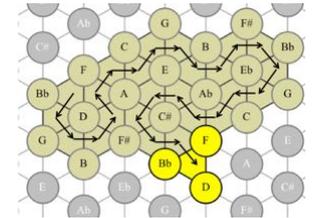
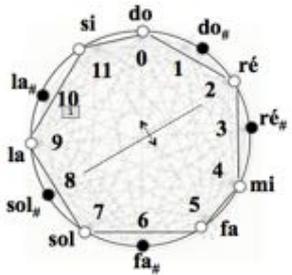


# Modèles mathématiques et computationnels dans la chanson

Analyse de la musique et des répertoire III :  
Musiques actuelles  
(partie III: le *Tonnetz*)



Moreno Andreatta

IRMA & GREAM, Université de Strasbourg

Equipe Représentations Musicales

IRCAM / CNRS UMR 9912 / Sorbonne Université

# Structure du cours

---

**Cours de Moreno Andreatta sur les modèles mathématiques et computationnels dans la chanson (Analyse de la musique et des répertoire III : Musiques actuelles)**

## Calendrier :

Chaque mardi, pour douze séances, à partir du 21 janvier 2020 et jusqu'au 14 avril 2020 (inclus) de 17h à 18h30 (Département de musicologie, université de Strasbourg - Le Portique, salle 18)

Partiels : mardi 18 février (sur les parties I, II et III) et mardi 7 avril (sur les parties IV et V).

**Page web :** <http://repmus.ircam.fr/moreno/chanson>

## Quelques sujets abordés dans le cours :

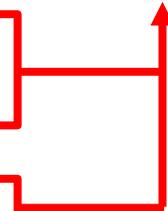
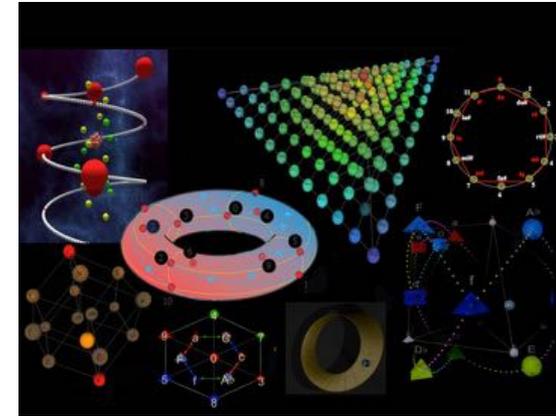
- La chanson parmi les « musiques actuelles » (ou *popular music*)
- Le rapport entre la chanson et la poésie
- La chanson d'auteur en France et en Italie
- Les tubes

- Outils théoriques pour l'analyse de la *popular music*

- Articulations musique savante / *popular music*

- Regards philosophiques et épistémologiques sur la *popular music*

- Modèles mathématiques et computationnels dans la *popular music*



# Focus sur les transpositions et les inversions

Les transpositions

$$T_k : x \longrightarrow x+k \text{ modulo } 12$$

$$\{0,4,7\}$$

$$\xrightarrow{T_1}$$

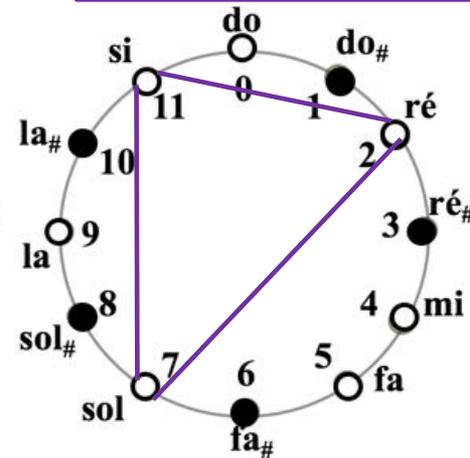
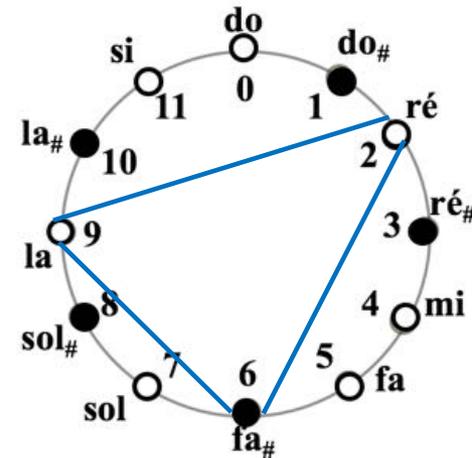
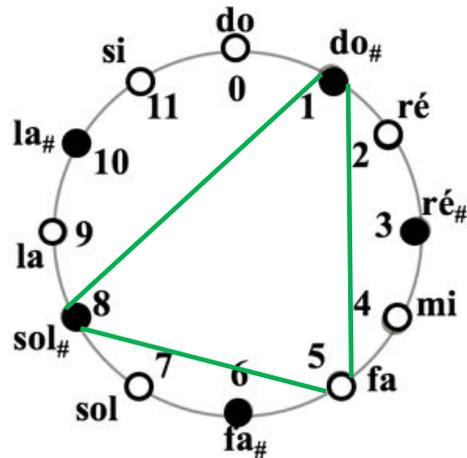
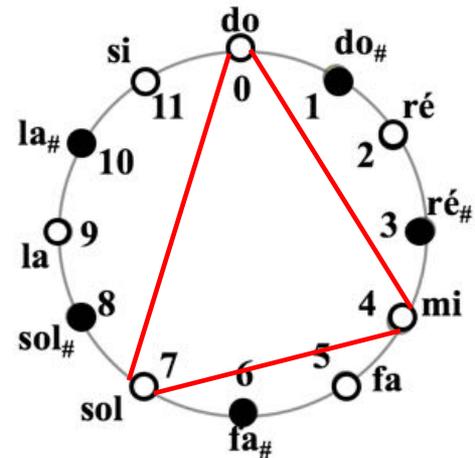
$$\{0+1,4+1,7+1\} = \{1,5,8\}$$

