta et Bloch, 2007). Le problème des pavages et mosaïques en musique est sans doute l’un des axes de recherche parmi les plus actifs en théorie mathématique de la musique. L’un des objectifs des prochaines années sera d’impliquer un nombre croissant de mathématiciens travaillant sur le problème de la factorisation de groupes finis afin d’essayer d’apporter quelques résultats nouveaux en direction de la solution de la conjecture spectrale.

### Collaborations<sup>11</sup> :

Carlos Agon (Equipe Représentations Musicales, IRCAM/CNRS/UPMC), Emmanuel Amiot (mathématicien, Professeur CPGE à Perpignan), Georges Bloch (compositeur, CNSMDP), Harald Friepertinger (Université de Graz, Autriche), Franck Jedrzejewski (CEA Saclay), Tom Johnson (compositeur), Fabien Lévy (compositeur, Université de Columbia, New York), Thomas Noll (Escola superiore de musica de Catalunya, Barcelona), Andranik Tangian (Fern Universität Hagen, Allemagne), Dan Tudor Vuza (Institute of Mathematics of the Romanian Academy), Jon Wild (Université de McGill).

<sup>11</sup> Liste non exhaustive. Pour une présentation plus détaillée des collaborations dans le cadre de cette recherche, voir à l’adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/IrcamTilingResearch.html>

### Direction de travaux d’étudiants sur ce sujet :

- Hugues Zuber, *Vers une arithmétique des rythmes?*, mémoire de magistère, ENS Cachan, 2005.
- Giulia Fidanza, *Canoni ritmici a mosaico*, tesi di laurea, Università degli Studi di Pisa, Corso di laurea in Matematica, 2008 (codirection avec F. Acquistapace, Univ. Pise).
- Edouard Gilbert, *Polynômes cyclotomiques, canons mosaïques et rythmes k-asymétriques*, mémoire de Master ATIAM, mai 2007.
- Emmanuel Amiot, *Modèles algébriques et algorithmiques pour la formalisation mathématique de structures musicales*, thèse, UPMC / Ircam, 2010 (codirection avec Carlos Agon).

### 2.2.3 Suites périodiques et le calcul des différences finies

#### Contexte de cette recherche et problématique générale

Cette technique musicale est à la base de la théorie du compositeur roumain Anatol Vieru (1926-1998). Dans sa formulation originelle, une suite périodique est une succession ordonnée et finie d’éléments d’un groupe cyclique  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ . A cette séquence on applique un procédé de différences successives qui permet d’engendrer une première séquence « dérivée » dans laquelle chaque élément est obtenu en faisant la différence (modulo 12 ou modulo  $n$  en général) de deux éléments consécutifs de la séquence d’origine. On peut réitérer ensuite ce procédé de différence afin d’obtenir une série de séquences musicales qui seront toutes liées à la séquence de départ par itération de l’opérateur différence  $D$  défini par l’expression  $Df(x) = f(x+1) - f(x)$ . La formalisation algébrique permet de donner une caractérisation générale de toute suite périodique à travers deux grandes familles : les suites réductibles et les suites reproductibles. Une suite périodique  $f$  est dite *réductible* s’il existe un entier  $k$  tel que  $D^k(f) = 0$ . Elle est *reproductible* s’il existe un entier  $k$  tel que  $D^k(f) = f$ .

#### Résultats obtenus et impacts de la recherche

Le résultat général que nous avons établi est un théorème de décomposition affirmant que toute séquence périodique à valeurs dans un groupe (abélien) est décomposable de façon unique comme une somme d’une séquence réductible et d’une séquence reproductible (Andreatta et Vuza, 2001). Il ne s’agit pas d’un résultat nouveau en mathématiques car on peut montrer que le théorème de décomposition est un cas particulier du Lemme de Fitting (qui vaut, plus généralement, pour tout module  $M$  de longueur finie). On peut également donner une version généralisée du théorème de décomposition (Andreatta *et al.*, 2004) en remplaçant la propriété de reproductibilité par celle de quasi-reproductibilité. Par définition une séquence est quasi-reproductible s’il existe un sous-module de l’ensemble des séquences  $m$ -périodiques à valeurs dans un groupe fini  $G$  et un entier  $k$  tel que la restriction de  $D^k$  à ce sous-module est un automorphisme. La version généralisée du théorème de décomposition affirme ainsi que toute séquence périodique à valeur dans un module de longueur finie se décompose de façon unique comme une somme d’une séquence réductible et d’une séquence quasi-reproductible. La formalisation algébrique que nous avons proposée de la théorie d’Anatol Vieru a également l’avantage de permettre de donner de critères de réductibilité et reproductibilité pour les suites périodiques sans recourir au calcul explicite de ses dérivés. Par exemple on peut montrer que si  $p$  est un nombre premier, toute séquence de période  $p^n$  à valeur dans  $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$  est réductible pour tout  $n$  positif ou bien que toute séquence de  $p-1$  éléments à valeurs dans  $\mathbf{Z}/p\mathbf{Z}$  est reproductible. Nous détaillons dans (Andreatta *et al.*, 2004) les algorithmes que nous avons intégrés dans *OpenMusic*.

#### Collaborations :

Dan Tudor Vuza (Institute of Mathematics of the Romanian Academy), Guerino Mazzola (MultiMedia Lab de Zürich / Université de Minnesota), Fabrizio Broglia (département de mathématiques, université de Pisa), Francesca Acquistapace (département de mathématiques, université de Pise).

## 2.2.4 Relation Z, ensembles homométriques et transformée de Fourier discrète

### Contexte de cette recherche et problématique générale

En travaillant sur certains aspects combinatoires des structures musicales, plusieurs compositeurs et théoriciens de la musique ont essayé d’établir les bons *invariants* par rapport au problème de la classification « paradigmatique » (dans le sens de l’utilisation de l’action de différents groupes sur l’ensemble des parties d’un groupe cyclique  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  et de la relation d’équivalence qu’en découle).

Dans le problème de la classification d’accords modulo l’action du groupe diédral, l’outil de base est ce qu’on appelle le « contenu intervallique ». Etant donné un accord  $A = \{0, a_1, a_2, \dots, a_k\}$ , son contenu intervallique (indiqué par CI) est le multiset  $CI(A) = [b_0, b_1, \dots, b_{11}]$  dans lequel l’élément  $b_i$  indique combien de fois l’intervalle de  $i$  demi-tons est contenu dans l’accord. Le contenu intervallique compte ainsi le nombre d’occurrences de chaque intervalle (de 0 jusqu’à 11) dans un accord. Le contenu intervallique s’exprime comme produit de convolution de fonctions caractéristiques:  $CI(A) = 1_A * 1_{-A}$ .

Le contenu intervallique n’est pas un *invariant* dans le problème de la classification d’orbites par rapport à l’action du groupe diédral. En effet, deux accords sont dans la même orbite auront le même contenu intervallique mais il se peut que deux accords aient le même CI sans être dans la même orbite. C’est ce qu’on appelle la relation Z en théorie des ensembles des classes de hauteurs (*Set Theory*) et qu’on indiquera avec  $\sim_Z$ . Cette relation formelle entre les accords musicaux constitue, à présent, un domaine qui a été relativement peu exploré dans ses aspects mathématiques, mais dont le caractère mystérieux continue à susciter des nombreuses réflexions au sein des communauté des théoriciens de la musique, analystes et compositeurs<sup>12</sup>.

### Résultats obtenus et impacts de la recherche

En formalisant la relation Z d’un point de vue algébrique, nous avons pu tout d’abord montrer que cette relation pertinente d’un point de vue musical est en réalité un cas particulier de la théorie des ensembles homométriques<sup>13</sup>. De plus, en introduisant la transformée de Fourier discrète (DFT) d’un sous-ensemble d’un groupe cyclique  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ , on arrive à une formalisation élégante de la relation Z (et donc des ensembles homométriques). Etant donné deux sous-ensembles  $A$  et  $B$  de  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$ ,  $A \sim_Z B$  ssi les modules de la DFT de  $A$  et  $B$  coïncident. Ceci ouvre la question de la récupération de la phase (*phase retrieval*) en théorie mathématique de la musique, autrement dit comment reconstruire une structure musicale (accord, pattern rythmique, ...) à partir de son contenu intervallique. Il s’agit d’un problème qui reste ouvert, comme d’ailleurs celui d’une énumération exhaustive de toutes les parties de  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  en relation Z pour un tempérament égal donné<sup>14</sup>. Notre contribution principale a été la présentation de cette approche théorique dans le cadre de la théorie de la mesure ainsi que l’étude computationnelle de la relation Z généralisée (ou relation  $Z^k$ ) qui nous a permis de montrer l’existence d’ensembles en relation  $Z^4$  (dans le cas du groupe cyclique d’ordre 36). Par définition deux sous-ensembles  $A$  et  $B$  de  $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$  sont en relation  $Z^k$  si toute orbite de cardinalité  $k$  (par rapport à l’action du groupe diédral) est contenue le même nombre de fois dans les deux sous-ensembles (Mandereau *et al.*, 2011). L’étude des retombées perceptives de l’utilisation de la DFT dans la représentation des patterns rythmiques fait actuellement l’objet d’un projet de recherche en cours en collaboration avec Isabelle Viaud-Delmon (voir **section 3.1.3.1** du projet de recherche).

### Collaborations :

John Mandereau (université de Pisa), Daniele Ghisi (compositeur, département de mathématiques, université de Milan Bicocca), Emmanuel Amiot (mathématicien, Professeur CPGE à Perpignan),

---

<sup>12</sup> comme nous avons pu le constater lors de la séance de décembre du séminaire MaMuX consacrée aux rapports entre relation Z en musique et théorie de l’homométrie en cristallographie. Voir à l’adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/ProgrDec2010Final.pdf>

<sup>13</sup> Rosenblatt (1984).

<sup>14</sup> Voir le mémoire de Master ATIAM de John Mandereau (2009).

Carlos Agon (équipe Représentations Musicales, IRCAM/CNRS/UPMC), Mihalis Kolountzakis (département de mathématiques, université de Crète), Mate Matolcsi (Rényi Institute, Budapest), Isabelle Viaud-Delmon (CNRS, équipe Espaces acoustiques et cognitifs, IRCAM).

#### **Direction des travaux d'étudiants sur ce sujet :**

- John Mandereau, *Etude des ensembles homométriques et leur application en théorie mathématique de la musique et en composition assistée par ordinateur*. Mémoire de Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, juin 2009 (codirection avec C. Agon).
- Guillaume Lachaussée, *Théorie des ensembles homométriques*, Stage de troisième année de l'Ecole Polytechnique, Master 1 de Mathématiques, juin 2010.
- Pierre Beauguitte, *Transformé de Fourier discrète et structures musicales*, Mémoire de Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, juin 2011 (codirection avec C. Agon et E. Amiot).

### 2.2.5 Théories diatoniques et ensembles maximalement repartis

#### **Contexte de cette recherche et problématique générale**

Le problème de la généralisation des structures diatoniques traditionnelles (gammes majeures et mineures dans un système tempéré à douze degrés) a été envisagé à travers deux approches différentes : une approche de type géométrique et une deuxième basée sur l'utilisation de la transformée de Fourier discrète. La première approche a été sollicitée par le musicien de jazz, Pierre Audétat. Le point de départ est la « cloche diatonique », une nouvelle représentation géométrique des gammes de 7 notes proposée par Audétat en s'appuyant sur ses techniques d'improvisation. Dans ce modèle les 66 gammes heptatoniques et les 462 modes qui leur sont associés sont disposés autour de la note *ré* comme centre de symétrie en donnant lieu à un espace géométrique à forme de cloche. L'un des premiers problèmes théoriques que l'on s'est posé dans la généralisation des théories diatoniques à d'autres divisions de l'octave a été celui de caractériser pour tout entier  $k$  la gamme jouant le rôle de la gamme diatonique dans le nouveau système micro-intervallique. Une telle gamme correspond à un ensemble « maximalement reparté » (ou *maximally-even set*, en abrégé *ME-sets*) dans la tradition « set-théorique » américaine (Andreatta *et al.*, 2008).

#### **Résultats obtenus et impacts de la recherche**

A la suite d'une étude systématique du caractère diatonique des 66 gammes heptatoniques réalisée par Julien Junod dans le cadre de son stage de Master ATIAM (Junod 2008), un modèle informatique de la cloche diatonique a été proposé et intégré en *OpenMusic* en généralisant le cas des gammes heptatoniques dans le système tempéré traditionnel à celui des gammes de cardinalité  $k$  dans une division de l'octave en  $n$  parties égales<sup>15</sup>.

En nous appuyant sur la formalisation des *ME-sets* à l'aide de la transformée de Fourier discrète, proposée par Emmanuel Amiot (2007), nous avons étudié les aspects computationnels dans le problème de la classification des gammes diatoniques généralisées (Junod *et al.*, 2009). A l'aide de cette approche nous avons pu, par exemple, donner une justification théorique à l'utilisation par l'un des plus célèbres compositeurs microtonaux, Ivan Wischnegradsky, d'une gamme établie à partir de considérations musicales et jouant le rôle de la gamme diatonique traditionnelle dans son système microtonal de division de l'octave en quart de tons (i.e. en 24 parties égales). Cette gamme de 13 notes est, en effet, celle associée à la meilleure distribution de 13 points sur un cercle divisé en 24 parties. En terme de transformée de Fourier, cette gamme est celle dont le modulo de la DFT calculé en correspondance de la valeur 13 est maximal par rapport au modulo des DFT de tout sous-ensemble de  $\mathbb{Z}/24\mathbb{Z}$  de 13 notes toujours calculé en correspondance de la valeur 13.

---

<sup>15</sup> Un atlas interactif permettant la visualisation des différentes cloches diatoniques ainsi que l'écoute des 462 modes traditionnels dans la division de l'octave en 12 parties égales est disponible à l'adresse : <http://www.diatonique.ch/>.

### Collaborateurs :

Pierre Audétat (Conservatoire de Lausanne), Julien Junod (Université de Zürich), Emmanuel Amiot (mathématicien), Carlos Agon (équipe Représentations Musicales, IRCAM/CNRS/UPMC).

### Direction des travaux d’étudiants :

- Julien Junod, *Etude combinatoire et informatique du caractère diatonique des échelles à sept notes*, Mémoire de Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, juin 2008.

### 2.2.6 Block-designs en composition algorithmique.

#### Contexte de cette recherche et problématique générale

Mon intérêt pour la théorie combinatoire des block-designs est très récent et il est principalement le fruit d'une collaboration avec Tom Johnson (compositeur) et Franck Jedrzejewski (théoricien/mathématicien de la musique). Le problème compositionnel posé par Tom Johnson et qui est à l'origine de l'application de la théorie des block-designs en musique est double car il concerne à la fois les propriétés combinatoires d'une collection d'accords mais aussi de nouvelles représentations graphiques issues d'une disposition spatiale de cette même collection. Du point de vue combinatoire, il s'agit d'étudier les possibilités de partitionner un ensemble de  $v$  éléments (représentant les notes musicales) en une collection de sous-ensembles d'une cardinalité donnée  $k$  (les accords de  $k$  notes) de telle façon que, par exemple, chaque couple de notes soit présent exactement en  $\lambda$  accords. Une telle partition représente un cas particulier de block-design traditionnellement noté par  $2-(v, k, \lambda)$ . Dans une définition plus générale et plus rigoureuse, un  $t$ -design  $t-(v, k, \lambda)$  est une paire  $D = (X, B)$  où  $X$  est un ensemble de  $v$  éléments et  $B$  est une famille de sous-ensembles de cardinalité  $k$  de  $X$  appelés *blocks* et pour laquelle tout sous-ensemble de cardinalité  $t$  de  $X$  est contenu en précisément  $\lambda$  blocks.

#### Résultats obtenus et impacts de la recherche

Bien que nous n'ayons pas obtenu de résultats nouveaux dans la théorie des block-designs, le travail avec le compositeur Tom Johnson nous a permis d'aborder différemment certains problèmes classiques dans ce domaine (Jedrzejewski *et al.*, 2009). En particulier, nous nous sommes intéressés à l'espace combinatoire engendré par un block-design ainsi qu'aux multiples représentations d'un block design susceptibles d'être utilisées comme support pour le travail compositionnel. Un problème compositionnel qui découle tout naturellement de telles représentations graphiques concerne l'existence de circuits hamiltoniens, i.e. de chemins qui visitent tous les sommets du graphe en passant par chaque sommet une et une seule fois avant de revenir au point de départ, une propriété qui reste très difficile à établir dans le cas général.

L'application de la théorie des block-designs en musique étant très récente, ils restent évidemment de nombreux problèmes ouverts, non seulement dans les aspects proprement compositionnels mais également en ce qui concerne l'étude théorique. Tout d'abord les block-designs étant des collections de sous-ensembles d'un espace de base, il semblerait naturel d'inscrire cette approche théorique à l'intérieur de la théorie des « compositions globales » au sens de Mazzola (2002). Des outils traditionnels en théorie mathématique de la musique tels les nerfs d'un recouvrement de cartes locales, pourraient ainsi permettre une étude non seulement combinatoire mais également structurale de la théorie des block-designs dont certains problèmes, comme par exemple celui de la classification, à isomorphisme près, des block-designs qui sont « résolubles<sup>16</sup> », restent toujours ouverts.

En ce qui concerne les aspects computationnels, tels le calcul des parcours hamiltoniens dans un block-design, une piste intéressante à explorer consiste à placer la théorie des block-designs dans un espace géométrique et utiliser des approches informatiques issues, par exemple, de la programmation

---

<sup>16</sup> Un block design est *résoluble* si ses blocks sont constitués d'union de blocks qui partitionnent l'ensemble de base  $X$ .

spatiale (Bigo *et al.* 2010). Une telle démarche permettrait également d’inscrire l’utilisation des block-designs en musique dans une perspective plus large visant à caractériser la dimension proprement logique de l’activité de composition musicale (voir, en particulier, les **sections 3.1.2 et 3.2.2** du projet de recherche).

### **Collaborations :**

Tom Johnson (compositeur), Frank Jedrzejewski (CEA-Saclay), Reinhard Laue (Universität Bayreuth, Allemagne), Jeff Dinitz (Department of Mathematics and Statistics at the University of Vermont, Etats-Unis).

## **3 Valorisation et transmission des connaissances**

Compte tenu du caractère émergent du domaine des rapports entre mathématiques, informatique et musique, il m’a semblé tout à fait indispensable d’envisager des nouvelles actions visant à « institutionnaliser » ce domaine en unifiant les efforts de la communauté scientifique travaillant sur ces sujets. Je voudrais souligner ici deux aspects de ce travail de valorisation : un premier aspect concernant les activités liées aux publications et un deuxième visant des actions spécifiquement pédagogiques.

### **3.1 Création d’un contexte favorable pour les publications en mathématique/musique**

#### **3.1.1 Journal of Mathematics and Music**

Afin d’augmenter la visibilité des activités « mathémusicales » et attirer de nouveaux chercheurs vers ce domaine émergent, j’ai participé au projet de création de la première revue à comité de lecture sur mathématique/musique. Cette étape, indispensable à la constitution d’une véritable communauté de chercheurs travaillant sur ce domaine émergent, a été discutée à plusieurs reprises à l’occasion des deux dernières rencontres de l’*American Mathematical Society* (Phoenix, Arizona 7-10 janvier 2004 et Evanston, Illinois, 23-24 octobre 2004) auxquelles j’ai été invité à participer.

L’intérêt croissant pour ce champ de recherche de la part de l’AMS, qui depuis 2003 organise des séances spéciales sur les « Méthodes Mathématiques en Analyse Musicale », a donné un élan majeur au projet de création de la revue. Un comité éditorial a été constitué réunissant les plus grands spécialistes du domaine, y compris des personnalités qui soutiennent ce projet à titre honorifique, tels les compositeurs Pierre Boulez en France et Milton Babbitt aux Etats-Unis et les mathématiciens Peter Johnston (Université de Cambridge), Jean-Pierre Bourguignon (IHES), Yves Hellegouarch (Université de Caen).

Le premier numéro du *Journal of Mathematics and Music* (édité par Taylor & Francis) a été présenté officiellement lors du premier Colloque International *Mathematics and Computation in Music* (MCM 2007), à Berlin (18-20 mai, 2007). A cette occasion nous avons posé les bases pour la création d’une société savante, la *Society of Mathematics and Computation in Music*, qui se réunit tous les deux ans à l’occasion de la conférence Internationale MCM. La troisième édition de cette conférence (MCM 2011) a eu lieu à l’IRCAM en juin dernier (voir **section 5.3**, organisation des conférences et de colloques).

