

# Modèles mathématiques et computationnels dans la chanson

## Analyse de la musique VI – Les formes de la musique populaire

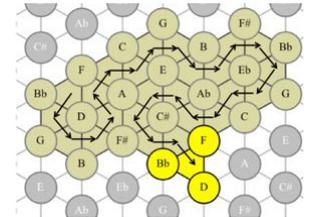
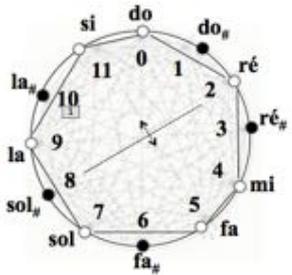
(partie II)

Moreno Andreatta

Equipe Représentations Musicales

IRCAM / CNRS UMR 9912 / Sorbonne Université

IRMA & GREAM, Université de Strasbourg



# Cours de Moreno Andreatta sur les modèles mathématiques et computationnels dans la chanson (Analyse de la musique VI - Les formes de la musique populaire)

## Calendrier :

Chaque jeudi à partir du 18 janvier 2018 de 14h30 à 16h (Le Portique, salle 18)

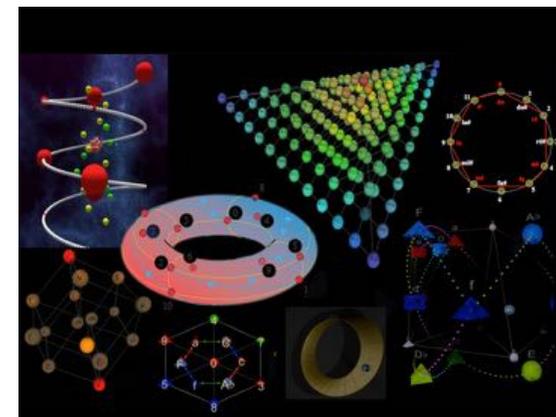
ATTENTION : le cours du 8 février est anticipé au 6 février (13h-13h45, salle 8, pour les étudiants en musicologie) et au 7 février (11h30-12h15, salle 8, pour les étudiants en musiques actuelles)

## Page web :

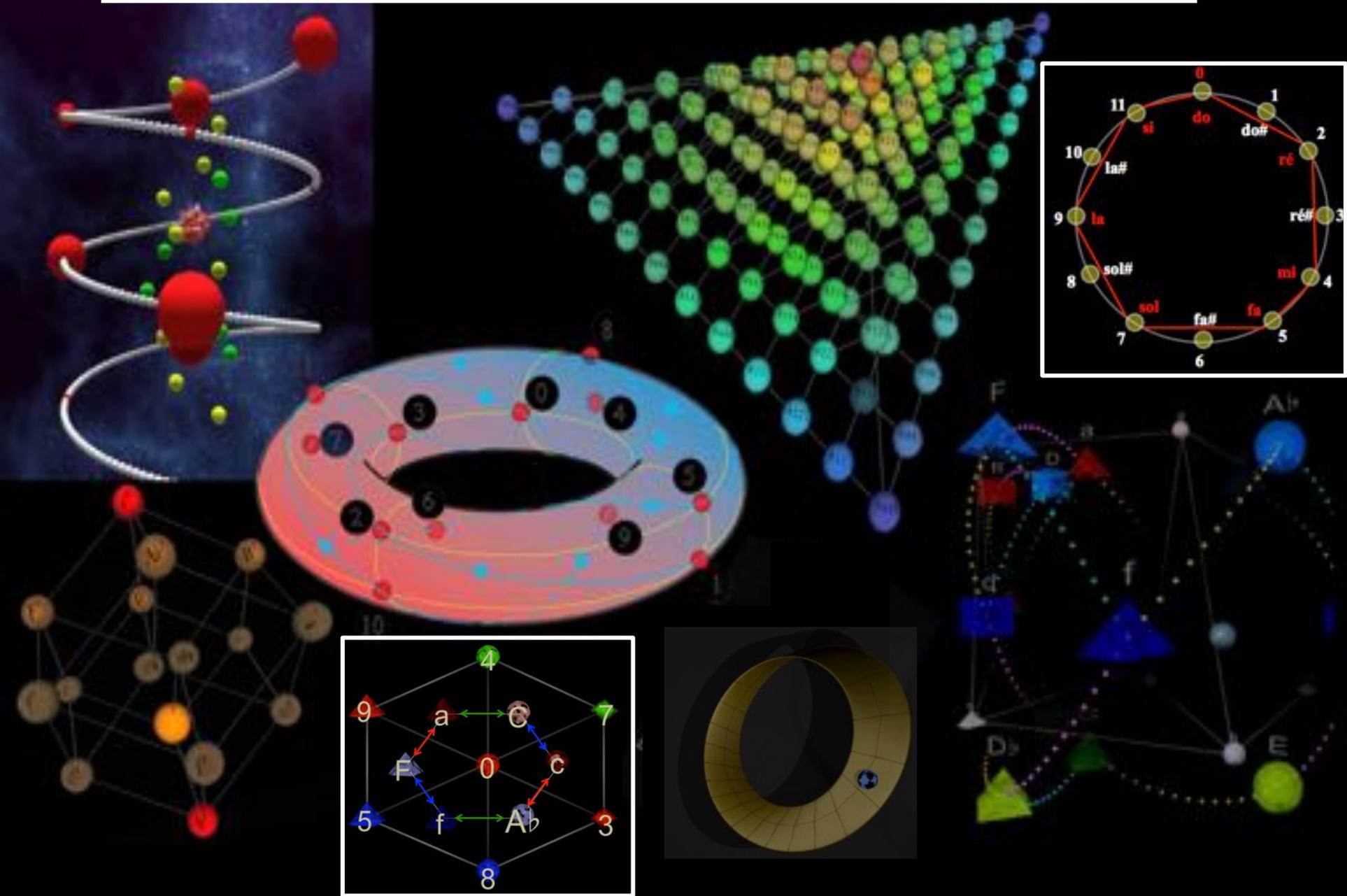
<http://repmus.ircam.fr/moreno/chanson>

## Quelques sujets abordés dans le cours :

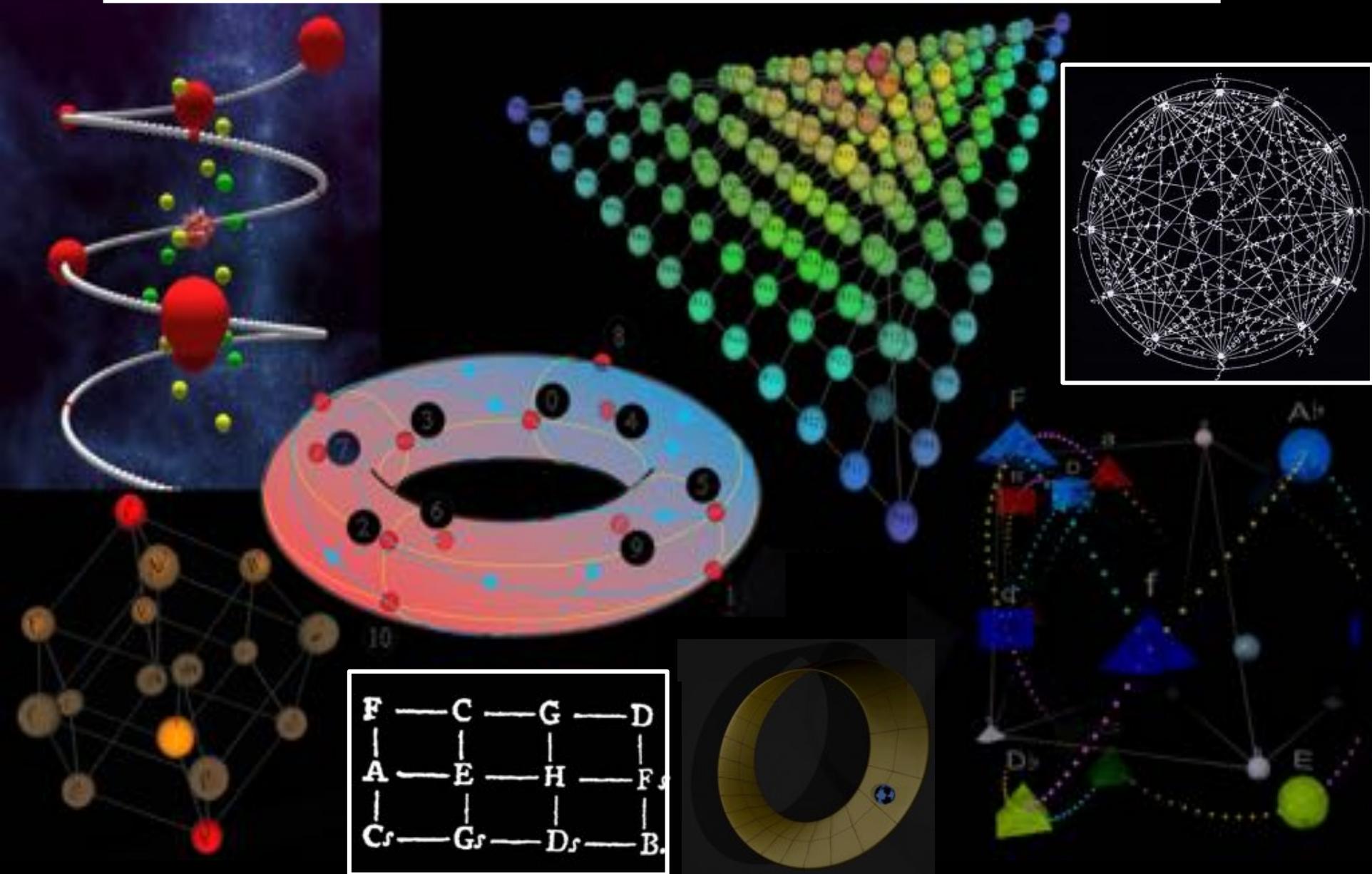
- La chanson parmi les « musiques actuelles » (ou *popular music*)
- Le rapport entre la chanson et la poésie
- La chanson d'auteur en France et en Italie
- Les tubes
- Outils théoriques pour l'analyse de la *popular music*
- Articulations musique savante / *popular music*
- Regards philosophiques et épistémologiques sur la *popular music*
- Modèles mathématiques et computationnels dans la *popular music*



# La galaxie des modèles géométriques au service de la musique



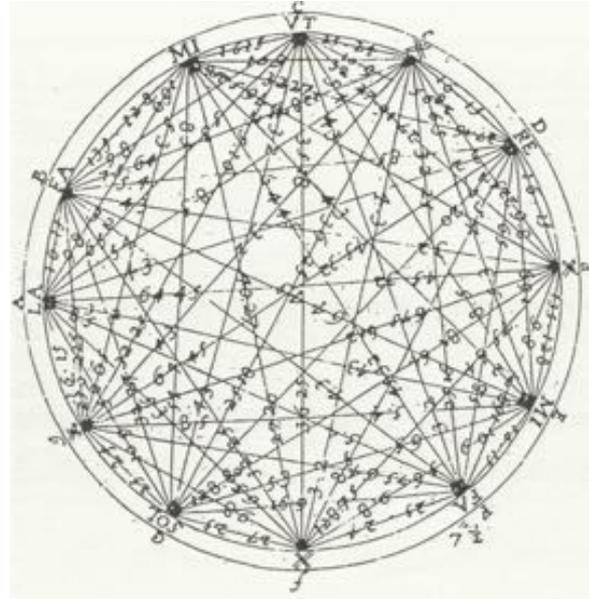
# La galaxie des modèles géométriques au service de la musique



# Mersenne et la naissance de la combinatoire

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

## LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.



Marin Mersenne

*Tabula Combinationis ab 1 ad 22.*

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361380
X	3613800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178291200
XV	1307674368000
XVI	20912789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	121648100408811000
XX	24313901008176640000
XXI	50909418717094400000
XXII	1114000717777607480000



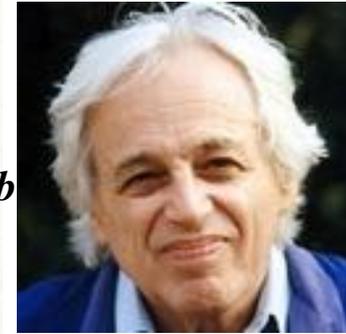
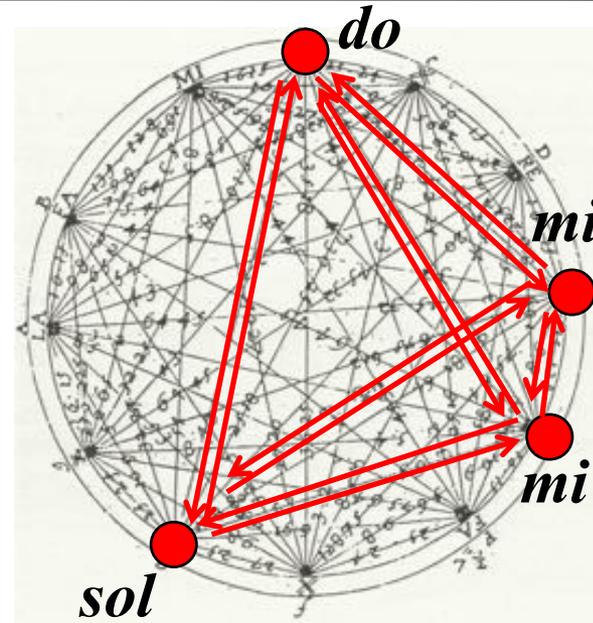
# Approches permutatonnelles en musique savante

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

**LIBER SEPTIMVS.**  
DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS,  
EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

*Tabula Combinationis ab 1 ad 22.*

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178191000
XV	1307674968000
XVI	20911789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	12164100408811000
XX	2431301008176640000
XXI	5090941171709440000
XXII	111400071777607480000



*Six Bagatelles*  
(G. Ligeti, 1953)



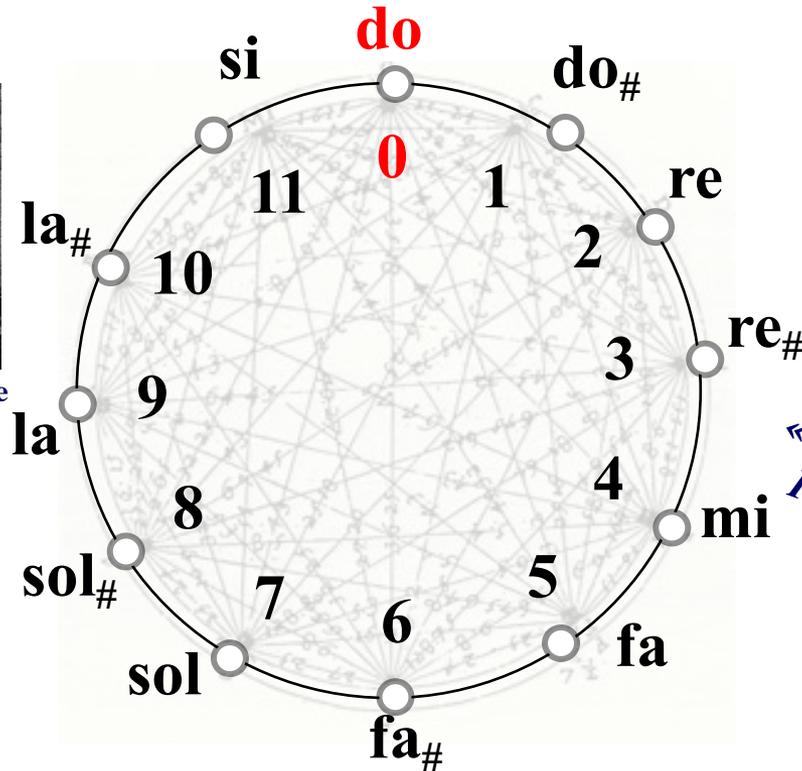
*Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.*

A musical score titled "Varietas, seu Combinatio quatuor notarum." It consists of five staves. Each staff contains a sequence of 22 numbered permutations (1 through 22) of four notes, represented by diamond-shaped symbols. The notes are arranged in a way that demonstrates the combinatorial possibilities of four notes.

# La représentation circulaire de l'espace des hauteurs



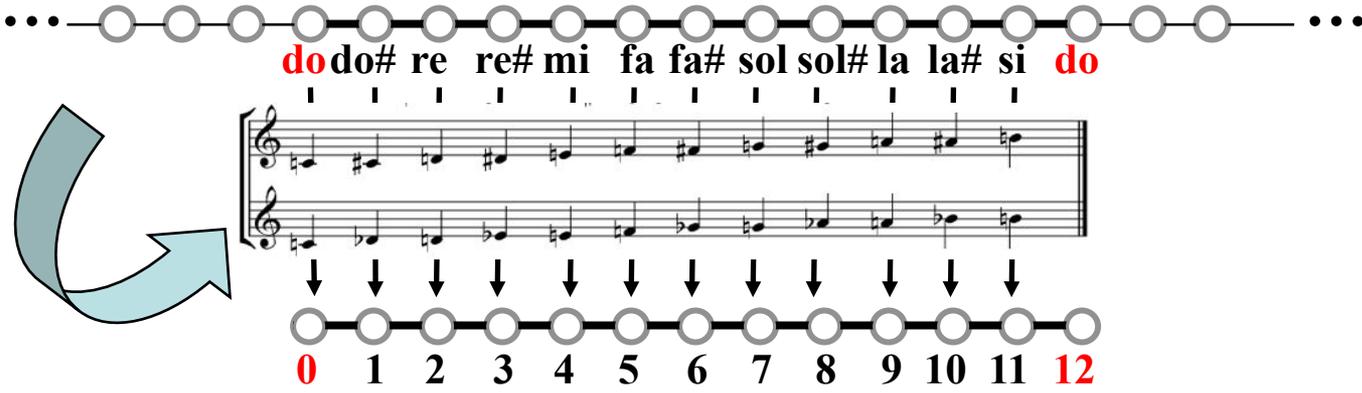
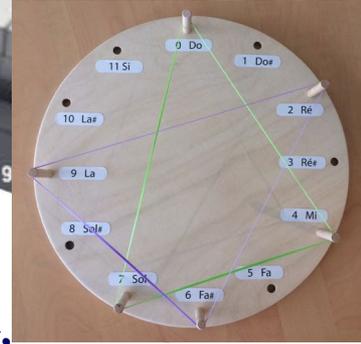
Marin Mersenne



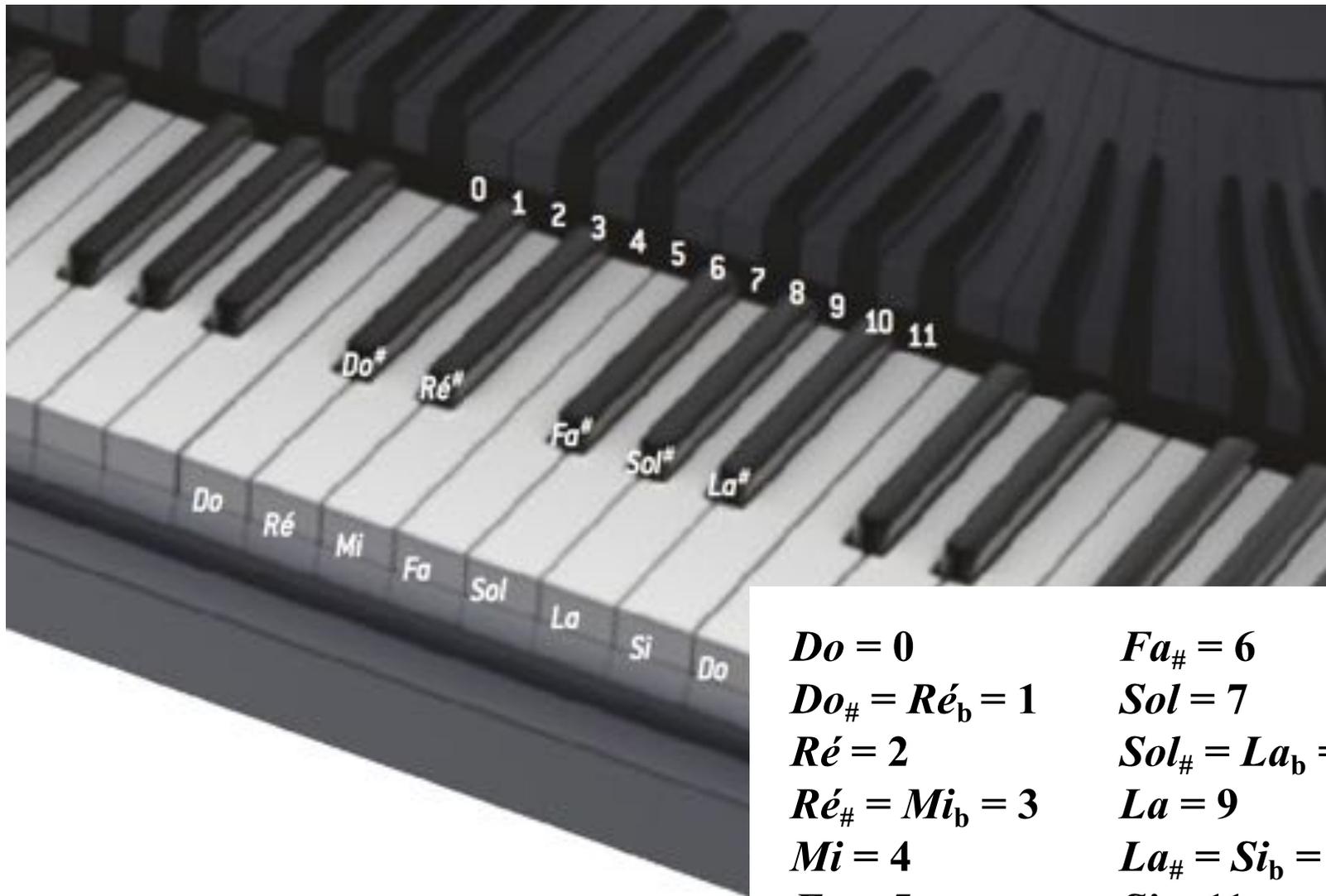
*Harmonicorum Libri XII, 1648*



M. Andreatta, C. Agon,  
« La musique mise en algèbre »,  
*Pour la Science, 2008*



# Le piano : douze notes = douze nombres



*Do* = 0

*Do*<sub>#</sub> = *Ré*<sub>b</sub> = 1

*Ré* = 2

*Ré*<sub>#</sub> = *Mi*<sub>b</sub> = 3

*Mi* = 4

*Fa* = 5

*Fa*<sub>#</sub> = 6

*Sol* = 7

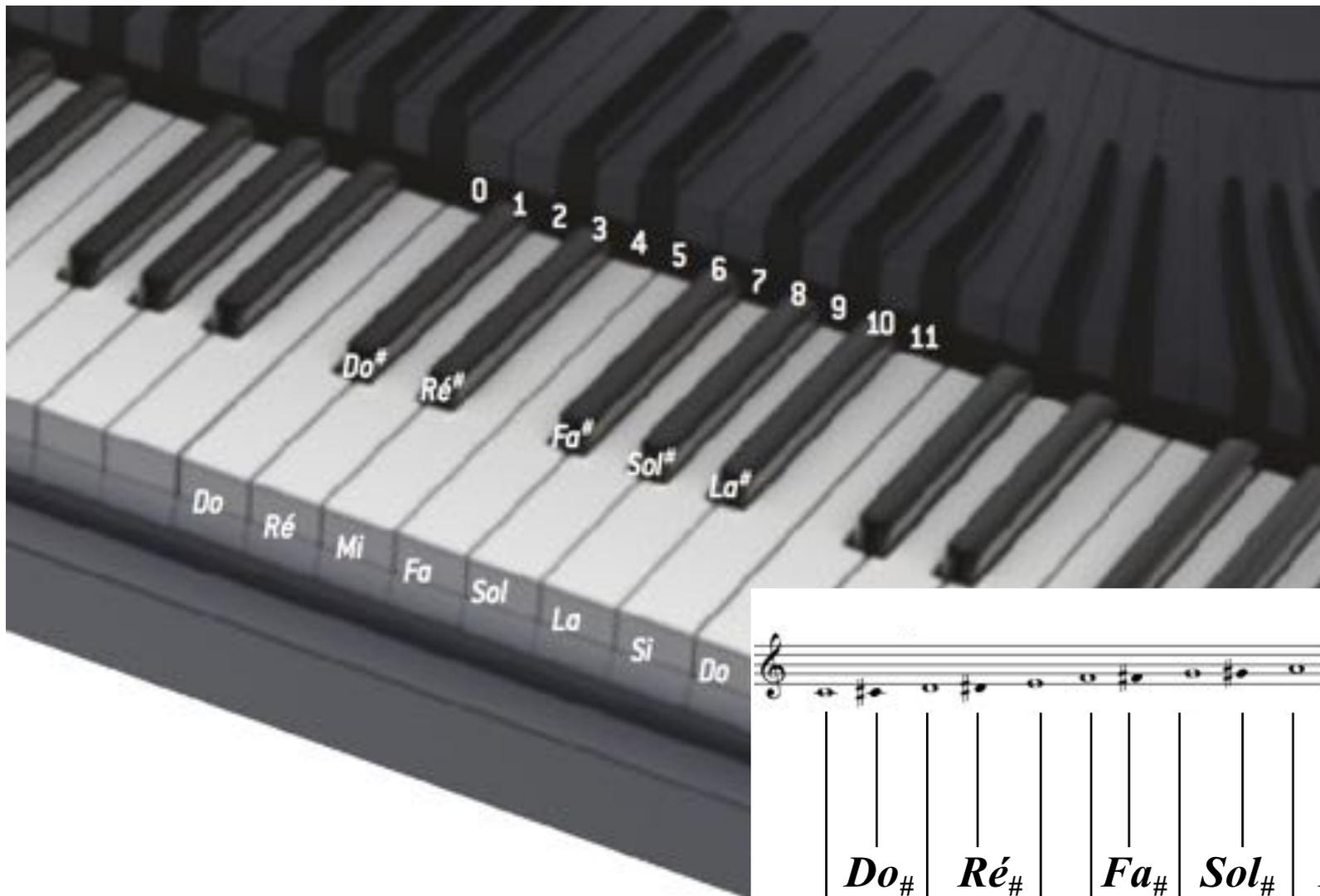
*Sol*<sub>#</sub> = *La*<sub>b</sub> = 8

*La* = 9

*La*<sub>#</sub> = *Si*<sub>b</sub> = 10

*Si* = 11

# Le piano : douze notes = douze nombres

A musical staff in treble clef showing the sequence of notes: Do#, Ré#, Fa#, Sol#, La#, Si. Below the staff, vertical lines connect the notes to their corresponding labels. The labels are arranged in two rows: the top row contains Do#, Ré#, Fa#, Sol#, La# and the bottom row contains Réb, Miб, Solб, Laб, Siб. A dotted line is shown at the end of the staff, indicating the continuation of the sequence.