$$\xrightarrow{T_1}$$

$$\{1+1,5+1,8+1\} = \{2,6,9\}$$

$$\xrightarrow{T_5}$$

$$\{2+5,6+5,9+5\} = \{7,11,2\} = \{2,7,11\}$$



Do maj

$$\xrightarrow{T_1}$$

Do# maj

$$\xrightarrow{T_1}$$

Ré maj

$$\xrightarrow{T_5}$$

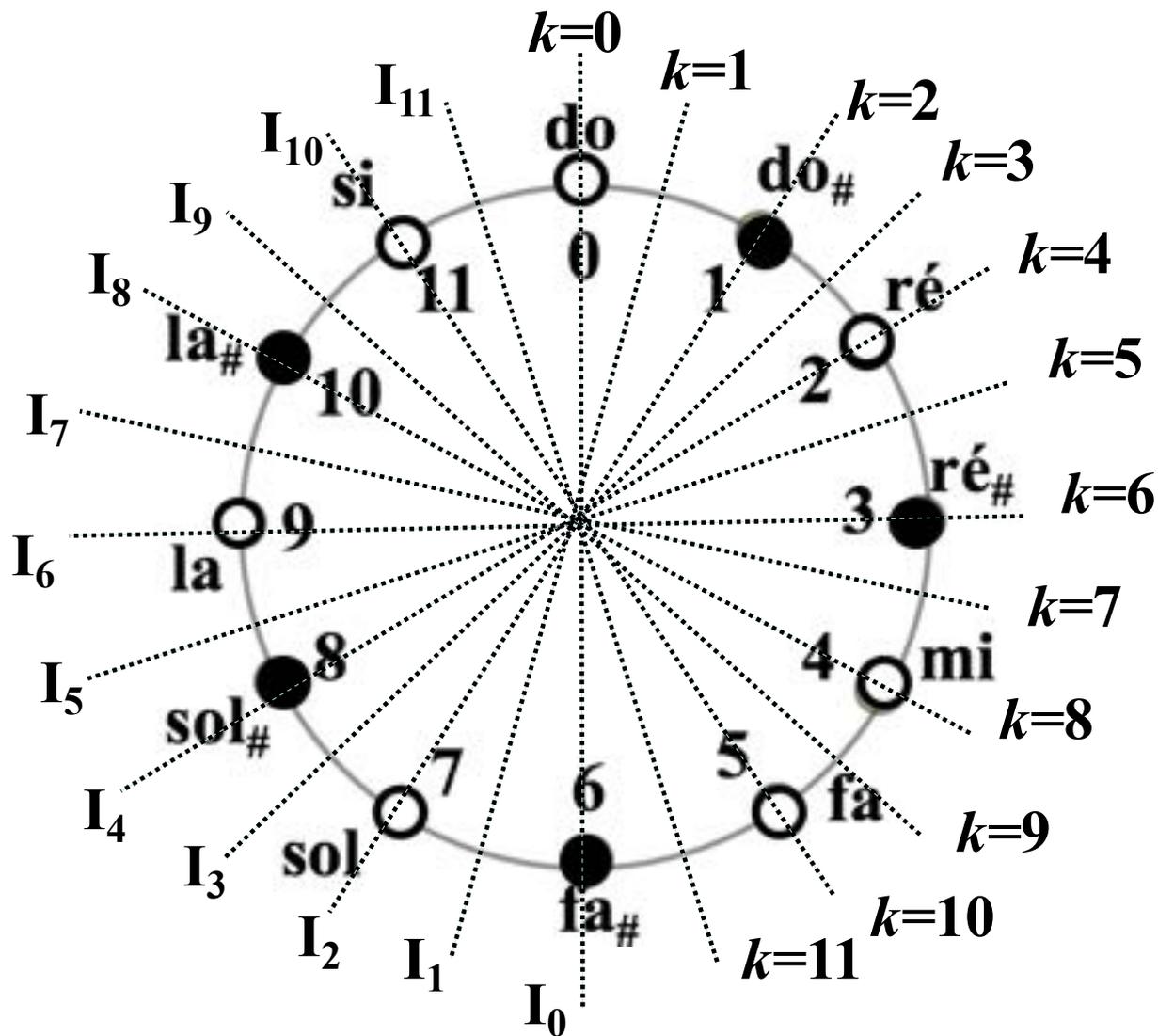
Sol maj





# Les inversions sont des symétries axiales généralisées

$$x \xrightarrow{I_k} k-x \text{ modulo } 12$$

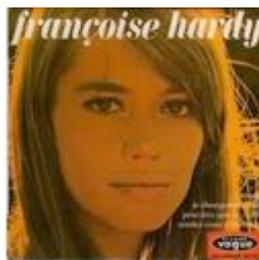


# Du cercle au *Tonnetz*

*Se telefonando*, 1966 (Maurizio Costanzo/Ennio Morricone) / Mina

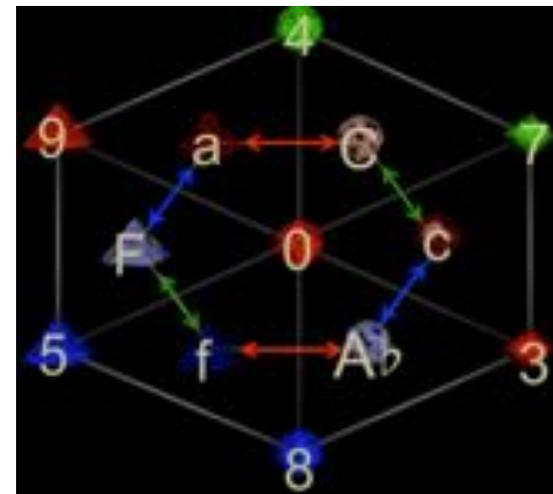


(min. 0'53'')