#### **3.1.2 Collection « Musiques/Sciences » (Ircam/Delatour France)**

Une action similaire a été menée pour encourager la publication d’ouvrages sur la thématique « Mathématique/Musique » et, plus en général, sur les rapports entre la recherche musicale et l’activité scientifique. Grâce à une proposition de Jean-Michel Bardez (Président de la SFAM, Société Française d’Analyse Musicale), j’ai participé à la conception d’une nouvelle collection d’ouvrages intitulée « Musique/Sciences ». Cette collection a été créée en coédition avec l’Ircam et les éditions Delatour France et bénéficie du soutien de la SFAM et du CNRS (UMR 9912). Elle a un caractère

pluridisciplinaire et propose des ouvrages aussi bien en français, en anglais qu’en édition bilingue. Depuis 2006 nous avons publié les treize ouvrages suivants<sup>17</sup> :

- Assayag G., F. Nicolas, G. Mazzola dir. (2006), *Penser la musique avec les mathématiques ?*
- Riotte A., M. Mesnage (2006), *Formalismes et modèles musicaux*. Vol. 1 : « Préliminaires et formalismes généraux »
- Riotte A., M. Mesnage (2006), *Formalismes et modèles musicaux*. Vol. 2 : « Exemples de modélisation de partitions musicales »
- Agon C., G. Assayag, J. Bresson, eds (2006), *The OM Composer’s Book 1*
- Jedrzejewski F. (2006), *Mathematical Theory of Music*
- Mazzola G. (2007), *La vérité du beau dans la musique* (en collaboration avec Y.-K. Ahn)
- Bresson J., C. Agon, G. Assayag, eds (2007), *The OM Composer’s Book 2*
- Andreatta M., J.-M. Bardez, J. Rahn dir. (2008), *Autour de la Set Theory. Rencontre musicologique franco-américaine*
- Andreatta M., J.-M. Bardez, J. Rahn eds (2008), *Around Set Theory. A French/American Musicological Meeting*
- Rix E. et M. Formosa dir. (2008), *Vers une sémiotique générale du temps dans les arts*
- Assayag G. et A. Gerzso eds (2009), *Nouveaux Paradigmes pour l’Informatique Musicale*
- Hirs R. et B. Gilmore eds (2009), *Contemporary compositional techniques and OpenMusic*
- Andreatta M., F. Nicolas, Ch. Alunni dir. (2012), *A la lumière des mathématiques et à l’ombre de la philosophie. Dix ans de séminaire mamuphi*

### 3.1.3 Collection « Computational Music Science » (Springer)

J’ai également participé à la création d’une collection chez Springer (*Computational Music Science*), que je codirige avec Guerino Mazzola (University of Minnesota / University of Zürich). Liste d’ouvrages parus<sup>18</sup> :

- Mazzola G. & P.B. Cherlin (2009), *Flow, Gesture, and Spaces in Free Jazz—Towards a Theory of Collaboration* (2009)
- Milmeister G. (2009), *The Rubato Composer Music Software* (2009)
- Mazzola G. (2011), *Musical Performance. A Comprehensive Approach: Theory, Analytical Tools, and Case Studies*
- Mazzola G., J. Park J. et F. Thalmann (2011), *Musical Creativity. Strategies and Tools in Composition and Improvisation*

## 3.2 Actions pédagogiques pour renforcer l’axe mathématique/musique

Parallèlement à l’organisation du Séminaire MaMuX (Mathématique/Musique et relations avec d’autres disciplines) de l’IRCAM, j’ai également participé à la création en 2004 d’un Séminaire d’étude à l’ENS consacré aux rapports entre mathématiques, musique et philosophie (séminaire *mamuphi*), dont je partage la direction avec François Nicolas (compositeur) et Charles Alunni (philosophe et Directeur du Laboratoire Disciplinaire « Pensée des Sciences »). La synergie entre ces deux séminaires a permis de mettre en place une véritable « école de mathématiques pour musiciens et d’autres non-mathématiciens », animée initialement par Yves André (ENS/CNRS) et ensuite par Pierre Cartier (IHES), ainsi que d’autres initiatives pédagogiques (en particulier un cours consacré aux « Catégories et structures » par René Guitart, université de Paris 7). Dans la suite, je vais décrire brièvement les trois premières initiatives<sup>19</sup>.

---

<sup>17</sup> Plus d’information sur la collection « Musique/Sciences » à l’adresse : <http://www.ircam.fr/598.html>

<sup>18</sup> Plus d’information sur la collection « Computational Music Sciences » à l’adresse : <http://www.springer.com/series/8349>

<sup>19</sup> Pour plus d’information sur les deux années du cours « Catégories et structures » de René Guitart, voir à l’adresse : <http://www.entretemps.asso.fr/maths/>

### 3.2.1 Séminaire MaMuX

J’ai coordonné de 2001 à 2011 le Séminaire MaMuX (Mathématique/Musique et relations avec d’autres disciplines) de l’IRCAM (co-organisé avec Carlos Agon). Ce séminaire cherche à développer une réflexion sur le rapport mathématiques/musique à travers une exploration des liens qui se créent avec d’autres disciplines telles l’informatique, les sciences cognitives, la philosophie etc. Les différentes séances qui ont eu lieu depuis 2001 peuvent être regroupées selon sept axes thématiques :

- Formalisation et représentation des structures musicales
- La *Set Theory* et la théorie transformationnelle
- Méthodes mathématiques dans l’analyse musicale
- Mosaïques et pavages dans la musique
- Informatique musicale, logique et calculabilité
- Sciences cognitives et théories de la perception
- Philosophie et sémiotique des mathématiques et de la musique.

Comme le montre ce rapport d’activités, ces axes thématiques ont également été des catalyseurs importants dans ma propre activité de recherche et ont permis de consolider les collaborations entre l’IRCAM et des acteurs majeurs dans le domaine des relations mathématiques/musique, tels Guerino Mazzola (Université de Minnesota), Franck Jedrzejewski (CEA, Saclay), Thomas Noll (ESMuC, Barcellona) et Emmanuel Amiot, qui font partie des intervenants réguliers dans le séminaire<sup>20</sup>. Le séminaire MaMuX est soutenu à présent par le réseau RNSC (réseau National des Systèmes Complexes) et par le CNRS (UMR STMS).

### 3.2.2 Séminaire *mamuphi*

Depuis 2004, et parallèlement au Séminaire MaMuX, je codirige avec François Nicolas et Charles Alunni le Séminaire « Mathématique/Musique et Philosophie » dans lequel nous avons abordé plusieurs sujets, tels les mathématiciens et la musique (2004-2005), les questions de logique musicale (2005-2006) et le problème de l’intellectualité mathématique et musicale (2006-2007). A partir de la saison 2007-2008, nous n’avons pas fixé de thématique précise pour ce séminaire qui est donc ouvert à toutes propositions d’intervention sur les rapports entre mathématiques/musique et philosophe<sup>21</sup>. J’ai participé à ce séminaire avec plusieurs interventions consacrées aux ramifications philosophiques des modèles algébriques appliqués à la musique. Un numéro spécial de PSL (Paris Sciences et Lettres), une nouvelle revue interdisciplinaire de la Fondation « Paris Sciences et Lettres » (regroupant le Collège de France, l’Ecole Normale Supérieure, l’Observatoire de Paris, l’ESPCI ParisTech et Chimie ParisTech) est actuellement en préparation sous la direction de François Nicolas, Charles Alunni et moi-même (date prévue de publication : fin 2013).

### 3.2.3 Ecole mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens

Parallèlement au Séminaire de l’IRCAM, j’ai participé à la mise en place d’une nouvelle école qui est coorganisée par les deux séminaires MaMuX et *mamuphi*. Le principe en est tout à fait singulier car il s’agit de rendre compréhensible un concept central des mathématiques contemporaines à des non-spécialistes, en tentant de les mener au cœur de la pensée mathématique la plus active, et sans économiser la spécificité de l’écriture mathématique. La première saison de l’école (2006-2009) était animée par Yves André (CNRS/ENS) qui a présenté quelques uns parmi les sujets les plus féconds de la pensée mathématique contemporaine, tels la théorie des topoi, les algèbres d’opérateurs, l’approche galoisienne, les représentations linéaires, les singularités, la dualité et la notion d’infini<sup>22</sup>. La deuxième

---

<sup>20</sup> La liste complète des intervenants aux dix premières saisons du séminaire MaMuX est disponible à l’adresse : <http://repmus.ircam.fr/mamux/saisons/intervenants>

<sup>21</sup> Les enregistrements de la plus grande partie des séances, ainsi que la liste complète des intervenants, sont disponibles à l’adresse : <http://www.entretiens.asso.fr/maths/>

<sup>22</sup> Les enregistrements et les textes des différentes séances de l’école sont disponibles à l’adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/EcoleYA.html>

saison de l’école (2009-2011), animée par Pierre Cartier (IHES), a été consacrée, en particulier, à l’idée de symétrie, aux mutations conceptuelles des probabilités au cours du XXe siècle et à l’entropie<sup>23</sup>.

## 4 Enseignement, formation et diffusion de la culture scientifique

### 4.1 Participation à l’enseignement et responsabilités

Je suis actuellement le coordinateur du Master 2 ATIAM (Acoustique, Traitement du Signal et Informatique appliquées à la Musique) à l’IRCAM ainsi que responsable d’une des ses unités d’enseignement, l’UE « Musique et sciences depuis 1945 (MSV)<sup>24</sup>. » J’assure régulièrement des cours de modélisation mathématique pour l’informatique musicale dans le cadre de trois formations doctorales :

- Master ATIAM (UPMC, Telecom ParisTech, IRCAM). Cours sur les « Modèles Mathématiques pour l’Informatique Musicale » (en collaboration avec Marc Chemillier). Il s’agit d’une unité d’enseignement relevant de la spécialité SAR du master d’informatique possédant un volume total de 24 heures. L’UE est divisée en deux parties, l’une – que j’assure – consacrée aux structures algébriques fortes et l’autre, assurée par Marc Chemillier, dédiée aux structures faibles (grammaires formelles, combinatoire de mots, ...)
- Master I.C.A., spécialité « Art, Sciences, Technologies » (INP de Grenoble). Cours sur les « Méthodes mathématiques pour la création musicale : aspects théoriques et cognitifs » (en collaboration avec Carlos Agon, Jean Bresson et Isabelle Viaud-Delmon). Volume total de 12 heures.
- Cours intersemestre sur les « Méthodes Mathématiques pour la composition musicale » (en collaboration avec Carlos Agon et Jean Bresson) à l’ENST Bretagne à Brest. Volume total de 12 heures.

Je suis également sollicité pour des cours dans le cadre de formations musicales, aussi bien en France qu’à l’étranger. J’ai assuré, par exemple, pour trois ans un cours de 12 heures annuelles sur la formalisation algébrique des structures musicales au conservatoire d’Adria, en Italie (de 2004 à 2006), plusieurs cours d’introduction aux méthodes algébriques en musique pour les compositeurs du cursus de composition et informatique musicale de l’IRCAM (durée variable) ainsi que pour les élèves du Conservatoire national supérieur de Paris.

Pendant l’année 2008-2009 j’ai été *Visiting Professor* à l’université de Pise (département de mathématiques) et à l’université de Milan (département d’informatique) pour deux cours de niveau doctoral sur les méthodes algébriques en musique respectivement de 30 heures et de 15 heures.

### 4.2 Direction de travaux d’étudiants

Depuis mon entrée au CNRS, j’ai assuré la direction ou co-direction d’une série de travaux universitaires, allant du mémoire de magistère en mathématiques jusqu’au mémoire pour l’obtention d’un diplôme de traduction en passant par des mémoires de master (principalement M2), de « tesi di laurea » (équivalent Master 2) et de thèses de doctorat. Voici la liste complète des activités d’encadrement (en ordre chronologique et par type de diplôme)<sup>25</sup> :

#### 4.2.1 Encadrement de thèses de doctorat (5, dont 3 en cours)

---

<sup>23</sup> <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/EcolePC.html>

<sup>24</sup> Une description détaillée du cours « Musique et sciences depuis 1945 » est disponible à l’adresse :

<http://www.recherche.ircam.fr/equipes/repmus/moreno/PlanningMCV+CMC+descriptif.pdf>

<sup>25</sup> Pour une description détaillée de chaque mémoire, voir l’Annexe du mémoire d’HDR (Andreatta, 2010), en particulier p. 79-82. Les mémoires sont également disponibles en ligne à l’adresse :

<http://repmus.ircam.fr/moreno/production>

- Codirection (avec Carlos Agon) de la thèse de doctorat en informatique de Yun-Kang Ahn intitulée *L’analyse musicale computationnelle* (Ircam/Université de Paris 6), 2009.
- Codirection (avec Carlos Agon), de la thèse de doctorat en informatique d’Emmanuel Amiot intitulée *Modèles algébriques et algorithmiques pour la formalisation mathématique des structures musicales*, Ircam/Université de Paris 6, mai 2010.
- Direction de la thèse de doctorat en mathématiques de John Mandereau (en cotutelle Université de Pisa / Université de Paris 6). Titre : *Modélisation informatique des processus musicaux : une étude de la Géométrie de l’Interaction et des Systèmes Evolutifs à Mémoire appliqués à l’informatique musicale*. Date prévue de soutenance : 28 juin 2013.
- Codirection (avec Olivier Michel, Antoine Spicher et Carlos Agon IRCAM) de la thèse de doctorat de Louis Bigo intitulée *Représentation et analyse topologique de structures temporelles : application à l’analyse et la synthèse musicales symboliques*, Université Paris Est Créteil. Date prévue de soutenance : novembre 2013.
- Codirection de la thèse de doctorat de Charles De Paiva, *Systèmes complexes et informatique musicale*, thèse de doctorat (en cours), Programme Doctoral International « Modélisation des Systèmes Complexes » (thèse en cotutelle UPMC/ UNICAMP, Brésil).

#### 4.2.2 Direction de mémoires de master, magistère ou autres travaux (13)

- Direction du mémoire de Hugues Zuber intitulé *Vers une arithmétique des rythmes ?*, diplôme de magistère MMMI, École normale supérieure de Cachan / Université de Rennes 1, 2005.
- Direction du mémoire de Yun-Kang Ahn intitulé *Aspects théoriques et informatiques de l’analyse transformationnelle*, diplôme d’ingénieur et master ATIAM Ircam/Université de Paris 6, spécialité SARS, mai 2005.
- Codirection (avec Mondher Ayari) du mémoire de Vedad FamourZadeh intitulé *La musique persane, Formalisation algébrique*, Mastère de l’ingénierie mécanique et acoustique, Université du Maine, 2005.
- Direction du mémoire de fin d’études de Gracienne Benoit intitulé *Terminologie. La Set Theory*, I.S.T.I. (Institut supérieur de traducteurs et interprètes de Bruxelles), 31 mai 2005.
- Direction du mémoire d’Edouard Gilbert intitulé *Polynômes cyclotomiques, canons mosaïques et rythmes k-asymétriques*, Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, mai 2007.
- Codirection (avec Francesca Acquistapace, Département de mathématiques de l’Université de Pise) du mémoire de « tesi di laurea » di Giulia Fidanza sur la conjecture de Fuglede et la construction des canons rythmiques mosaïques, avril 2008.
- Direction du mémoire de Julien Junod intitulé *Etude combinatoire et informatique du caractère diatonique des échelles à sept notes*, Master ATIAM, Ircam/Université de Paris 6, juin 2008
- Codirection (avec Carlos Agon) du mémoire de John Mandereau intitulé *Étude des ensembles homométriques et leur application en théorie mathématique de la musique et en composition assistée par ordinateur*, Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, juin 2009.
- Codirection (avec Francesca Acquistapace, Département de mathématiques de l’Université de Pise) du mémoire de « tesi di laurea » de Léone Slavich intitulé *Strutture algebriche e topologiche nella musica del XX° secolo*, mai 2010.
- Direction du mémoire de Guillaume Lachaussee intitulé *Théorie des ensembles homométriques*, Master 1 de mathématiques, Ecole Polytechnique, juin 2010.
- Codirection (avec Carlos Agon, Jean-Louis Giavitto, Antoine Spicher et Olivier Michel) du mémoire de Louis Bigo intitulé *Utilisation de la programmation spatiale pour l’analyse et la représentation symbolique musicale*, Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, septembre 2010.
- Codirection (avec Carlos Agon et Emmanuel Amiot) du mémoire de Pierre Beauguitte intitulé *Transformé de Fourier discrète et structures musicales*, Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, juin 2011.
- Codirection (avec Jean-Louis Giavitto, CNRS et Wiebke Drenckhan, LPS-CNRS-université Paris Sud) du mémoire de Martin Potier intitulé *De la sonification à la « musification » de systèmes complexes*, Master MPRI, Université Paris Diderot, 6 septembre 2012.

### 4.3 Organisation de conférences et de colloques<sup>26</sup>

- Conférence « Produire le temps<sup>27</sup> », Ircam, 14-15 juin 2012.
- Conférence « Mathematics and Computation in Music » (MCM 2011). La troisième conférence internationale MCM 2011, dont j’ai assuré l’organisation en qualité de *General Chair*, a eu lieu du 15 au 17 juin 2011 à l’Ircam – Centre Georges Pompidou et a été intégrée dans l’événement le plus important de la saison artistique de l’Ircam, le Festival Agora (8 au 18 juin 2011). Comme pour les deux conférences précédentes (à Berlin en 2007 et à Yale en 2009), la troisième conférence internationale MCM a constitué une plateforme multidisciplinaire dédiée à la communication et aux échanges d’idées entre les acteurs impliqués dans l’application des mathématiques à la musique, l’informatique musicale, la théorie de la musique, la composition, la musicologie et les autres disciplines liées. Les quatre conférenciers invités ont été le compositeur et chef d’orchestre Pierre Boulez, le mathématicien Alain Connes (IHES), médaille Fields de mathématiques et professeur au Collège de France, le philosophe Alain Badiou et le mathématicien et informaticien Stephen Wolfram<sup>28</sup>. La conférence MCM 2011 a donné lieu à une publication chez Springer (LNCS/LNAI 6726).
- Journée interdisciplinaire « Mathématiques et Musique », IRMA, Strasbourg, 7 avril 2011 (en collaboration avec Athanase Papadopoulos)
- Symposium « Sentiers qui bifurquent. Rencontres pluridisciplinaires sur la complexité dans les arts et la science<sup>29</sup> », Ircam, Centre Pompidou, 10-12 juin 2009.
- Symposium « Musique et Cognition. Autour de l’apport de John Sloboda<sup>30</sup> » (Ircam, 23 janvier 2009), co-organisé avec Irène Deliège (European Society for the Cognitive Sciences of Music).
- Workshop MMI 2008 « Matematica/Musica & Informatica » (Université de Pise, 24-25 octobre 2008), co-organisé avec F. Broglia (département de mathématiques de l’université de Pisa), avec le soutien de la Scuola Galilei et de l’université de Pise.
- Symposium « Autour de la théorie générative de la musique tonale de Fred Lerdahl et Ray Jackendoff<sup>31</sup> » (ENS et Ircam, 11-12 janvier 2008).
- Colloque International « Hommage à Elliott Carter (Des ponts vers l’Amérique II)<sup>32</sup> », co-organisé par le Centre de Recherche sur les Arts et le Langage (EHESS-CNRS) et l’Ircam-Centre Pompidou avec le soutien du CNRS et de la Fondation Paul Sacher.
- Colloque International « Mélodie et fonction mélodique comme objets d’analyse<sup>33</sup> » (Ircam 17-18 octobre 2006), organisé en collaboration avec la société française d’analyse musicale.
- Journée d’études et concert en hommage à David Lewin, musicologue et compositeur américain David Lewin<sup>34</sup> (samedi 13 mai 2006, Conservatoire Hector Berlioz de Paris), co-organisée avec Xavier Hascher (Université de Strasbourg) et Jean-Michel Bardez (Société française d’analyse musicale).
- Autour de la *Set Theory*. Rencontre musicologique franco-américaine, Ircam 15-16 Octobre 2003. Les actes du colloque ont été ensuite édités en version bilingue (français et anglais), sous la direction de Moreno Andreatta, John Rahn et Jean-Michel Bardez dans la Collection « Musique/Sciences<sup>35</sup> ».

---

<sup>26</sup> En dehors des Séminaires MaMuX et *mamuphi* (cf. **sections 4.2.1** et **4.2.2**).