*Do# Ré# Fa# Sol# La#*  
*Réb Miб Solб Laб Siб*

*Do Ré Mi Fa Sol La Si do*

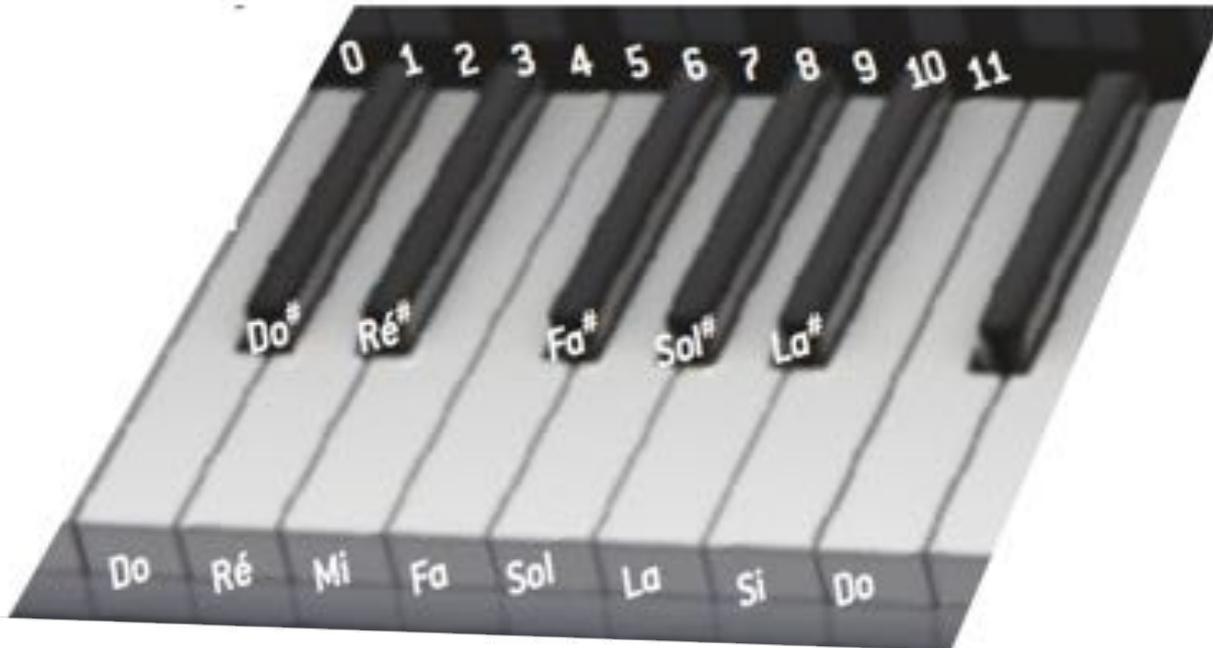
# Le piano : douze notes = douze nombres



<i>Do#</i>	<i>Ré#</i>	<i>Fa#</i>	<i>Sol#</i>	<i>La#</i>	
<i>Réb</i>	<i>Mib</i>	<i>Solb</i>	<i>Lab</i>	<i>Sib</i>	

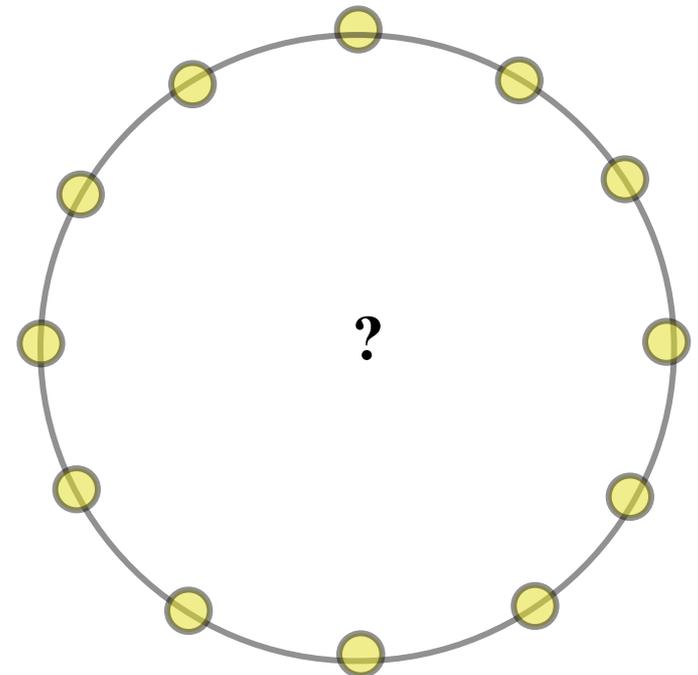
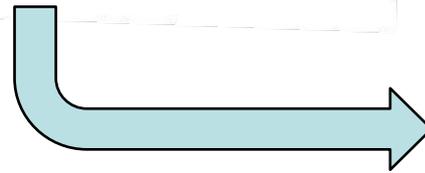
*Do Ré Mi Fa Sol La Si do*

# Du piano à l'horloge musicale

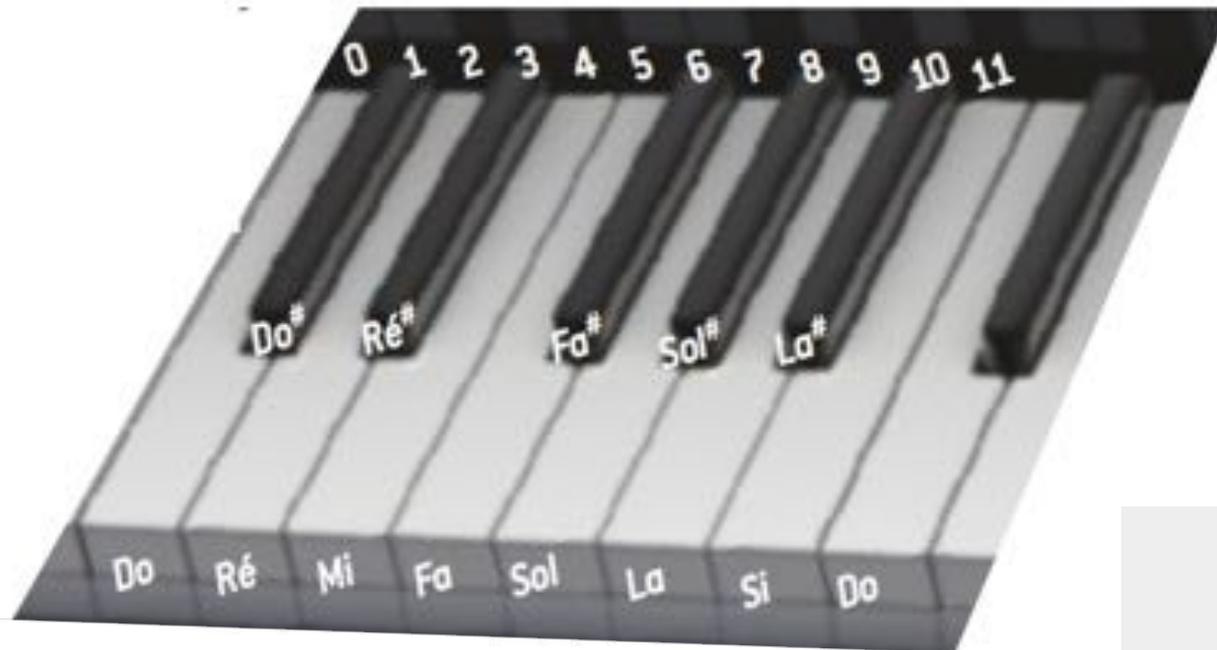


*Do* = 0  
*Do*<sub>#</sub> = *Ré*<sub>b</sub> = 1  
*Ré* = 2  
*Ré*<sub>#</sub> = *Mi*<sub>b</sub> = 3  
*Mi* = 4  
*Fa* = 5

*Fa*<sub>#</sub> = 6  
*Sol* = 7  
*Sol*<sub>#</sub> = *La*<sub>b</sub> = 8  
*La* = 9  
*La*<sub>#</sub> = *Si*<sub>b</sub> = 10  
*Si* = 11



# Du piano à l'horloge musicale (via le software *Hexachord*)



***Do* = 0**

***Do*<sub>#</sub> = *Ré*<sub>b</sub> = 1**

***Ré* = 2**

***Ré*<sub>#</sub> = *Mi*<sub>b</sub> = 3**

***Mi* = 4**

***Fa* = 5**

***Fa*<sub>#</sub> = 6**

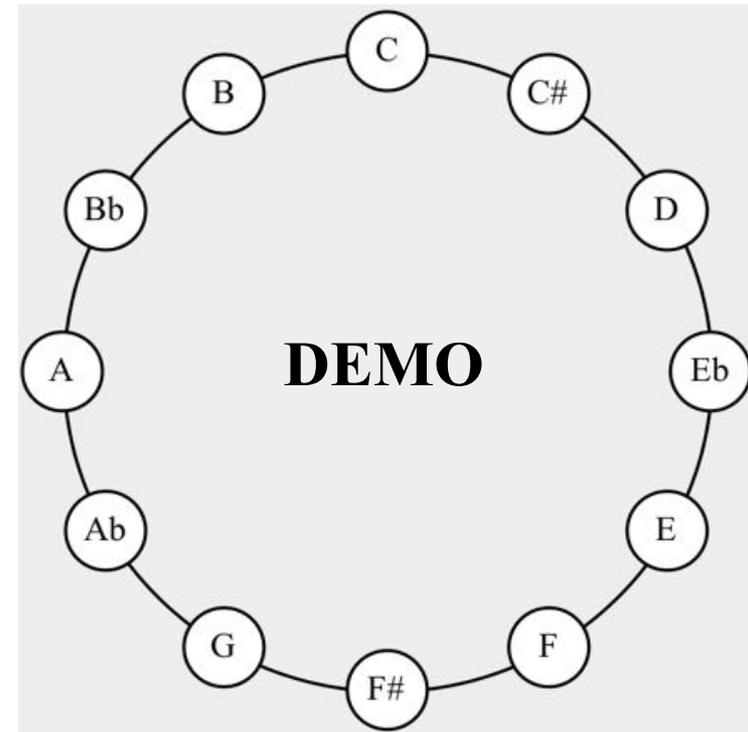
***Sol* = 7**

***Sol*<sub>#</sub> = *La*<sub>b</sub> = 8**

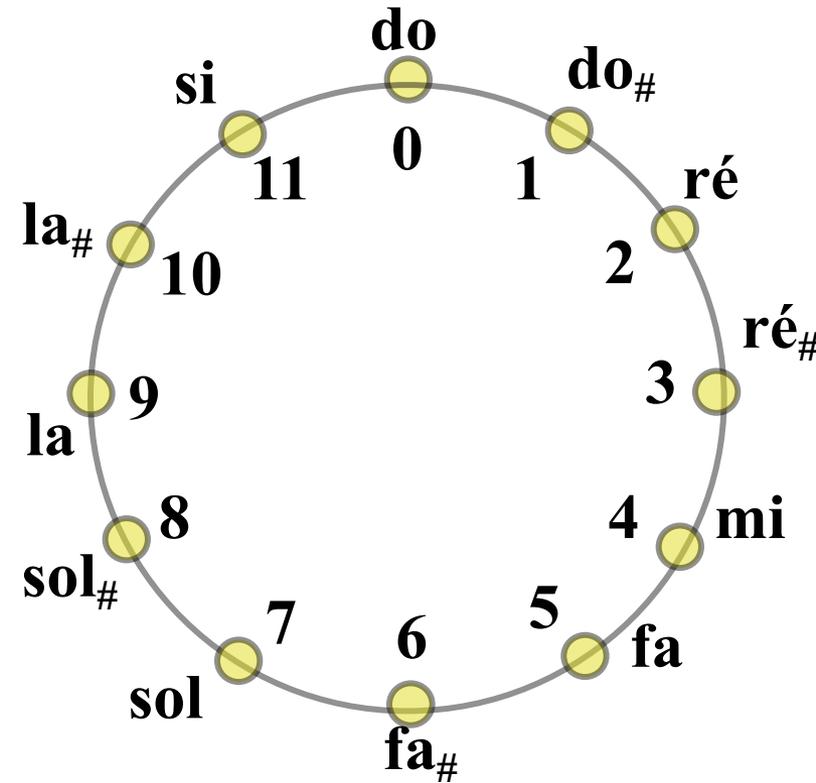
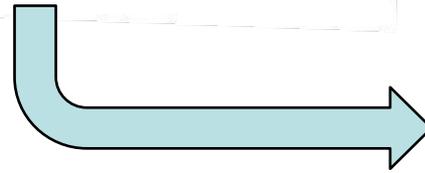
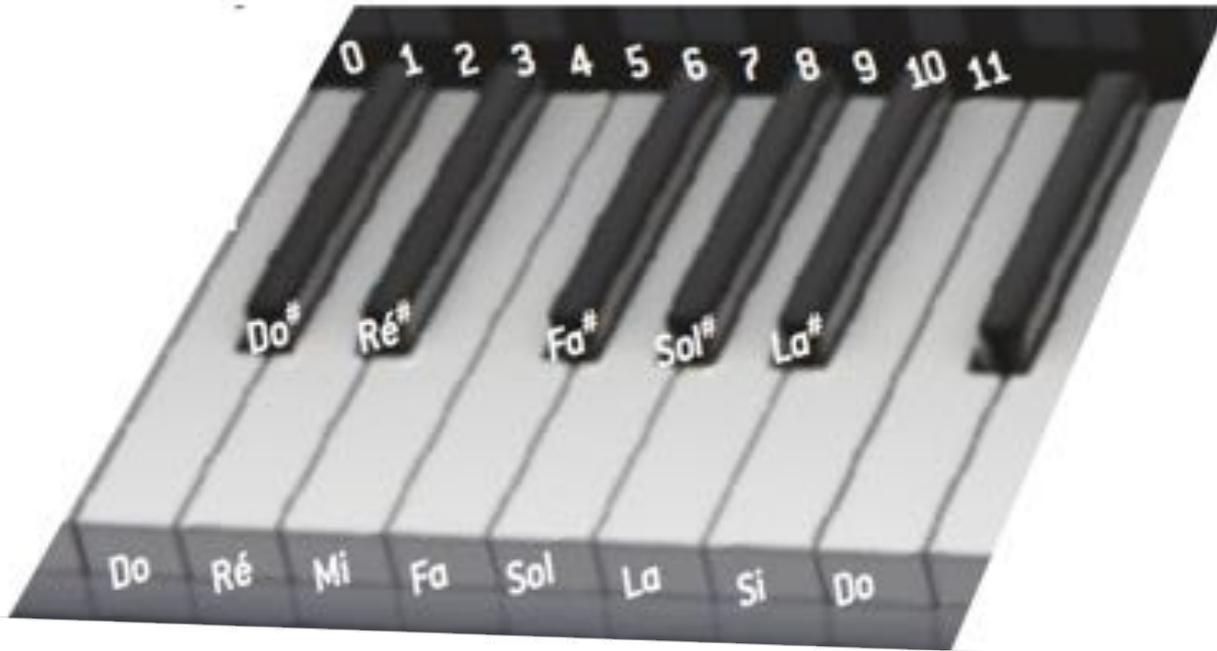
***La* = 9**

***La*<sub>#</sub> = *Si*<sub>b</sub> = 10**

***Si* = 11**



# Du piano à l'horloge musicale





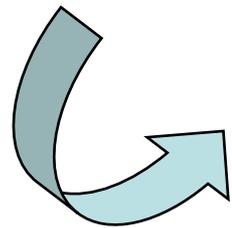
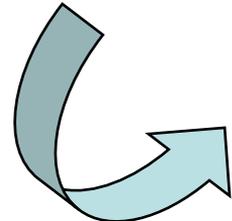
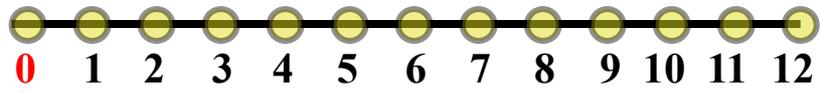
# La réduction à l'octave et le cadran d'horloge



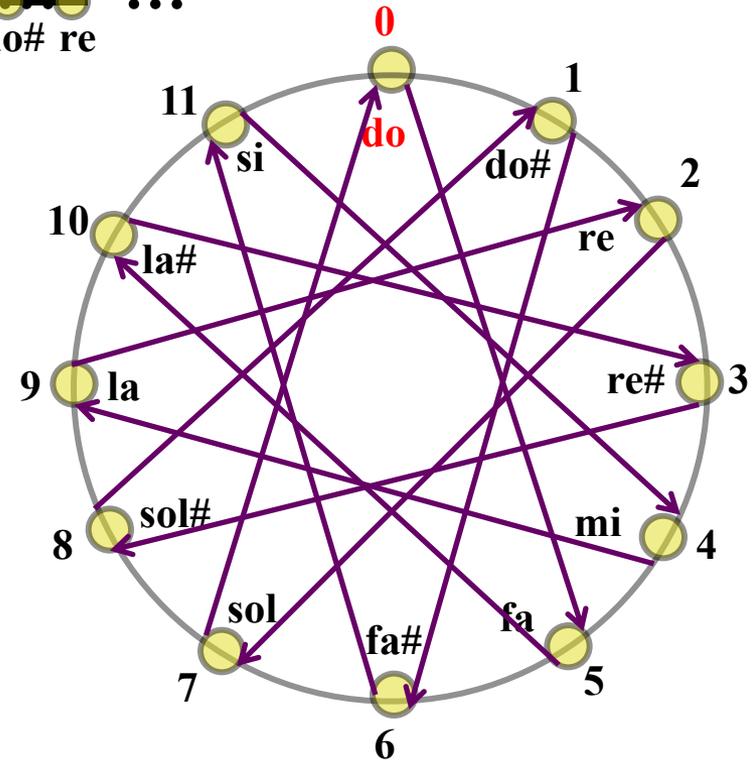
5



do do# re re# mi fa fa# sol sol# la la# si do do# re



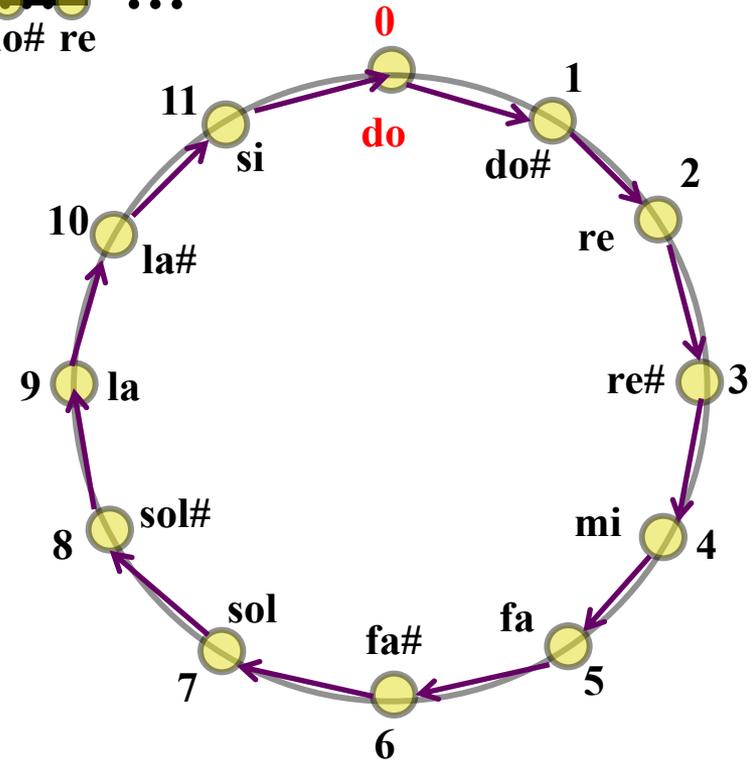
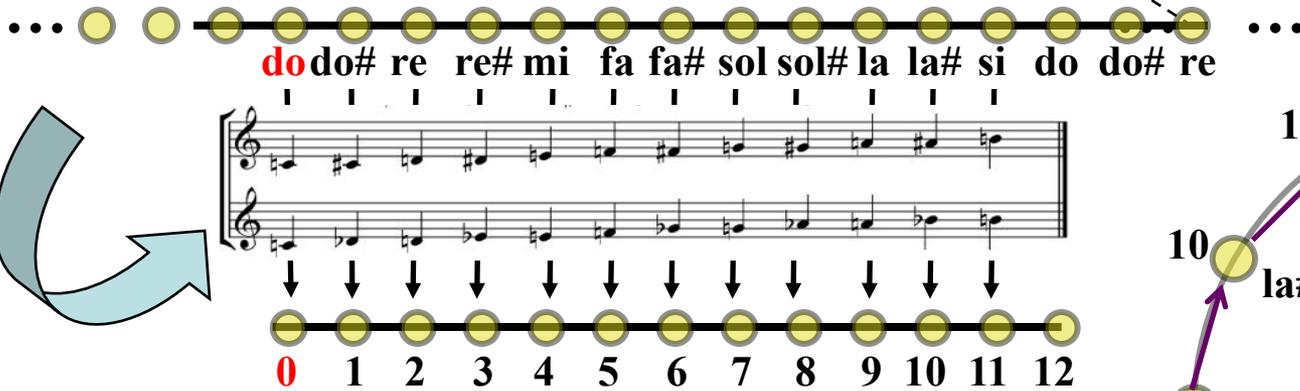
Cycle des quartes



# La réduction à l'octave et le cadran d'horloge



1



→ Quels sont les autres intervalles qui engendrent le total chromatique ?