*Je changerais d'avis*,  
(Françoise Hardy)

## L'espace harmonique

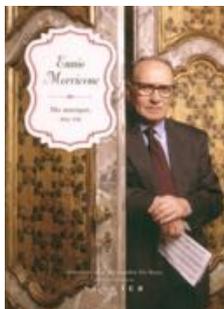


C	c	<b>C#</b>	c#	D	<b>d</b>
<b>E<sub>b</sub></b>	e <sub>b</sub>	E	e	<b>F</b>	f
<b>F#</b>	f#	G	<b>g</b>	G#	g#
A	a	<b>B<sub>b</sub></b>	b <sub>b</sub>	<b>B</b>	b

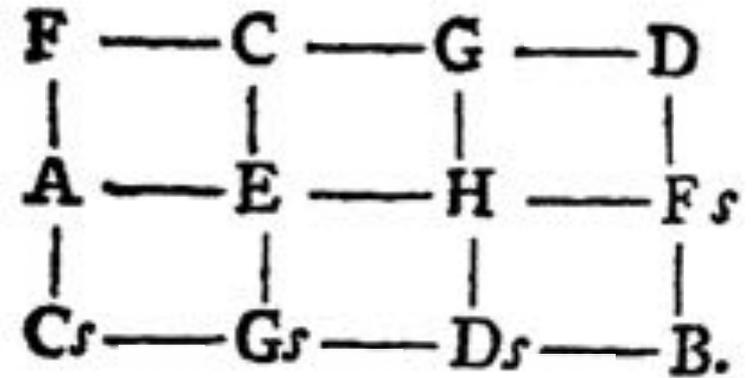
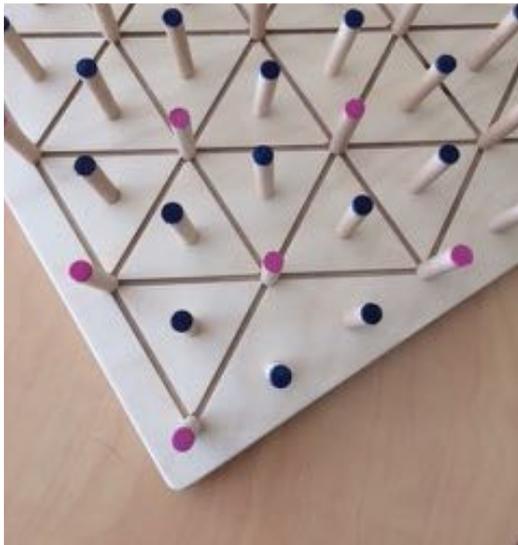
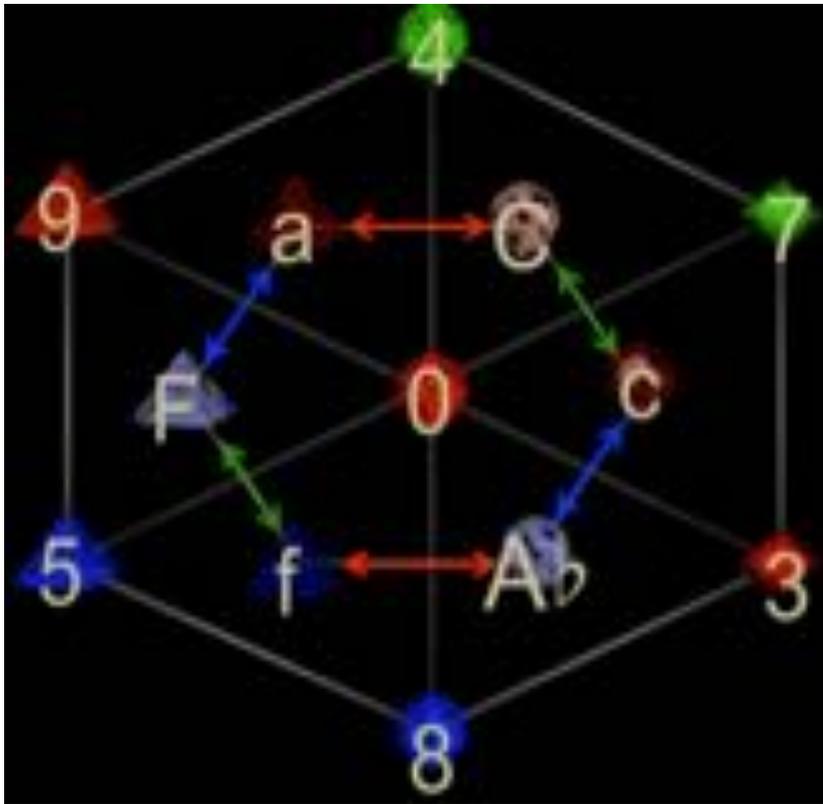
**Chord enumeration**



*Ennio Morricone, Ma musique, ma vie.*  
Entretiens avec Alessandro De Rosa,  
éditions Seguir, 2018. Traduit de  
l'italien par Florence Rigollet.