<sup>27</sup> <http://manifeste.ircam.fr/1067.html?cycle=191>

<sup>28</sup> Pour plus d’information sur la conférence MCM 2011, incluant la liste des membres du comité scientifique, voir à l’adresse : <http://mcm2011.ircam.fr/>

<sup>29</sup> <http://agora2009.ircam.fr/symposium.html>

<sup>30</sup> <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/ProgramSympSloboda.pdf>

<sup>31</sup> <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/ProgrammeSympAbstracts.pdf>

<sup>32</sup> <http://recherche.ircam.fr/carter/>

<sup>33</sup> <http://www.ircam.fr/139.html?cycle=101>

<sup>34</sup> <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/documents/JourneeDavidLEWIN.pdf>

<sup>35</sup> <http://www.ircam.fr/598.html>

## 5 Collaborations scientifiques et artistiques<sup>36</sup>

- **Edoardo Acotto**, département d’informatique, université de Turin. Application des modèles mathématiques aux sciences cognitives.
- **Francesca Acquistapace**, département de mathématiques, université de Pise. Codirection de deux travaux d’étudiants au niveau Master 2 (Fidanza, 2008 ; Slavich, 2010).
- **Carlos Agon**, chercheur en informatique, Ircam. Conception et réalisation de l’environnement *MathTools* en *OpenMusic*, le langage de programmation visuelle pour la composition assistée par ordinateur développé à l’Ircam. Ce module logiciel, disponible à partir de la version 5.0 d’*OpenMusic*, présente notamment pour la première fois de façon cohérente les diverses approches algébriques en ce qui concerne les outils set-théoriques (**section 3.2.1**), la construction des canons rythmiques mosaïques (voir **section 3.2.2**), la théorie des suites périodiques et le calcul des différences finies (**section 3.2.3**), l’utilisation de la DFT pour l’étude de l’homométrie (**section 3.2.4**), les approches diatoniques (et en particulier le modèle computationnel de la cloche diatonique (**section 3.2.5**)). Présentation de cet environnement dans le cadre de plusieurs conférences, Workshops et *Tutorials* (voir **section 7.3**).
- **Charles Alunni**, directeur du laboratoire « Pensée des sciences » de l’Ecole normale supérieure. Codirection du séminaire *mamuphi* (Mathématique/Musique et Philosophie). Voir **section 4.2.2**.
- **Emmanuel Amiot**, mathématicien, professeur CPGE à Perpignan. De multiples collaborations autour de différents sujets, en particulier canons rythmiques mosaïques (**section 3.2.2**), utilisation de la DFT pour l’étude de l’homométrie (**section 3.2.4**) et des théories diatoniques (**section 3.2.5**).
- **Gérard Assayag**, chercheur en informatique et responsable équipe représentations musicales de l’Ircam. Mise en place et intégration de la composante musicologique computationnelle au sein de l’équipe Représentations Musicales (en particulier à partir du projet **MISA**, cf. **section 3.2**).
- **Pierre Audétat**, conservatoire de musique de Lausanne. Collaboration autour de l’étude et implémentation de la cloche diatonique en *OpenMusic* (**section 3.2.5**).
- **Pierre Audin**, médiateur scientifique au Palais de la Découverte. Collaboration dans la conception et organisation des manifestations grand public sur mathématiques et musique au Palais de la Découverte (dans le cadre de la conférence MCM 2011, cf. **section 5.3**).
- **Georges Bloch**, compositeur, CNSMDP. Utilisation des modélisations des canons rythmiques mosaïques, et en particulier des canons de Vuza, pour plusieurs projets compositionnels (Bloch 2006) et communications dans des Workshops internationaux (voir **section 3.2.2**).
- **Jean Bresson**, informaticien, équipe Représentations musicales de l’Ircam. Modélisations informatiques des structures algébriques en *OpenMusic* et co-organisation des séminaires MaMuX (à partir d’octobre 2011).
- **Fabrizio Broglia**, département de mathématiques, université de Pise. Ouverture du premier cours au niveau doctoral en Italie sur mathématiques et musique (voir **section 5.1**) et coorganisation d’un Workshop international « Mathématiques/Musique et Informatique » (voir **section 5.3**).
- **Claude Bruter**, mathématicien et Président de l’ESMA (European Society for Mathematics and Arts). Collaboration dans la conception de l’exposition « Mathématique et Art » (Palais de la Découverte, juillet-septembre 2011).
- **Irène Deliège**, psychologue de la musique et fondatrice de l’ESCOM (European Society for Cognitive Science applied to Music). Coorganisation de deux colloques internationaux (voir **section 5.3**) et codirection d’un numéro spéciale de revue (Andreatta et Deliège, 2010).
- **Andrée C. Ehresmann**, mathématicienne, professeur émérite à l’université de Picardie-Jules Verne et directeur du journal international *Cahiers de Topologie et Géométrie Différentielle Catégorique*. Co-organisation d’une série d’interventions au séminaire MaMuX sur les systèmes évolutifs à mémoire et leur application en analyse musicale (v.

---

<sup>36</sup> Je liste uniquement les collaborations qui ont donné lieu à de publications, communications collectives dans des conférences internationales, projets artistiques ou musicaux utilisant les modèles développés, codirection de mémoires d’étudiants et co-organisation de Symposia, Workshops et séminaires d’étude.

- **Harald Friepertinger**, mathématicien, université de Graz, Autriche. Collaboration autour du problème de la classification des canons rythmiques mosaïques (voir **section 3.2.2**).
- **Bernhard Ganter**, mathématicien, directeur de l’Institut d’Algèbre, TU-Dresden. Collaboration (en cours) dans le cadre de l’analyse formelle des concepts et structures conceptuelles appliquées à la musique (Ganter et Wille, 1999 ; Andreatta, 2012)
- **Daniele Ghisi**, compositeur, département de mathématiques, université de Milan Bicocca. Collaboration autour des relations entre relation  $Z$  en théorie des ensembles des classes de hauteurs et l’homométrie (Mandereau *et al.*, 2011a, b).
- **Jean-Louis Giavitto**, informaticien, équipe Représentations musicales de l’IRCAM. Co-organisation d’une séance du séminaire MaMuX autour de la programmation spatiale, un sujet qui a donné lieu aussi à une codirection d’un mémoire de Master (Bigo, 2010).
- **René Guitart**, mathématicien, université Paris 7. Travail sur la formalisation catégorielle de la créativité (en collaboration avec Andrée Ehresmann et Guerino Mazzola).
- **Franck Jedrzejewski**, mathématicien, CEA Saclay. De multiples collaboration, allant de la classifications des canons de Vuza (**section 3.2.2**, voir Andreatta et Agon, 2009) aux block-designs (**section 3.2.6**, voir Jedrzejewski *et al.*, 2009).
- **Tom Johnson**, compositeur, Paris. Travail de collaboration sur l’étude du « pavage de la ligne » (*tiling of the line*) et des block-designs en composition (Jedrzejewski *et al.*, 2009).
- **Julien Junod**, université de Zürich / Ircam. Etude des théories diatoniques à l’aide de la DFT et modélisation computationnelle de la « cloche diatonique » (Junod *et al.*, 2009).
- **Mihalis Kolountzakis**, département de mathématiques, université de Crète. Recherche de nouveaux algorithmes pour le calcul des factorisations d’un groupe cyclique de type non-Hajós en deux sous-ensembles non-périodiques. Voir Andreatta et Agon (2009).
- **Fabien Lévy**, compositeur et musicologue, université de Columbia, New York. Première utilisation du modèle des canons de Vuza pour une pièce d’orchestre (*Coïncidences*, 1999) et utilisation de la théorie du pavage dans le cadre de plusieurs compositions. Voir **section 3.2.2**.
- **John Mandereau**, département de mathématiques, université de Pisa / université Paris 6. Généralisation de la théorie des ensembles homométriques dans le contexte d’un système d’intervalles généralisés (Mandereau *et al.*, 2011). Recherche en cours sur l’application des systèmes évolutifs à mémoire pour l’analyse musicale dans le cadre de sa thèse de doctorat en informatique, dont j’assure la direction.
- **Mate Matolcsi**, Rényi Institute, Budapest. Recherche de nouveaux algorithmes pour les canons de Vuza à partir de la représentation du pavage en termes de transformée de Fourier (Andreatta et Agon, 2009).
- **Guerino Mazzola**, MultiMedia Lab de Zürich / Université de Minnesota. Premières généralisations de l’approche transformationnelle en analyse musicale à l’aide de la théorie des catégories (Mazzola et Andreatta, 2006). Utilisation du cadre catégoriel pour une ébauche d’une théorie générale des gestes en musique (Mazzola et Andreatta, 2007).
- **François Nicolas**, compositeur (ENS et Ircam). Codirection du séminaire *mamuphi* (Mathématique/Musique et Philosophie) et de l’école de mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens (**sections 4.2.2 et 4.2.3**).
- **Thomas Noll**, professeur de théorie de la musique à l’ESMuC de Barcelone et rédacteur en chef (avec Robert Peck) du *Journal of Mathematics and Music*. Collaboration autour des théories des pavages en musique (en particulier les « canons augmentés », voir Noll et al, 2001).
- **John Rahn**, université de Washington à Seattle, Etats-Unis. Edition des actes du colloque « Autour de la Set Theory », un ouvrage qui fait référence dans le domaine des rapports entre *Set Theory* et théories transformationnelles (Andreatta *et al.*, 2008).
- **Isabelle Viaud-Delmon** (chercheur CNRS, équipe espaces acoustiques et cognitifs de l’Ircam). Collaboration autour de la thématique « Mathématiques/Musique et Cognition » (**section 7.1**). Voir également Andreatta et Deliège (2010).
- **Dan Tudor Vuza**, Institute of Mathematics of the Romanian Academy, Roumanie. Collaborations autour des canons rythmiques mosaïques (**section 3.2.2**) et des suites périodiques (premiers algorithmes pour la factorisation de toute suite périodique en somme directe d’une suite réductible et d’une suite reproductible. Cf. **section 3.2.3**).

## 6 Animation et gestion de la recherche

### 6.1 Responsable du projet « Mathématiques/Musique & Cognition »

Ce projet, financé par l'AFIM (Association Française d'Informatique Musicale) pendant la période 2007-2009, a tout d'abord permis d'envisager l'un des aspects qui est resté jusqu'à présent très peu étudié dans le cadre du projet MISA, à savoir le problème des ramifications cognitives et perceptives d'une approche algébrique en musique. Il s'agit d'un axe de recherche qui est désormais intégré dans les domaines des recherches de l'UMR 9912 (STMS). Liste des journées d'étude et Symposia organisées dans le cadre des activités du groupe de travail<sup>37</sup> :

- Symposium « Autour de la théorie générative de la musique tonale de Fred Lerdahl et Ray Jackendoff » (ENS et Ircam, 11-12 janvier 2008). Avec la participation de Nicolas Meeùs (PLM, Université Paris IV), Costas Tsougras (Aristotle University of Thessaloniki), Ray Jackendoff (Tufts University), Fred Lerdahl (Columbia University), Irène Deliège (ESCOM, Université de Liège), Michael J. Bruderer (Technical University of Eindhoven), Thomas Noll (ESMuC, Barcelona), Emiliós Cambouropoulos (Department of Music Studies Aristotle University of Thessaloniki), Rob Seward (artiste et informaticien) Geraint A. Wiggins, Marcus Pearce et Daniel Müllensiefen (Centre for Cognition, Computation & Culture/Department of Computing, Goldsmiths' College, University of London). Symposium co-organisé avec Irène Deliège (ESCOM) et actes publiés dans un numéro spécial de la revue *Musicae Scientiae* (Andreatta et Deliège, 2010).
- Journée d'étude sur les théories diatoniques (Ircam, 25 avril 2008), avec la participation de Eytan Agmon (Dept. of Music, Bar-Ilan University, Israel), Emmanuel Amiot (mathématicien, Perpignan), Thomas Noll (ESMuC, Barcelona), Julien Junod (Ircam/ Université de Paris VI) et Pierre Audétat (Conservatoire de Lausanne).
- Journée d'étude sur les systèmes évolutifs à mémoire, avec la participation de Andrée C. Ehresmann et Jean-Paul Vanbremeersch (Ircam, Vendredi 17 janvier 2009). Le sujet de cette journée d'étude constituera l'un des axes de recherches futures (voir **section 8.2.3** du projet de recherche).
- Symposium « Musique et Cognition. Autour de l'apport de John Sloboda » (Ircam, 23 janvier 2009). Avec la participation de Jane Ginsborg (Royal Northern College of Music, Manchester, UK), Daniel Müllensiefen and Geraint A. Wiggins (Centre for Cognition, Computation and Culture Goldsmiths, University of London), Mario Baroni, Rossana Dalmonte, Roberto Caterina (Univ. Bologna et Trente, Italie), Michel Imberty (Université de Paris X, Nanterre), Nicholas Cook (Royal Holloway, Centre for the History and Analysis of Recorded Music, CHARM), Barbara Tillmann (CNRS, UMR 5020, Lyon), Emmanuel Bigand (LEAD/CNRS UMR 5022, Dijon), Adam Ockelford (Southlands College, Roehampton University, London), Richard Parncutt (Univ. Graz, Austria), John Sloboda (Univeristy of Keele and Royal Holloway, University of London).
- Journée d'étude sur la transformée de Fourier discrète (DFT) dans l'étude de la perception musicale (Ircam, 3 avril 2009). Avec la participation d'Emmanuel Amiot (mathématicien), Isabelle Viaud-Delmon (chercheur CNRS, équipe espaces acoustiques et cognitifs, Ircam) et Carlos Agon (chercheur en informatique, Ircam). La mise en place de tests perceptifs à partir de la représentation des structures musicales via la DFT, aussi bien pour les rythmes que pour les hauteurs, est l'un des objectifs à court terme des recherches que nous envisageons dans les années à venir (voir **section 8.1.3** du projet de recherche).

---

<sup>37</sup> Le rapport du groupe de travail « Mathématiques/Musique & Cognition » est disponible à l'adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/Cognition.html>

## 6.2 Responsable du projet « Géométrie de l’Interaction et Musique<sup>38</sup> » (GdIM)

Ce projet, qui s’est déroulé pendant la période 2009-2010, a eu pour objectif d’étudier les champs d’applications possibles de la géométrie de l’interaction de Jean-Yves Girard à l’informatique musicale. À la différence des paradigmes de programmation traditionnels en informatique musicale (programmation logique et fonctionnelle, calcul concurrent, ...), dont la composante logico/informatique prime sur les enjeux proprement mathématiques, la géométrie de l’interaction postule une primauté des constructions mathématiques (théorie des opérateurs et algèbres de von Neumann) sur la logique. Parmi les entreprises majeures qui ont accompagné la mathématisation de la logique au XX<sup>e</sup> siècle, la logique linéaire et, plus récemment, la géométrie de l’interaction occupent une place tout à fait singulière, notamment en ce qui concerne le postulat de la primauté de la pensée mathématique sur la pensée logique. En contraposition explicite aux constructions logiques traditionnelles (des logiques non monotones aux logiques épistémiques), la géométrie de l’interaction de Jean-Yves Girard entreprend de refonder la logique en la formalisant dans le cadre de la géométrie contemporaine, à l’aide d’outils mathématiques tels les algèbres de von Neumann ou la géométrie non commutative d’Alain Connes, qui deviennent les fondements théoriques de la logique même, en induisant ainsi un véritable « tournant géométrique » dans la discipline<sup>39</sup>. En d’autres termes, la logique n’est plus posée comme *constituante* des mathématiques, mais *constituable* à partir d’elles, ce qui comporte une remise sur pied de la dialectique mathématiques/logique, les premières servant de socle à la seconde (et non plus l’inverse). Cela entraîne, avant tout, une prise de distance par rapport au paradigme langagier qui a dominé la réflexion sur les fondements de la logique au cours du XX<sup>e</sup> siècle. La logique n’est plus concentrée sur la question de la véracité des énoncés mais il s’avère nécessaire d’aller au-delà de la conception ensembliste de la théorie des modèles présupposant l’existence autonome d’un modèle à partir de quoi se constitue une théorie selon une dualité du type syntaxe/sémantique.

Le projet GdIM explore les possibilités d’une réactivation de la logique musicale au moyen de la géométrie de l’interaction et des nouvelles perspectives que cette dernière ouvre dans l’informatique musicale. Si l’application de la géométrie de l’interaction à la musique et à l’informatique musicale reste conjecturale, il y a, cependant, dans une telle démarche des points qui nous semblent déjà très prometteurs. L’évolution de la théorie musicale au cours des dernières décennies indique clairement la présence d’une composante « algébrique » qui a accompagné progressivement les recherches liées à la modélisation, formalisation et représentations géométriques des structures musicales, aussi bien d’un point de vue théorique que dans les aspects liés à l’informatique musicale.

L’application de la théorie des catégories et des topoi en musique et en informatique musicale, qui représente l’une des réussites majeures des théories mathématiques de la musique<sup>40</sup>, n’a cependant pas contribué, sauf de rares exceptions<sup>41</sup>, à ouvrir une véritable réflexion sur la dimension logique en musique. Dans la conception de Jean-Yves Girard, qui relègue l’approche de la logique par la théorie des catégories au « deuxième sous-sol » (ou niveau -2 de l’édifice conceptuel), la logique a affaire à la forme (à la « morphologie ») des raisonnements-démonstrations-déductions-développements vus comme jeux (dont les enjeux véritables ne sont pas logiquement pris en compte).

Le but essentiel - qu’il appelle « interaction » - est que la dualité à laquelle la logique a à faire (celle, par exemple des preuves et des formules) n’est plus conçue comme formalisation d’une réalité autonome préexistante et indifférente à cette formalisation mais comme autoengendrée par

---

<sup>38</sup> Projet réalisé dans le cadre des programmes PEPS Interaction Math-ST2I. Pour plus d’informations sur ce projet ainsi que pour le programme détaillé des différentes séances, voir à l’adresse :

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/PEPS-GdIM.html>

<sup>39</sup> Cf. Girard (2006, 2007). Pour une présentation didactique de ces questions mathématiques, en vue d’une première tentative d’établir des liens avec la musique, nous renvoyons à la présentation de Yves André dans le cadre de « l’école mathématique pour musiciens et d’autres non-mathématiciens » organisée par l’Ircam et l’ENS (André, 2006-2009) :

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/EcoleYA.html>

<sup>40</sup> Mazzola G. (2002).

<sup>41</sup> Voir, en particulier, l’intervention de Thomas Noll intitulée « Logics and Mathematical Music Theory », Séminaire *mamuphi*, 5 décembre 2009 (<http://www.entretiens.asso.fr/maths/>).

*polarisation*<sup>42</sup>. Il découle de cette nouvelle approche de la logique que la preuve sera conçue comme espace de travail immanent et non plus comme ajustement à une véridicité exogène.

Ceci pourrait avoir des conséquences importantes dans une discipline, la musique, dont on a désormais abondamment étudiés les enjeux mathématiques sans pourtant arriver à proposer des outils théoriques nouveaux pour étudier ses rapports profonds avec la logique. Liste des journées d’étude organisées dans le cadre des activités du groupe de travail « Géométrie de l’Interaction et Musique » :

- « Géométrie de l’interaction et musique » (Samedi 9 mai 2009). Avec la participation de Yves Lafont (Faculté des Sciences de Luminy & Institut de Mathématiques de Luminy), Thierry Paul (CNRS, DMA - Ecole Normale Supérieure), Carmine Emanuele Cella (Université de Siena / Ircam) et François Nicolas (ENS/Ircam).
- « Géométrie de l’information et musique » (Samedi 10 octobre 2009). Avec la participation de Arshia Cont (Ircam), Hichem Snoussi (Université de Troyes), Arnaud Dessain (Ircam), Frédéric Barbaresco (Thales). Voir également la **section 8.2.3** du projet de recherche.
- « Autour de la géométrisation de la logique et de l’informatique musicale » (Vendredi 13 novembre 2009). Journée organisée en collaboration avec l’équipe « Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes » (IBISC, FRE 3190), Université d’Evry Val d’Essonne, Genopole. Avec la participation de Jean-Louis Giavitto, Olivier Michel, Antoine Spicher. Voir également la **section 8.2.2** du projet de recherche.
- « Approche fonctorielle en informatique musicale » (Vendredi 4 décembre 2009). Avec la participation de Gérard Milmeister (University of ETH, Switzerland), Florian Thalman (School of Music, University of Minnesota), Thomas Noll (ESMuC, Barcelona / TU-Berlin) et Guerino Mazzola (School of Music, University of Minnesota).
- « Représentations pour l’informatique musicale : graphes et S-langages » (vendredi 12 mars 2010). Avec la participation de Yannis Manoussakis (University Paris-Sud, Orsay), Fivos Maniatakos (Ircam/ Université Paris 6), Gilles Baroin (doctorant, université de Toulouse II – Le Mirail), Sylviane R. Schwer (Université Paris-Nord UMR CNRS 7030), Antoine Allombert (LABRI / équipe RepMus).
- « Espaces de Chu et musique » (vendredi 9 avril 2010). Avec la participation de Vaughan Pratt (Stanford University), Paul-André Melliès (CNRS-PPS Jussieu), Timothy Porter (University of Wales, Bangor). L’intégration de cette construction mathématique dans la modélisation informatique des structures musicales via la programmation spatiale et les contraintes concurrentes, fait partie des objectifs à moyen terme pour les recherches futures (voir **section 3.2.2** du projet de recherche).