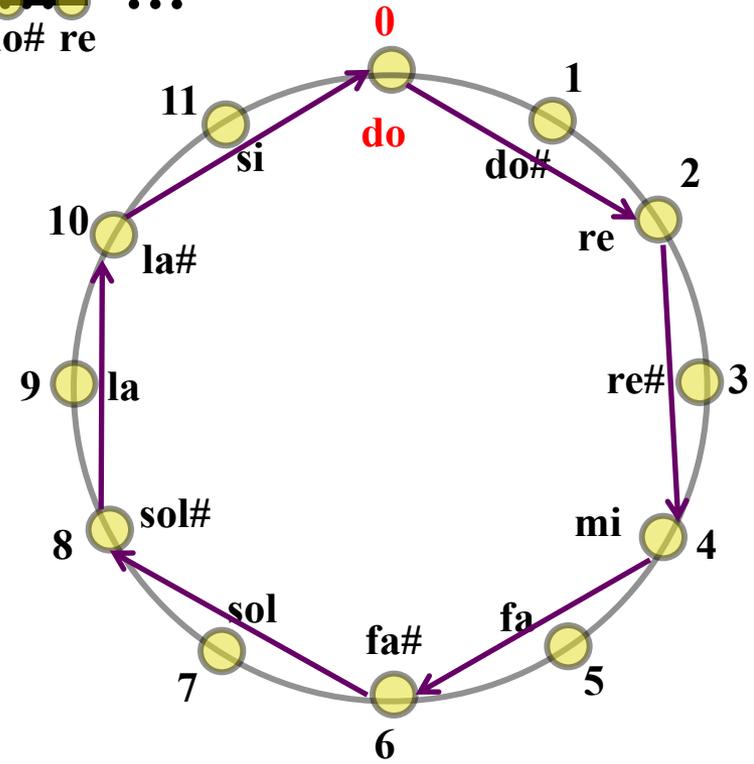
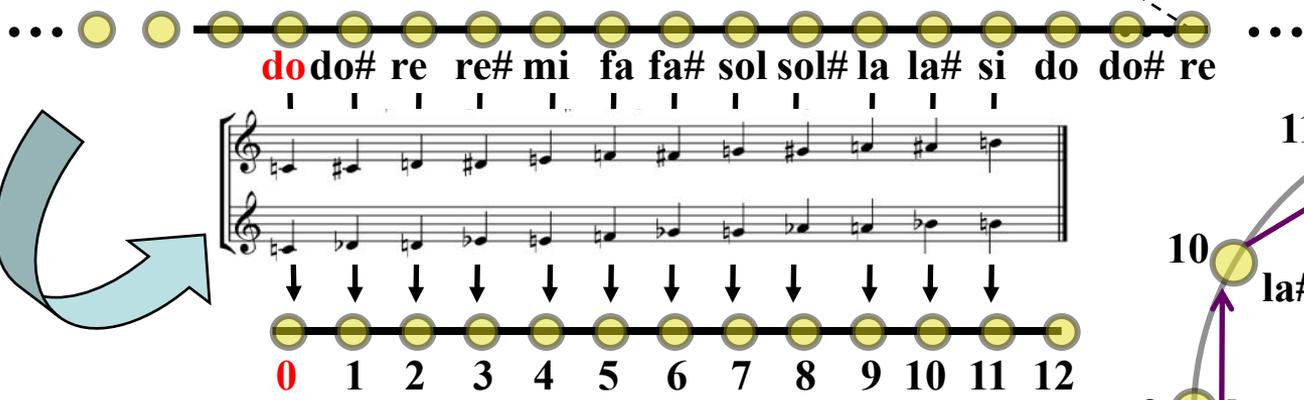


# La réduction à l'octave et le cadran d'horloge



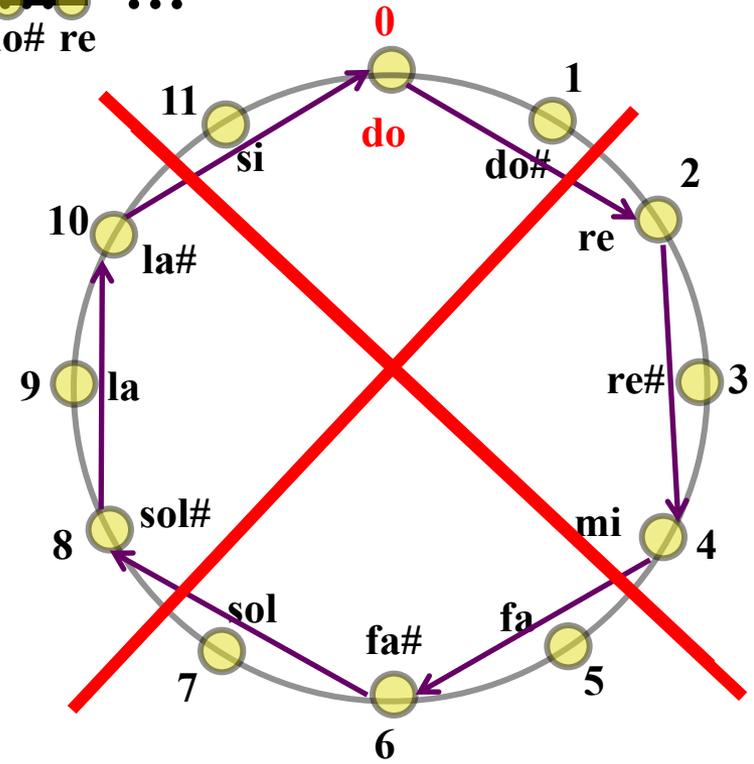
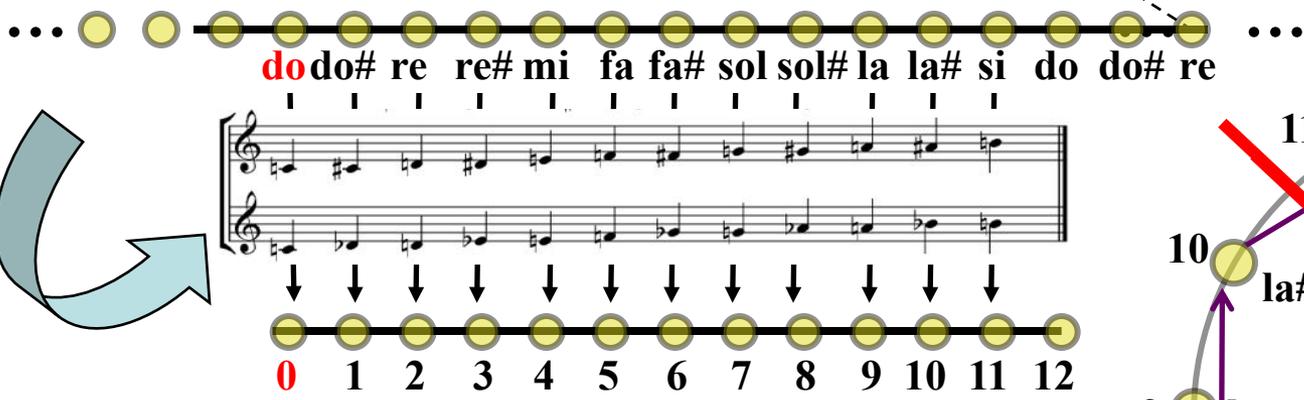
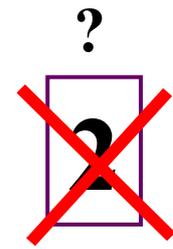
?

**2**



➔ Quels sont les autres intervalles qui engendrent le total chromatique ?

# La réduction à l'octave et le cadran d'horloge

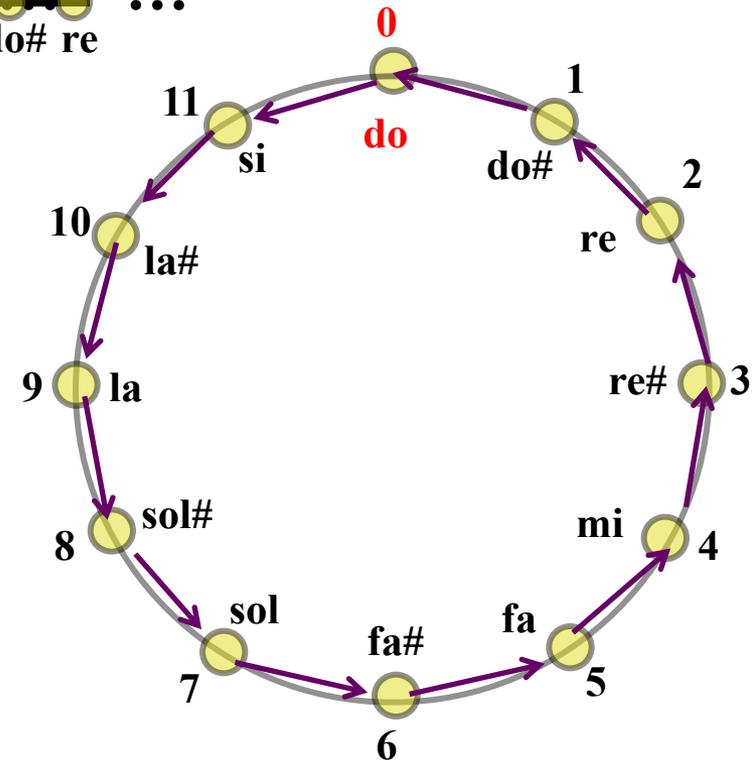
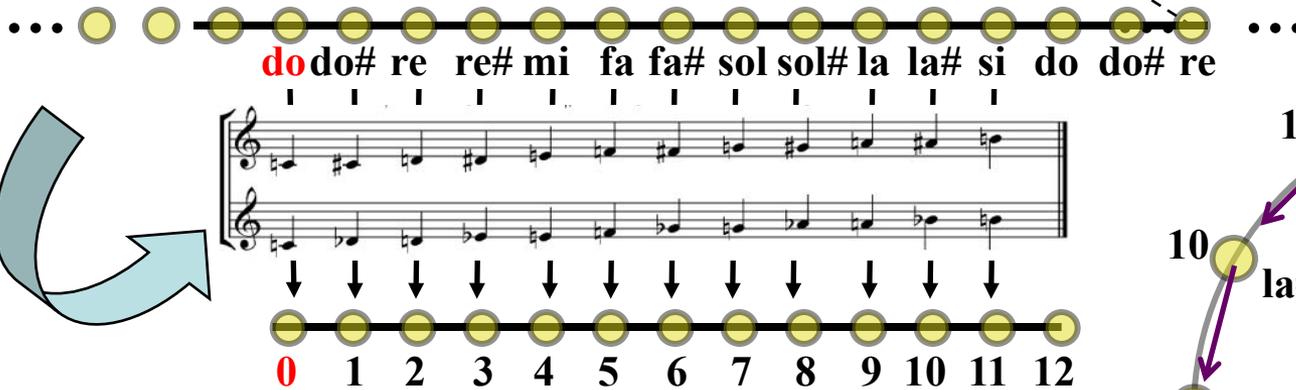


→ Quels sont les autres intervalles qui engendrent le total chromatique ?

# La réduction à l'octave et le cadran d'horloge

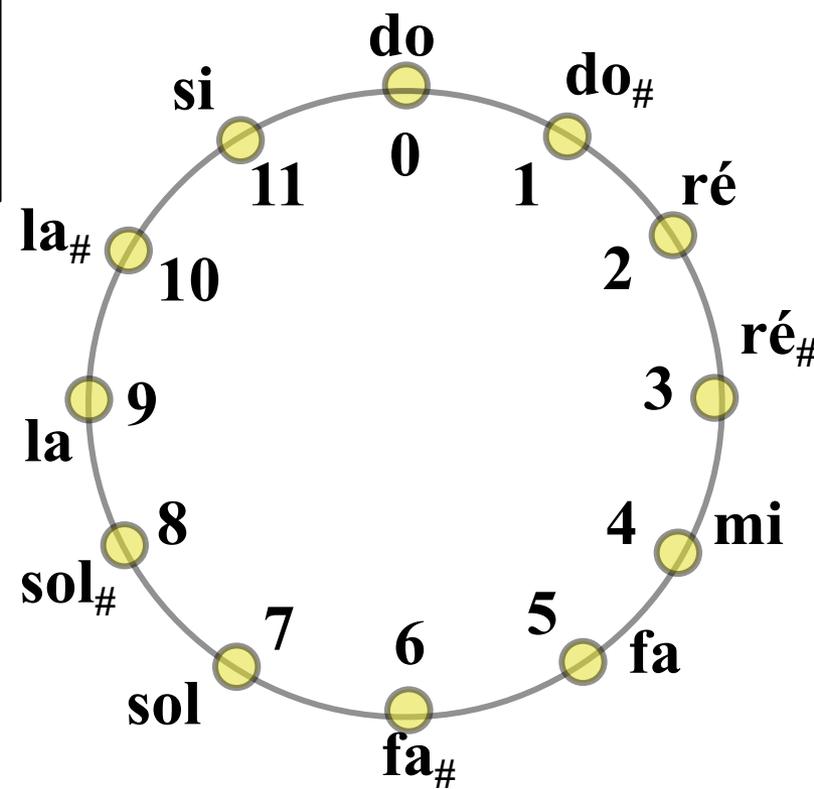
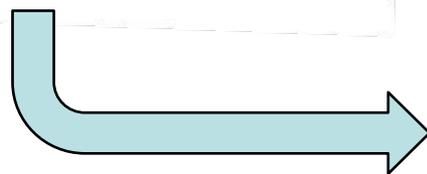
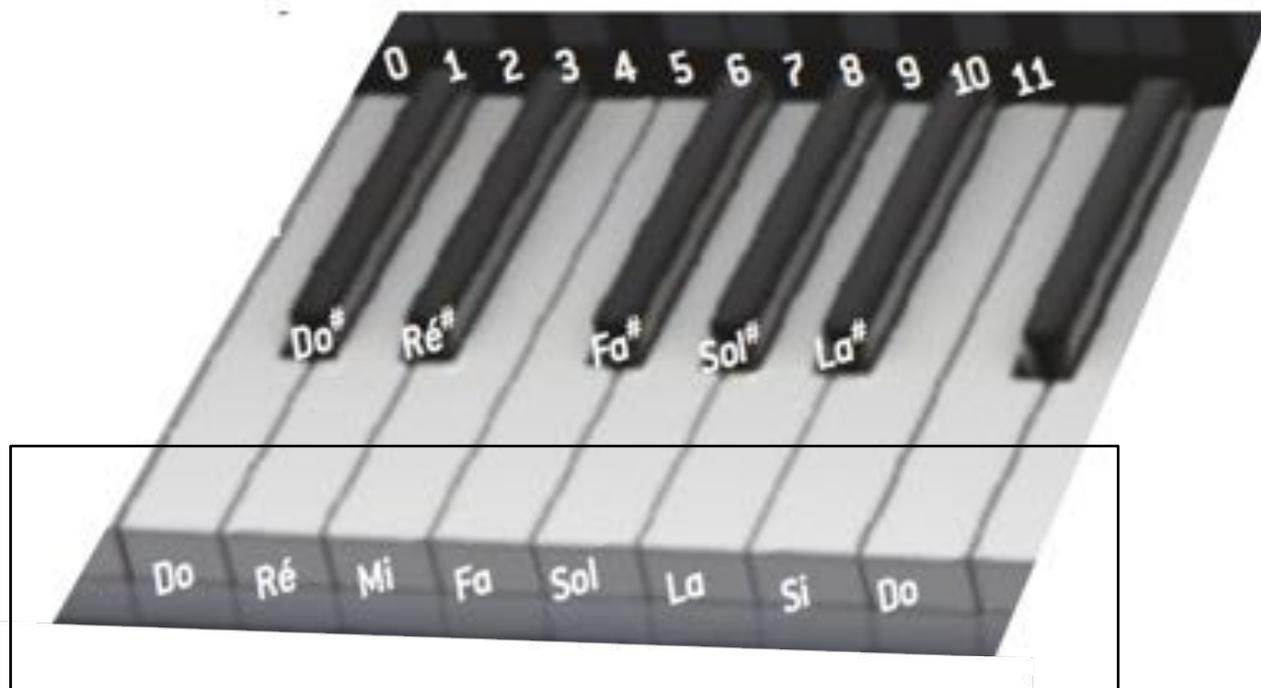


11

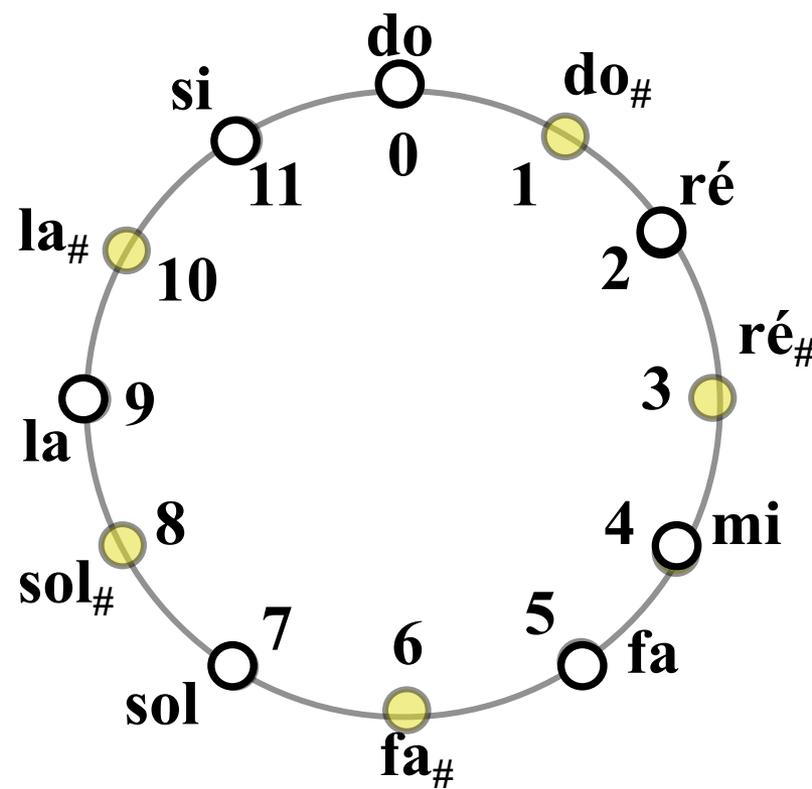
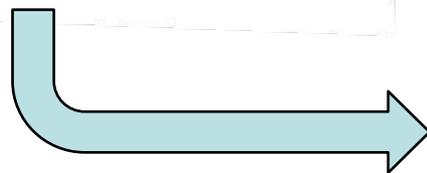
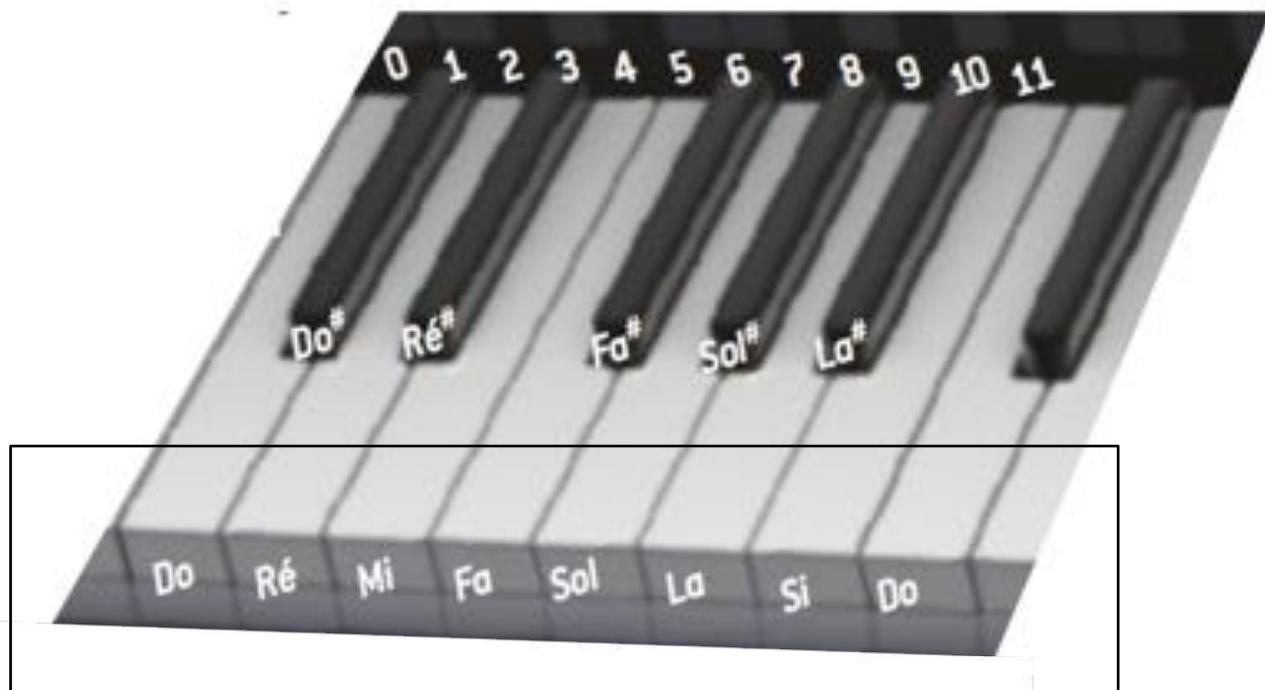


→ Quels sont les autres intervalles qui engendrent le total chromatique ?