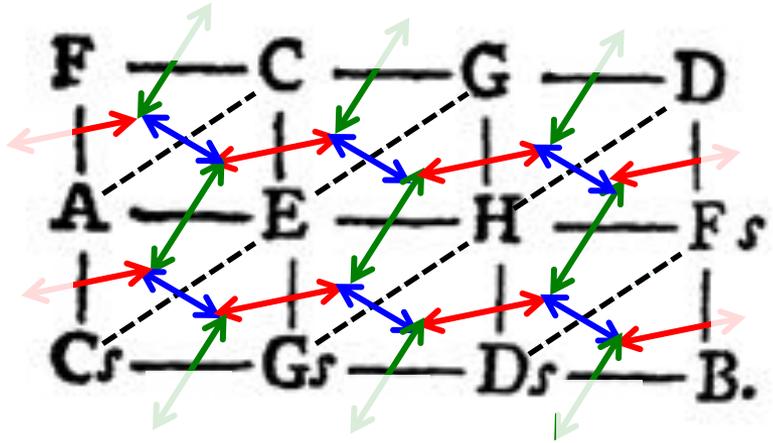
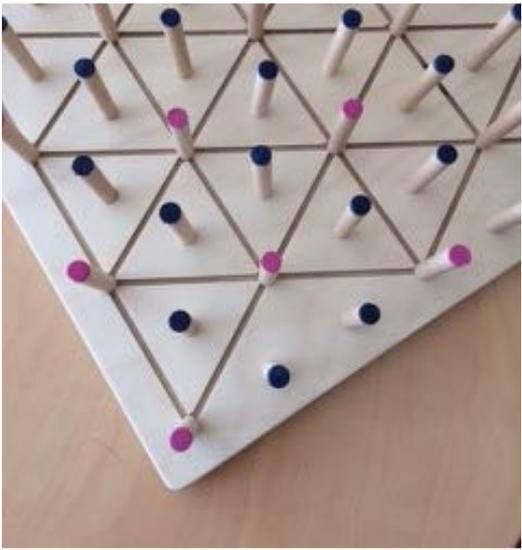
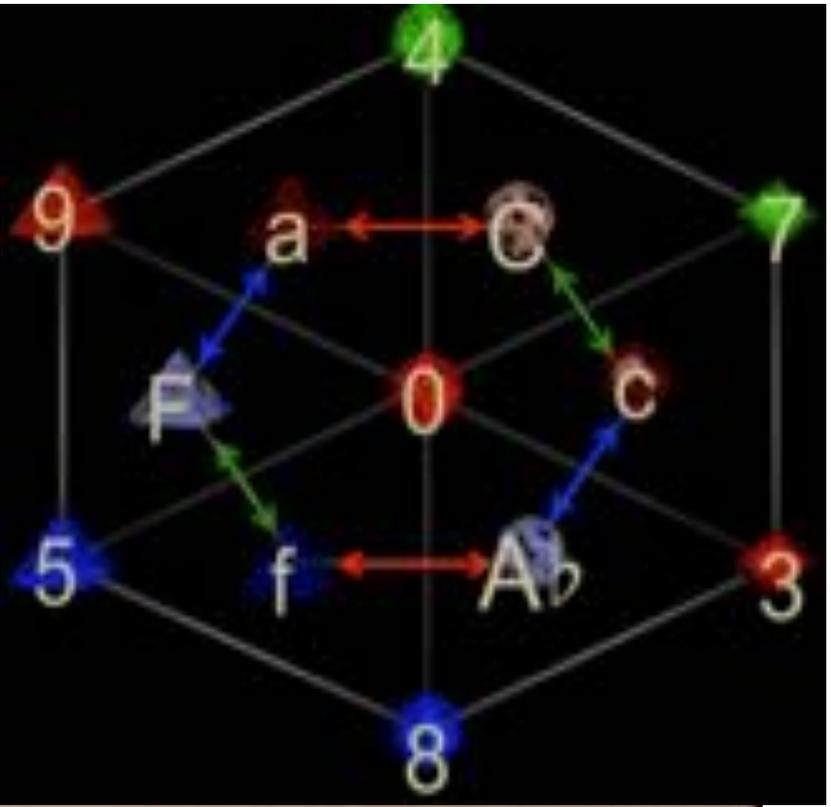
# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)



Leonhard Euler

*Speculum Musicum* (1773)

# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)