### 6.3 Responsable de l’environnement informatique « MathTools »

Je suis responsable de la conception et réalisation de l’environnement informatique « MathTools » en *OpenMusic*, le langage de programmation visuelle pour l’analyse et la composition assistées par ordinateur développé à l’Ircam. Ce module logiciel, développé en collaboration avec Carlos Agon (informaticien, équipe Représentations Musicales) et disponible à partir de la version 5.0 d’*OpenMusic*, présente notamment pour la première fois de façon cohérente les diverses approches algébriques en ce qui concerne les outils set-théoriques (**section 3.2.1**), la construction des canons rythmiques mosaïques (**section 3.2.2**), la théorie des suites périodiques et le calcul des différences finies (**section 3.2.3**), l’utilisation de la DFT pour l’étude de l’homométrie (**section 3.2.4**), les approches diatoniques (et en particulier le modèle computationnel de la cloche diatonique (**section 3.2.5**)). L’environnement « MathTools », fruit d’une collaboration avec plusieurs mathématiciens et informaticiens (dont Emmanuel Amiot, Thomas Noll, Franck Jedrzejewsky, Guerino Mazzola, Dan Tudor Vuza, ...), a été présenté dans le cadre de plusieurs conférences internationales, Workshops, *Tutorials* et séminaires, en particulier :

---

<sup>42</sup> Au sens défini par Jean-Yves Girard dans le chapitre 12 du deuxième volume du *Point aveugle* (Girard 2007).

- M. Andreatta, « Learning Mathematics through Music ». Invited Panel, « Taking e-Learning music experiences as a paradigm for multimedia applications », TICE 2012, Lyon, 11-13 Décembre 2012.
- M. Andreatta et C. Agon, « Some OpenMusic-based Computational Models in Computer-Aided Music Theory and Analysis », EUROMAC, VII European Music Analysis Conference, Rome, 29 septembre – 2 octobre, 2011.
- M. Andreatta, « Quelques MathTools pour la combinatoire rythmique », séminaire de composition, Cursus 1, Ircam, 20 janvier 2010.
- M. Andreatta, C. Agon, « A Tutorial on Mathematical Models in Computer-Aided Music Theory, Analysis and Composition via OpenMusic », *Mathematics and Computation in Music Conference*, Yale University, 19-22 juin 2009.
- M. Andreatta, « Quelques MathTools pour l’étude combinatoire du rythme », Journée d’étude sur les *Outils pour la formalisation de la pensée rythmique*, Cursus 2, 29 octobre 2008.
- M. Andreatta, « Introduction to OpenMusic and the ‘MathTools’ Environment for computer-aided music theory, analysis and composition », conférence dans le cadre du *Interdisciplinary Program in Collaborative Arts*, School of Music, Université de Minnesota, 22 octobre 2007 (sur invitation de Michael Cherlin et Guerino Mazzola).
- C. Agon, M. Andreatta, « OpenMusic Tutorial », Workshop organisé par le CCT (Center for Computation and Technology), Louisiana State University, 10 novembre 2006.
- M. Andreatta, C. Agon, « The MathTools environment: a Paradigmatic architecture for computer-aided music analysis and composition », Brock University à St. Catharines, Ontario, 6 juin 2006.
- M. Andreatta et C. Agon, « A tutorial on algebraic-oriented paradigmatic music analysis and composition in OpenMusic visual programming language », Fourth Musicnetwork Open Workshop – Integration of Music in Multimedia Applications, Barcelone, septembre 2004.

#### 6.4 Participation à des travaux d’expertise

- Membre invité pour le meeting d’experts sur « Creativity », FET (Future and Emerging Technologies) Proactive – FP7, Bruxelles, 28 novembre 2011
- Travaux d’expertise pour la British Academy, le Fond national Suisse, l’Institut d’études avancées Paris/IAS-Paris et le Conseil Régional de l’Aquitaine
- Membre invité pour le comité de sélection pour un poste MCF avec chaire CNRS, section 27, informatique au LaBRI (mai 2011)
- Reviewer pour des conférences internationales (International Computer Music Conference, Sound and Music Computing, Mathematics and Computation in Music)
- Reviewer pour des revues à comité de lecture (*Journal of Mathematics and Music*, *Journal of New Music Research*, *Musimédiane*, *Advances in Complex Systems*).

**PROJET DE RECHERCHE  
(2012-2016)**

## 7 Résumé du programme de recherche et mots clés

L’application de l’informatique à la musique pose des problèmes mathématiques difficiles, en particulier pour leur formalisation constructive et leur résolution algorithmique. Ce projet, dans la continuité de mon projet de recherche **MISA** (Modélisation Informatique des Structures Algébriques)<sup>43</sup>, retenu par le CNRS, poursuit l’étude des problèmes musicaux encore ouverts en mathématiques (comme la construction des canons rythmiques mosaïques et ses liens avec la conjecture spectrale, la relation Z en théorie des ensembles de classes des hauteurs et ses liens avec l’homométrie et le problème de la reconstruction de la phase)<sup>44</sup> et aborde les problèmes nouveaux soulevés par la formalisation algébrique et catégorielle des structures et processus musicaux. Nous souhaitons pour cela utiliser des outils mathématiques et informatiques bien connus dans le domaine des relations entre mathématiques et musique (transformée de Fourier discrète, catégorie des graphes dirigés, théorie des langages formels, ...) mais aussi des outils dont l’application au domaine est encore embryonnaire (programmation spatiale, analyse formelle des concepts, calcul parallèle, contraintes concurrentes, calcul massif, ...).

La modélisation informatique des problèmes théoriques posés par la musique ouvre également de questions nouvelles concernant les interactions entre recherche « mathémusicale » et les autres disciplines, en particulier les sciences cognitives et la philosophie.

Parallèlement à la dimension de recherche académique, le projet vise à renforcer les activités pédagogiques liées à la transmission des connaissances, en direction aussi bien la communauté des scientifiques que de celle des musiciens et du grand public.

Le projet proposé s’inscrit de façon naturelle au sein des activités de recherche de l’UMR 9912 STMS (Sciences et Technologies de la Musique et du Son), laboratoire dans lequel j’aimerais poursuivre mes recherches futures.

**Mots clés :** modèles algébriques, théorie des catégories, programmation spatiale, analyse formelle des concepts, systèmes évolutifs à mémoire, structuralisme phénoménologique.

## 8 Descriptif et objectifs du programme de recherche proposé

Le projet que je propose pour les années à venir s’inscrit dans le prolongement des activités de recherche que je mène depuis 1998 au sein de l’équipe Représentations Musicales de l’IRCAM (UMR STMS), mais dont l’origine, comme je l’ai montré dans mon rapport d’activités, remonte au début des années 1990. L’une des préoccupations qui animent mon activité de recherche, est de renverser la perspective traditionnelle de l’application des mathématiques à la musique. Il s’agit de partir de certains problèmes théoriques posés par la musique susceptibles d’intéresser les mathématiciens et de donner lieu à de nouveaux résultats en mathématiques notamment via un processus de généralisation. Ces résultats ont, à leur tour, des applications tout à fait nouvelles dans le domaine de la musique, en particulier grâce à l’intégration systématique des résultats théoriques obtenus dans des environnements informatiques innovants pour la théorie musicale, l’analyse et la composition. Ce double mouvement, de la musique à la formalisation mathématique et des généralisations mathématiques aux applications musicales via la modélisation informatique, constitue l’essence de ce que j’ai proposé d’appeler une dynamique « mathémusicale » (Andreatta, 1996 ; 2003). La Fig. 5 décrit de façon schématique le double mouvement d’une dynamique mathémusicale et le rôle de la modélisation informatique dans l’application des résultats mathématiques au domaine musical.

---

<sup>43</sup> Voir la **section 3.1.3** du rapport d’activités.

<sup>44</sup> Voir les **sections 3.2.2** et **3.2.4** du rapport d’activités.

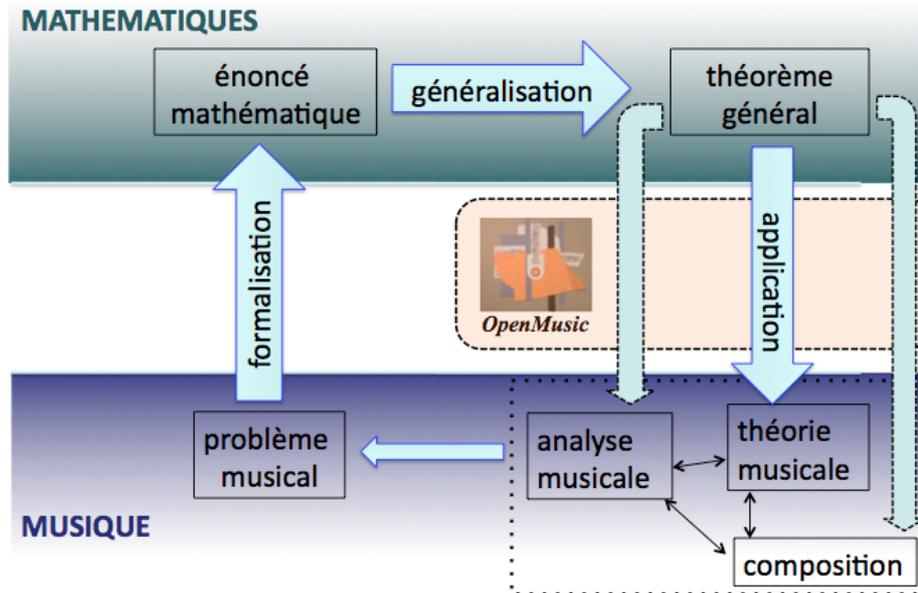


Fig. 5 : Schéma détaillant le double mouvement d’une dynamique mathémusicale dans le cas d’un problème musical formalisé et ensuite généralisé en vue d’une application au domaine de la théorie musicale, de l’analyse et de la composition assistées par ordinateur. Les applications de tous nos résultats ont été intégrées dans l’environnement *OpenMusic*, un langage de programmation visuelle pour la musique développé par l’équipe Représentations musicales de l’IRCAM et diffusé auprès de plus d’un millier d’utilisateurs (compositeurs, musiciens, chercheurs, enseignants, ...).

**Objectifs à court terme.** L’un des objectifs principaux de mon projet de recherche est celui de poursuivre l’exploration de cette dynamique à la fois d’un point de vue théorique mais aussi en ce qui concerne le rôle de l’informatique dans le processus de modélisation des structures algébriques et catégorielles en musique et leur application dans d’autres disciplines, en particulier dans l’étude de la cognition et de la perception musicales.

D’un point de vue théorique, il s’agit tout d’abord de trouver les outils mathématiques les plus appropriés pour formaliser les différents problèmes posés par la musique dans l’espoir de contribuer ainsi à la solution de quelques conjectures ouvertes en recherche mathémusicale (conjecture spectrale, problème de la reconstruction de la phase, ...). Pour cela, nous proposons initialement d’élargir les formalisations algébriques réalisées jusqu’à présent à l’aide de la transformée de Fourier discrète (DFT), un outil dont nous avons commencé à mettre en évidence la puissance de généralisation en particulier pour la démarche transformationnelle<sup>45</sup> en analyse musicale (Andreatta et Agon, 2010 ; Mandereau *et al.* 2011a, 2011b).

Parallèlement à la dimension théorique, nous proposons d’aborder l’étude computationnelle de l’analyse transformationnelle à travers l’utilisation d’un nouveau paradigme pour l’informatique musicale : la programmation spatiale (Bigo 2010 ; Andreatta *et al.* 2011). Les premières tentatives d’application de la programmation spatiale en informatique musicale, par exemple, montrent la pertinence de ce paradigme de programmation qui permet de résoudre des problèmes classiques en théorie musicale (comme, par exemple, la recherche des séries tous-intervalles, i.e. séries dodécaphoniques dont les douze notes musicales sont séparées par onze intervalles différents) en changeant complètement le point de vue, et cela en définissant de manière constructive l’espace dont les points sont les solutions du problème étudié (Bigo *et al.* 2010).

L’utilisation de la DFT en théorie musicale ainsi que la modélisation informatique des processus analytiques à travers la programmation spatiale ont des retombées intéressantes pour l’étude de la perception et cognition musicales, notamment via l’analyse formelle des concepts (Ganter et Wille, 1999 ; Andreatta, 2012b), une branche des mathématiques appliquées dont l’étude fait partie des objectifs à moyen et long terme de notre projet de recherche.

<sup>45</sup> Pour une présentation succincte des travaux de recherche menés autour de la *Set Theory* et de l’approche transformationnelle en analyse musicale, voir en particulier la **section 3.2.1** du rapport d’activités.

**Objectifs à moyen terme.** Dans un deuxième temps, l’extension du cadre théorique pourra s’appuyer sur une utilisation des structures algébriques faibles (tels les semi-groupes), dont les langages formels représentent une composante informatique ayant déjà montré sa pertinence dans la modélisation algébrique des structures musicales (Chemillier 1987), ainsi que des structures d’ordre, à la base de l’analyse formelle des concepts (Ganter et Wille, 1999). Plusieurs travaux autour de la combinatoire des mots en musique montrent l’utilité de poursuivre la première voie pour obtenir des modèles informatiques des nouveaux problèmes théoriques étudiés. Cette démarche a également connu un regain d’intérêt dans la communauté des théoriciens de la musique à la fois comme un outil de formalisation de résultats connus dans la tradition diatonique américaine<sup>46</sup> mais également comme une approche nouvelle en théorie mathématique de la musique<sup>47</sup>.

Nous voulons également étudier les relations entre la théorie des langages formels et d’autres paradigmes de programmation pour la musique (à savoir la programmation spatiale, le calcul parallèle, les contraintes concurrentes et le calcul massif, ...). En effet, il est désormais clair qu’une piste privilégiée pour résoudre plusieurs problèmes ouverts est celle du recours à des modèles computationnels capables de limiter l’explosion combinatoire. C’est, par exemple, le cas du lien entre les canons de Vuza, dont le problème d’établir un catalogue exhaustif demeure ouvert précisément à cause de la nature combinatoire du problème, et la conjecture spectrale. Nous savons maintenant<sup>48</sup> qu’un éventuel contre-exemple de la conjecture spectrale en dimension  $n=1$  ne peut qu’appartenir à la classe des factorisations d’un groupe cyclique en deux sous-ensembles non-périodiques, factorisations qui permettent précisément d’obtenir des canons de Vuza. On peut ainsi espérer que le recours à tous ces paradigmes de programmation dont l’application au domaine musical reste embryonnaire ainsi qu’à des architectures innovantes pourra permettre d’aborder de façon nouvelle des problèmes mathémusicaux ouverts ainsi que d’autres problèmes théoriques qui se seront entretemps posés dans notre activité de recherche.

Ces paradigmes de programmation pourront permettre également d’établir des modèles computationnels des multiples formalisations catégorielles qui ont été proposées jusqu’à présent pour la musique. Le formalisme catégoriel sera en effet également un outil essentiel dans le processus de généralisation du cadre théorique, notamment en ce qui concerne la théorie des graphes dirigés à la base de l’approche transformationnelle en musique, dont la théorie des catégories et des topoï permet une présentation à la fois élégante et puissante (Mazzola et Andreatta 2006, 2007). La modélisation catégorielle ouvre également des perspectives nouvelles concernant l’interaction entre la recherche mathémusicale et les sciences cognitives. Parmi les recherches que nous proposons de mener dans le domaine de la perception et cognition musicales, il y a l’étude des aspects computationnels du modèle catégoriel des neurones proposé récemment par A. Ehrensmann et J.-P. Vanbreemersch (2007) et ses applications possibles au domaine de la cognition musicale (Mandereau, 2012) et de la créativité (Andreatta *et al.* 2013).

**Objectifs à long terme.** Dans une perspective plus à long terme, ce programme de recherche vise également à aborder des nouveaux problèmes théoriques posés par la modélisation algébrique et catégorielle, en particulier dans ses rapports avec la logique. Ces problèmes pourraient en effet émerger à la suite des nouveaux modèles algébriques et catégoriels en musique que nous espérons pouvoir proposer à partir d’une application de la géométrie de l’interaction de Jean-Yves Girard en informatique musicale, poursuivant ainsi notre réflexion sur la dimension logique en musique qui était au cœur de notre projet exploratoire « Interaction Maths/ST2I »<sup>49</sup>. Les travaux menés par le collectif

---

<sup>46</sup> Voir la **section 3.2.5** du rapport d’activités pour mes contributions personnelles dans ce domaine.

<sup>47</sup> Une séance « hors programme » du séminaire MaMuX de l’Ircam (4 mai 2010) a été consacrée à une présentation des nouvelles perspectives de la théorie des langages formels pour la recherche mathémusicale, avec la participation de Thomas Noll (ESMuC / University of Berlin), David Clampitt (The Ohio State University, USA), Norman Carey (CUNY Graduate Center, USA) et Jean-Paul Allouche (Équipe Combinatoire et optimisation, université de Paris 6). Le programme de la séance est disponible à l’adresse : <http://www.recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/ProgrWordTheorySessionFinal.pdf>

<sup>48</sup> Voir, en particulier, la **section 3.2.2** du rapport d’activités.

<sup>49</sup> Voir **section 7.2** du rapport d’activités.

LIGC autour du paradigme interactionniste et de la géométrie du cognitif pourront également trouver des applications tout à fait inédites dans le domaine de la cognition et perception musicale. De même en ce qui concerne les applications de l’analyse formelle des concepts et des structures conceptuelles en musique, un sujet sur lequel nous avons commencé à explorer les liens étroits avec le problème de la classification paradigmatique des structures musicales (Andreatta, 2012b).

L’étude théorique et informatique des problèmes mathémusicaux qui font l’objet de ce programme de recherche, ainsi que les retombées des modèles algébriques dans le domaine de la cognition et perception musicales soulèvent également des nouvelles questions épistémologiques et philosophiques que je trouve essentiel d’intégrer formellement dans les activités de recherche futures. Je compte ainsi poursuivre une réflexion personnelle qui a accompagné mon travail théorique depuis mon entrée au CNRS en 2004 et qui m’a permis d’aboutir à une proposition originale en philosophie des mathématiques appliquées à la musique, plus précisément en ce qui concerne la réactivation d’une démarche structurale de type phénoménologique en mathématiques/musique (Andreatta 2010, 2012a). Une section à part dans le projet de recherche (**section 8.4**) sera consacrée à montrer l’utilité d’intégrer une réflexion d’ordre épistémologique et philosophique aux recherches menées dans le domaine théorique, la modélisation informatique et les applications en cognition et perception musicales.

## 8.1 Objectifs à court terme

### 8.1.1 Intégration de la DFT dans la formalisation des problèmes théoriques

Parmi les objectifs à court terme, nous proposons de nous focaliser sur quelques problèmes mathémusicaux majeurs sur lesquels nous avons travaillé jusqu’à présent en essayant de les étudier à l’aide de la transformée de Fourier discrète. En effet, la transformée de Fourier discrète commence à s’imposer comme un outil extrêmement élégant, aussi bien en ce qui concerne la construction des pavages en musique (canons rythmiques mosaïques), la théorie de l’homométrie, la généralisation des théories diatoniques à toute division de l’octave en un nombre  $n$  de parties égales. Si l’approche paradigmatique, qui nous a guidé implicitement jusqu’à présent dans l’étude de la classification et l’énumération des structures musicales, est basée structurellement sur l’action d’un groupe (cyclique, diédral, affine, symétrique...) sur un ensemble (interprété comme collection de classes de hauteurs ou de pulsations dans le cas du rythme), l’utilisation de la transformée de Fourier discrète s’inscrit dans une approche radicalement différente, de type non paradigmatique. Ce comportement non-paradigmatique est évident dans le cas de la relation  $Z$ , une relation d’équivalence entre les structures musicales ayant le même contenu intervallique (voir **section 3.2.4** du rapport d’activités) qui correspond au cas de l’égalité des modulo des transformées de Fourier associées. Aborder l’étude des structures musicales sous l’angle de la DFT pourrait permettre d’établir des rapports entre des problèmes théoriques en apparence très différents mais qui peuvent avoir des intersections profondes (comme c’est le cas pour les rapports entre pavage et homométrie, dont nous avons mentionné quelques aspects dans la **section 3.2.4** du rapport d’activités). D’autres propriétés restent à étudier, en particulier entre, d’une part, les suites périodiques et le calcul des différences finies et, d’autre part, le pavage. Aux rapports entre la DFT, la théorie de l’homométrie et le pavage en musique sera consacré le stage de recherche d’Hélianthe Cauré, dans le cadre du Master ATIAM (mars 2013-juillet 2013).