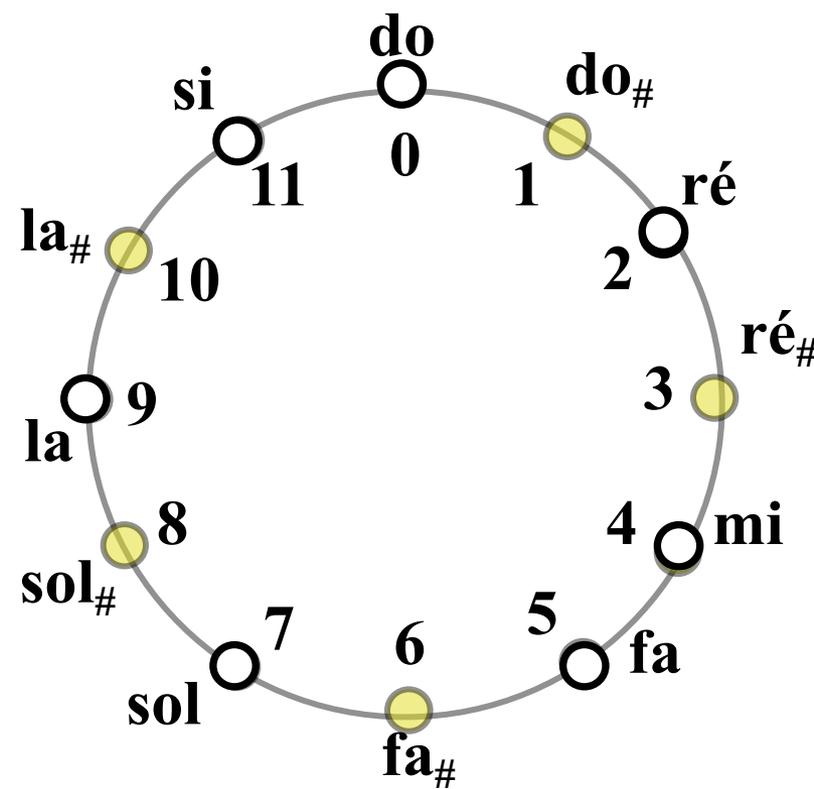
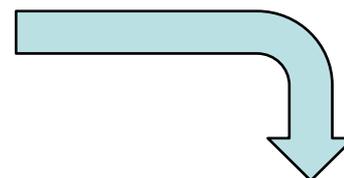
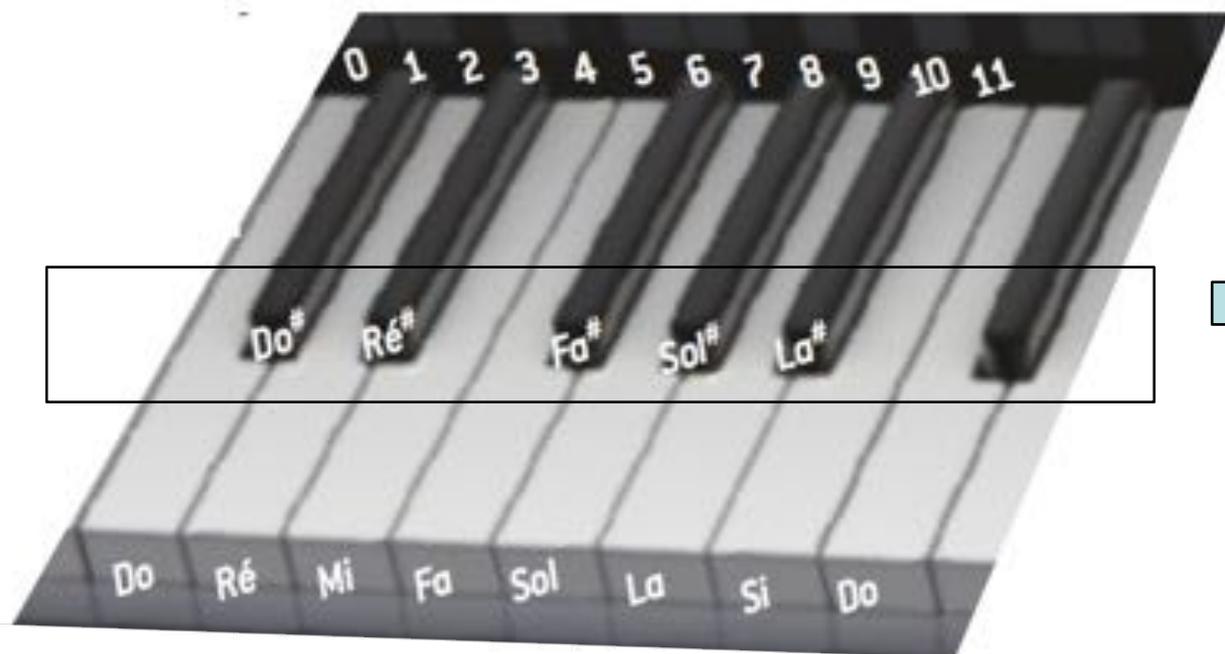
# Du piano à l'horloge musicale : les touches blanches



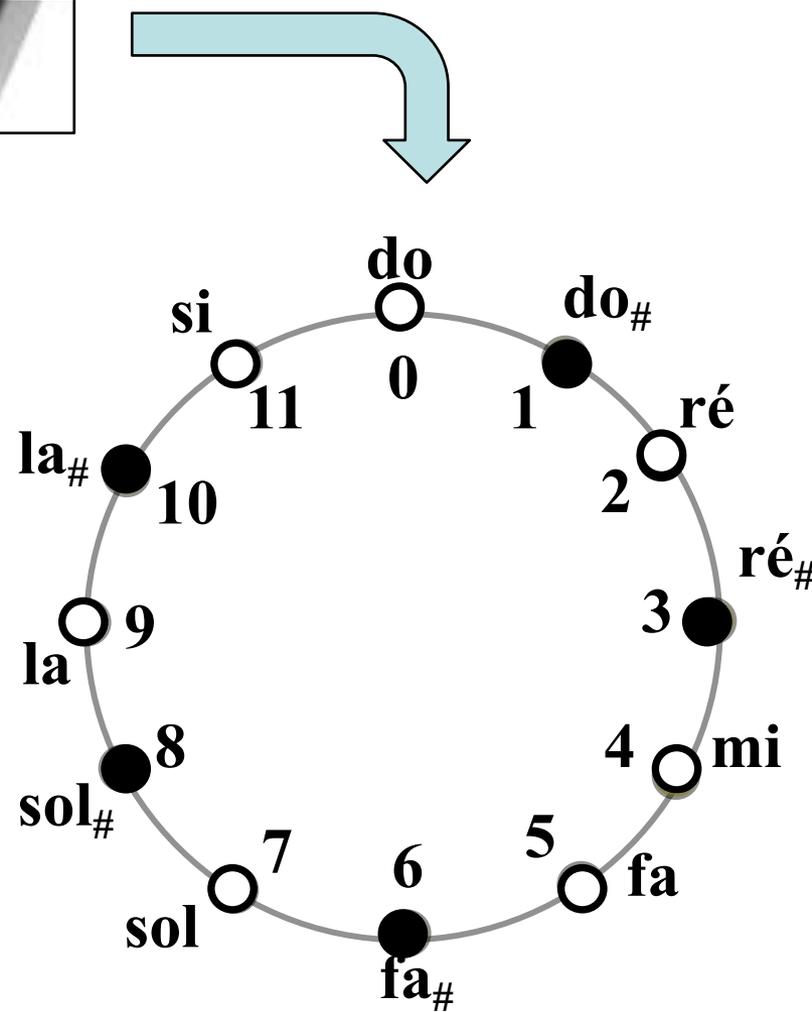
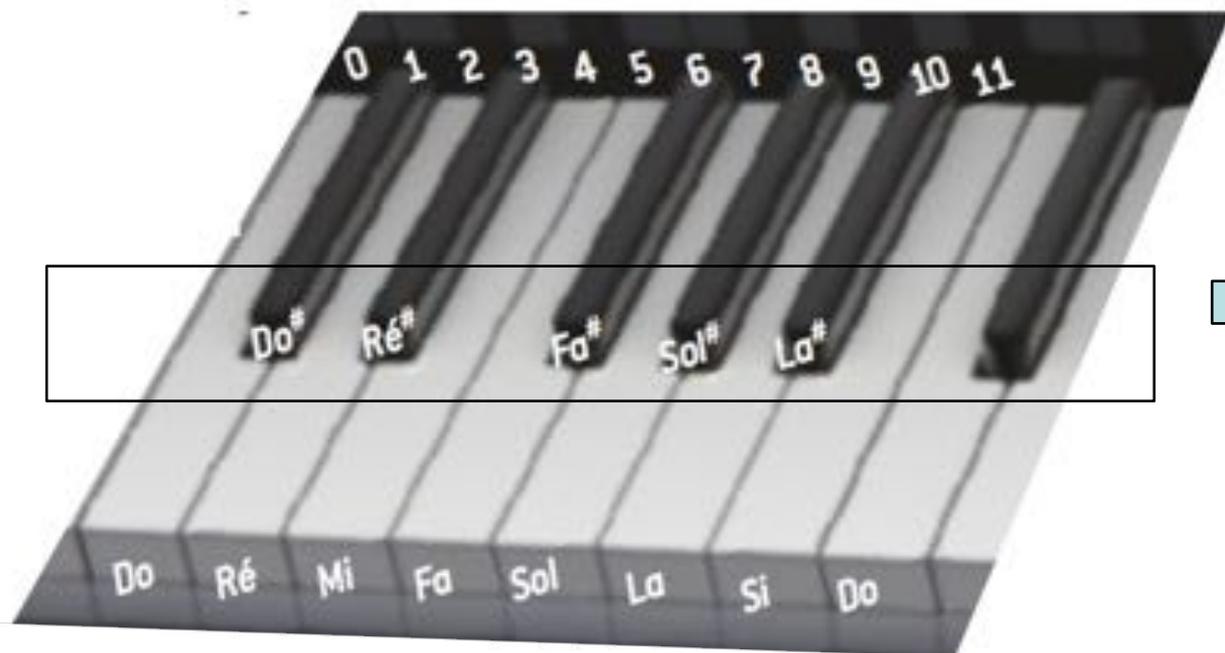
# Du piano à l'horloge musicale : les touches blanches



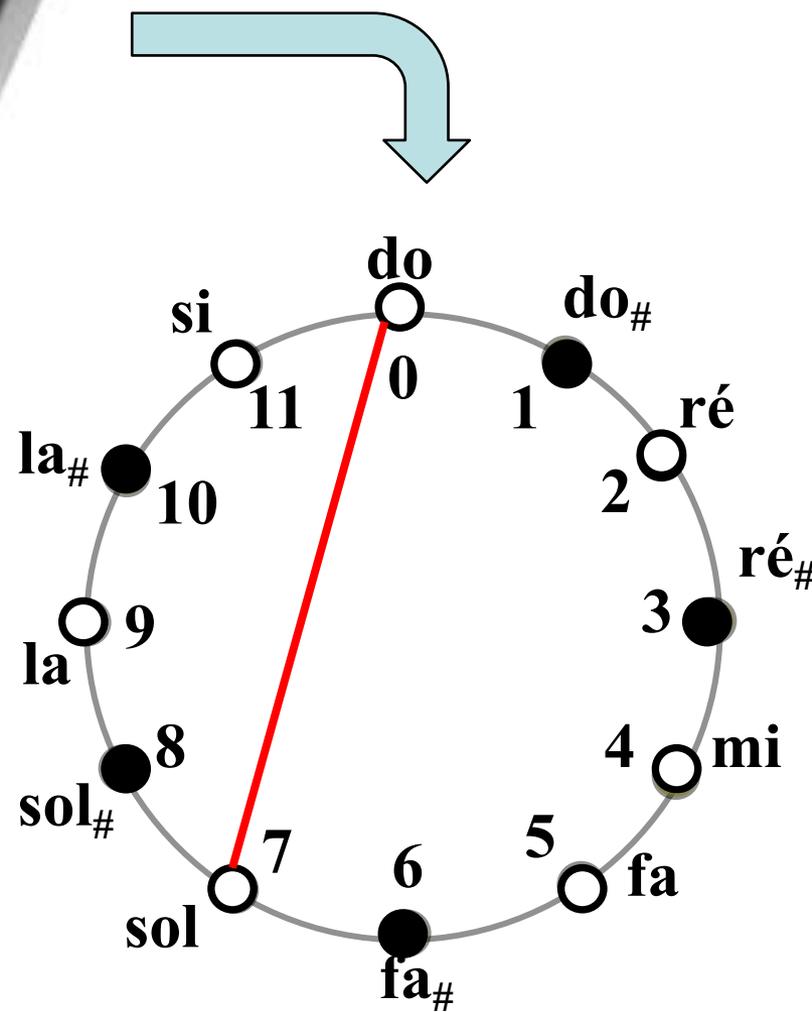
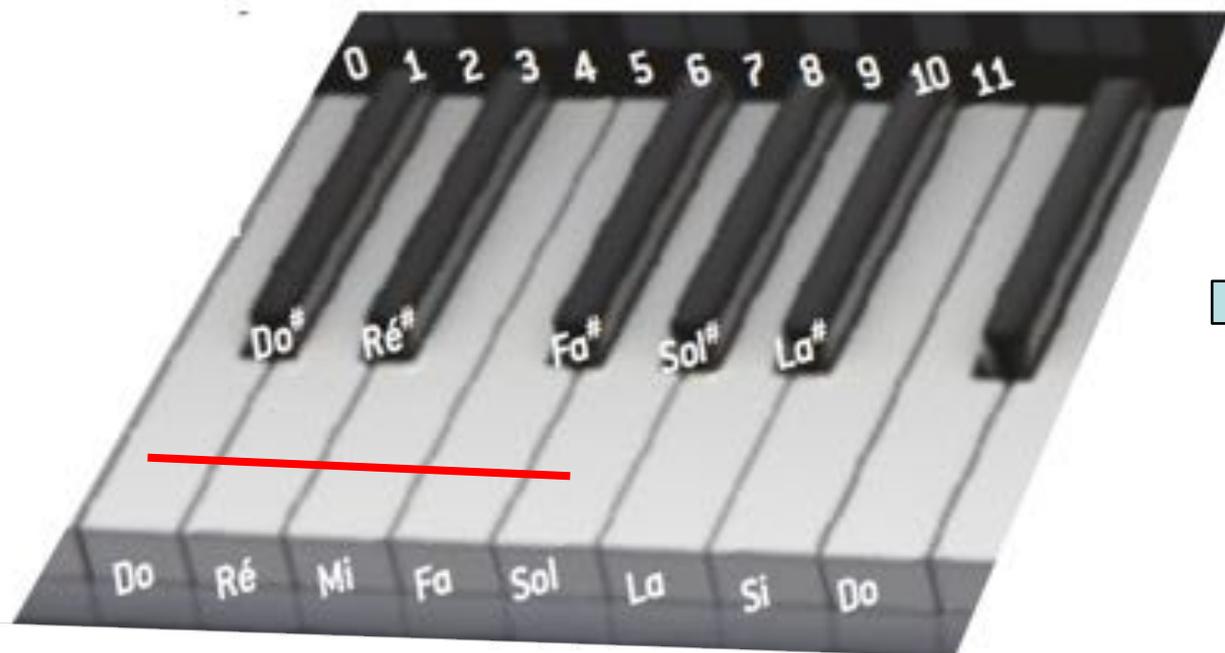
# Du piano à l'horloge musicale : et les touches noires ?



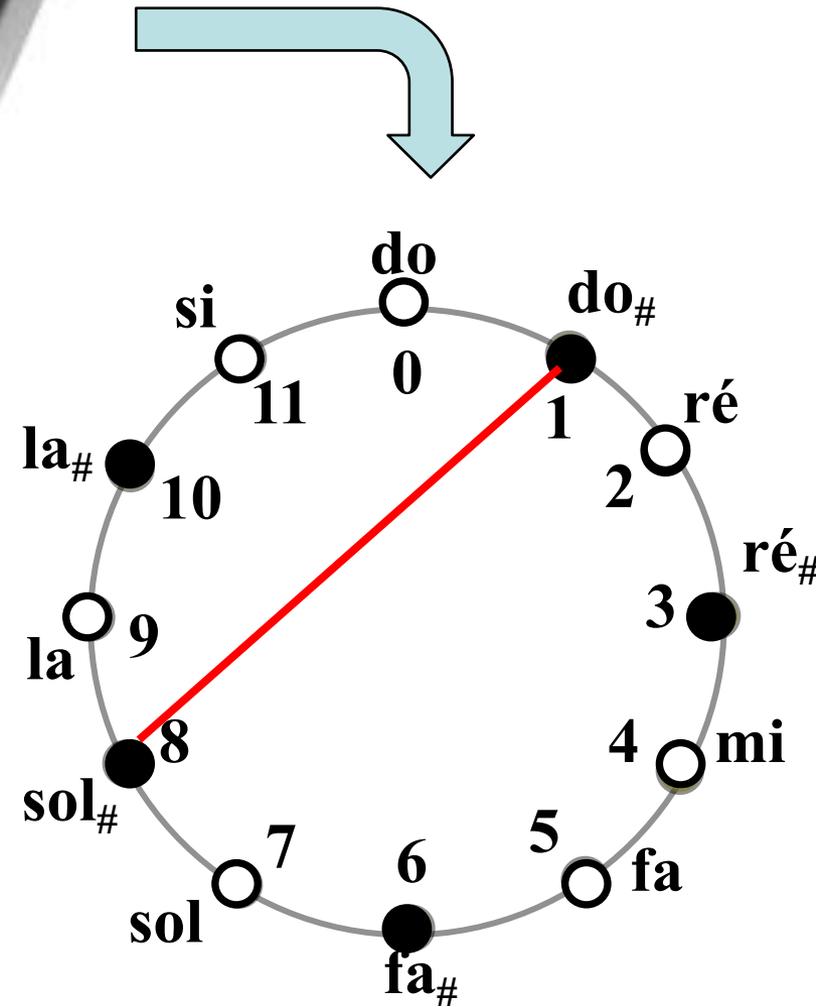
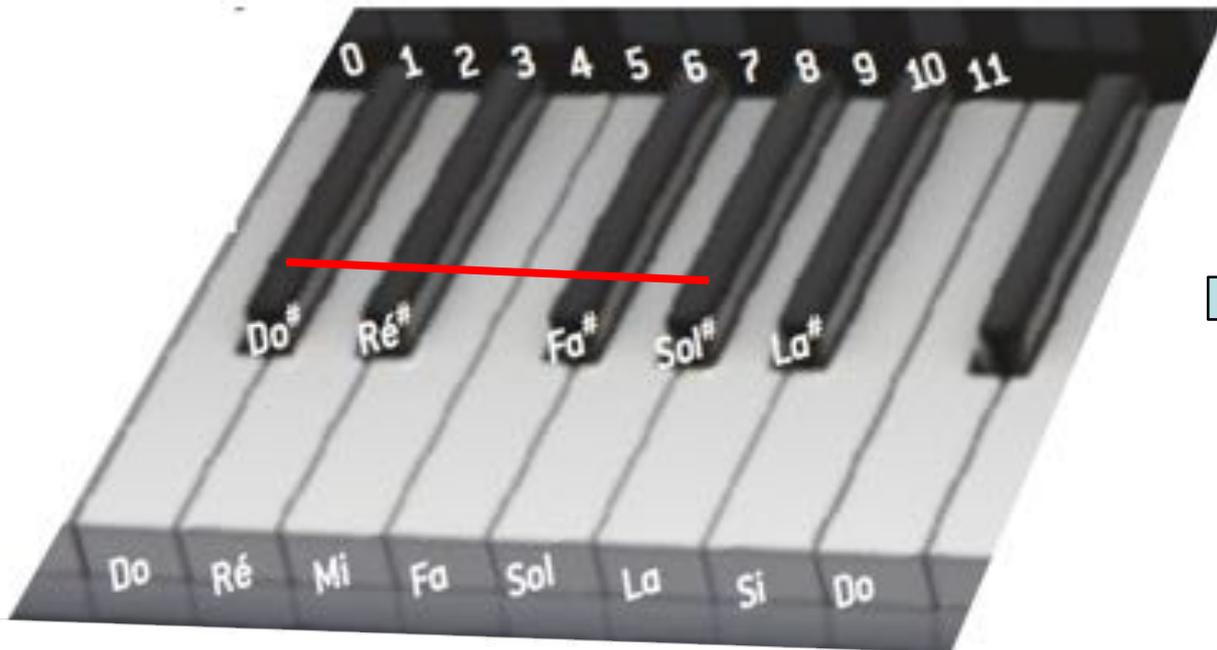
# Du piano à l'horloge musicale : et les touches noires ?



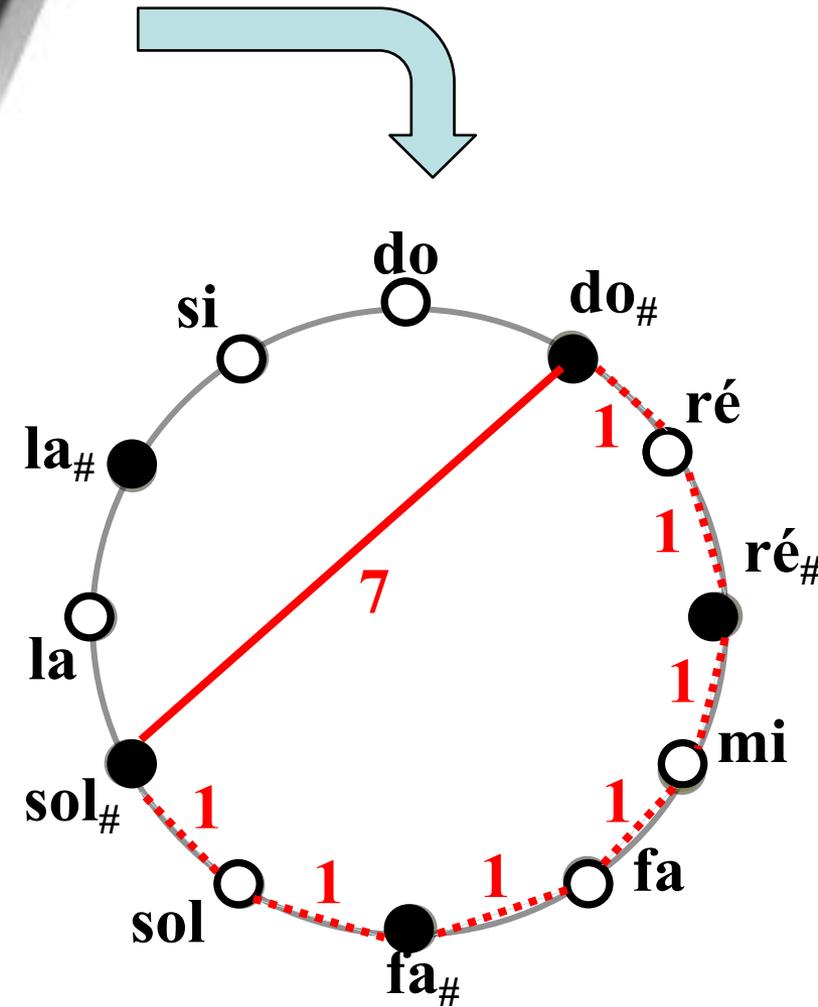
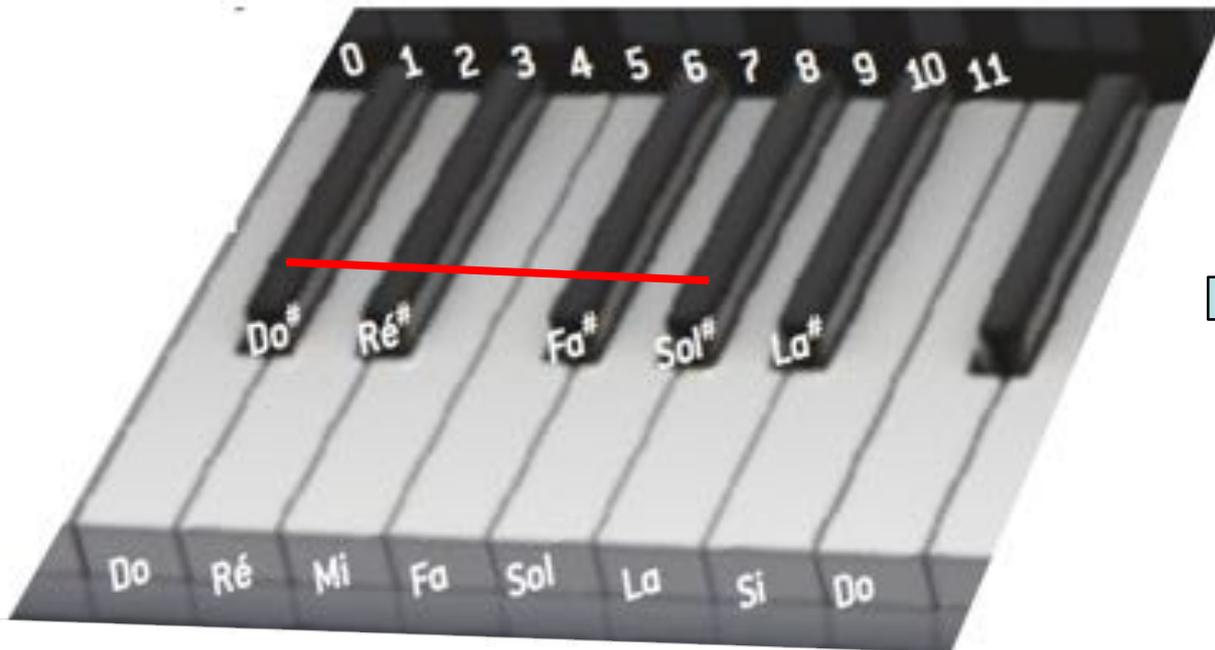
# Les intervalles : la QUINTE = 5 touches (blanches)



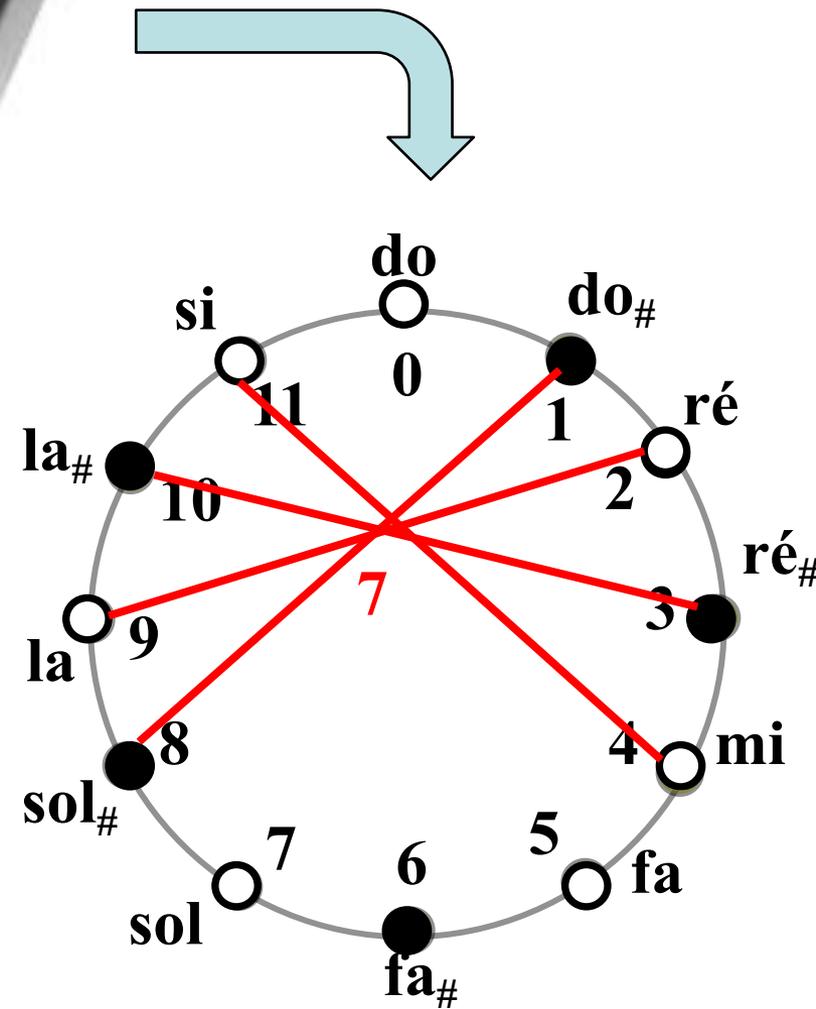
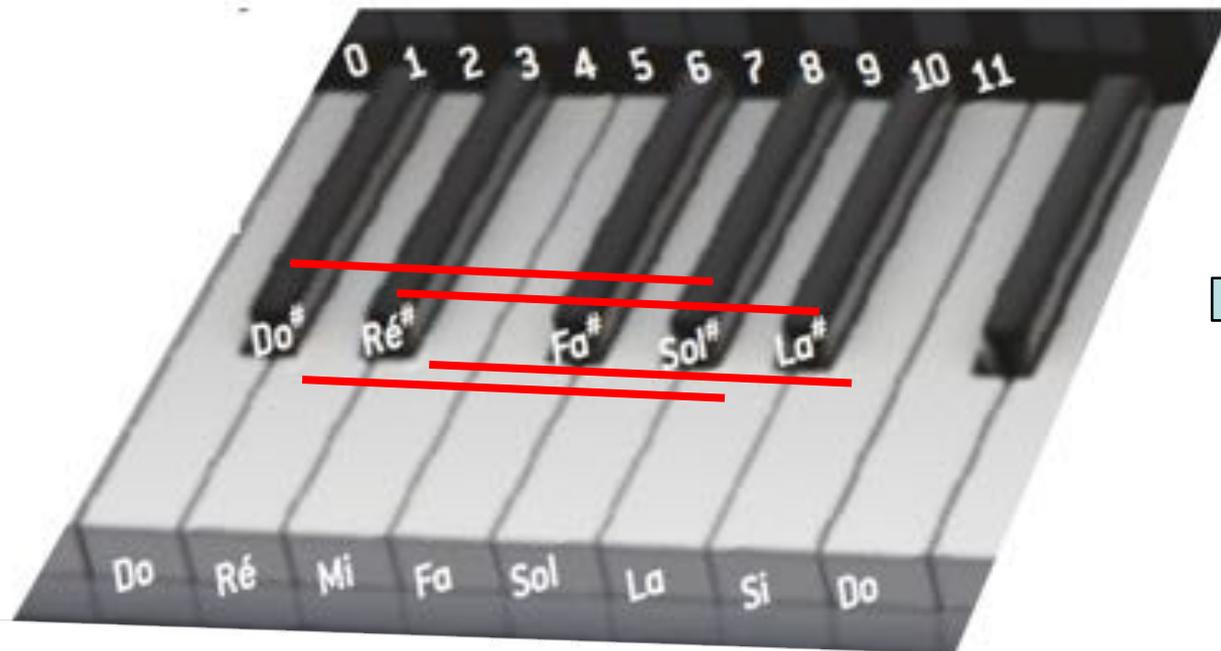
# Et les touches noires ?