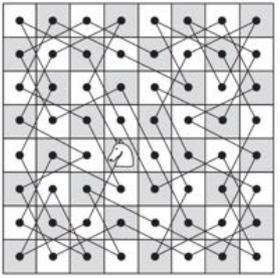
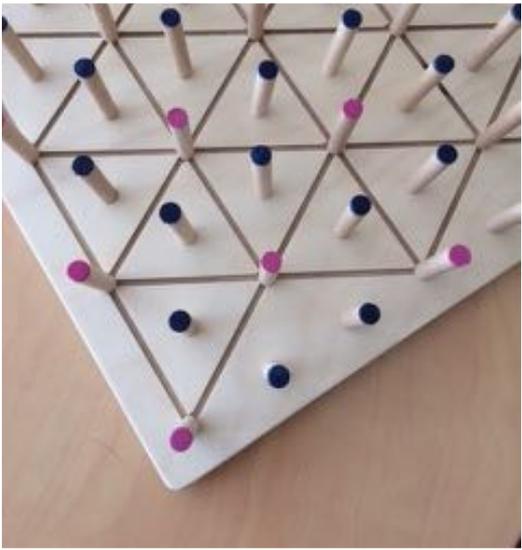
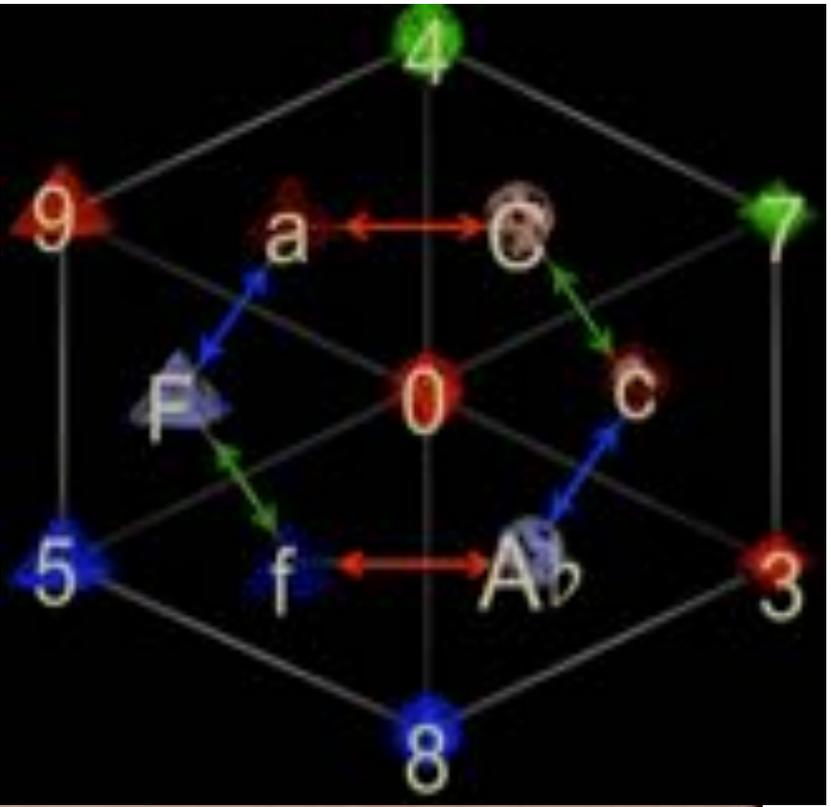


*Speculum Musicum* (1773)

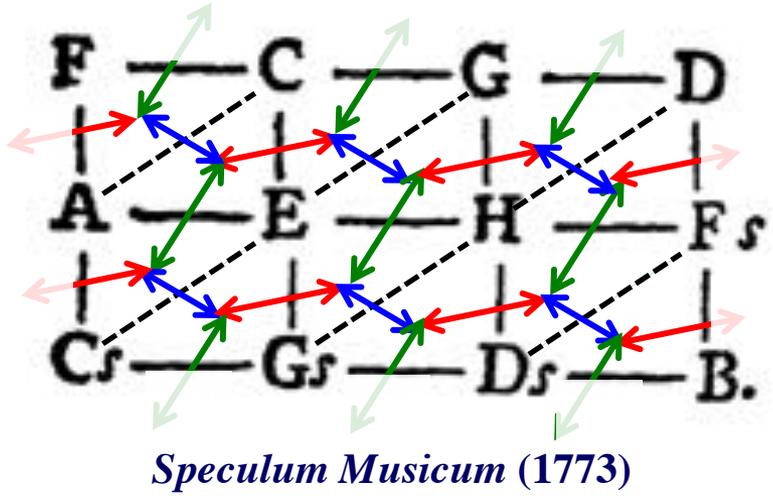


Leonhard Euler

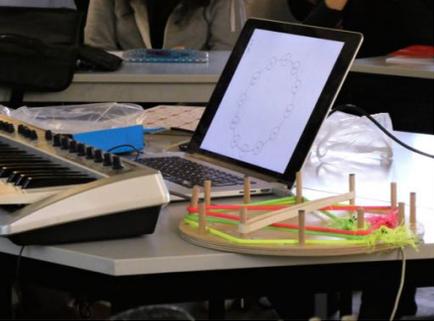
# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)



Leonhard Euler



*Speculum Musicum* (1773)