#### Collaborations en cours :

Emmanuel Amiot (mathématicien, Professeur CPGE), Hélianthe Caure (étudiante de Master ATIAM, UPMC/Ircam), Daniele Ghisi (compositeur), Franck Jedrzejewski (CEA-Saclay), Mihalis Kolountzakis (département de mathématiques, université de Crète), Mate Matolcsi (Rényi Institute, Budapest), Thomas Noll (ESMuC, Barcelona), Dan Vuza (Institut of Mathematics of the Romanian Academy, Roumanie).

### 8.1.2 Utilisation de la programmation spatiale pour la modélisation informatique d’analyses transformationnelles

Les recherches sur la programmation spatiale en informatique musicale s’inscrivent dans le prolongement du projet exploratoire « Géométrie de l’Interaction et Musique (GdIM) » (dans le cadre des PEPS « Interactions Maths/ST2I ») que j’ai coordonné pendant la période 2009-2010. En ce qui concerne la musique, comme nous avons pu le constater à l’occasion des nombreuses séances du Séminaire MaMuX consacrées aux activités de recherche menées dans le cadre du projet GdIM, il y a plusieurs approches théoriques qui, avec la Géométrie de l’interaction, suggèrent la pertinence d’une démarche géométrique en informatique musicale. L’une de ces approches est, en effet, la programmation spatiale<sup>50</sup> dont l’application au domaine de l’analyse transformationnelle est l’un des objectifs à court terme de mon projet de recherche.

Nous avons commencé à étudier de près le paradigme de la programmation spatiale initialement dans le cadre d’un stage de Master 2 que nous avons co-dirigé (avec Jean-Louis Giavitto, Olivier Michel, Antoine Spicher et Carlos Agon). Ce domaine est désormais inclus officiellement dans les axes de recherche de l’équipe Représentations musicales, en collaboration avec Jean-Louis Giavitto (CNRS/IBISC), qui a intégré officiellement notre équipe depuis janvier 2011. Les travaux menés par Giavitto et son groupe de recherche s’appuient sur diverses notions spatiales pour repenser la notion de structure des données et développer de nouvelles approches pour la programmation. Ces travaux mettent en avant le slogan « calculer = se déplacer » au lieu de la vision traditionnelle en logique selon laquelle calculer serait synonyme de démontrer. Ce changement de perspective s’apparente au projet de la géométrie de l’interaction car la programmation spatiale partage avec cette dernière la volonté de repenser le calcul de manière intrinsèque, en portant une attention toute particulière à la dynamique et aux représentations mathématiques géométriques. La programmation spatiale cherche ainsi à expliciter la notion d’espace dans les modèles de programmation soit parce que l’espace est vu comme une ressource, soit parce que l’espace est une donnée ou bien un résultat du calcul. Pour cette raison, ce paradigme semble très approprié au cas de la modélisation informatique de l’analyse transformationnelle dans laquelle il s’agit de trouver de bonnes représentations géométriques pour rendre compte de l’espace musical qui est propre à chaque partition analysée.

D’un point de vue informatique, plusieurs outils mathématiques liés à la théorie des classes de hauteurs et à la théorie transformationnelle ont été progressivement intégrés à *OpenMusic* (Andreatta et Agon, 2003) et sont désormais disponibles dans le package « MathTools ». Cependant, comme nous l’avons pu montrer dans une thèse que nous avons dirigée et qui était consacrée à l’implémentation des approches transformationnelles en vue d’une modélisation analytique d’œuvres musicales (Ahn, 2009), l’analyse pose beaucoup plus de problèmes que la théorie musicale. Nous proposons de nous attaquer à quelques analyses emblématiques de la tradition transformationnelle américaine (Lewin 1993, Andreatta *et al.* 2008) afin d’étudier la possibilité d’en établir un modèle computationnel à partir précisément du paradigme de la programmation spatiale.

Dans le cas de l’approche transformationnelle en analyse musicale<sup>51</sup>, il s’agira d’étudier la pertinence pour la musique de la notion de « champs de données fondés sur un groupe », ou GBF (*Group Based data Field*), que Giavitto et son équipe ont développée pour la programmation spatiale à partir des années 1995 et en relation avec le calcul parallèle<sup>52</sup>. En ce qui concerne les complexes simpliciaux, il s’agit d’objets topologiques de nature à la fois combinatoire et algébrique qui sont largement présents en informatique (géométrie computationnelle, analyse de données, formalisation des algèbres de processus, ...).

Cependant, si la pertinence de l’utilisation de ces structures algébrico-topologiques a été démontrée pour la formalisation des structures musicales<sup>53</sup>, la question de leur application en informatique

---

<sup>50</sup> <http://www.spatial-computing.org>

<sup>51</sup> Voir le rapport d’activités pour une description de la démarche transformationnelle en analyse musicale et des problèmes théoriques qui restent ouverts.

<sup>52</sup> Voir, en particulier, Giavitto *et al.* (1996).

<sup>53</sup> Voir, en particulier, la construction du Ruban de Moebius en tant que complexe simplicial associé au recouvrement de la gamme diatonique traditionnelle par des accords majeurs et mineurs proposée par Guerino Mazzola dans *Topos of Music* (Mazzola, 2002, ch. 13 « Global compositions »).

musicale reste ouverte. Afin d’être pertinent d’un point de vue musical, ce travail de modélisation nécessite, outre la collaboration avec les informaticiens, une collaboration étroite avec des musicologues et des analystes, aussi bien à l’Ircam qu’ailleurs en France et aux Etats-Unis. En particulier, nous aimerions solliciter les membres de la *Society of Mathematics and Computation in Music*, dont une partie a une expertise des approches analytiques transformationnelles reconnue au niveau international, afin de sélectionner les pièces musicales dont les analyses sont susceptibles d’une modélisation informatique.

### Collaborations en cours :

Jean-Louis Giavitto (IRCAM/CNRS/UPMC), Olivier Michel (LACL, université Paris 12), Antoine Spicher (LACL, université de Paris 12), Jean-Marc Chouvel (université de Reims), Richard Cohn (Yale University), Equipe « Analyse des pratiques musicales » de l’Ircam (resp. Nicolas Donin), Xavier Hascher (université de Strasbourg), John Rahn (université de Washington à Seattle), Dmitri Tymoczko (Princeton University), Robert Peck (Louisiana State University).

### 8.1.3 Aspects perceptifs des modèles algébriques en informatique musicale

En particulier, en ce qui concerne les retombées cognitives et perceptives du rapport mathématiques/musique, nous allons reprendre les objectifs du projet « Mathématiques/Musique & Cognition<sup>54</sup> » qui est désormais intégré formellement au sein des activités de recherche de l’UMR Sciences et Technologies de la Musique et du Son. La Fig. 6 décrit les rapports possibles entre « Théorie mathématique de la musique » et « Musicologie Cognitive » au sein d’une articulation plus générale concernant les mathématiques, l’informatique, la musique et la cognition.

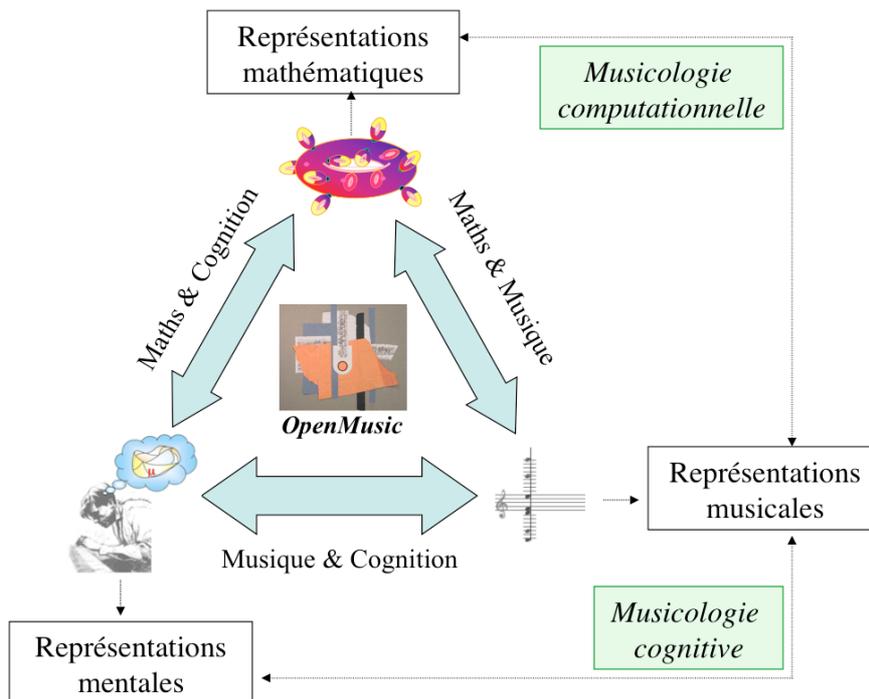


Fig. 6 : Schéma détaillant les rapports possibles entre « Théorie mathématique de la musique » et « Musicologie Cognitive » au sein d’une articulation plus générale concernant les mathématiques, la musique et la cognition.

<sup>54</sup> Projet que j’ai coordonné pendant la période 2007-2009 financé par l’AFIM (Association Française d’Informatique Musicale). Voir la section 7.1 du rapport d’activités.

Comme nous l'avons observé dans notre rapport final du projet « Mathématiques/Musique & Cognition », force est de constater que la communauté des « musicologues computationnels » et celle des « musicologues cognitifs » n'ont jamais véritablement essayé de réfléchir aux enjeux communs de leur activité de recherche. Nous avons pour objectif principal à court terme de mener à bien deux projets en cours qui pourraient créer des conditions favorables pour ouvrir un véritable dialogue multidisciplinaire entre ces deux orientations majeures de la musicologie systématique d'aujourd'hui. Notre objectif est de réaliser des tests perceptifs en vue d'une étude de la pertinence de la transformée de Fourier discrète pour la perception des structures musicales et des théories transformationnelles pour la perception de la forme d'une pièce musicale. Je vais décrire brièvement ces deux projets.

### 3.1.3.1 Transformée de Fourier discrète et perception musicale

L'utilisation de la DFT dans la formalisation des structures musicales ouvre également des questions intéressantes pour la cognition musicale, en particulier dans le cas de la perception du caractère plus ou moins régulier de certains accords ou de certains patterns rythmiques. Perçoit-on les différents coefficients de Fourier quand on écoute une structure musicale ? Cette question fait l'objet actuellement d'un travail théorique accompagné d'un protocole expérimental pour l'évaluation de la pertinence perceptive de la DFT dans l'étude à la fois des hauteurs et du rythme. Nous avons avancé l'hypothèse que la transformée de Fourier discrète, outre un outil privilégié dans le domaine de l'analyse et synthèse du son, peut également être utilisée pour caractériser de façon perceptive certaines propriétés des structures musicales dans le domaine symbolique. A partir du catalogue des 80 hexacordes à une transposition près et leur équivalent dans le domaine du rythme, on analyse pour chaque structure musicale le degré de platitude de ses coefficients de Fourier. La Fig. 7 montre une sélection de quatre représentations circulaire associées à des accords et à des patterns rythmiques parmi les 80 possibilités du catalogue des orbites (à une transposition près). Une analyse des valeurs des coefficients de Fourier pour chaque structure montre que les structures (a), (b) et (c) ont un comportement similaire en ce qui concerne la distribution des coefficients de Fourier (représentés dans la série des BPF en dernière colonne), à la différence de la structure (d) pour lequel les coefficients de Fourier se distribuent de façon différente, avec un point de maximum global correspondant à la valeur 6. Cette distribution des coefficients de Fourier est-elle pertinente d'un point de vue de la perception musicale ? Cette perception est-elle similaire pour les hauteurs et les rythmes ? Il s'agit pour le moment d'une hypothèse théorique qui ne pourra être validée qu'à travers la mise en place d'une série de tests d'écoute associés à de tâches de catégorisation, selon les protocoles traditionnels en psychologie expérimentale.

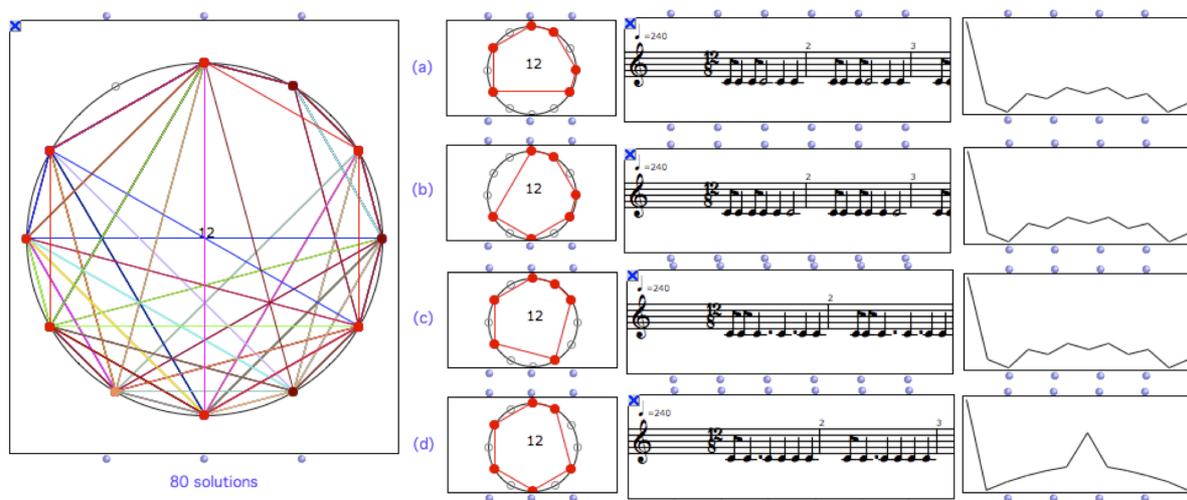


Fig. 7 : Matériau de base pour un test de psychologie expérimentale essayant de dégager la pertinence perceptive de l'utilisation de la DFT dans une tâche de catégorisation des structures musicales.

### Collaborations en cours :

Isabelle Viaud-Delmon (CNRS, équipe Espaces acoustiques et cognitifs de l’Ircam), Emmanuel Amiot (mathématicien, Professeur CPGE), Carlos Agon (équipe Représentations musicales de l’Ircam), Karim Haddad (compositeur), Pierre Beauguitte (doctorant, école des Mines).

#### 3.1.3.2. Retombées perceptives de l’analyse transformationnelle

Ce projet se propose d’aborder les retombées cognitives et perceptives du paradigme transformationnel en analyse musicale en ce concentrant sur l’analyse proposée par le théoricien américain David Lewin du *Klavierstück III* de Karlheinz Stockhausen (Lewin 1993). L’application du paradigme de la programmation spatiale dans l’étude des aspects perceptifs de la démarche transformationnelle semble pouvoir apporter une nouvelle perspective. En effet, si le paradigme « set-théorique » classique en analyse musicale repose finalement sur l’idée d’un catalogage de l’espace combinatoire des structures de hauteurs (ou rythmiques) présentes dans une partition analysée<sup>55</sup>, l’analyse transformationnelle implique un double mouvement. D’un côté on vise la « construction » d’une configuration abstraite d’objets musicaux (appelée « réseau transformationnel ») mais également, d’un autre côté, l’« utilisation » de cette architecture formelle permettant de dégager des critères de pertinence pour la réception de l’œuvre et pour son interprétation. Autrement dit, l’intérêt de *construire* un réseau réside dans la possibilité de l’*utiliser*, à la fois pour « structurer » l’écoute par rapport à la singularité de l’œuvre analysée mais également pour établir des critères formels qui pourront servir pour aborder le problème de son interprétation. La construction d’un réseau transformationnel s’appuie, en effet, sur une volonté implicite de l’analyste de rendre « intelligible » une logique musicale à l’œuvre dans la pièce analysée (cf. Fig. 8).

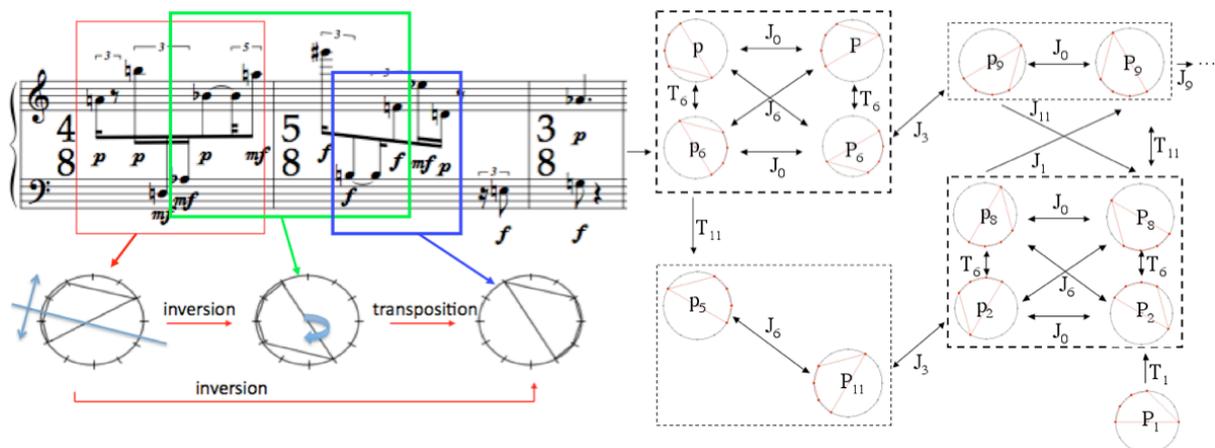


Fig. 8 : Exemple de modélisation informatique et construction d’un réseau transformationnel pour le *Klavierstück III* de Karlheinz Stockhausen (en suivant l’analyse de David Lewin).

Cette logique musicale est d’ordre géométrique, l’analyse visant la création d’un espace dans lequel une pièce peut être décrite et appréhendée par l’auditeur. D’où l’intérêt d’envisager la modélisation informatique à partir de la programmation spatiale. Cette démarche de modélisation possède à notre avis des implications théoriques tout à fait nouvelles pour les sciences cognitives, comme le suggère un rapprochement direct entre la théorie transformationnelle en analyse musicale et des nouveaux courants de la psychologie du développement, en particulier le néostructuralisme de Halford et Wilson<sup>56</sup> et ceux qu’Olivier Houdé appelle les « derniers ajustements piagétiens<sup>57</sup> » dans une approche

<sup>55</sup> Et donc, *in fine*, à l’idée de *symétrie* et au concept d’*invariance*. Symétrie et invariance sont intimement liées à la structure mathématique de groupe, si bien qu’étudier la perceptibilité de la notion de *symétrie* et d’*invariance* en musique revient à étudier les effets cognitifs de l’*action* d’un groupe de transformation sur une structure musicale donnée.

<sup>56</sup> Halford et Wilson (1980).

<sup>57</sup> Houdé et Miéville (1993). Voir aussi Acotto et Andreatta (2012).

catégorielle de l’épistémologie génétique. L’exploration des aspects computationnels d’un modèle cognitifs basé sur la théorie des catégories ainsi que ses applications au domaine de la perception musicale, font partie des objectifs à moyen terme (cf. **section 8.2.3**).

### **Collaborations en cours :**

Stephen McAdams (Canada Research Chair in Music Perception and Cognition, Department of Music Theory Schulich School of Music, Université de McGill, Canada), Jon Wild (théoricien de la musique et compositeur, Université de McGill, Canada), Christoph Neidhofer (musicologue et pianiste, Université de McGill, Canada).

## **8.2 Objectifs à moyen terme**

### **8.2.1 Des structures algébriques fortes aux langages formels**

Depuis une dizaine d’années, on assiste à un renouveau des formalismes liés aux langages formels au sein de la communauté des chercheurs travaillant sur les relations entre mathématique, informatique et musique. L’enjeu principal consiste dans le fait de généraliser l’approche basée sur la théorie des groupes à l’aide de structures algébriques plus générales, les semi-groupes. Cela pourrait permettre d’intégrer de problèmes « mathémusicaux » existants et de nouvelles conjectures mathématiques posées par la musique à l’intérieur de la théorie des langages formels, en établissant ainsi des théorèmes de structure ayant une validité plus générale. La théorie des mots (*word theory*) a déjà fait l’objet d’une journée d’étude que nous avons organisée à l’Ircam dans le cadre du séminaire MaMuX, et qui a donné de nouvelles pistes de recherches dans l’application des grammaires formelles à la formalisation des structures musicales<sup>58</sup>. En effet, après une première utilisation des grammaires formelles dans l’informatique musicale dans les années quatre-vingt<sup>59</sup>, cette démarche a connu récemment un regain d’intérêt dans la communauté des théoriciens de la musique à la fois comme un outil de formalisation de résultats connus dans la tradition diatonique américaine mais également comme une approche nouvelle en théorie mathématique de la musique<sup>60</sup>.