# L'intervalle de QUINTE = 7 demi-tons

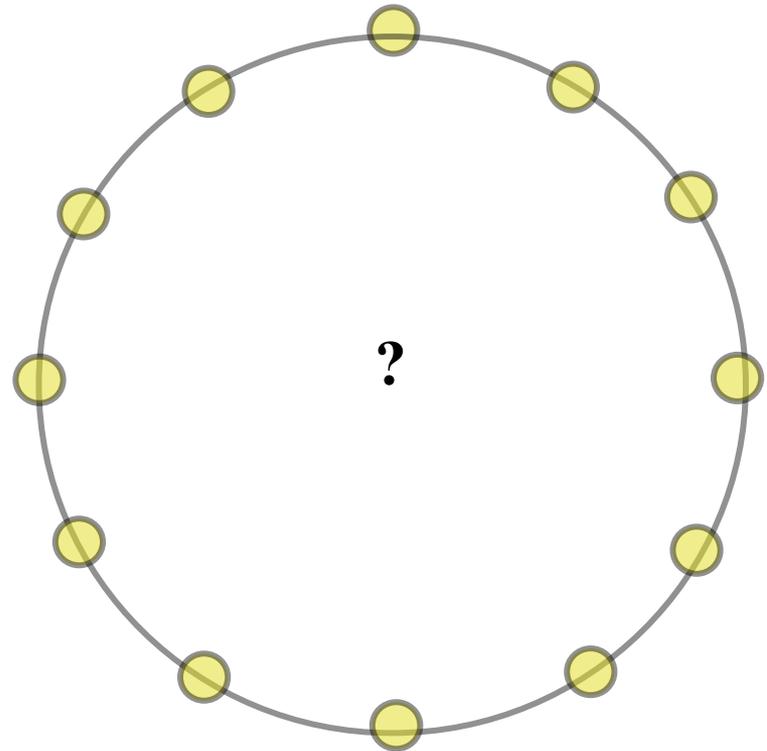


# L'intervalle de QUINTE = 7 demi-tons



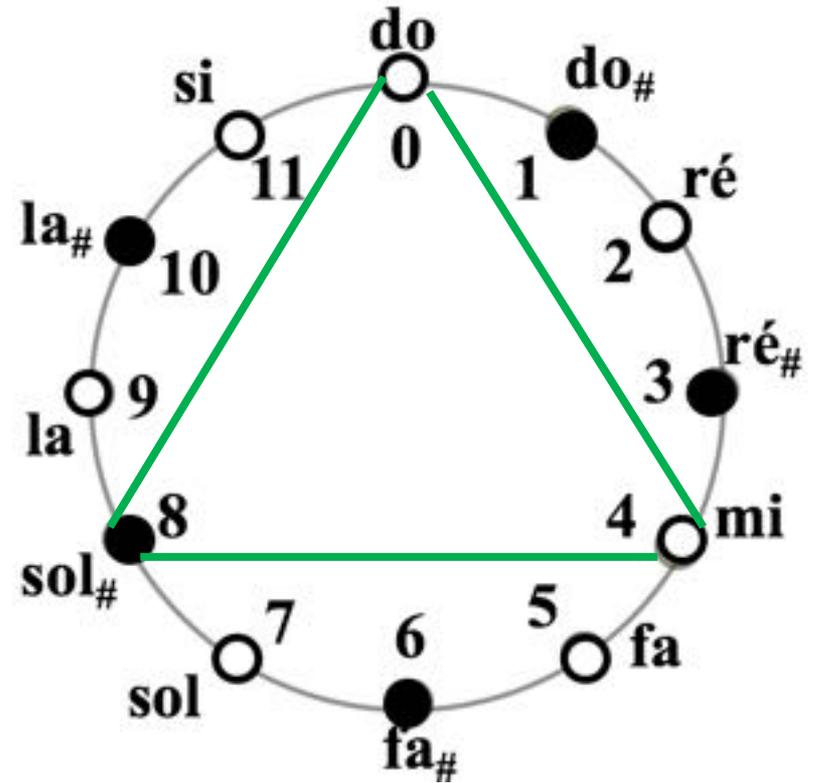
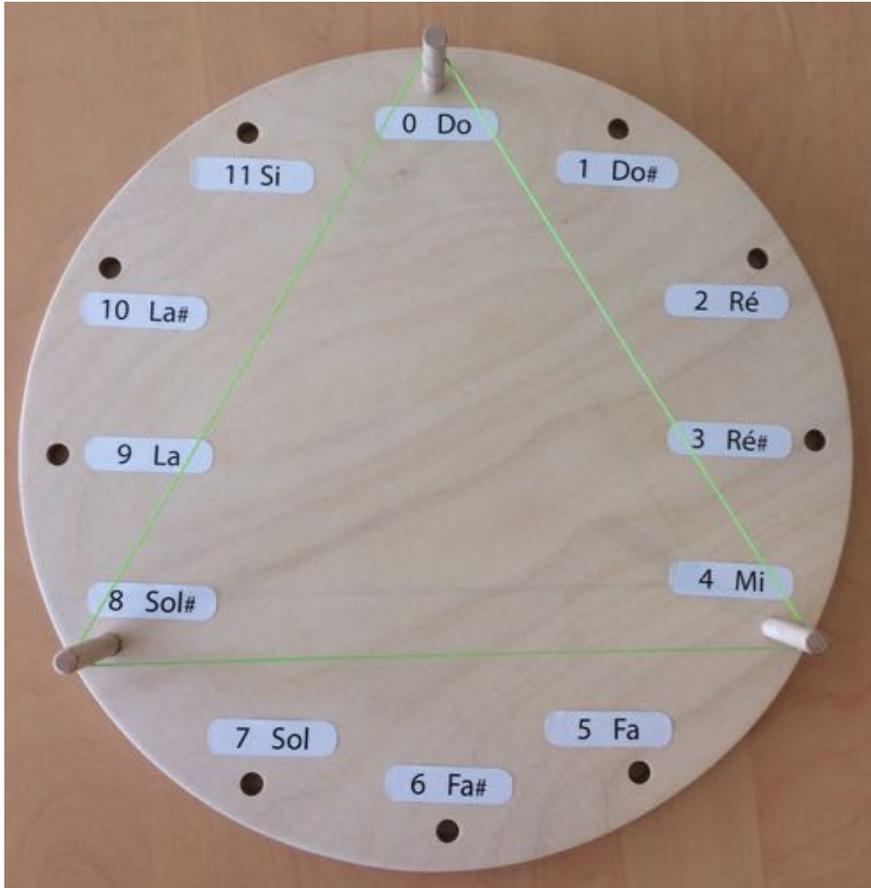
# A vous de jouer...

---

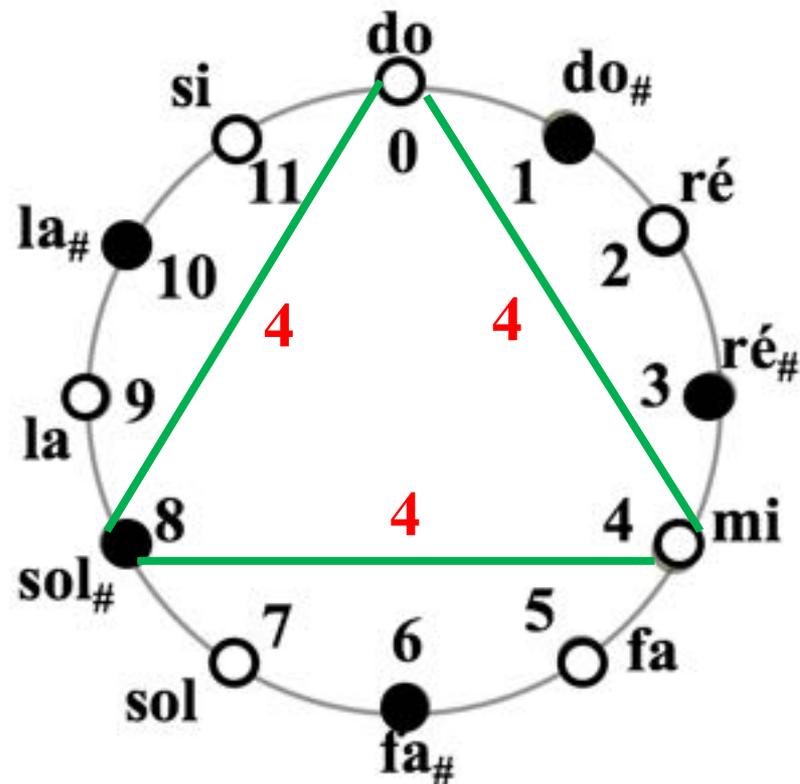
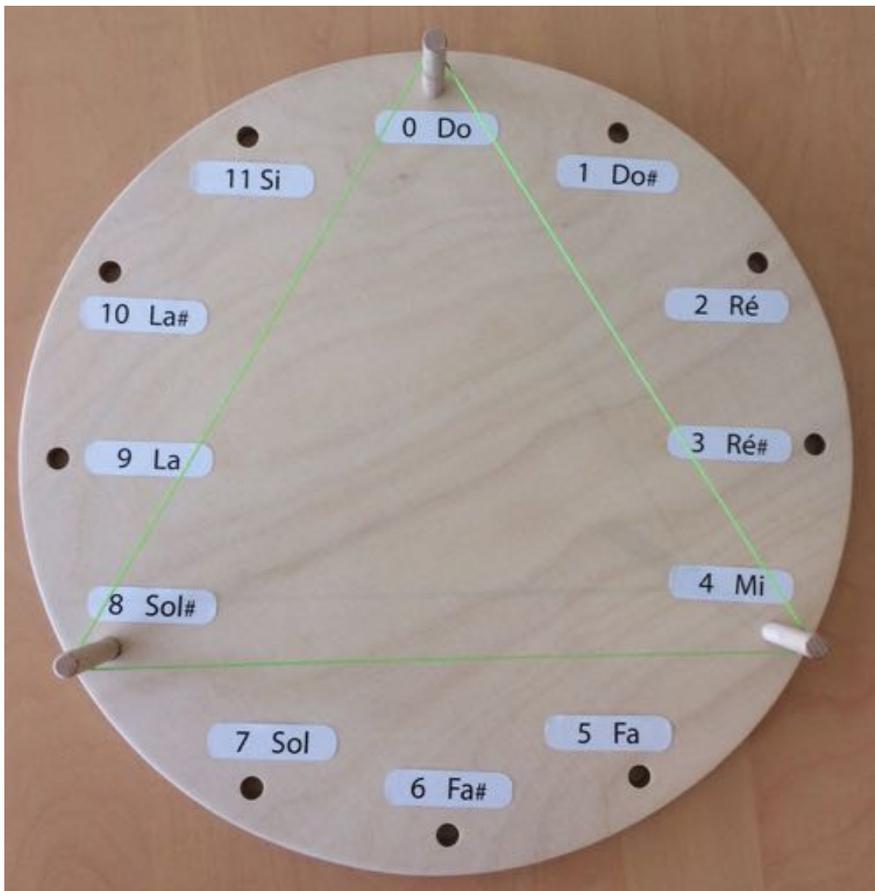


**Quelle est la musique d'un triangle équilatéral ?**

# Le triangle équilatéral = l'accord augmenté

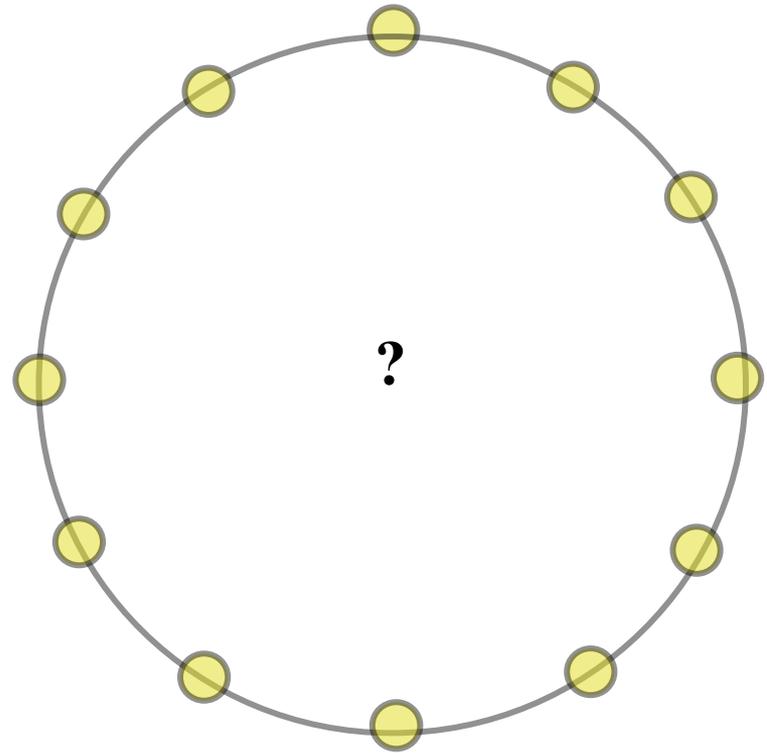


# Le triangle équilatéral = l'accord augmenté ou (4, 4, 4)



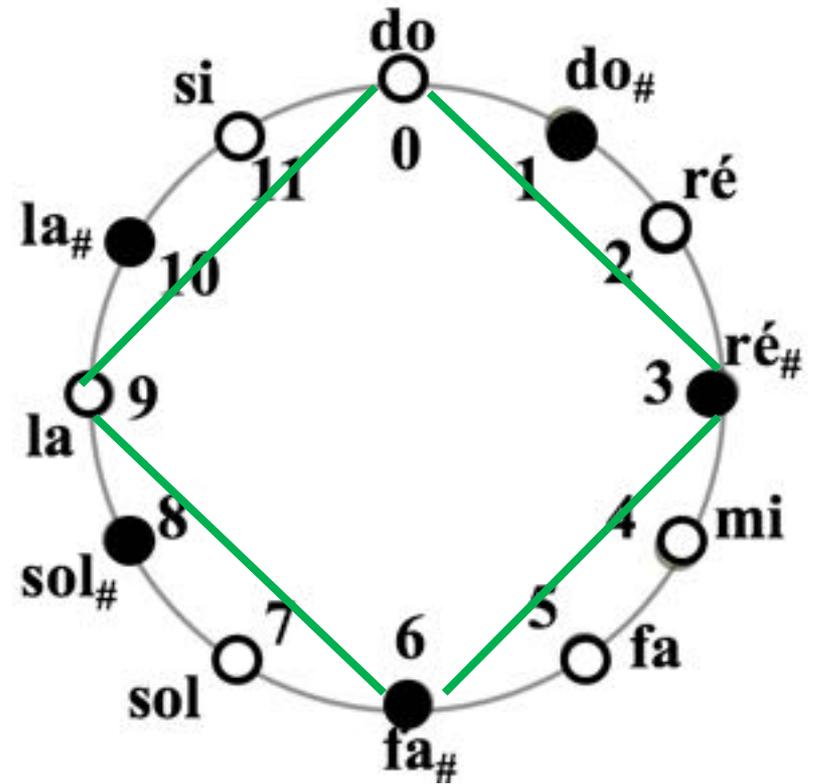
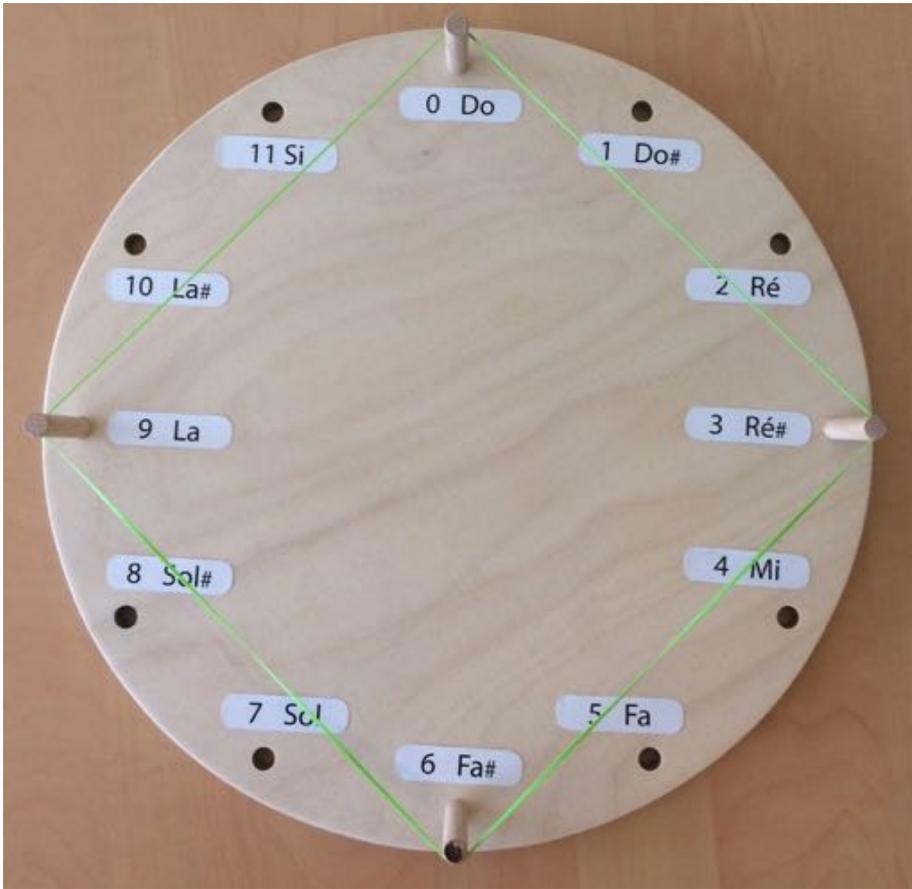
# A vous de jouer...