Jardin des sciences  
Université de Strasbourg

Alsascience, 6-12 mai 2019



JEUX + FÊTE MATHS

DRÔLES DE FORMES

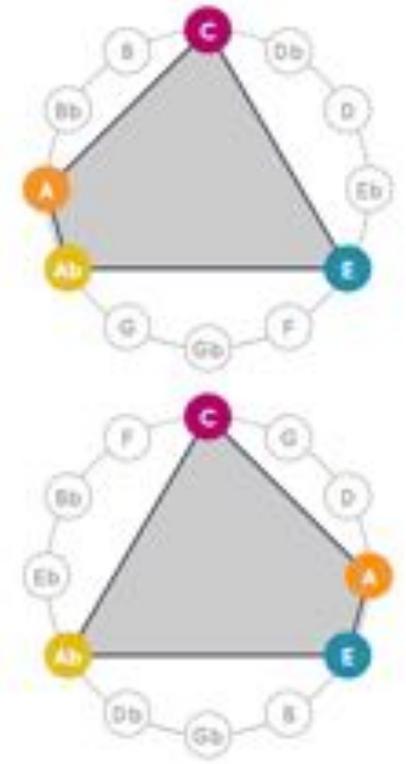
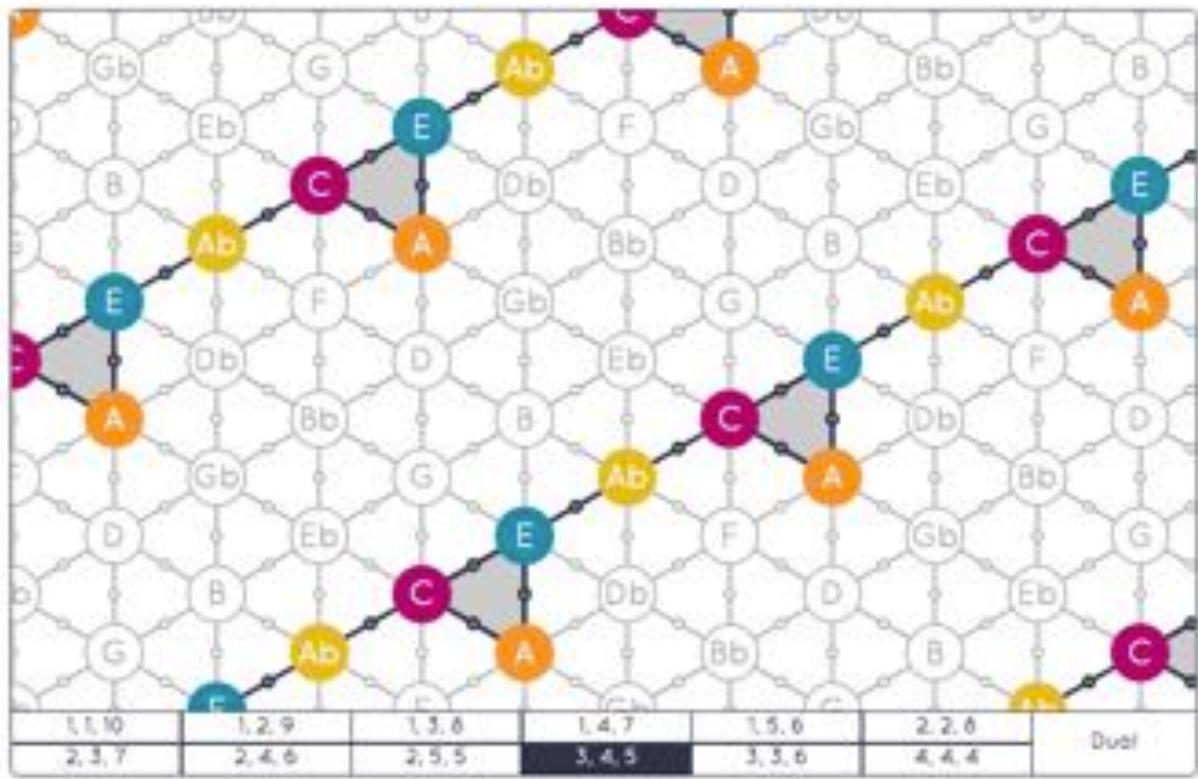
Samedi 16 novembre Dimanche 17 novembre 2019