L’une des approches nouvelles qui pourra constituer un bon cas d’étude pour comprendre la portée de la théorie des mots en musique est celui de l’*inconstance* (Allouche et Maillard-Teyssier, 2011), qui offre une mesure de la complexité d’une suite (finie ou infinie). Bien que les origines du concept d’inconstance remontent à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle (Cauchy, 1841 ; Crofton, 1868), cette n’approche n’a jamais été appliquée jusqu’à présent à des structures musicales. Les applications musicales que nous envisageons, dont quelques aspects font actuellement l’objet d’un papier en préparation, suggèrent la pertinence de cette approche dans l’étude de la complexité en musique en tant qu’outil pour l’analyse du style musical, sujet qui a accompagné historiquement l’application du paradigme de la théorie de l’information en musique (Andreatta, 1997a).

D’un point de vue théorique, la généralisation algébrique de certains problèmes musicaux dans un cadre formalisable à l’aide des structures « faibles », telles les semi-groupes, pourrait jouer un rôle majeur dans l’individuation de nouveaux problèmes « mathémusicaux », comme nous allons le décrire dans la section suivante. Il est difficile de prévoir quels problèmes théoriques nouveaux pourront émerger et qui soient susceptibles de s’inscrire dans la dynamique « mathémusicale » que nous avons décrite au début de ce projet de recherche. Cependant, comme l’expérience nous l’a montré, le dialogue étroit entre scientifiques et musiciens qu’une structure comme l’Ircam rend possible, est source constante de nouveaux problèmes théoriques, dont une partie peut constituer un point de départ pour des formalisations et des généralisations intéressantes d’un point de vue mathématique. Le

---

<sup>58</sup> Avec la participation de Jean-Paul Allouche (équipe Combinatoire et optimisation, université Paris 6), Thomas Noll (ESMuC, Barcelona), David Clampitt (The Ohio State University, USA), Norman Carey (CUNY Graduate Center, USA). Le programme de la séance est disponible à l’adresse :

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/ProgrWordTheorySession.html>

<sup>59</sup> Chemillier (1987)

<sup>60</sup> Noll (2008).

programme de composition de l’Ircam (Cursus) ainsi que le nouveau programme « Résidences de recherche musicale », ouverts aux artistes internationaux qui souhaitent conduire un projet de recherche musicale d’une durée de trois ou six mois en bénéficiant d’un accès privilégié aux travaux de recherche menés à l’Ircam, pourront sans doute représenter des catalyseurs importants dans ce processus d’émergence de nouveaux problèmes « mathémusicaux ».

### Collaborations envisagées :

Jean-Paul Allouche (équipe Combinatoire et optimisation, université Paris 6), Thomas Noll (ESMuC, Barcelona), Marc Chemillier (CAMS-EHESS), David Clampitt (The Ohio State University, USA), Norman Carey (CUNY Graduate Center, USA), Compositeurs du Cursus d’informatique de l’Ircam et du programme « Résidences de recherche musicale ».

## 8.2.2 Programmation spatiale, contraintes concurrentes, calcul parallèle et massif

Parmi les objectifs à moyen terme, nous aimerions étudier plus en détail les rapports entre programmation spatiale et analyse formelle des concepts (Barbut et Frey, 1971 ; Wille, 1982 ; Ganter et Wille, 1996) ainsi que d’autres paradigmes de programmation, en particulier le calcul concurrent et la programmation par contraintes. En ce qui concerne le lien entre les constructions topologiques à la base de la programmation spatiale, l’analyse formelle des concepts (treillis de Galois) et le calcul concurrent, une piste qui mérite à notre avis d’être explorée et celle du lien avec les espaces de Chu, des constructions ayant non seulement de multiples applications informatiques mais aussi en logique, ces espaces étant, par exemple, un modèle de la logique linéaire de J.-Y. Girard (Pratt, 2010). D’un point de vue mathématique, un espace de Chu n’est qu’une simple matrice de transformations, ses lignes ayant la propriété de transformer « en avant » [*forwards*] et ses colonnes celle de transformer « en arrière » [*backwards*]. Il s’agit d’un concept très profond car il joue un rôle d’unificateur par rapport à plusieurs structures mathématiques, telles les structures de relations (ensembles, graphes dirigés, ensembles partiellement ordonnés, ...), les structures algébriques (groupes, anneaux, modules, espaces vectoriels, ...) et les structures topologiques (espaces topologiques, groupes abéliens localement compact, ...) <sup>61</sup>. Un des domaines dans lequel nous avons déjà pu observer la pertinence du concept d’espace de Chu en informatique musicale est celui de la programmation par contraintes (Rueda, 2008). Il s’agit d’un aspect de l’informatique musicale qui touche à plusieurs projets dans lesquels je suis impliqué, tels le projet REACT financé par le Colciencias (l’équivalent du CNRS en Colombie), en collaboration avec le LIX (école polytechnique), et le projet INEDIT (INteractivité dans l’écriture De l’Interaction et du Temps), dans le cadre de l’appel ANR CONTINT. Dans le cadre de dernier projet en particulier, porté par l’équipe Représentations musicales de l’Ircam, en collaboration avec le LaBRI de Bordeaux et le GRAME de Lyon, il s’agira également d’étudier la pertinence du formalisme algébrique et catégoriel par rapport aux recherches menées par la nouvelle EPC CNRS/INRIA « MuSync » (Synchronous and Realtime Programming and Processing of Music Signals), en cours de constitution, autour de l’écriture de l’interaction et de l’articulation signal/symbole (intégrant l’articulation calculs synchrones, relevant de la synthèse, et calculs asynchrones, relevant de l’organisation temporelle des structures de haut niveau).

Par ailleurs, les problèmes combinatoires que nous traitons actuellement commencent à arriver au bout de ce que l’on peut traiter de manière raisonnable sur une machine séquentielle. Les outils que nous envisageons à la section précédente (**section 8.1**) nécessitent de passer sur des machines parallèles tant pour traiter la masse de données que pour l’exploration de la combinatoire. Une piste privilégiée pourrait être l’intensification des relations institutionnelles entre notre UMR STMS et le Laboratoire d’Informatique Franco-Japonais (JFLI), codirigé par Philippe Codognot

---

<sup>61</sup> Pour une discussion détaillée sur le lien entre espaces de Chu et complexes simpliciaux, voir Gratus et Porter (2006). Une séance du Séminaire MaMux a été consacrée aux espaces de Chu et à leurs applications possibles en informatique musicale, avec la participation, notamment, de Vaughan Pratt. Voir à l’adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/ProgrAvril2010.pdf>

(CNRS/UPMC/Université de Tokyo), avec qui nous avons déjà des collaborations dans le domaine des architectures hybrides combinant programmation par contraintes et recherche locale<sup>62</sup>.

### Collaborations envisagées :

Bernhard Ganter (TU-Dresden), Vaughan Pratt (Stanford University), Camilo Rueda (Professeur et directeur du Department of Science and Engineering of Computing l’université Pontificale Javeriana de Cali de l’université Pontificale Javeriana de Cali, Colombie), Myriam Desainte-Catherine (LABRI, université de Bordeaux), David Janin (LaBRI, IPB, Université de Bordeaux), Frank Valencia (LIX, école polytechnique), Jean-Louis Giavitto (CNRS, équipe MuSync, IRCAM), Arshia Cont (équipe MuSync, IRCAM/CNRS/INRIA), Philippe Codognot (Laboratoire d’Informatique Franco-Japonais, CNRS / UPMC / Université de Tokyo).

### 8.2.3 Systèmes évolutifs à mémoire (MENS) et perception/cognition musicales

Cette partie du projet de recherche constitue une étape ultérieure dans le processus de création des conditions favorables pour l’établissement d’un dialogue multidisciplinaire entre la communauté des « musicologues computationnels » et celle des « musicologues cognitifs ». Dans son analyse consacrée aux liens entre mathématiques et neurosciences<sup>63</sup>, Alain Berthoz propose une vision des mathématiques qui s’applique tout à fait à la problématique que nous souhaiterions développer. S’il est indéniable que les mathématiques ont souvent été les protagonistes des tournants scientifiques en contribuant en même temps à des changements de paradigmes dans la connaissance (de l’invention du calcul infinitésimal à la géométrisation de la physique<sup>64</sup>), nous pouvons dire que « dans les rapports des mathématiques aux sciences du vivant et de la cognition, nous sommes face à la possibilité d’un tournant comparable. Les neurosciences en sont au centre. Les enjeux sont si importants et originaux qu’il faut s’attendre à des changements de paradigme de grande envergure » (Berthoz 2005, p. 178). On peut donc renverser la perspective traditionnelle, bien résumée par le mot du physicien Eugène Wigner quand il souligne « la déraisonnable efficacité des mathématiques » et partir des sciences cognitives, et en particulier des neurosciences intégratives, pour voir quels types de problèmes nouveaux se posent aux mathématiques, notamment via la musique. En effet, si d’un côté les mathématiques ont trouvé de plus en plus d’applications dans les neurosciences intégratives et cognitives dans les dernières décennies, pour reprendre l’analyse de Berthoz, « les progrès dans ces disciplines sont en train d’enrichir les conceptions classiques de l’origine, des fondements et de la nature des mathématiques et de susciter des avancées nouvelles en mathématiques » (*ibid.*, p. 177).

Bien que nous soyons encore loin de pouvoir imaginer un tel renversement de perspective à partir des problèmes posés par la cognition et perception musicale, nous avons déjà pu constater dans quelle mesure les mathématiques constituent un cadre privilégié pour l’étude de certaines fonctions cérébrales intégrées. Pour cela, après avoir consacré une journée d’étude à l’Ircam à la présentation du modèle mathématique MENS (*Memory Evolutive Neural Systems*) pour les systèmes cognitifs (17 janvier 2009), nous avons décidé de consacrer plusieurs séances de la onzième saison du séminaire MaMuX à une présentation détaillée, par les auteurs, du modèle plus général conçu par Andrée C. Ehresmann et Jean-Paul Vanbreemsch, à savoir le modèle SEM (Systèmes Evolutifs à Mémoire). Ce modèle théorique, ainsi que le modèle MENS, montre clairement la pertinence de la théorie des catégories pour l’étude des systèmes dynamiques. C’est un point qui mérite d’être souligné, car il est reproché souvent à cette théorie de négliger l’aspect temporel en privilégiant la notion de structure sur

---

<sup>62</sup> Pour un état de l’art sur la programmation par contraintes en informatique musicale, voir Truchet et Assayag (2011).

<sup>63</sup> A. Berthoz (2005). Avec la complicité de Daniel Andler, Daniel Bennequin, Jacques Droulez, Olivier Faugeras, Giuseppe Longo, Stéphane Mallat et Jean Petitot.

<sup>64</sup> Et, on ajoutera, également de la logique et de l’informatique, un sujet qui a eu une forte expansion dans les dernières années et dont les retombées dans le domaine de la cognition constituent un terrain très riche pour la recherche interdisciplinaire, comme nous l’avons montré dans la section précédente.

l’idée de processus<sup>65</sup>. La question sous-jacente aux deux modèles catégoriels est celle de l’émergence des processus d’ordre supérieur du fonctionnement du cerveau, ce qui découle de la modélisation des objets mentaux par des cat-neurones (neurones de catégorie), liant une multiplicité d’hyper-assemblées de neurones. Grâce à la modélisation catégorielle, il est possible de donner une formalisation du concept d’émergence, étroitement liée au processus de « complexification » par liage et classification (via colimites et limites projectives). Les auteurs montrent ainsi comment des objets de complexité croissante peuvent émerger par une suite de complexifications, dès lors qu’un certain « principe de multiplicité » (ou *degeneracy* dans le sens de G. E. Edelman) est vérifié. Cela conduit à une « algèbre des objets mentaux » (au sens de Changeux), ce qui mène à la formation d’un invariant global, le noyau archétypal, confirmé par la découverte récente, dans le cerveau, du *neural connection core*<sup>66</sup>. Ce noyau archétypal intègre les expériences saillantes et/ou régulièrement ré-enforcées, à la fois sensitives, motrices, émotionnelles, procédurales et sémantiques.

Toutes ces questions nous semblent pouvoir ouvrir des perspectives nouvelles dans l’étude de la cognition et perception musicales. Nous envisageons dans la suite des activités de ce groupe de travail la mise en place d’un protocole de recherche étudiant les processus cognitifs ainsi que les corrélats neuronaux des deux modèles SEM et MENS appliqué à la musique. Ceci touche à la fois à la notion de représentation géométrique et catégorielle des structures musicales et aussi au concept même d’espace musical dont nous proposons d’étudier les rapports avec les neurosciences en nous appuyant sur les recherches les plus récentes autour de la réalité virtuelle, en particulier en collaboration avec l’équipe espaces acoustiques et cognitifs de l’Ircam<sup>67</sup>. D’autre part, la géométrisation de l’informatique musicale, dans sa dimension liée à la théorie des signaux, constitue un axe de recherche très actif à l’Ircam, en particulier autour de la géométrie de l’information<sup>68</sup>. Basée sur la notion des descripteurs perceptifs du son, la géométrie de l’information appliquée à la musique est une véritable géométrie de la perception musicale, visant à définir des espaces abstraits où les structures musicales sont mises en relation à travers des critères de similarité perceptive. Comme nous l’avons déjà souligné (cf. **section 3.2.2. Programmation spatiale, contraintes concurrentes, calcul parallèle et massif**), un travail de formalisation algébrique et catégorielle pourrait permettre de mieux étudier la composante « symbolique » de ces espaces de descripteurs de signaux musicaux, en contribuant ainsi à une meilleure définition de la dualité signe/signal.

D’autres questions ouvertes, que nous nous proposons d’aborder dans les travaux futurs, concernent la pertinence des algèbres de dimension supérieure comme outils descriptifs et opérationnels, tout d’abord en neurosciences<sup>69</sup> et ensuite dans le domaine de la cognition et perception musicales. On pourra également étudier la pertinence du transfert vers la musique d’une théorie générale du sens qui a été développée par René Guitart<sup>70</sup> à la suite des travaux d’Ehresmann et Vanbremeersch sur les systèmes évolutifs à mémoire. Ceci permettrait, plus à long terme, d’arriver à constituer un cadre conceptuel pour l’étude des relations entre mathématique/musique et cognition dans lequel on pourra aborder des notions qui ont été traditionnellement associées à une démarche sémiotique, telle la notion du « sens » en musique, mais cette fois de façon indépendante de toute considération sur le langage et son rapport avec la musique (Andreatta *et al.*, 2013).

---

<sup>65</sup> Notons également que cette orientation « dynamique » propre à l’approche catégorielle a ouvert une nouvelle perspective dans la théorie mathématique de la musique de Guerino Mazzola. Si *Topos of Music* (Mazzola, 2002) est la *summa* de ce qu’on peut théoriser des aspects « hors temps » de la musique, pour reprendre la terminologie de Iannis Xenakis, d’autres constructions mathématiques se sont avérées nécessaires pour rendre compte du caractère continu de la notion de « geste » en musique. Comme dans le cas des systèmes évolutifs à mémoire, la théorie mathématique des gestes s’appuie sur une paramétrisation temporelle des structures catégorielles, ce qui pourrait avoir à son tour des retombées intéressantes en sciences cognitives.

<sup>66</sup> Voir Hagmann *et al.* (2008). Online : [www.plosbiology.org](http://www.plosbiology.org)

<sup>67</sup> Viaud-Delmon (2006).

<sup>68</sup> Ces recherches sont menées à l’IRCAM par Arshia Cont et Arnaud Dessein qui animent également le Séminaire Léon Brillouin en collaboration avec Frédéric Barbaresco (Thales) et Frank Nielsen (école Polytechnique/LIX, Sony CSL). Pour plus de renseignements, voir à l’adresse :

<http://www.informationgeometry.org/Seminar/seminarBrillouin.html>

<sup>69</sup> Brown et Porter (2008).

<sup>70</sup> Voir, en particulier, les deux interventions de René Guitart aux séminaires *mamuphi* de l’école normale supérieure (Guitart 2009 ; 2012).

### **Collaborations envisagées :**

Andrée C. Ehresmann (professeur émérite à l'Université de Picardie-Jules Verne), René Guitart (Institut de Mathématiques de Jussieu, Université Paris 7 Denis Diderot), John Mandereau (université de Pise / UPMC), Emmanuel Amiot (mathématicien), Isabelle Viaud-Delmon (CNRS, équipe Espaces Acoustiques et cognitifs, Ircam), Arshia Cont (équipe MuSync, IRCAM/CNRS/INRIA), Frédéric Barbaresco (Thales), Frank Nielsen (école Polytechnique/LIX, Sony CSL).

## **8.3 Objectifs à long terme**

### **8.3.1 Logique mathématique vs logique musicale**

Cette recherche s'inscrit dans le prolongement des activités menées au sein du projet exploratoire « Géométrie de l'Interaction et Musique (GdIM) », dont la programmation spatiale, comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, constitue l'une des possibles débouchés. L'utilisation de la programmation spatiale en informatique musicale ne résout cependant pas les questions d'ordre logique que nous avons posées dans notre projet exploratoire. Le projet GdIM est né en effet du constat qu'une dizaine d'années après le Forum Diderot 1999 « Mathématiques et Musique<sup>71</sup> », un événement qui a donné une impulsion majeure au domaine des relations entre musique et mathématique, les questions autour desquelles les organisateurs de la partie parisienne avaient centré le débat restent d'actualité, à savoir :

- Quel est le rapport entre les logiques mathématiques et les logiques musicales ?
- Les formalismes bâtis sur le « raisonnement » musical ont-ils quelque chose à voir avec tel ou tel formalisme de la logique ?
- La logique mathématisée peut-elle aider les musiciens à clarifier la spécificité de leur mode de raisonnement ?

Grâce au projet « Géométrie de l'interaction et musique » (GdIM) nous avons pu reprendre ces questions en explorant une nouvelle hypothèse en ce qui concerne la relation entre logique et musique, à savoir celle d'un lien étroit entre constructions mathématiques, dimension logique et calcul informatique. Parmi les objectifs à long terme il s'agira de comprendre si le « tournant géométrique », proposé par la logique de l'interaction de Jean-Yves Girard, offre une nouvelle clé d'accès à la dimension proprement logique de l'activité musicale. Quelques réflexions des compositeurs engagés dans l'« intellectualité musicale » semblent suggérer la pertinence du paradigme interactionniste pour une analyse de la dimension logique de l'acte compositionnel. L'aspect procédural de la géométrie de l'interaction, une fois transféré dans le domaine musical, pourrait ainsi amener à concevoir le *sens* en musique comme une dynamique (Guitart, 2009), à la différence des approches traditionnelles dans lesquelles la dimension sémantique de la musique serait indissociable du paradigme langagier sous-jacent, ce qui donne lieu à des discussions souvent stériles sur le rapport entre musique et langage. On serait ainsi face à un véritable « tournant géométrique » dans la logique musicale (Nicolas, 2009), dont il s'agira d'en mieux saisir la spécificité, notamment avec ses applications informatiques et ses retombées nouvelles dans le domaine de la cognition et perception musicales.

### **Collaborations envisagées :**

Jean-Yves Girard (CNRS, Institut de mathématiques de Luminy), René Guitart (Institut de Mathématiques de Jussieu / Université Paris 7 Denis Diderot), François Nicolas (compositeur, Ircam).

### **8.3.2 Quelle logique pour l'informatique musicale ?**

L'objectif le plus ambitieux concernant l'intégration d'outils logiques issus de la géométrie de l'interaction en musique est finalement celui de contribuer ainsi à l'émergence de nouveaux

---

<sup>71</sup> Assayag *et al.* (2002).

paradigmes de programmation pour la musique, une recherche qui est au cœur des préoccupations de notre UMR STMS (Assayag et Gerzso, 2009). Deux colloques récents auxquels nous avons assisté<sup>72</sup> nous ont convaincu de l’intérêt à poursuivre notre réflexion sur le rapport entre le paradigme interactionniste et l’informatique musicale.

Une première piste que nous envisageons concerne l’application des réseaux d’interaction d’Yves Lafont à l’informatique musicale, une démarche qui semble possible sur la base de ce que l’auteur nous avait présenté lors de la séance de lancement du groupe de travail « Géométrie de l’Interaction et Musique » (Lafont (2009). Ces réseaux sont en effet à la fois un modèle de calcul mais aussi un paradigme de programmation qui s’inspire de la logique linéaire de Jean-Yves Girard (Lippi, 2002).