---

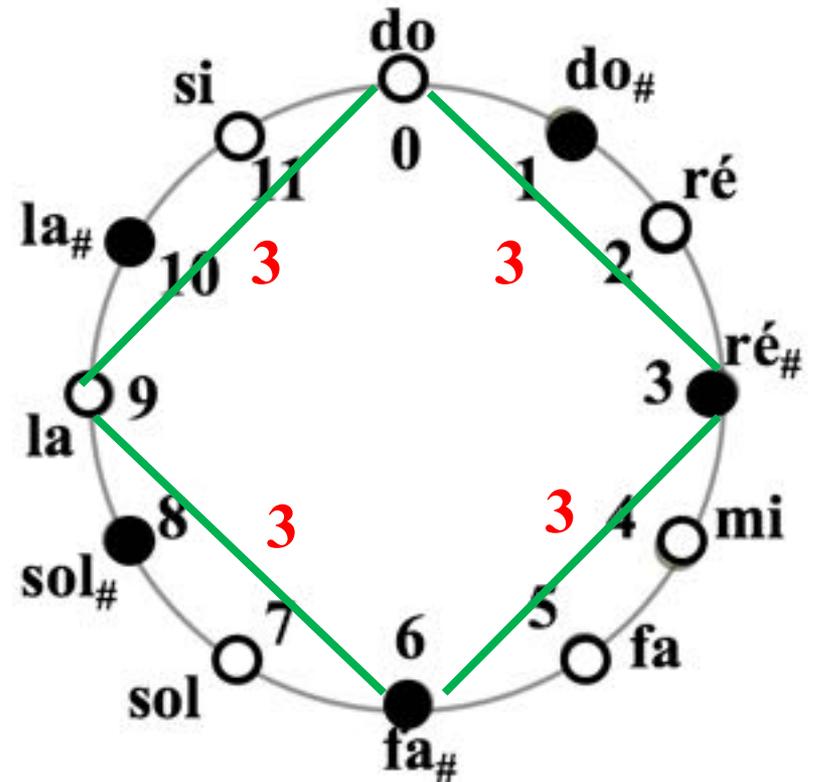
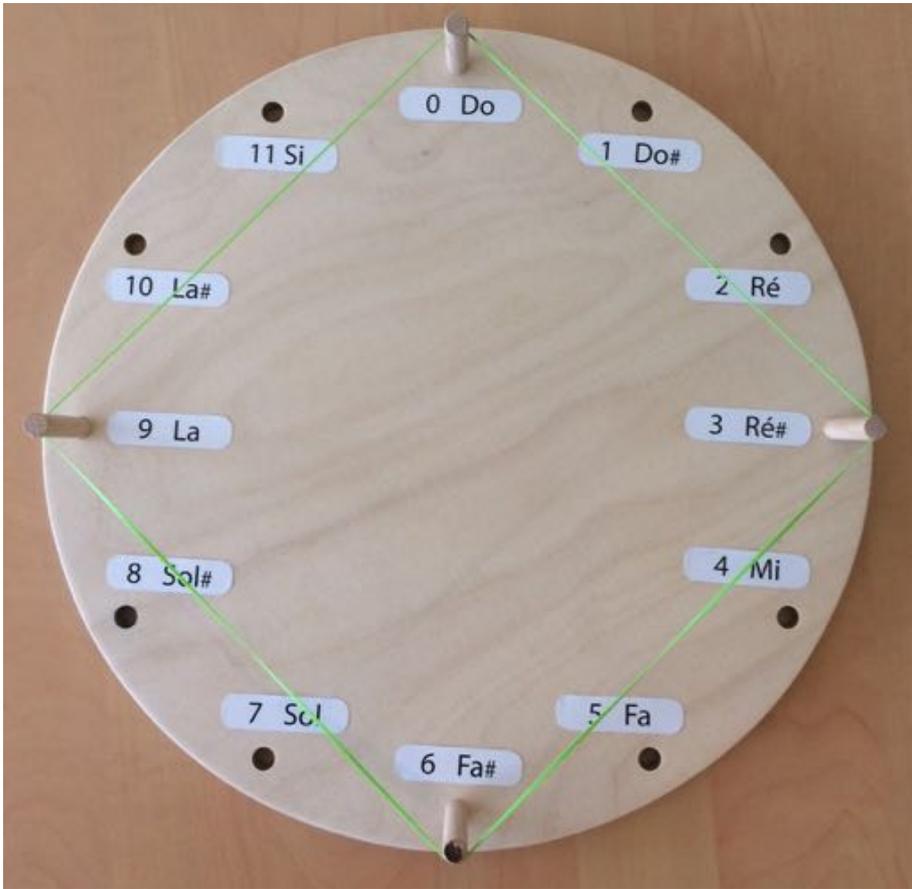


**Quelle est la musique d'un carré ?**

# Le carré = l'accord diminué

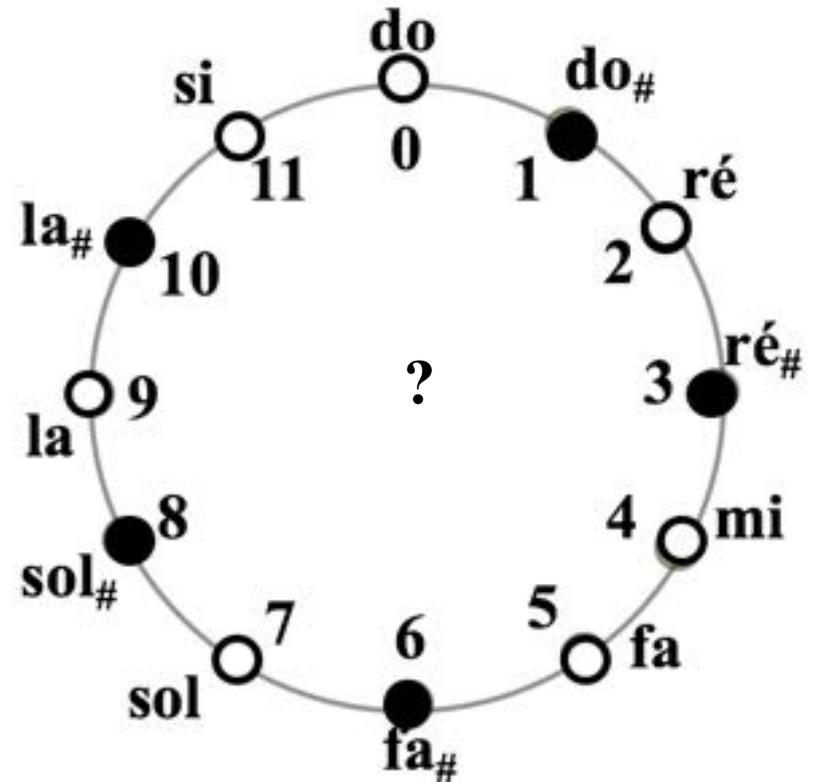


# Le carré = l'accord diminué ou (3, 3, 3, 3)

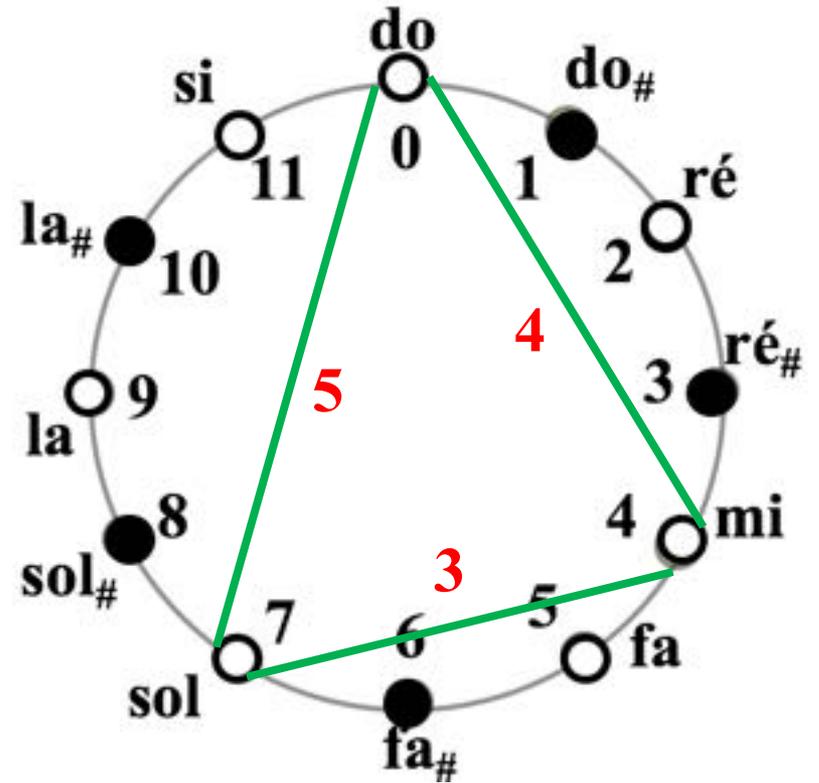
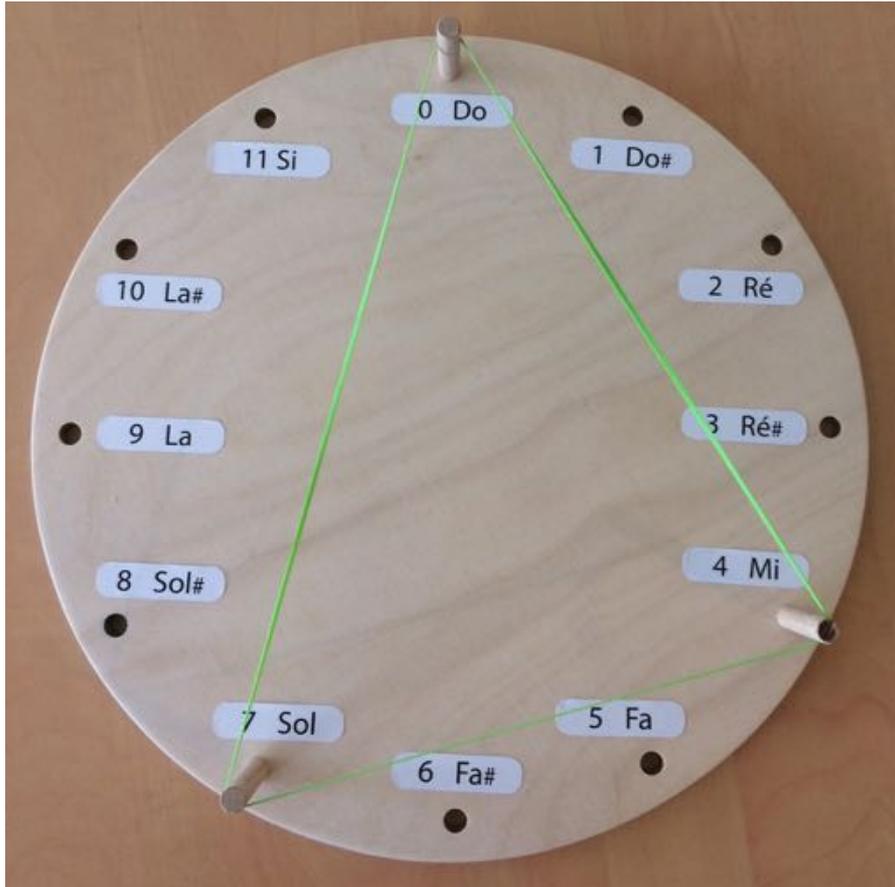


# Dessine-moi l'accord majeur ou (4, 3, 5)

---

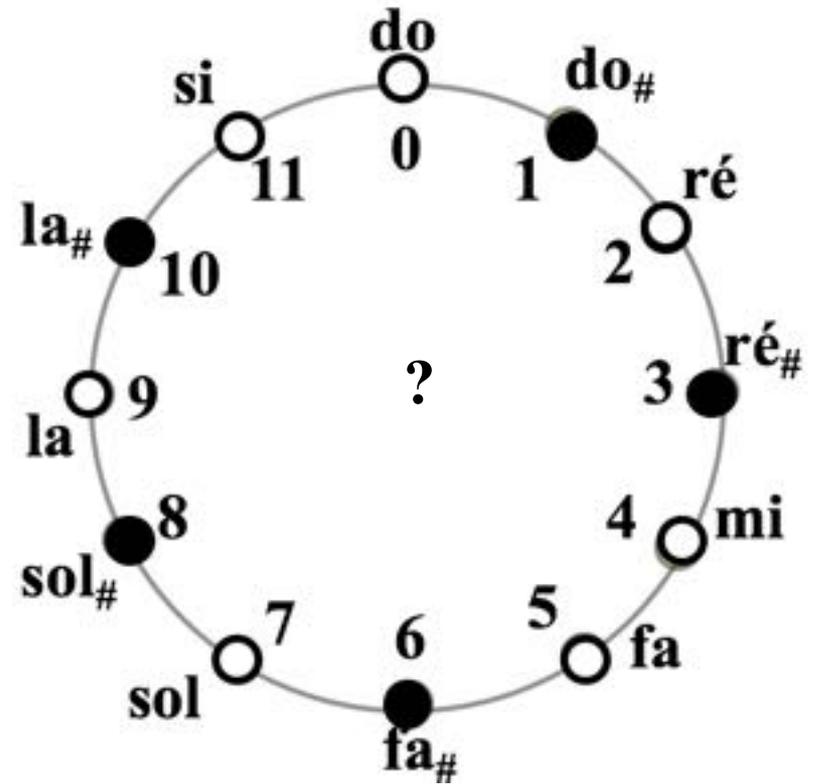


# Dessine-moi l'accord majeur ou (4, 3, 5)

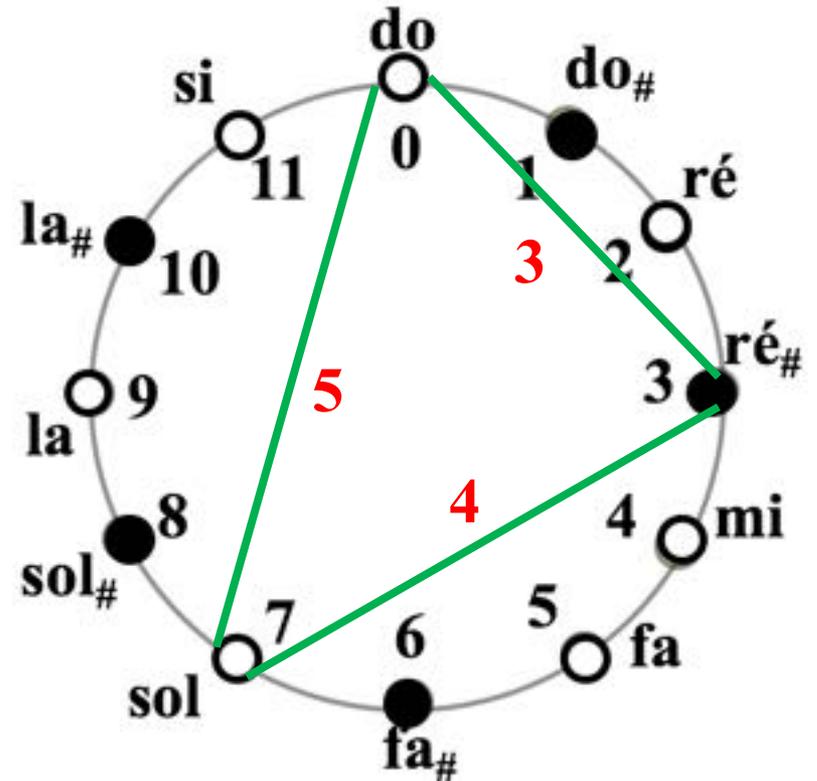
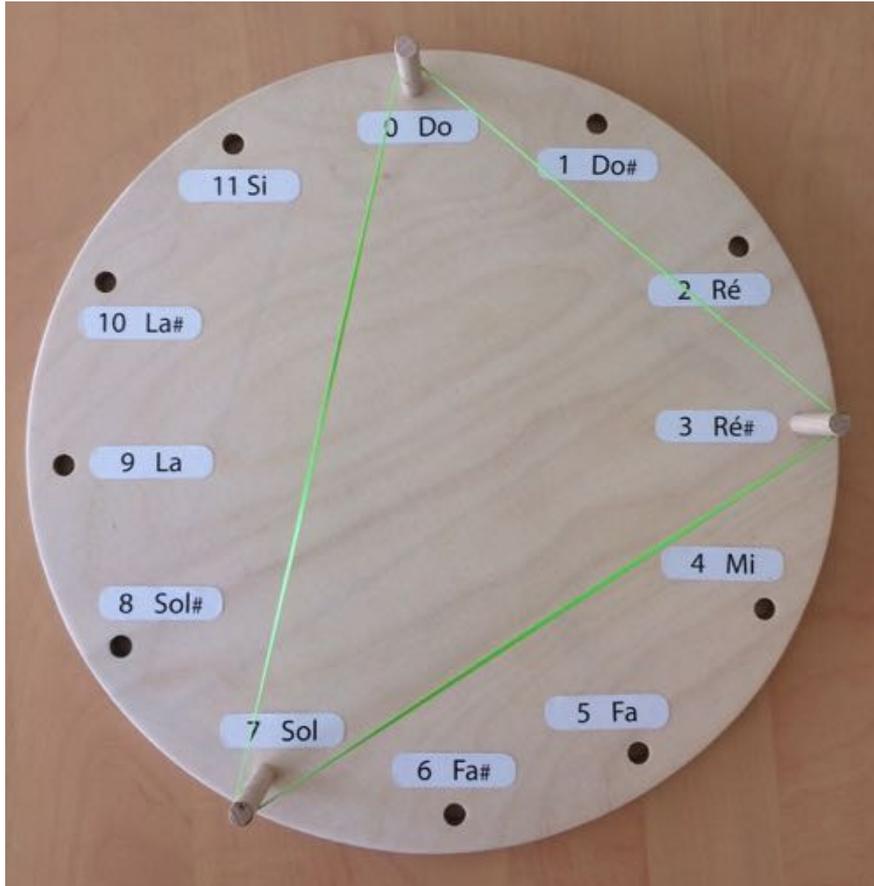


# Dessine-moi l'accord mineur ou (3, 4, 5)

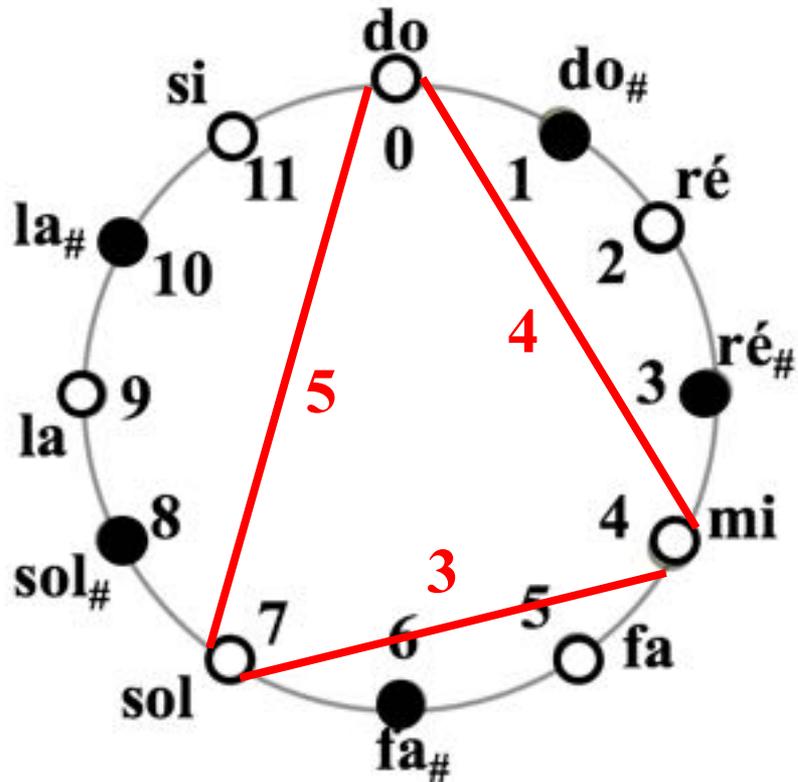
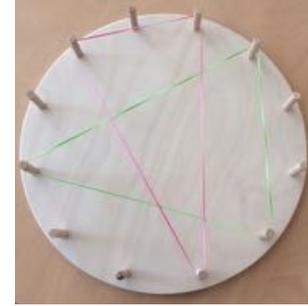
---



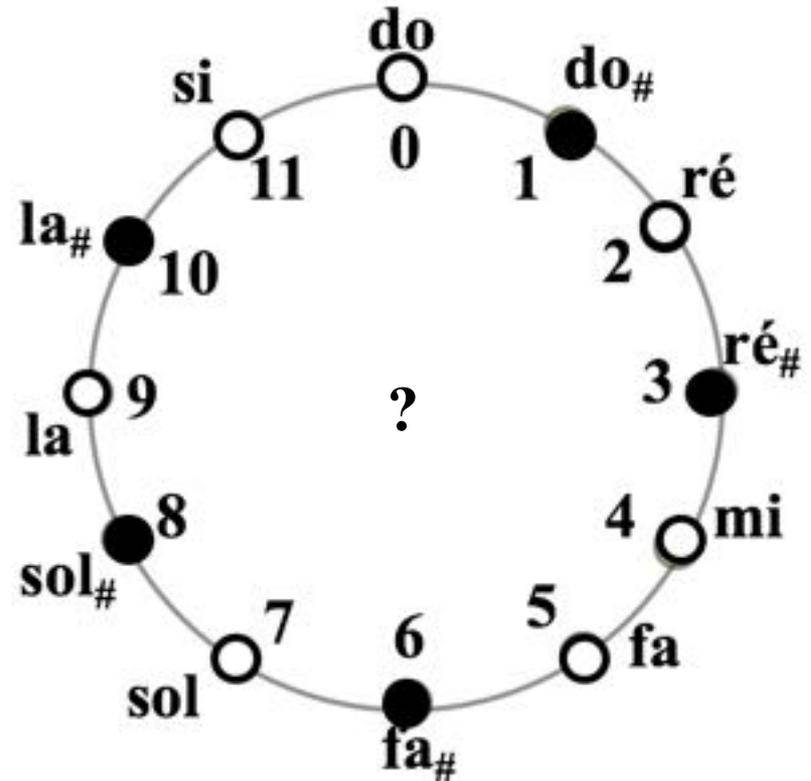
# Dessine-moi l'accord mineur ou (3, 4, 5)