Eaubonne,  
23 novembre 2019

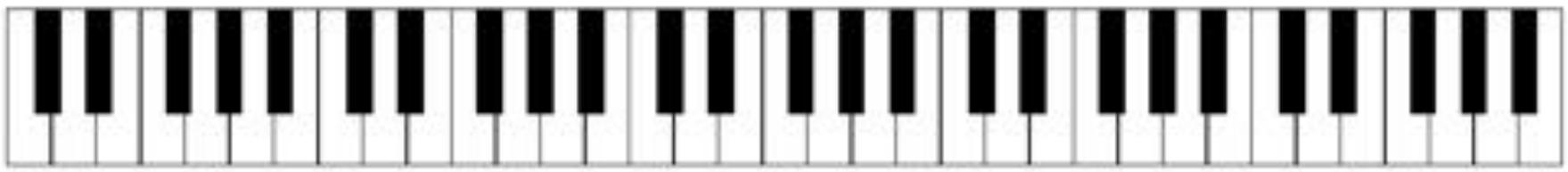
# THE TONNETZ

ONE KEY - MANY REPRESENTATIONS

➔ DEMO

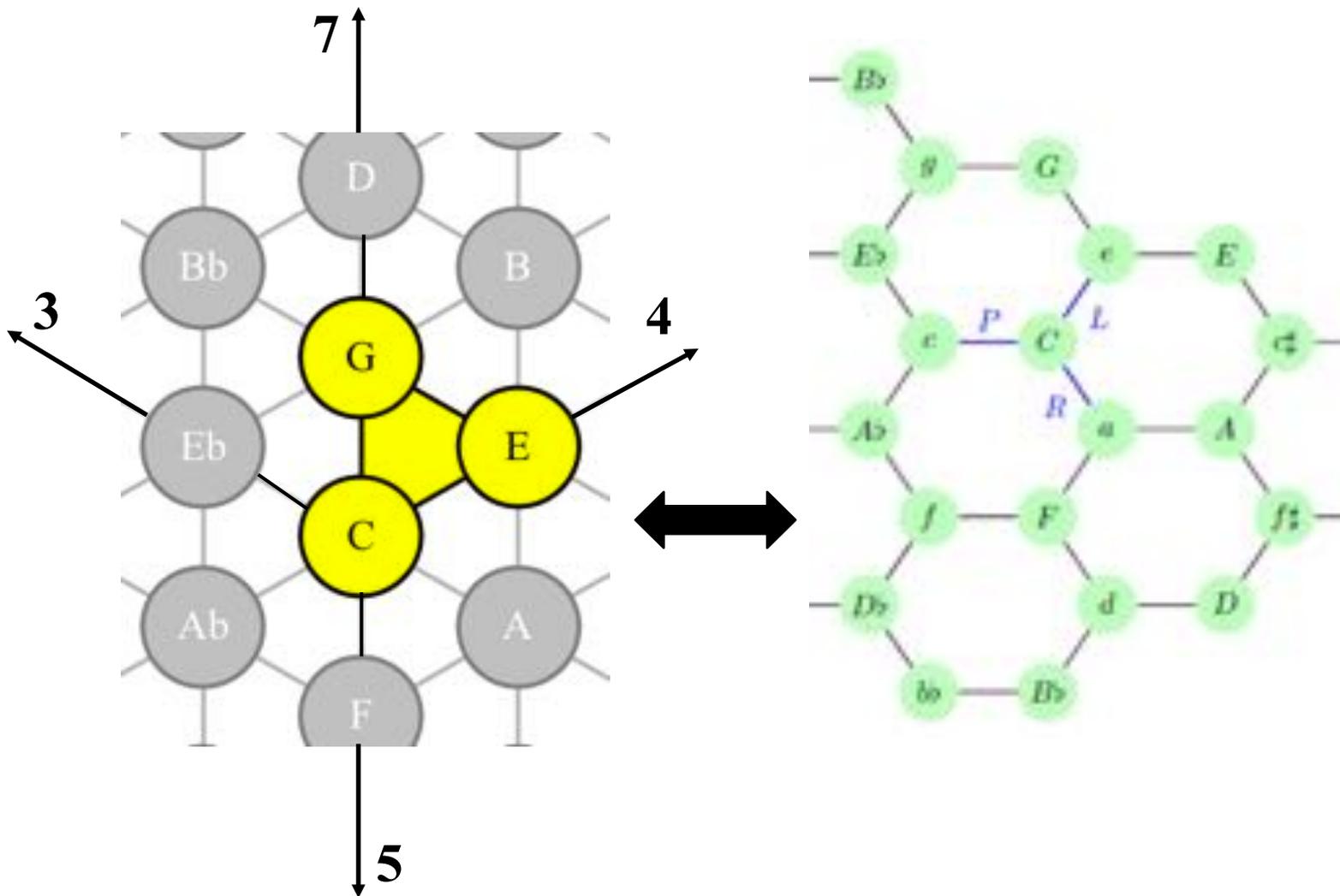


Load Midi File   Play   Start Recording   Rotate 180°   Translate