Une autre piste possible de recherche, qui reste pour le moment assez conjecturale, est celle qui explore le mariage entre la mécanique quantique et les algèbres d’opérateurs proposé par la géométrie de l’interaction<sup>73</sup>, une démarche qui commence à soulever des questions qui touchent directement à la recherche mathémusicale (Paul, 2012). En effet, à travers des travaux sur la mécanique quantique, la géométrie de l’interaction et la formalisation de la concurrence, on a vu émerger une approche qui met l’accent sur l’interaction objet/opération en remplaçant la vision idéaliste (voir « essentialiste », dans la terminologie de Jean-Yves Girard) d’un objet indépendant du sujet par une vision « existentialiste ». Dans le paradigme interactionnel, « le progrès de la pensée logique s’identifie à une libération progressive de la gangue essentialiste » (Girard, 2010), ce qui accompagne la genèse de l’interprétation catégorielle, dont nous avons montré l’intérêt en musique dans le cas de la démarche transformationnelle (Mazzola et Andreatta, 2007). La sémantique d’un objet est ainsi étroitement liée à l’interaction que celle-ci a avec le sujet, ce qui pourra avoir également un impact sur les outils informatiques pour la musique. Nous envisageons déjà quelques pistes pour établir des relations entre le paradigme interactionniste en logique et les recherches menées par l’UMR STMS autour des environnements informatiques pour l’improvisation assistée par ordinateur, pour lesquels une autre approche géométrique, basée cette fois sur la théorie de l’information, a déjà montré sa pertinence et sa puissance de formalisation (Cont *et al.*, 2011).

### **Collaborations envisagées :**

Yves Lafont (Faculté des Sciences de Luminy & Institut de Mathématiques de Luminy), Thierry Paul (Centre de mathématiques Laurent Schwartz, Ecole polytechnique), Arshia Cont (équipe Représentations musicales, IRCAM/CNRS), Shlomo Dubnov (Université de Californie, San Diego).

### **8.3.3 Logique de l’interaction, géométrie de la cognition et perception musicale**

Parallèlement à l’étude théorique et informatique des rapports entre la géométrie de l’interaction de Jean-Yves Girard et la musique, nous proposons d’inclure parmi les objectifs à long terme l’application de ce cadre conceptuel au domaine de la cognition et perception musicales. Cette entreprise demande une collaboration étroite entre l’équipe Représentations Musicales de l’Ircam et d’autres chercheurs, en particulier autour du groupe de travail LIGC rassemblant le projet interactionniste en logique et celui d’une géométrie du cognitif. En ce qui concerne le projet interactionniste en logique, les objets logiques (les preuves et les opérations permettant leurs constructions) sont regardés à travers leurs interactions, de manière purement interne, sans faire de référence à un modèle. Les interactions sont formalisées à travers des algèbres de Von Neumann, une notion à la fois algébrique et géométrique. Les questions cognitives qui s’ouvrent à partir du paradigme interactionniste ont de multiples intersections avec les travaux menés depuis 1999 par Giuseppe Longo, Jean Petitot et Bernard Teissier sur la géométrie et la cognition<sup>74</sup>, une démarche dont les conséquences pour l’étude de la cognition et perception musicales restent une question ouverte.

---

<sup>72</sup> « Logique, catégories, sémantiques » (Labri, Bordeaux, 12-13 novembre 2010) et la dernière rencontre du groupe LIGC intitulée « La question des fondements à l’ère post-fondationnelle » (IHP, 18-20 novembre 2010)

<sup>73</sup> Voir, en particulier, le deuxième chapitre du manuscrit d’Yves André, rédigé dans le cadre de l’« Ecole de mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens » de l’Ircam (André 2006-2009).

<sup>74</sup> Voir, en particulier, le numéro monographique de la *Revue de Synthèse* intitulé « Géométrie et Cognition », Tome 124 (Longo et al 2003).

### Collaborations envisagées :

Giuseppe Longo (CNRS / Département d'Informatique, ENS), Bernard Teissier (Equipe Géométrie et Dynamique / Institut Mathématique de Jussieu), Jean Petitot (CAMS / EHESS), Pierre Livet (Université de Provence).

## 8.4 Coda : aspects philosophiques de la recherche mathémusicale

Bien que secondaire par rapport aux deux interactions entre la recherche « mathémusicale » et les autres disciplines (informatique et sciences cognitives), nous aimerions poursuivre la réflexion philosophique sur le rapport mathématiques/musique que nous menons principalement dans le cadre des activités du séminaire *mamuphi*, dont nous allons assurer la codirection dans les années qui viennent. En particulier, la réflexion épistémologique sur la démarche algébrique et catégorielle en informatique musicale nous semble riche de ramifications philosophiques nouvelles. Cette approche s'inscrit tout naturellement dans la réflexion sur l'articulation entre l'*objectal* et l'*opérateur*, que l'épistémologue français Gilles-Gaston Granger avait indiqué à partir de la fin des années 1940 comme le fondement de la notion de « concept » en philosophie<sup>75</sup>.

**Approches transformationnelles.** Un candidat idéal pour une telle réflexion est la démarche transformationnelle en analyse et composition assistée par ordinateur. Nous avons déjà proposé une lecture des diagrammes utilisés par les théoriciens de la musique dans leur approche transformationnelle en analyse musicale à partir d'un examen détaillé de certaines approches développementales récentes de la pensée logico-mathématique (Andreatta, 2010). Parmi les trois problématiques qui, selon le psychologue Olivier Houdé, marquent le renouveau de la pensée piagétienne, la théorie mathématique des catégories occupe une place tout à fait centrale. À la différence de l'approche structurale que Piaget a développée à partir de son *Essai de logistique opératoire* (1949), approche qui constitue également le cadre conceptuel de ses recherches sur l'abstraction réfléchissante et sur la généralisation à partir de la fin des années 1970, la théorie des catégories introduit, selon Houdé, un élément nouveau dans la pensée opératoire. Les morphismes permettent « la prise en compte d'un aspect de la cognition logico-mathématique qui ne procède pas de la transformation du réel (opérations et groupements d'opérations) mais de la simple activité de mise en relation<sup>76</sup> ». Cette lecture de l'approche catégorique éclaire, à notre avis, un aspect fondamental de l'analyse musicale de type transformationnel, à savoir l'articulation entre la notion de progression et celle de réseau transformationnel, que nous avons illustrée dans notre modélisation informatique de l'analyse du *Klavertück III* de Stockhausen par le théoricien David Lewin<sup>77</sup>. Dans une progression, les transformations s'enchaînent selon un ordre qui respecte le déroulement chronologique de la pièce. La logique opératoire reste ancrée dans une notion de temporalité qui, comme dans le cas de la pièce de Stockhausen, s'avère parfois insuffisante d'un point de vue de la perception de l'œuvre. Dans un réseau transformationnel, la « logique opératoire » est créée par le sujet (qui est dans ce cas l'auditeur et/ou l'analyste) à travers une mise en relation d'objets et de morphismes dans un espace abstrait de potentialités. Pour paraphraser la conclusion de Lewin, dans le cas des progressions transformationnelles, quand nous sommes à un point d'une telle progression nous sommes à un *instant* précis du temps, de la *narration* de la pièce, tandis que dans le cas d'un réseau abstrait nous sommes plutôt à un *point* bien défini à l'intérieur d'un *espace* créé par la pièce<sup>78</sup>.

**Démarche phénoménologique dans la pensée mathématique contemporaine.** Il est probablement trop tôt pour évaluer les conséquences épistémologiques d'un tel changement de paradigme en analyse musicale, la théorie transformationnelle n'étant pas encore un objet d'études pour la psychologie expérimentale et la philosophie de la musique. Nous avons cependant des pistes très intéressantes pour les recherches futures. En ce qui concerne par exemple la nature de l'espace en musique, outre la

---

<sup>75</sup> Voir, en particulier, l'écrit « Contenus formels et dualité », repris dans Granger (1994).

<sup>76</sup> Voir Houdé et Miéville (1993).

<sup>77</sup> Voir Andreatta (2010), en particulier p. 17-21.

<sup>78</sup> Lewin (1993).

programmation spatiale dont nous avons souligné les application récentes en musicologie computationnelle, nous avons trouvé plusieurs éléments qui pourront nourrir ultérieurement notre réflexion sur la nature de l'espace en musique dans un ouvrage consacré à un réexamen critique et prospectif de la phénoménologie husserlienne notamment dans ses rapports avec les idéalités mathématiques et la réalité physique<sup>79</sup>.

Un certain nombre de questions posées par Luciano Boi dans la présentation de la première partie de cet ouvrage, centrée sur la spatialité et la phénoménologie de la perception, s'appliquent à notre avis non seulement au cas de la perception visuelle mais elles semblent également offrir un nouvel éclairage sur les implications cognitives et perceptives de la modélisation transformationnelle en musique. En particulier, dans le cas de l'organisation spatiale des structures musicales proposée par les approches transformationnelles, la question se pose de la relation entre les formes perçues et l'activité cognitive. Cette relation demande également une analyse de la relation locale/globale au sein d'un réseau transformationnel. Cela rejoint les préoccupations qui animent le projet d'application du modèle MENS à la perception musicale<sup>80</sup>. Cependant, elle ne fait qu'articuler, à un deuxième degré, la dualité de l'*objectal* et de l'*opérateur* en tant que « catégorie primitive de la pensée », pour reprendre la thèse de Granger. Du point de vue des sciences cognitives, cette approche touche à la question même de la nature de l'espace en musique, un problème dont la richesse en ce qui concerne les possibles retombées perceptives et cognitives reste, à notre avis, à comprendre. Il est évident que ces types de problématiques demandent également une remise en question des « lectures » philosophiques de certaines approches algébriques appliquées à la musique.

**Vers un structuralisme phénoménologique en mathématiques/musique.** La musique, ou plus précisément la recherche mathémusicale, représente ainsi une démarche grâce à laquelle on pourrait arriver à concilier certaines instances structuralistes avec d'autres orientations philosophiques, en particulier la phénoménologie husserlienne. Pour cela, nous avons proposé l'appellation « *structuralisme phénoménologique*<sup>81</sup> » pour une telle orientation philosophique en théorie mathématique de la musique. C'est une hypothèse que l'on peut avancer à partir, par exemple, des écrits d'Ernst Cassirer (1944), dont certaines considérations algébriques sur la mélodie musicale, inspirées directement par le programme de Felix Klein en géométrie (Klein, 1872), semblent bien s'inscrire dans une démarche structurale qui reste cependant ancrée sur le terrain de la phénoménologie.

Une réflexion philosophique qui nous semble pouvoir s'appliquer directement au cas de l'analyse musicale transformationnelle est celle proposée par Jocelyn Benoist dans son étude sur la pertinence phénoménologique de la théorie des catégories, toujours dans l'ouvrage *Rediscovering Phenomenology*. En effet, si l'un des aspects qui caractérisent la pensée phénoménologique est l'attention envers la dynamique de l'intuition conceptuelle, l'importance que David Lewin accorde au processus de construction au sein d'une analyse transformationnelle souligne la possibilité d'une coexistence entre démarche phénoménologique et approche structurale en musique. De même que « la phénoménologie husserlienne des mathématiques est structurale en ce qu'elle se fixe sur les invariances [...] dont elle fait le cœur de l'objectivité mathématique en tant qu'objectivité formelle<sup>82</sup> » l'analyse transformationnelle est phénoménologique tout en étant structurale, le groupe de transformation qui opère sur l'espace musical étant confronté systématiquement au processus perceptif propre à la subjectivité de l'analyste.

À partir de réflexions de mathématiciens sur la portée phénoménologique de l'activité mathématique contemporaine et en comparant ces auteurs avec d'autres orientations plus épistémologiques sur la portée cognitive de la réflexion phénoménologique<sup>83</sup>, les chercheurs en théorie mathématiques de la musique, musicologie computationnelle et informatique musicale pourraient ainsi

---

<sup>79</sup> Voir Luciano Boi *et al.* (2007).

<sup>80</sup> Voir la **section 8.2.3**.

<sup>81</sup> Voir Andreatta (2012a). Nous avons récemment découvert que cette appellation a été également proposée dans d'autres approches, en particulier en référence à la démarche de Jakobson en linguistique structurale, concept repris par Petitot dans sa lecture morphologique de la généalogie du structuralisme. Voir, en particulier, Petitot (2004).

<sup>82</sup> Cf. J. Benoist (2007).

<sup>83</sup> Voir, en particulier, l'ouvrage *Naturaliser la phénoménologie* (Petitot *et al.* 2002).

arriver à constituer un cadre conceptuel nouveau à l’intérieur duquel certains problèmes mathématiques posés par la musique ont des implications importantes pour la perception et ouvrent des perspectives qui permettent d’enrichir et renouveler le questionnement philosophique.

### Collaborations envisagées :

Hugues Dufourt (philosophe et compositeur, directeur de recherche CNRS, IDEAT, UMR 8153 CNRS-Sorbonne), Charles Alunni (laboratoire Pensée des Sciences, ENS), François Nicolas (ENS USR 3308), Frédéric Patras (directeur de recherche CNRS, université de Nice Sophia-Antipolis).

## 9 Activités pédagogiques et transmission des connaissances

Parallèlement à la dimension de recherche académique, j’aimerais poursuivre, voir intensifier, mes activités pédagogiques, car le projet ouvre également des horizons nouveaux pour l’enseignement des mathématiques, de l’informatique musicale et la transmission des connaissances. Pour un public de non-spécialistes, notre expérience montre qu’il est tout à fait possible de rendre plus intuitifs et attrayants des concepts abstraits en les introduisant à l’aide d’idées musicales, en particulier en s’appuyant sur des langages de programmation innovants pour la musique, tel l’environnement *OpenMusic* développé à l’Ircam. L’informatique musicale devient ainsi non seulement un outil fondamental pour résoudre des problèmes ouverts mais également une interface stratégique entre la recherche et la pédagogie.

Bien que souvent considérée comme secondaire par rapport à l’activité de recherche à proprement parler, j’ai personnellement toujours considéré comme fondamental l’investissement dans la transmission du savoir, la direction de travaux d’étudiants et la vulgarisation scientifique. Les étudiants qui commencent à explorer le rapport mathématiques/musique dans le cadre d’un TIPE ou en suivant les séminaires d’étude que nous organisons, très souvent cherchent à approfondir leurs connaissances dans le cadre d’un Master scientifique (tel le Master ATIAM de l’UPMC ou d’autres Masters intégrant la composante mathématiques/musique parmi les unités d’enseignement)<sup>84</sup>.

Parmi les actions pédagogiques il faut différencier celles qui s’adressent à la communauté scientifique (principalement des étudiants de Master et de doctorants), celles qui visent la communauté musicale (celle des compositeurs, théoriciens de la musique, musicologues, interprètes, ...) et, de façon plus générale, celles qui s’adressent au grand public.

### 9.1 Actions visant un public scientifique

Notre objectif principal sera de renforcer la composante « mathémusicale » dans les cours qui font actuellement l’objet d’unités d’enseignement organisées dans le cadre des différents Master, aussi bien en France qu’à l’étranger. Notre effort concernera principalement le Master ATIAM, où nous organisons déjà l’unité d’enseignement MMIM (Modèles Mathématiques en Informatique Musicale), en collaboration avec Marc Chemillier (EHESS). Depuis ma prise de fonction en tant que coordinateur du Master ATIAM, je me suis attaqué au problème de renforcer la composante internationale du Master tout en gardant sa spécificité, par exemple le fait de s’éteindre sur une seule année, à la différence d’autres Masters ayant pu s’intégrer dans le réseau des Master européens. Dans l’ouverture à l’international du Master ATIAM, nous visons principalement à renforcer les liens informels existant avec certaines institutions (université de McGill à Montréal, CNMAT University of California à Berkeley, Département de mathématiques et d’informatique de l’université de Pise en Italie, ...) qui pourraient ainsi devenir des laboratoires associés (accueillant systématiquement, par exemple, des étudiants en stage ou en thèse, dans le cas des cotutelle avec l’UPMC ainsi que des unités d’enseignement sur les rapports mathématiques/musique/informatique).

---

<sup>84</sup> Voir la **section 5** du rapport d’activités pour mes responsabilités et mes activités d’enseignement dans le cadre de plusieurs formations doctorales intégrant des UE sur mathématique et musique.

## 9.2 Actions visant la communauté musicale

Ici, nos objectifs à court et moyen terme sont liés directement au spectre d’activités interdisciplinaires qui ont lieu régulièrement à l’Ircam. En particulier, il s’agira de créer des passerelles entre des formations scientifiques, tel le Master ATIAM, et les programmes pédagogiques adressés aux musiciens, tel le Coursus de composition accueillant chaque année à l’Ircam une vingtaine de compositeurs venant du monde entier. Nous avons organisé les premières initiatives dans ce sens pendant l’année académique 2012-2013, en ciblant des unités d’enseignement ou des interventions susceptibles d’intéresser à la fois les scientifiques et les compositeurs (cours sur la musique algorithmique, intervention du compositeur Julio Estrada sur les modèles mathématiques en composition, cours sur la perception et cognition musicales, ...). Notre objectif est également d’impliquer les chercheurs travaillant dans le domaine des rapports entre mathématiques et musique dans l’organisation d’activités d’enseignement adressées principalement à des compositeurs. Outre les séminaires MaMuX et *mamuphi*, dont la technicité est parfois décourageante pour un public non-scientifique, nous allons poursuivre l’idée pédagogique qui est à la base de l’école de mathématiques pour musiciens et autres non-mathématiciens que nous avons co-organisée à l’Ircam de 2006 à 2011, à savoir celle de rendre compréhensible un ou plusieurs concepts centraux de la mathématique la plus contemporaine à des non-spécialistes, en tentant de les mener au cœur de la pensée mathématique la plus active, et sans économiser la spécificité de l’écriture mathématique.

## 9.3 Actions visant le grand public

Si l’« école de mathématiques pour musiciens et autres non-mathématiciens » a su attirer, outre les musiciens auxquels elle s’adresse plus particulièrement, également un public plus large, il est nécessaire d’envisager des actions spécifiques idéalement conçues pour le grand public.

Nous avons commencé à envisager des activités de ce type dans le cadre de la troisième conférence internationale « Mathematics and Computation in Music » (MCM) qui s’est déroulée du 11 au 18 juin 2011 à l’IRCAM, au Centre Pompidou et au Palais de la Découverte. MCM 2011 a été intégrée dans l’événement le plus important de la saison artistique de l’IRCAM, le Festival Agora (8-18 juin 2011). Comme pour les deux conférences précédentes (à Berlin en 2007 et à Yale en 2009), la troisième conférence internationale « Mathematics and Computation in Music » a constitué à la fois une plateforme multidisciplinaire dédiée à la communication et aux échanges d’idées entre les acteurs impliqués dans l’application des mathématiques à la musique, l’informatique musicale, la théorie de la musique, la composition, la musicologie et les autres disciplines liées mais aussi un moment précieux pour la transmission des connaissances en direction d’un public plus large.

En particulier, nous avons pensé l’élargissement pluridisciplinaire sous le signe du rapport plus général entre Mathématiques et Arts, en travaillant en relation étroite avec le Centre Pompidou (en particulier autour de l’exposition monographique de François Morellet) ainsi qu’avec le Palais de la Découverte (qui a accueilli une exposition sur mathématiques et art organisée par l’ESMA, l’*European Society for Mathematics and Arts*). La relation avec le Palais de la Découverte a également permis d’envisager des moments privilégiés pour la transmission des connaissances autour du rapport maths/musique, en particulier grâce à une conférence grand public (14 juin) ainsi qu’une table ronde sur la créativité en mathématique et dans les arts qui a clôturé la conférence MCM 2011 (18 juin 2011). La conférence grand public, intitulée « Les mathématiques dans l’univers musical », a été conçue en collaboration étroite avec les médiateurs scientifiques du Palais de la Découverte tandis que la table ronde conclusive, dont j’ai assuré l’animation, a permis d’élargir la question du rapport entre mathématiques et musique à celle, plus générale, du rapport entre les mathématiques et l’art. Avec la participation de Jean-Paul Allouche (mathématicien), Claude Bruter (mathématicien et président de l’ESMA), Tom Johnson (compositeur), Jean-Marc Lévy-Leblond (physicien et essayiste), Jacques Mandelbrojt (peintre et physicien théoricien) et Jean-Claude Risset (physicien et compositeur).

La collaboration avec le Palais de la Découverte se poursuivra dans le cadre d’une exposition consacrée à la symétrie (Palais de la Découverte, mars 2013) dans laquelle nous organiserons des activités grand public sur la pertinence de la notion de symétrie en musique.