# Dessine-moi deux accords majeurs

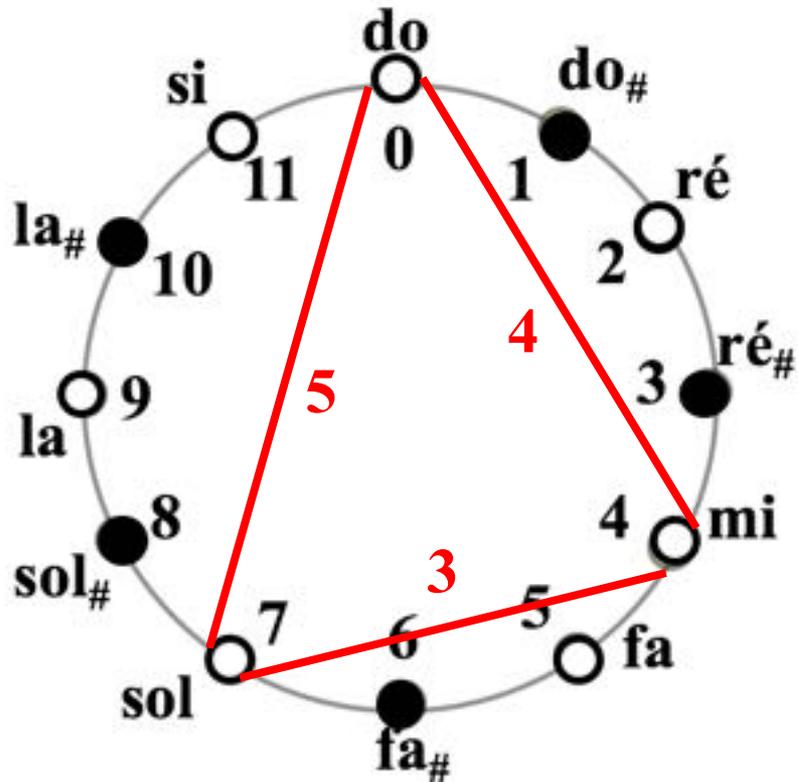


Do majeur

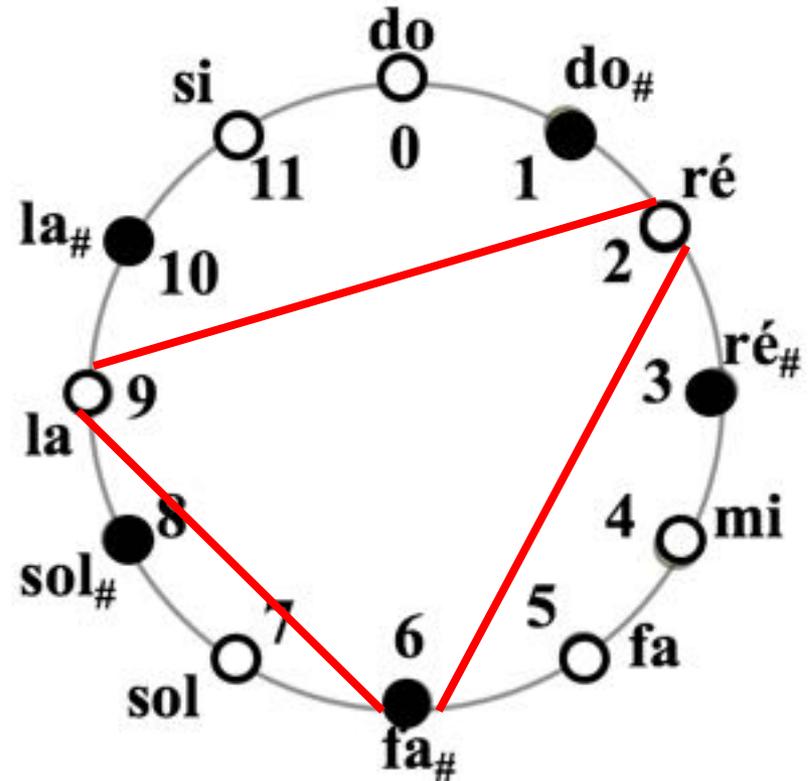


Ré majeur

# Dessine-moi deux accords majeurs

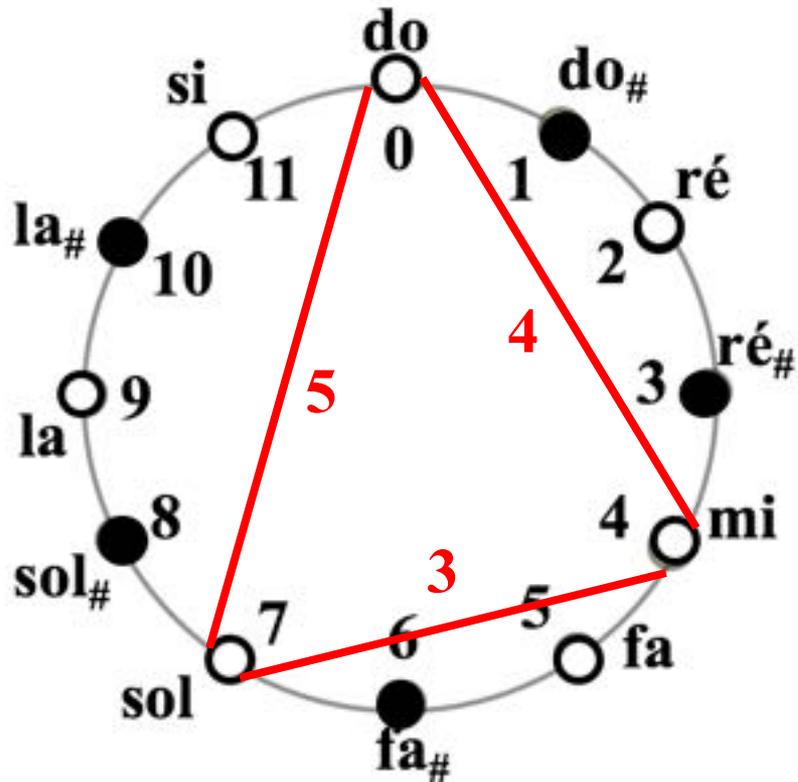


Do majeur

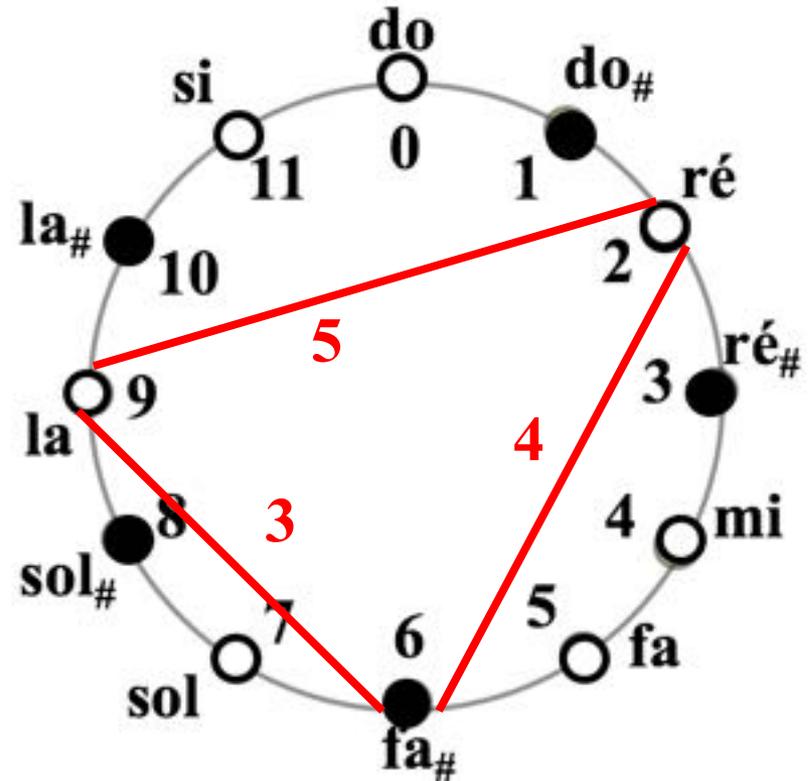


Ré majeur

# Dessine-moi deux accords majeurs



Do majeur

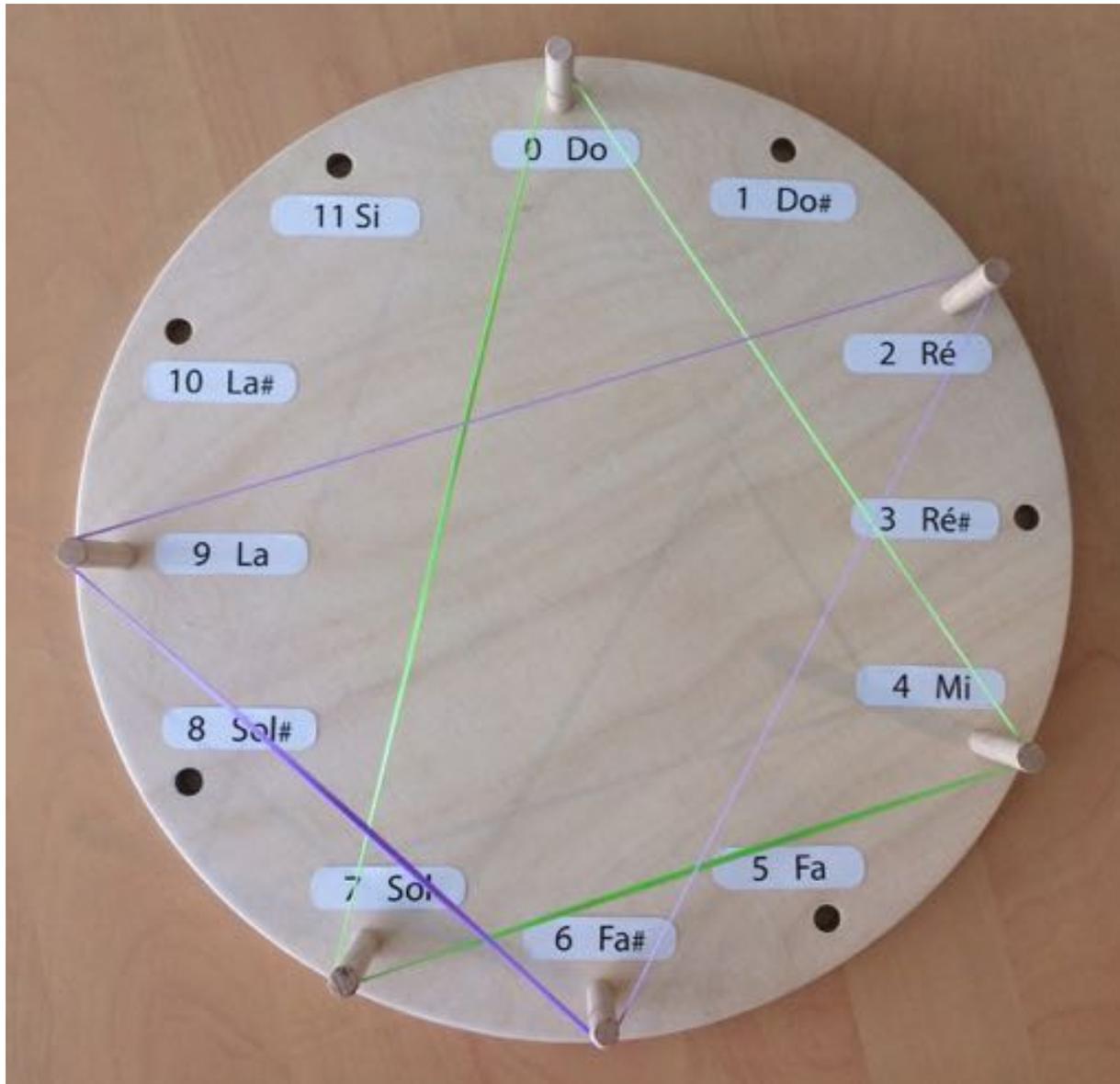


Ré majeur

# Quel est le rapport entre deux accords majeurs ?

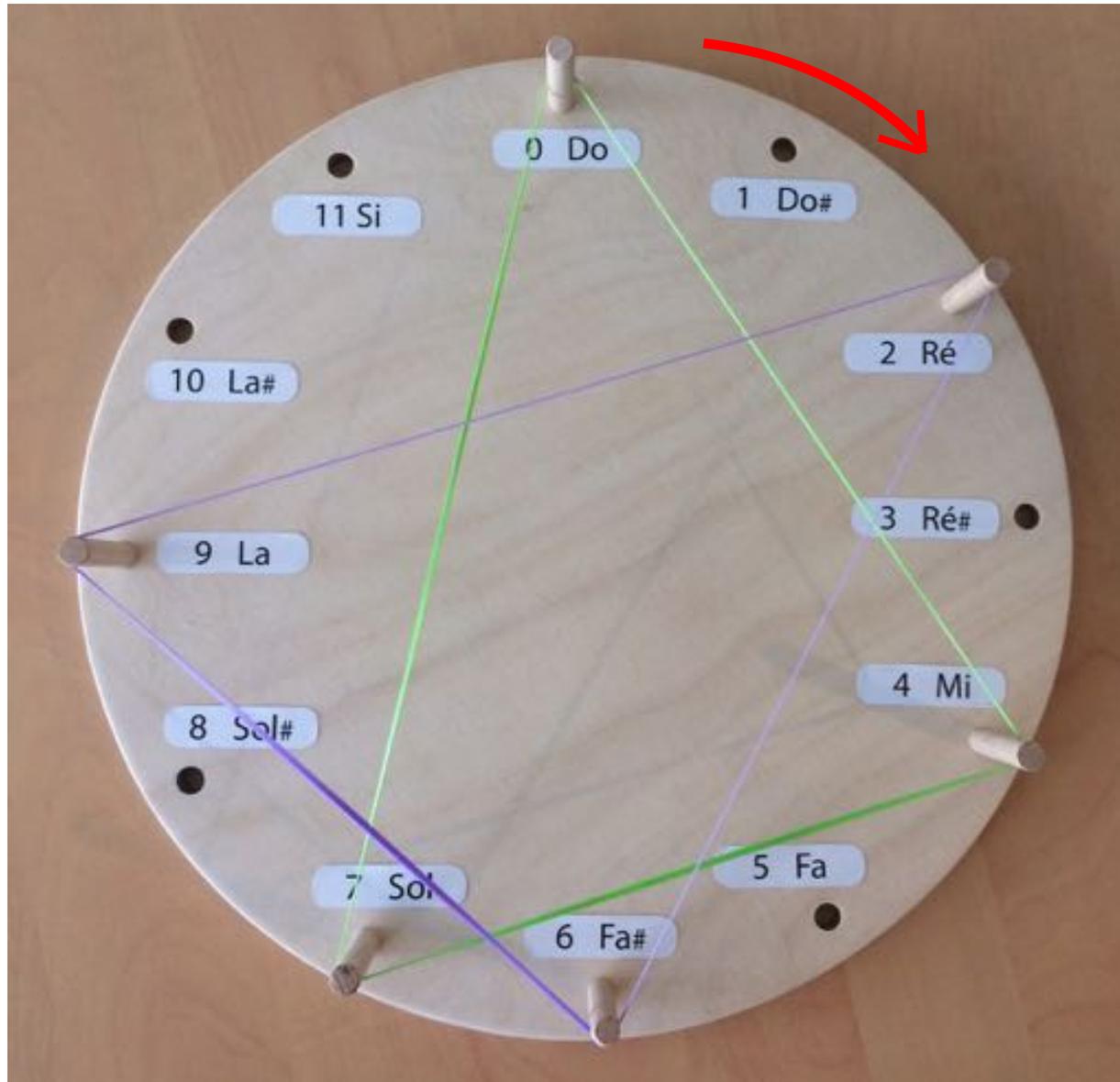
## On passe de l'un à l'autre via une ...

---

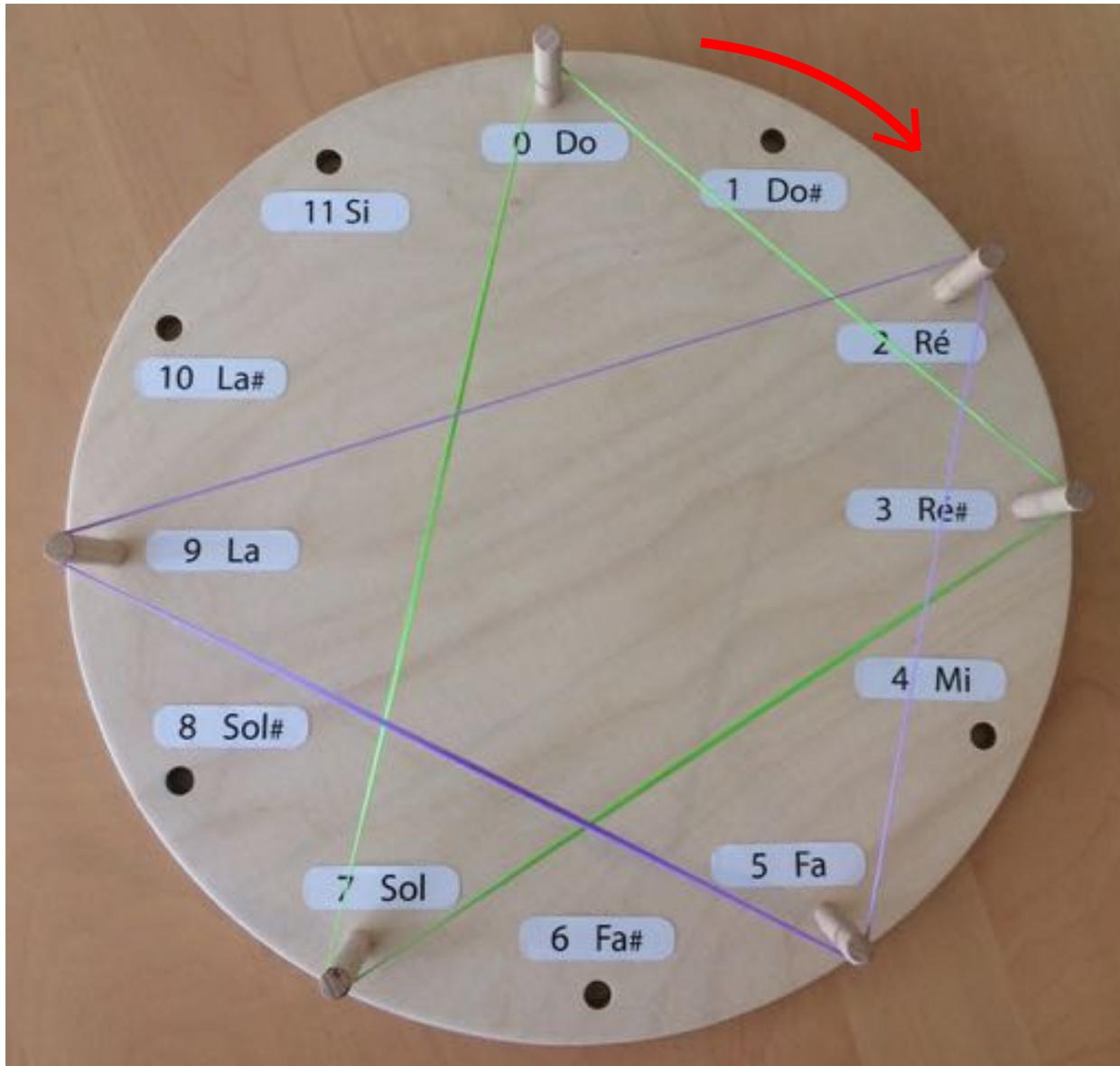


Quel est le rapport entre deux accords majeurs ?

On passe de l'un à l'autre via une **ROTATION**



# Quel est le rapport entre deux accords mineurs ? On passe de l'un à l'autre via une **ROTATION**





**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**

**MAGIC IN THE AIR**

Feel the magic in the air. Allez, allez, allez  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez (x2)  
 (x4 avec toutes les voix)

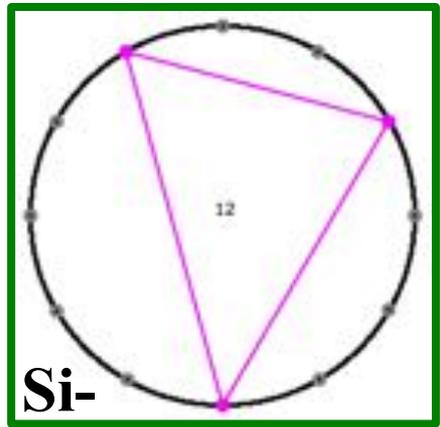
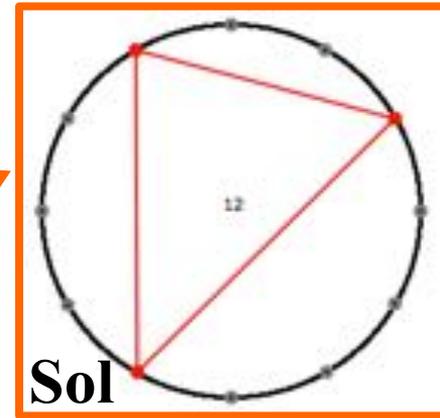
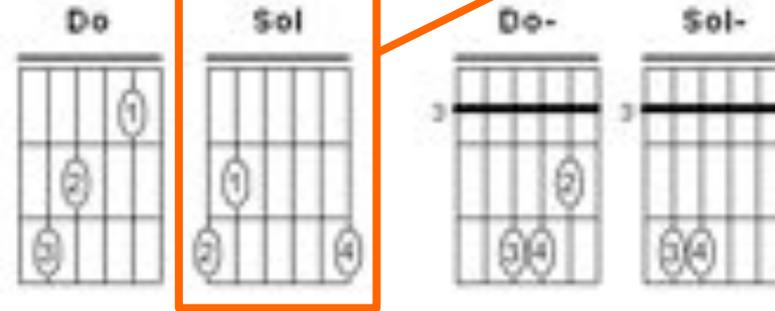
**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...

	<b>Fa</b> 	<b>Fa-</b> 	
<b>Do</b> 	<b>Sol</b> 	<b>Do-</b> 	<b>Sol-</b> 
<b>Re</b> 	<b>La</b> 	<b>Re-</b> 	<b>La-</b> 
<b>Mi</b> 	<b>Si</b> 	<b>Mi-</b> 	<b>Si-</b> 



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** Ré  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez  
**La** **Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

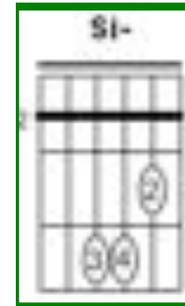
(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...

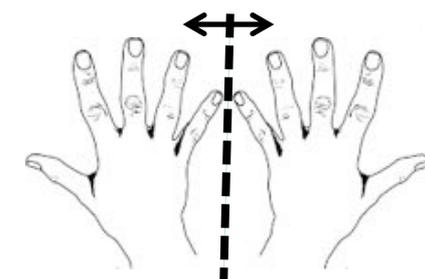
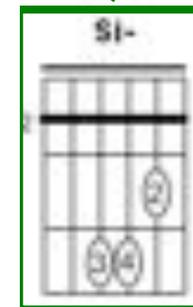
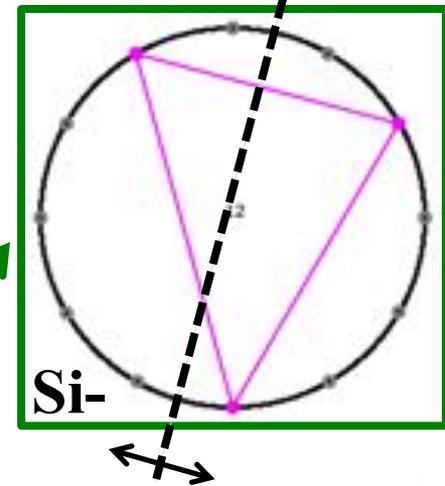
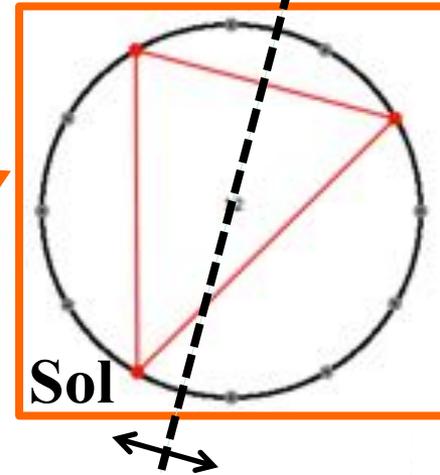
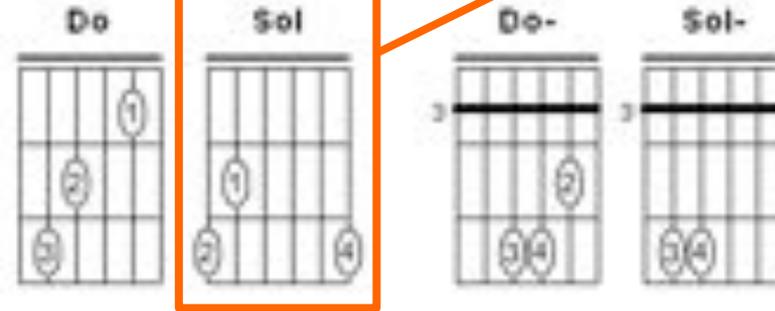
**Comment  
 passe-t-on  
 d'un accord  
 majeur à un  
 accord  
 mineur ?**





**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**On passe d'un accord majeur à un accord mineur à travers une symétrie !**

**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** **Ré**  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez  
**La** **Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

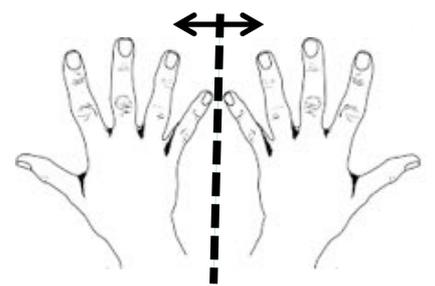
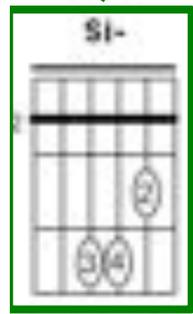
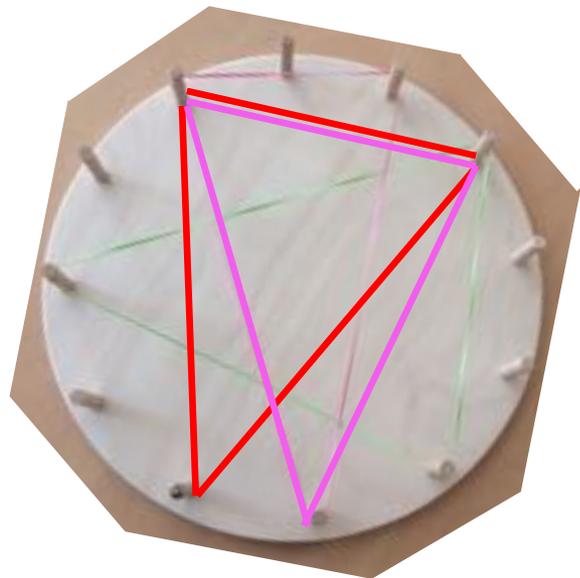
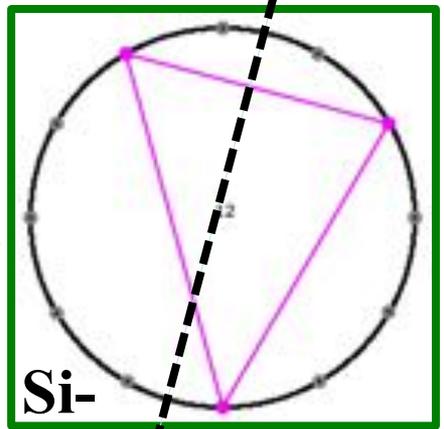
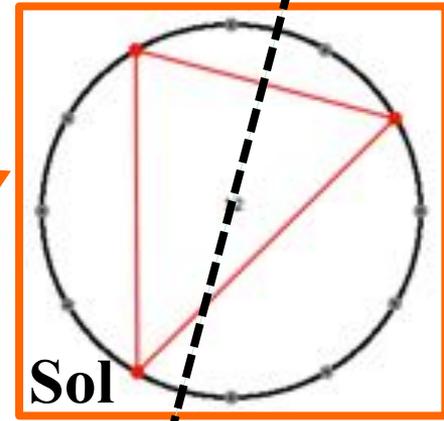
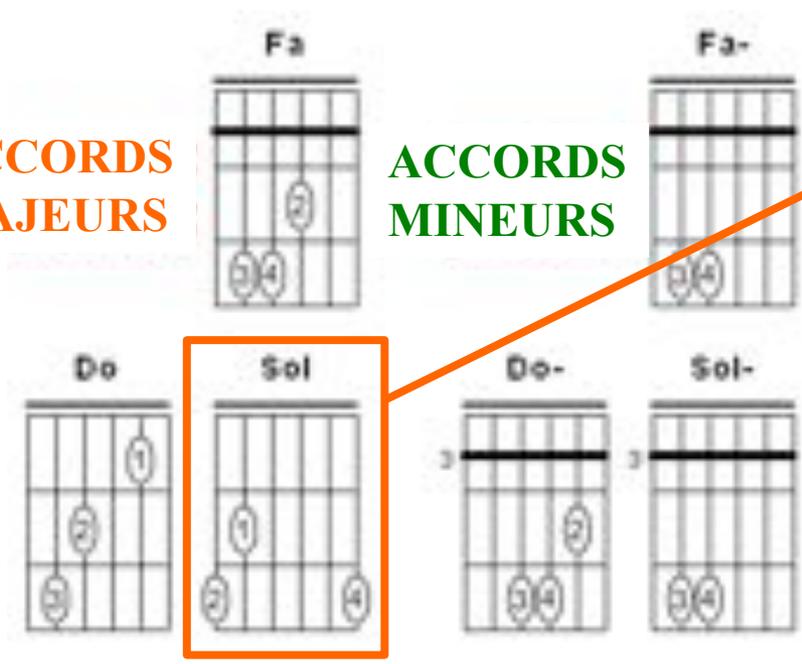
**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**MAGIC IN THE AIR**