## 10 Vers une institutionnalisation de la recherche « mathémusicale »

Le projet de recherche poursuit le processus d’institutionnalisation du domaine de recherche autour des rapports mathématiques/musique auquel nous avons participé activement depuis au moins une dizaine d’années. Les moments principaux de ce processus ont été :

- la mise en place, en 2001, d’un séminaire d’étude mensuel à vocation interdisciplinaire et avec une forte composante internationale (séminaire MaMuX de l’Ircam) ;
- la création en 2007 d’une revue internationale à comité de lecture sur mathématiques/musique (*Journal of Mathematics and Music*) ainsi que d’une société savante (*Society of Mathematics and Computation in Music*) ;
- la création de deux collections d’ouvrages ouvrant la réflexion sur les rapports mathématiques/musique à la dimension plus générale des rapports musique et science (collection « Musique/Sciences » chez Ircam/Delatour France, en 2005, et collection « Computational Music Sciences », chez Springer en 2008) ;
- l’intégration de la discipline, depuis 2004, dans le cadre d’unités d’enseignement au sein de plusieurs formations doctorales en France et à l’étranger (ATIAM, Ircam/UPMC/ParisTech ; Master IC2A, université de Grenoble ; ENST Bretagne ; école doctorale en mathématique, université de Pise ; école doctorale en informatique, université de Milan...) ;
- la direction de plusieurs travaux académiques (du niveau master au doctorat).

Toutes ces actions ont contribué à la reconnaissance du statut de la recherche mathémusicale au sein de la communauté des mathématiciens, comme le montre l’intégration, à partir de janvier 2011, de la discipline « mathématiques/musique » (**code : 00A65**) dans le *Mathematics Subject Classification* (MSC).

L’IRCAM a joué un rôle majeur dans ce processus d’institutionnalisation et a acquis une reconnaissance au niveau international grâce aux multiples activités dont il a été à l’origine, depuis le Forum Diderot « Mathématique et Musique » (1999) jusqu’à la conférence internationale « Mathematics and Computation in Music » (2011), organisée sous l’égide de la Société Mathématique de France. C’est donc au sein de l’UMR 9912 (STMS) que j’aimerais m’investir en tant que directeur de recherche avec, comme objectif principal, celui de poursuivre le processus d’institutionnalisation de la recherche « mathémusicale » tout en consolidant le rôle stratégique joué par la recherche française dans le domaine des rapports entre mathématiques, informatique et musique. Il s’agit à la fois d’envisager des actions spécifiques permettant de continuer à fédérer la communauté des chercheurs travaillant dans ce domaine mais aussi augmenter le nombre de doctorants susceptibles de s’investir dans un travail de thèse aussi bien en informatique qu’en mathématiques et en musicologie computationnelle. Une position de directeur de recherche serait sans doute un atout pour mener à bien ce projet ambitieux.

## 11 Références<sup>85</sup>

- Acotto E. et M. Andreatta (2012), « Between Mind and Mathematics. Different Kinds of Computational Representations of Music », *Mathematics and Social Sciences* (50e année, n° 199, p. 9-26. Special Issue devoted to the Conference of the EMPG 2011 (European Mathematical Psychology Group, Telecom ParisTech, 29-31 août 2011).
- Acotto E. et Andreatta, M. (2013), « Représentations mentales musicales et représentations mathématiques de la musique », *InCognito, Cahiers Romains de Sciences Cognitives*, Vol. 4, n° 3 (sous presse).
- Agon C. (1998), *OpenMusic : un langage visuel pour la composition musicale assistée par ordinateur*, thèse, Université de Paris VII.
- Agon C. (2004), *Langages de programmation pour la composition musicale*, mémoire d’habilitation à diriger des recherches, université de Paris VI.
- Agon C. et M. Andreatta (2011), « Modelling and Implementing Tiling Rhythmic Canons in OpenMusic Visual Programming Language », *Perspectives of New Music*, Special Issue, vol. 1-2, n° 49.
- Ahn Y.-K. (2009), *L’analyse musicale computationnelle*, thèse de doctorat en informatique, Université de Paris 6 / Ircam.
- Allouche J.-P. et L. Maillard-Teyssier (2011), « Inconstancy of finite and infinite sequences », à paraître dans *Theoretical Computer Science*.
- Amiot E. (2007), « David Lewin and Maximally Even Sets », *Journal of Mathematics and Music* 1(3), 157-172.
- André Y. (2006-2009), *Ecole de mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens*, manuscrit inédit, disponible en ligne à l’adresse : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/EcoleYA.html>
- Andreatta M. (1996), *Gruppi di Hajós, Canoni e Composizioni*, Tesi di laurea, Faculté de mathématiques, Université de Pavie.
- Andreatta M. (1997a), *Formalizing musical structure : from Information to Group Theory*, Dissertation in Aesthetics and Sociology of Music, University of Sussex, 1997.
- Andreatta M. (1997b), *Group-theoretical methods applied to music*, Dissertation, University of Sussex.
- Andreatta M. (1999), *La Théorie Mathématique de la musique de Guerino Mazzola et les canons rythmiques*, Mémoire de DEA, Université de Paris IV-EHESS-IRCAM.
- Andreatta M. (2003), *Méthodes algébriques en musique et musicologie du XX<sup>e</sup> siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*, thèse de doctorat, EHESS/Ircam.
- Andreatta M. (2004), « On group-theoretical methods applied to music: some compositional and implementational aspects », *Perspectives in Mathematical and Computational Music Theory*, ed. G. Mazzola, T. Noll and E. Lluís-Puebla. (Electronic Publishing Osnabrück, Osnabrück), 169-193.
- Andreatta M. (2010), *Mathematica est exercitium musicae. La recherche mathémusicale et ses interactions avec d’autres disciplines*, mémoire d’habilitation à diriger des recherches, Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université de Strasbourg.
- Andreatta M. (2011), « Constructing and Formalizing Tiling Rhythmic Canons : A Historical Survey of a ‘Mathemusal’ Problem », *Perspectives of New Music*, Special Issue, vol. 1-2, n° 49.
- Andreatta M. (2012a), « Mathématiques, Musique et Philosophie dans la tradition américaine : la filiation Babbitt/Lewin », in Andreatta M., F. Nicolas, Ch. Alunni dir. (2012), *A la lumière des mathématiques et à l’ombre de la philosophie. Dix ans de séminaire mamuphi*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France, Sampzon.
- Andreatta M. (2012b), « Analyse Formelle des Concepts et Structures Conceptuelles en Musique », document de travail, disponible à l’adresse : <http://repmus.ircam.fr/moreno/afcm>

---

<sup>85</sup> Pour une liste plus exhaustive des références bibliographiques je renvoie à la bibliographie contenue dans mon mémoire d’habilitation à diriger des recherches : <http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/moreno/TexteHDR.pdf>

- Andreatta M. et Vuza D. T. (2001), « On some properties of periodic sequences in Anatol Vieru's modal theory », *Tatra Mountains Mathematical Publications*, vol. 23, 1-15.
- Andreatta M. et S. Schaub (2003), « Une introduction à la Set Theory: les concepts à la base des théories d'Allen Forte et de David Lewin », *Musurgia*, Vol. X/1, 73-92.
- Andreatta M. et C. Agon (2003), « Implementing algebraic methods in *OpenMusic* », *Proceedings ICMC*, Singapore.
- Andreatta M., C. Agon, D. T. Vuza (2004), « On some theoretical and computational aspects of Anatol Vieru's periodic sequences », *Soft Computing*, Septembre, vol. 8, n° 9, 588-596.
- Andreatta M. et G. Bloch (2007), « Tiling Space with Musical Canons », *Seed Workshop*, Dublin, 5 mai. Séminaire organisé par Wiebke Drenckhan (Laboratoire de Physique des Solides UMR 8502 – Université Paris-Sud).
- Andreatta M., J.-M. Bardez, J. Rahn dir. (2008), *Autour de la Set Theory. Rencontre musicologique franco-américaine*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- Andreatta M. et C. Agon (2009), Special Issue « Tiling Problems in Music », *Journal of Mathematics and Music*, Juillet, vol. 3, n° 2.
- Andreatta M et I. Deliège (eds.) (2010), « GTTM 25 years on », *Musicae Scientiae*, Discuss. Forum 5.
- Andreatta M., A. Ehresmann, R. Guitart, G. Mazzola, (2013), « Towards a categorical theory of creativity », Fourth International Conference, MCM 2013, McGill University, Montreal, June 12-14, 2013. Lecture Notes in Computer Science / LNAI 6726, Springer (submitted).
- Assayag G. (2009), *Algorithmes, langages et modèles pour la recherche musicale : de la composition à l'interaction*, mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université de Paris 6.
- Assayag G., H.G. Feichtinger, J.F. Rodrigues eds (2002), *Mathematics and Music, Diderot Forum*, European Mathematical Society, Berlin, Springer Verlag.
- Assayag G., A. Gerzso eds (2009), *Nouveaux Paradigmes pour l'Informatique Musicale*, collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- Barbut M., L. Frey (1971), « Techniques ordinales en analyse des données », *Méthodes Mathématiques des Sciences de l'Homme*, tome I, Algèbre et Combinatoire, Hachette Université.
- Beauguitte P. (2011), *Transformé de Fourier discrète et structures musicales*, Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6, juin.
- Benoist J. (2007), « Mettre les structures en mouvement : la phénoménologie et la dynamique de l'intuition conceptuelle. Sur la pertinence phénoménologique de la théorie des catégories », in Luciano Boi, Pierre Kerszberg, Frédéric Patras (eds.), *Rediscovering Phenomenology*.
- Berthoz A. (2005), « Les liens entre mathématiques et neurosciences », dans *Les mathématiques dans le monde scientifique contemporain*, Académie des sciences, rst n° 20, 175-211.
- Bigo L. (2010), *Utilisation de la programmation spatiale pour l'analyse et la représentation symbolique musicale*, mémoire de Master ATIAM, Ircam/Université de Paris 6, septembre.
- Bigo L., Michel O., Spicher A. (2010), « Spatial Programming for Music Representation and Analysis », Spatial Computing Workshop, Budapest, Novembre.
- Bloch G. (2006), « Vuza canons into the museum », in Agon, C., Assayag, G. and Bresson, J. (eds) *The OM Composer's Book 01*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- Boi L., P. Kerszberg, F. Patras (eds.) (2007), *Rediscovering Phenomenology: Phenomenological Essays on Mathematical Beings, Physical Reality, Perception and Consciousness*, Springer.
- Brown R. et T. Porter T. (2008), « Category Theory and Higher Dimensional Algebra : potential descriptive tools in neurosciences » (online : <http://arxiv.org/pdf/math/0306223v2>).
- Cassirer R. (1944), « The concept of group and the theory of perception », *Philosophy and Phenomenological Research*, V/1, p. 1-36.
- Cauchy A. (1841), « Notes sur divers théorèmes relatifs à la rectification des courbes, et à la quadrature des surfaces », *C. R. Acad. Sci. Paris* 13, 1060-1063.
- Cauchy A. (1850), « Mémoire sur la rectification des courbes et la quadrature des surfaces courbes », *Mém. Acad. Sci. Paris* 22, 3-15.
- Chemillier M. (1987), « Monoïde libre et musique », *RAIRO Inf. Theo.*, vol. 21, n° 3 et 4, 341-371 et 379-417.
- Cont A., S. Dubnov S., et G. Assayag (2011), « On the Information Geometry of Audio Streams with Applications to Similarity Computing », *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, Vol. 19, no. 1 (sous presse).

- Crofton M. W. (1868), « On the theory of local probability, applied to straight lines drawn at random in a plane; the methods used being also extended to the proof of certain new theorems in the Integral Calculus », *Philos. Trans. R. Soc. Lond.* 158, 181-199.
- Dowek G. (2005), « Le langage mathématique, les langages de programmation », Séminaire MaMuX, Séance *Logique et calculabilité en informatique et en musique*, IRCAM, 13 mars.
- Dowek G. (2009), « La forme physique de la thèse de Church et la sensibilité aux conditions initiales », dans *Ouvrir la logique au monde, Philosophie et Mathématique de l'interaction* (Jean-Baptiste Joinet et Samuel Tronçon dir.), Hermann, Collection « Visions des sciences ».
- Ehresmann A. C. et J.-P. Vanbremeersch (2007), *Memory Evolutive Systems: Hierarchy, Emergence, Cognition*, Elsevier, Amsterdam.
- Fidanza G. (2008), *Canoni ritmici a mosaico*, tesi di laurea, Università degli Studi di Pisa, Facoltà di SSMMFFNN, Corso di laurea in Matematica.
- Forte A. (1973), *The Structure of Atonal Music*, Yale University Press.
- Fuglede B. (1974), « Commuting self-adjoint partial differential operators and a group theoretic problem », *J. Funct. Anal.*, 16, 101-121.
- Ganter B., R. Wille (1999), *Formal Concept Analysis. Mathematical Foundations*, Springer.
- Giavitto J.-L., O. Michel et J.-P. Sansonnet (1996), « Group based fields ». In I. Takayasu, R. H. Jr. Halstead et Ch. Queinnec (eds.), *Parallel Symbolic Languages and Systems (International Workshop PLS'95)*, LNCS, vol. 1068, Springer, 209-215.
- Girard J.-Y. (2006, 2007), *Le Point Aveugle*, (en deux volumes), Hermann.
- Girard J.-Y. (2010), « Le fantôme de la transparence », article écrit pour les 60 ans de Giuseppe Longo et disponible à l'adresse : <http://iml.univ-mrs.fr/~girard/longo2.pdf>
- Gratus J. et T. Porter (2006), « A spatial view of information », *Theoretical Computer Science*, 365(3), 206-215.
- Guitart R. (2009), « Théorie du nouveau », intervention dans le séminaire *mamuphi*, ENS, 9 mai.
- Guitart R. (2012), « Pour une modélisation qualitative en termes de catégories », à paraître dans *Penser la musique avec les mathématiques (10 ans après)*, Actes du séminaire *mamuphi*, M. Andreatta, Ch. Alunni et F. Nicolas (dir.), collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- Granger J.-G. (1994), *Formes, opérations, objets*, Paris : Librairie Philosophique J. Vrin.
- Hagmann P., L. Cammoun, X. Gigandet, R. Meuli, C. J. Honey, Van J. Wedeen et O. Sporns (2008), « Mapping the Structural Core of Human Cerebral Cortex », *PLoS Biology* 6, Issue 7, 1479-1493. Online: [www.plosbiology.org](http://www.plosbiology.org)
- Hajós G. (1942), « Über einfache und mehrfache Bedeckung des  $n$ -dimensionalen Raumes mit einem Würfelgitter », *Math. Zeit.*, 47, 427-467.
- Halford G. S. et Wilson W. H. (1980), « A category-theory approach to cognitive development », *Cognitive Psychology*, 12, 356-411.
- Houdé O. et Miéville D. (1993), *Pensée Logico-mathématique, nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris, Presses Universitaires de France.
- Jedrzejewski F., Andreatta, M., Johnson, T. (2009), « Musical experiences with Block Designs », *Proceedings of the Proceedings Conference MCM09*, Springer CCIS Series, Vol. 38, New Haven, 154-165.
- Junod J. (2008), *Etude combinatoire et informatique du caractère diatonique des échelles à sept notes*, Mémoire de Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6.
- Junod J., Audétat, P., Agon, C., Andreatta M. (2009), « A Generalisation of Diatonicism and the Discrete Fourier Transform as a Mean for Classifying and Characterising Musical Scales », Second International Conference MCM 2009, vol. 38, New Haven, 166-179.
- Klein F. (1872), « Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen », *Mathematische Annalen*, 43 (1893) p. 63-100. Tr. fr. *Le Programme d'Erlangen. Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes*, Paris, Gauthier-Villars, 1974.
- Lafont Y. (1997), « Interaction combinators », *Information and Computation*, vol. 137 n° 1, 69-101.
- Lafont Y. (2009), « Calculs de diagrammes et combinateurs d'interaction », Séminaire MaMuX, séance sur *Géométrie de l'interaction et musique*, IRCAM, 9 mai.
- Lewin D. (1987), *Generalized Musical Intervals and Transformations*, Yale University Press.
- Lewin D. (1993), « Making and Using a pcset Network for Stockhausen's *Klavierstück III* », *Musical Form and Transformation: 4 Analytic Essays*, New Haven: Yale University Press, 16-67.

- Lippi S. (2002), *Théorie et pratique des réseaux d'interaction*, thèse, Université de la méditerranée.
- Longo G. et al (2003), « Géométrie et Cognition », *Revue de Synthèse*, Tome 124.
- Mandereau J. (2009), *Etude des ensembles homométriques et leur application en théorie mathématique de la musique et en composition assistée par ordinateur*, mémoire de Master ATIAM, Ircam/Université Paris 6.
- Mandereau J, D. Ghisi, E. Amiot, M. Andreatta, C. Agon (2011a), « Discrete phase retrieval in musical structures », *Journal of Mathematics and Music*, vol. 5, n° 2, p. 99-116
- Mandereau J., D. Ghisi, E. Amiot, M. Andreatta, C. Agon, (2011b) « Z-relation and homometry in musical distributions », *Journal of Mathematics and Music*, vol. 5, n° 2, p. 83-98
- Mazzola G. (2002), *Topos of Music*, Birkhäuser Verlag.
- Mazzola G., M. Andreatta (2006), « From a categorical point of view : K-nets as limit denotators », *Perspectives of New Music*, vol. 44, n° 2, Août, 88-113.
- Mazzola G., M. Andreatta (2007), « Diagrams, gestures and formulae in music », *Journal of Mathematics and Music*, Vol. 1, No. 1, Mars, 23-46.
- Minkowski H. (1907), *Diophantische Approximationen. Eine Einführung in die Zahlentheorie*, Chelsea Publishing Company, New York.
- Morris R. (1987), *Composition with Pitch-Classes: A Theory of Compositional Design*, New Haven, Yale University Press.
- Nicolas F. (2009), « D'un 'tournant géométrique' dans la logique musicale », dans *Ouvrir la logique au monde, Philosophie et Mathématique de l'interaction* (sous la direction de Jean-Baptiste Joinet et de Samuel Tronçon), Hermann, Collection « Visions des sciences ».
- Noll Th. (2008), « Sturmian sequences and morphisms: a music-theoretical application », *Société Mathématique de France*, Journée annuelle, 79-102.
- Noll Th. (2009), « Logics and Mathematical Music Theory », Séminaire *mamuphi*, 5 décembre
- Noll Th., M. Andreatta, C. Agon, G. Assayag et D. Vuza (2001), « The Geometrical Groove : rhythmic canons between Theory, Implementation and Musical Experiments », *Actes des Journées d'Informatique Musicale*, Bourges, 93-98.
- Paul T. (2012), « Des sons et des Quanta », à paraître dans *Penser la musique avec les mathématiques (10 ans après)*, Actes du séminaire *mamuphi*, M. Andreatta, Ch. Alunni et F. Nicolas (dir.), collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.
- Petitot J. (2004), *Morphologie et esthétique*, Paris, Maisonneuve et Larose.
- Petitot J., F. J. Varela, B. Pachoud et J.-M. Roy dir. (2002), *Naturaliser la phénoménologie*, éditions du CNRS.
- Pratt V. (2010), « A Chu space tutorial », conférence donnée à l'occasion de la séance « Espaces de Chu et musique », Ircam, séminaire MaMuX, 9 avril.
- Rahn J. (1980), *Basic Atonal Theory*, New York, Longman.
- Rosenblatt J. (1984), « Phase Retrieval », *Communications in Mathematical Physics* 95, 317-343.
- Rueda C. (2008), « Temporal aspects of a Chu space semantics of CCP », conférence dans le cadre de la séance du séminaire MaMuX de l'Ircam intitulée « Processus concurrents en informatique musicale », 5 décembre.
- Ruwet N. (1966), « Méthodes d'analyse en musicologie », *Revue belge de Musicologie*, 20, 65-90.
- Slavich L. (2010), *Struttura algebrica e topologiche nella musica del XX° secolo*, tesi di laurea in matematica, Università di Pisa.
- Truchet, C., Assayag, G. dir. (2011), *Constraints Programming in Music*, ISTE, Willey.
- Viaud-Delmon I. (2006), *Réalité virtuelle, intégration multi-sensorielle & espace : de l'outil expérimental au paradigme scientifique*, mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université de Paris VI.
- Vuza D. T. (1991-93), « Supplementary Sets and Regular Complementary Unending Canons » (in four parts), *Perspectives of New Music* 29(2), 22-49 ; 30(1) (1992), 184-207; 30(2) (1992), 102-125 ; 31(1) (1993), 270-305.
- Wille R. (1982), « Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts », in I. Rival (ed.), *Ordered sets*, Reidel, Dordrecht-Boston, p. 445-470.
- Wille R., R. Wille-Henning (2007), « Towards a Semantology of Music », in U. Priss, S. Polovina, and R. Hill (eds.), *Proceedings of the International Conference on Conceptual Structures*, LNAI, Springer, p. 269-282.