**Sol Ré**  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez

**La Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés

**La Si-**  
 Comme toujours ça va aller

**Sol Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo

**La Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

**La Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie

**Sol Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

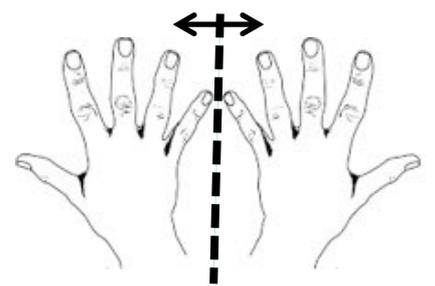
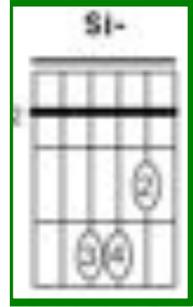
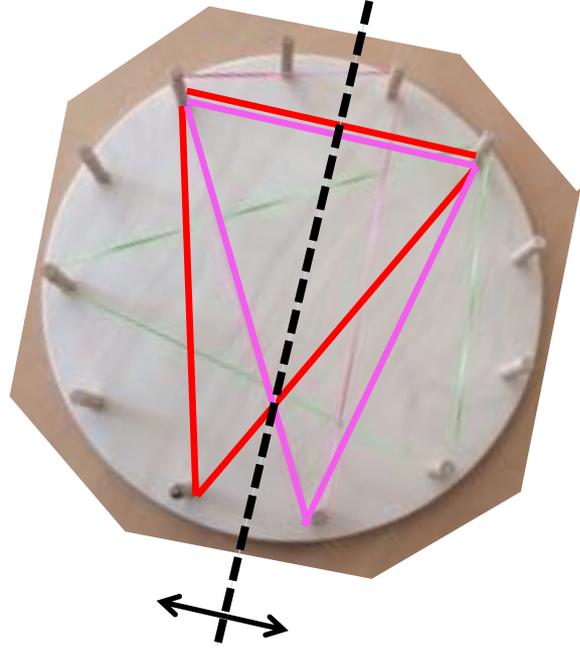
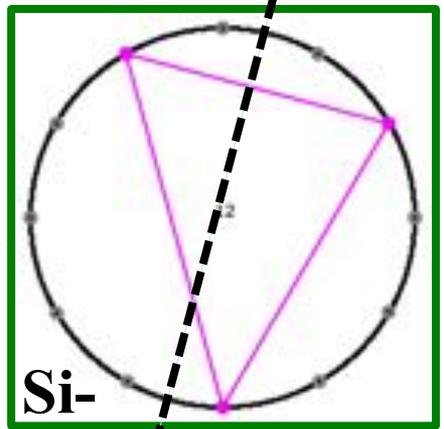
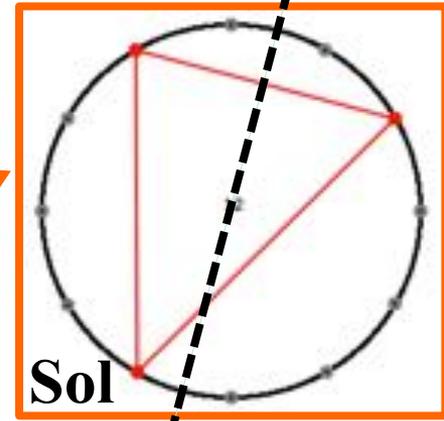
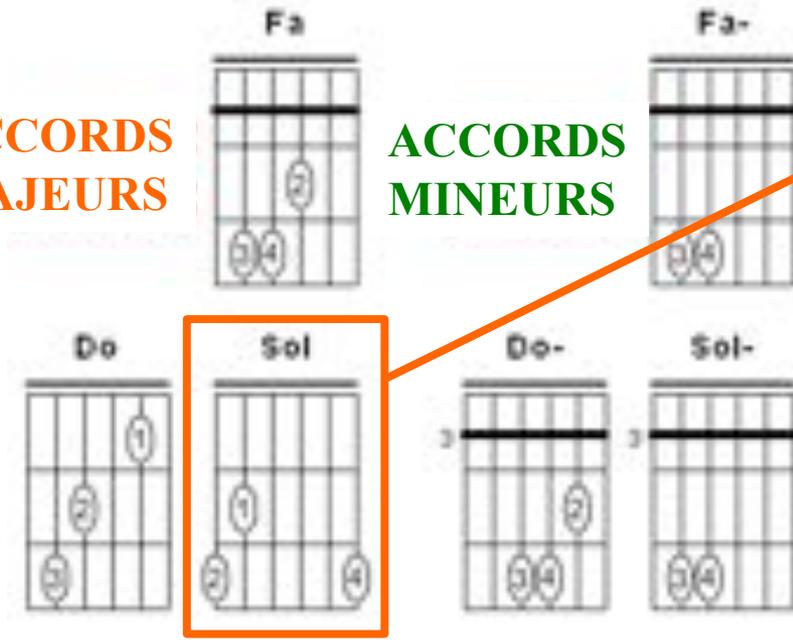
**La Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

**Sol**  
 Feel the magic in the air ...



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** **Ré**  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez  
**La** **Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...

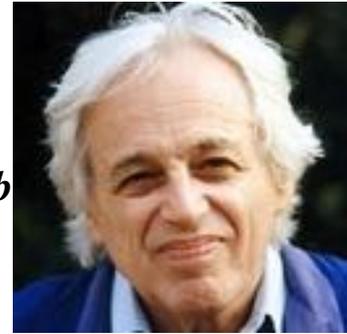
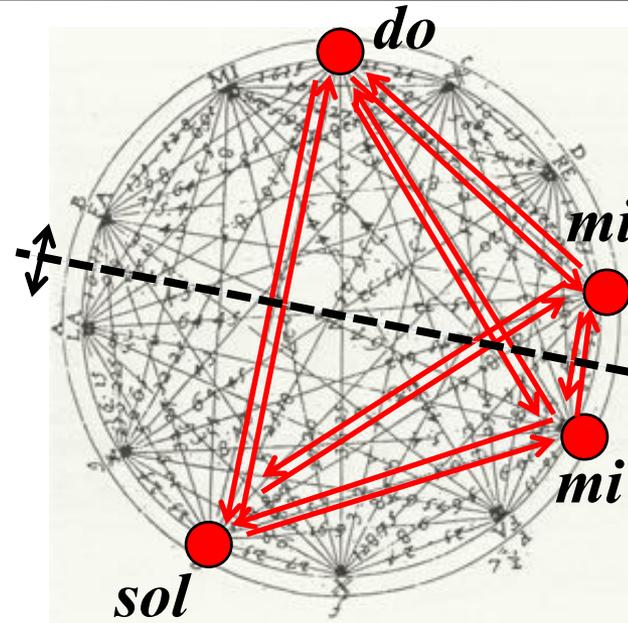
# Approches permutationnelles en musique savante

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

**LIBER SEPTIMVS.**  
DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS,  
EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

*Tabula Combinationis ab 1 ad 22.*

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361380
X	3613800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178191000
XV	1307674968000
XVI	20911789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	12164100408811000
XX	2431301008176640000
XXI	5090941171709440000
XXII	111400071777607480000

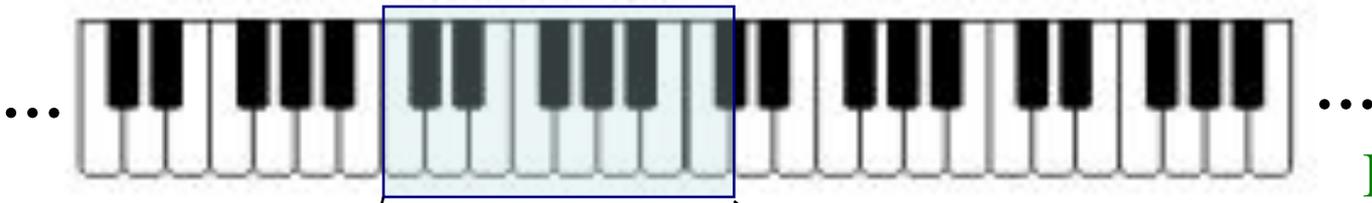


*Six Bagatelles*  
(G. Ligeti, 1953)

*Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.*

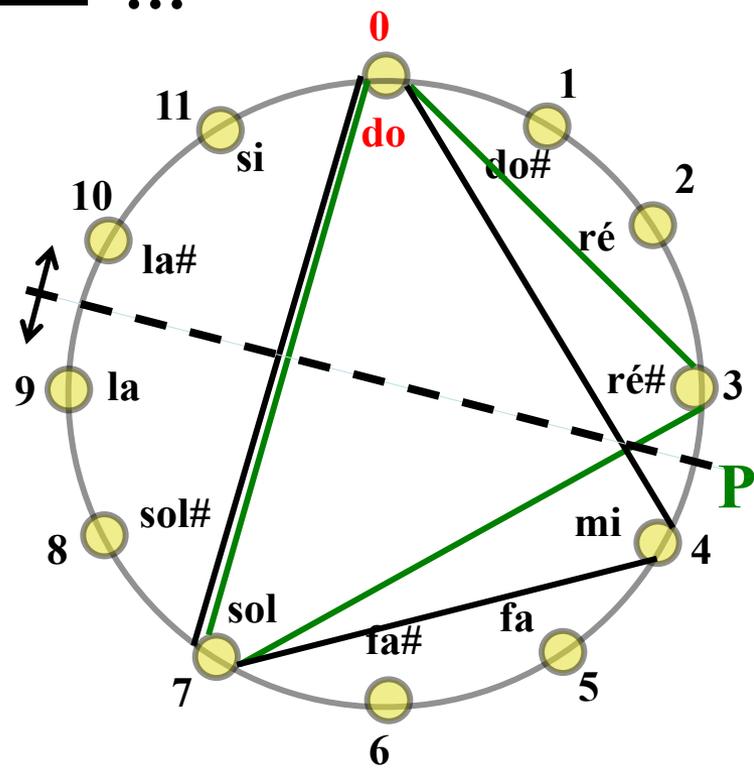
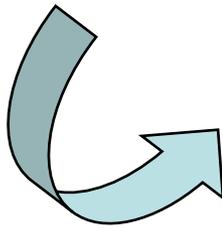
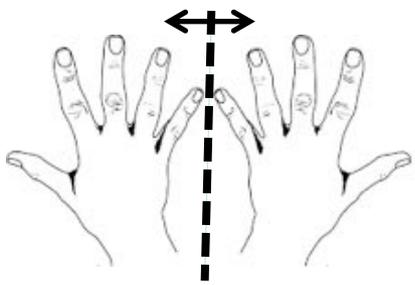
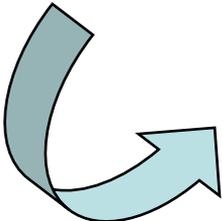
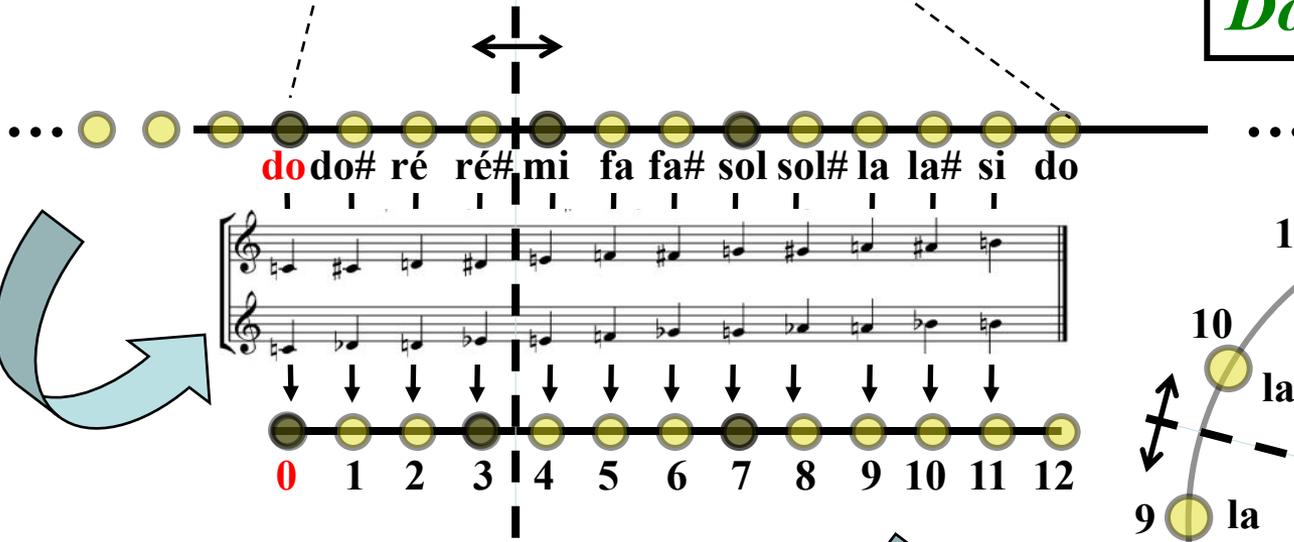
Musical score for 'Varietas, seu Combinatio quatuor notarum' showing 22 numbered measures with four staves.

# Les inversions sont des symétries axiales



**P** comme **parallèle**

*Do* maj = {0,4,7}  
*Do* min = {0,3,7}



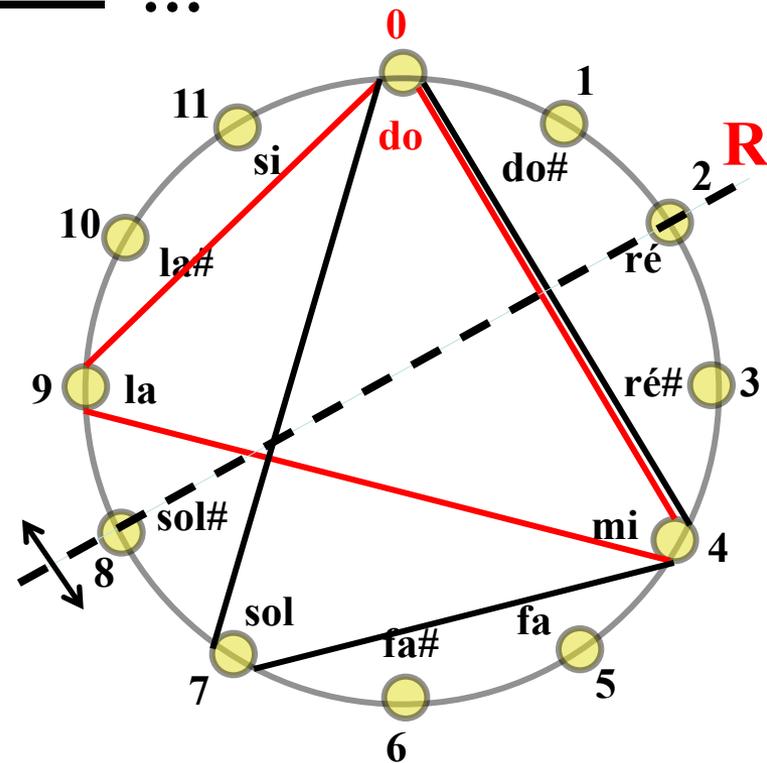
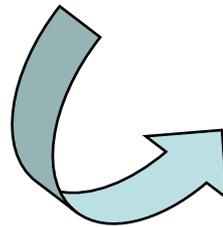
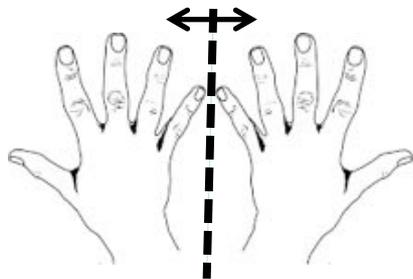
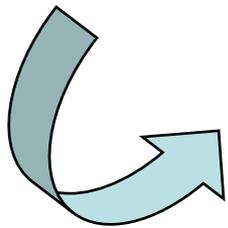
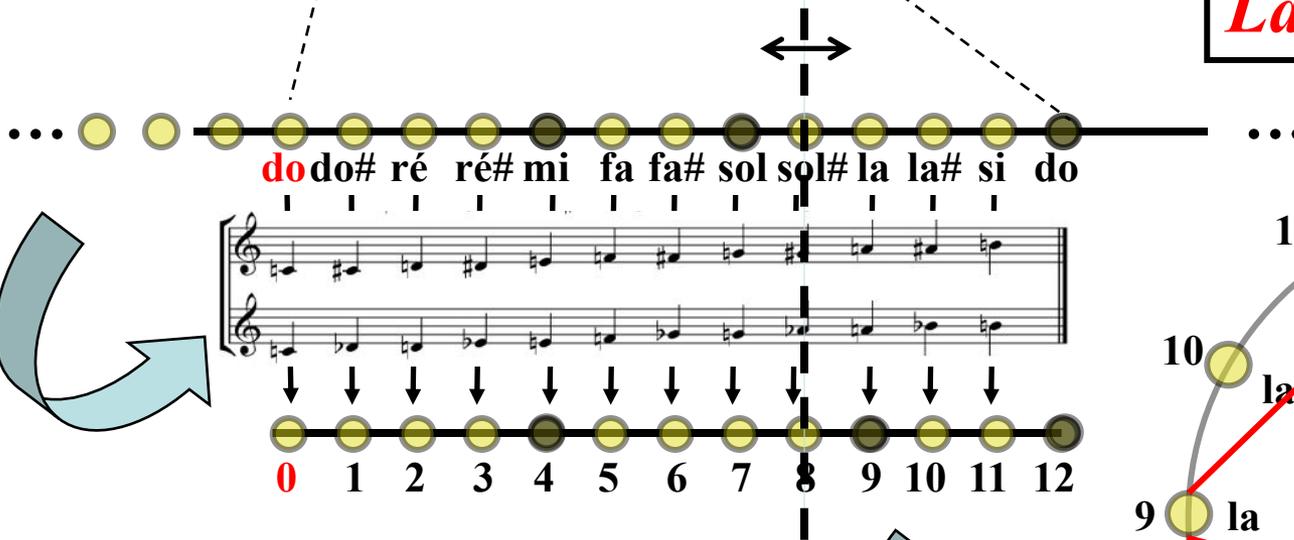
# Les inversions sont des symétries axiales



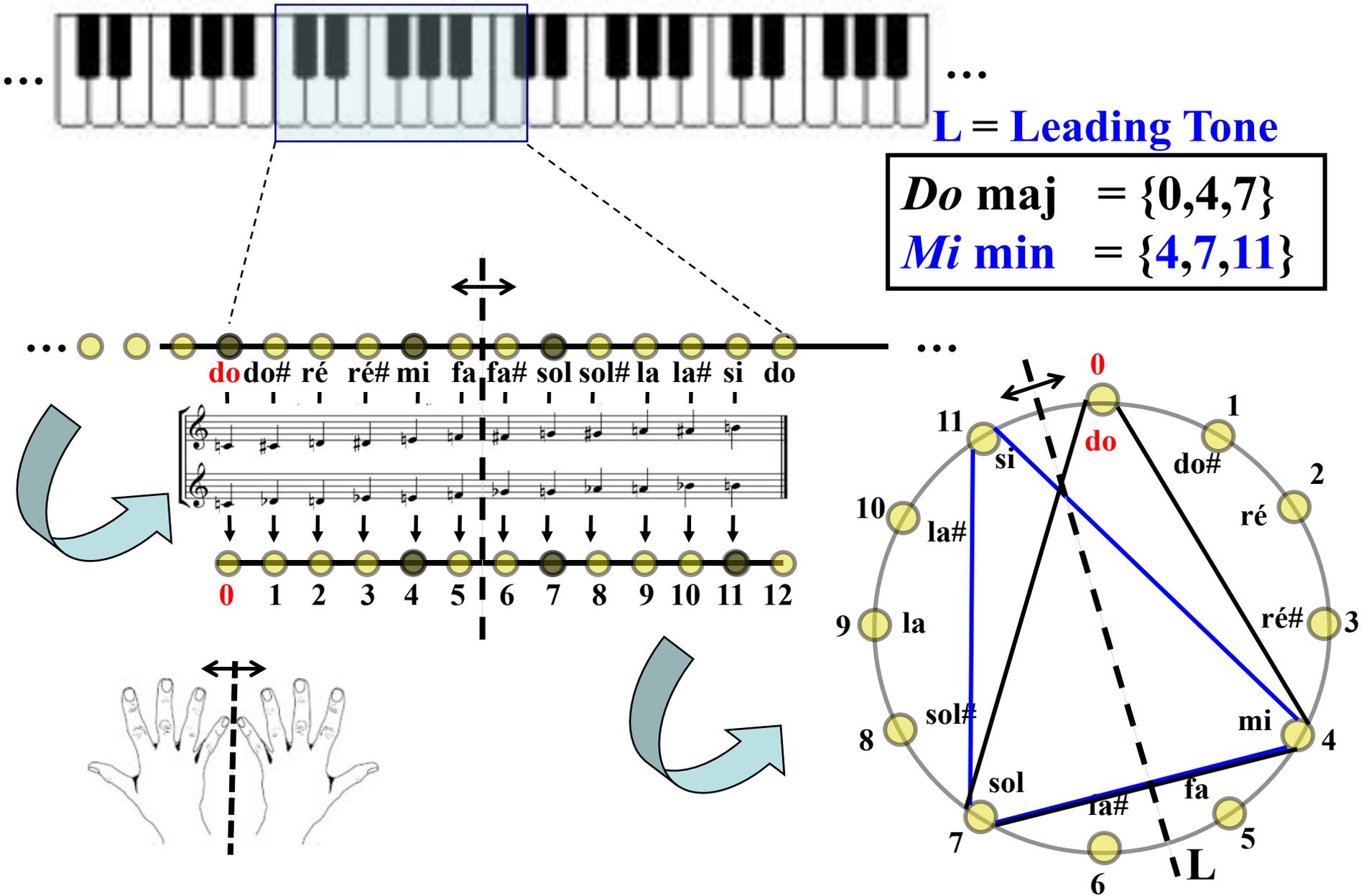
**R** comme **relatif**

*Do* maj = {0,4,7}

*La* min = {0,4,9}



# Les inversions sont des symétries axiales

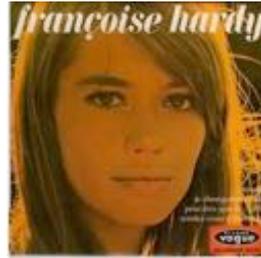


# Une chanson permutationnelle

*Se telefonando*, 1966 (Maurizio Costanzo/Ennio Morricone) / Mina



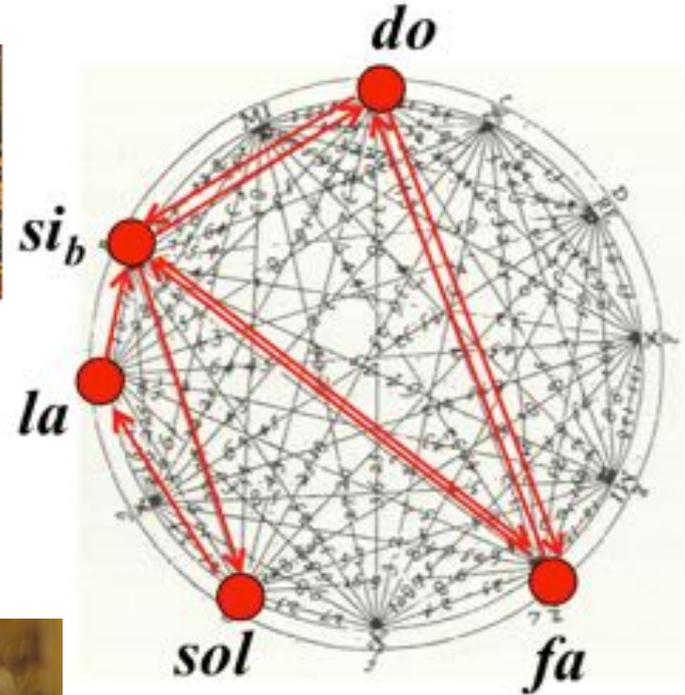
(min. 0'53'')



*Je changerais d'avis*,  
(Françoise Hardy)



Ennio Morricone



C c C# c# D d

E<sub>b</sub> e<sub>b</sub> E e F f

F# f# G g G# g#

A a B<sub>b</sub> b<sub>b</sub> B b

Chord enumeration