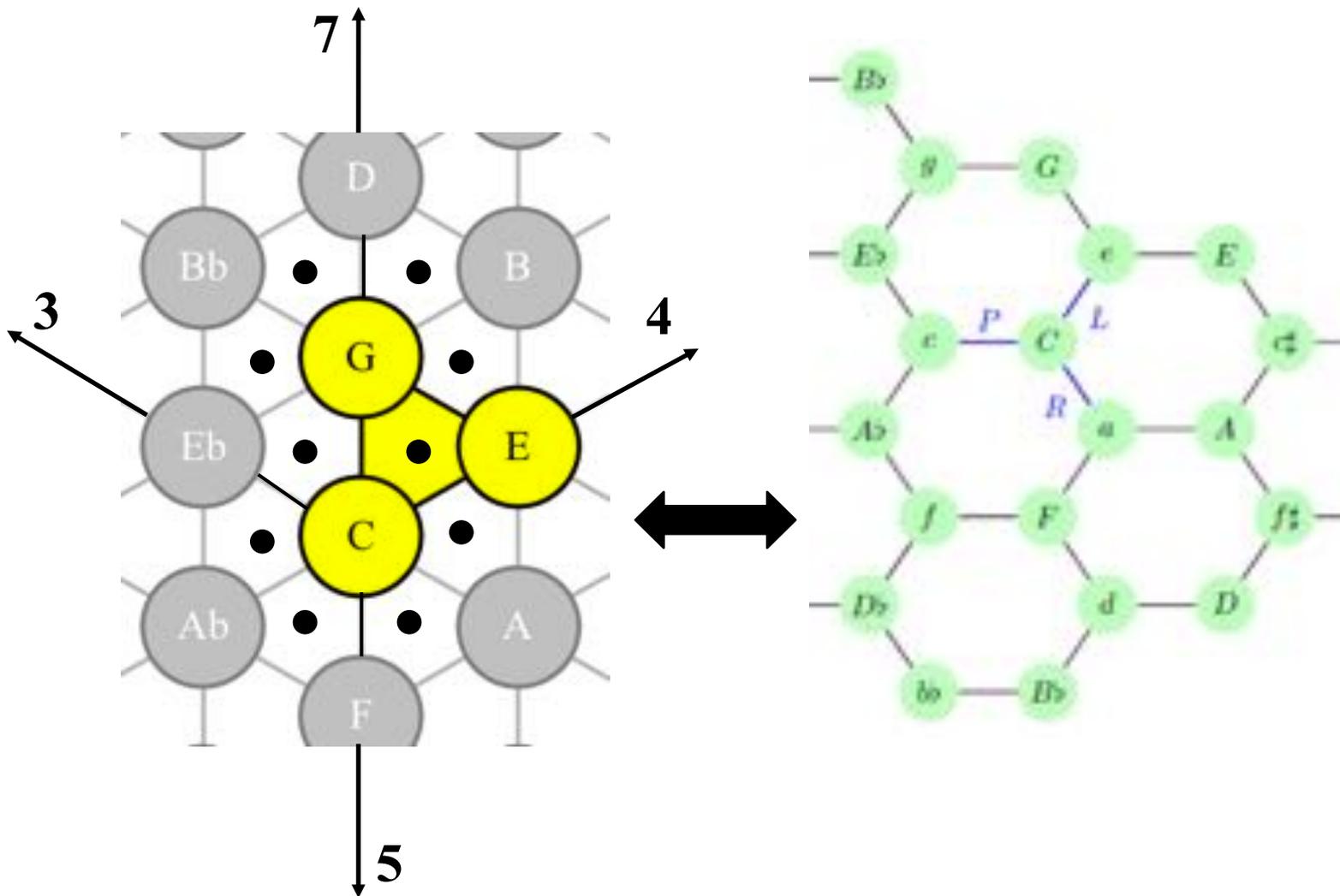


➔ <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/>

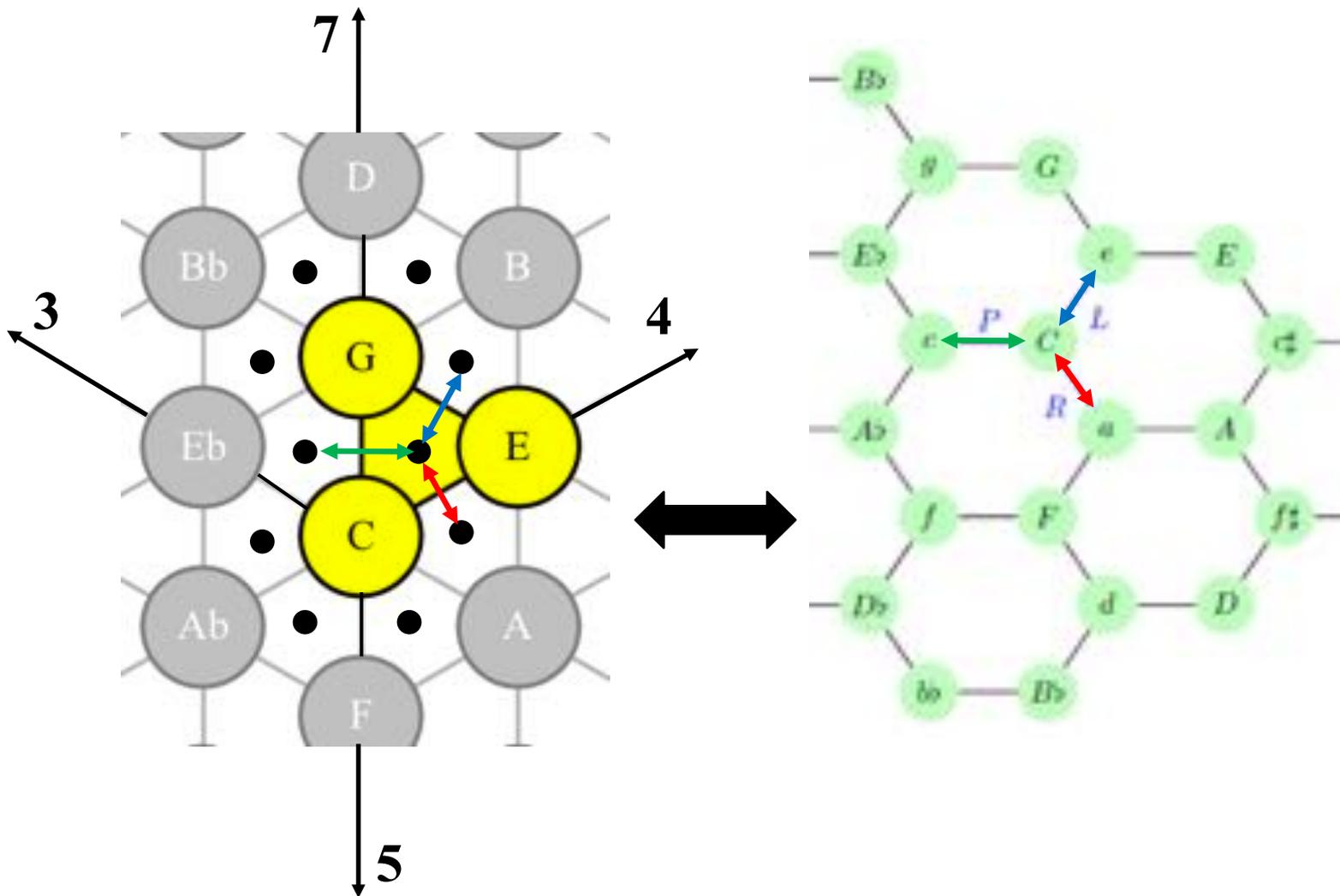
# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



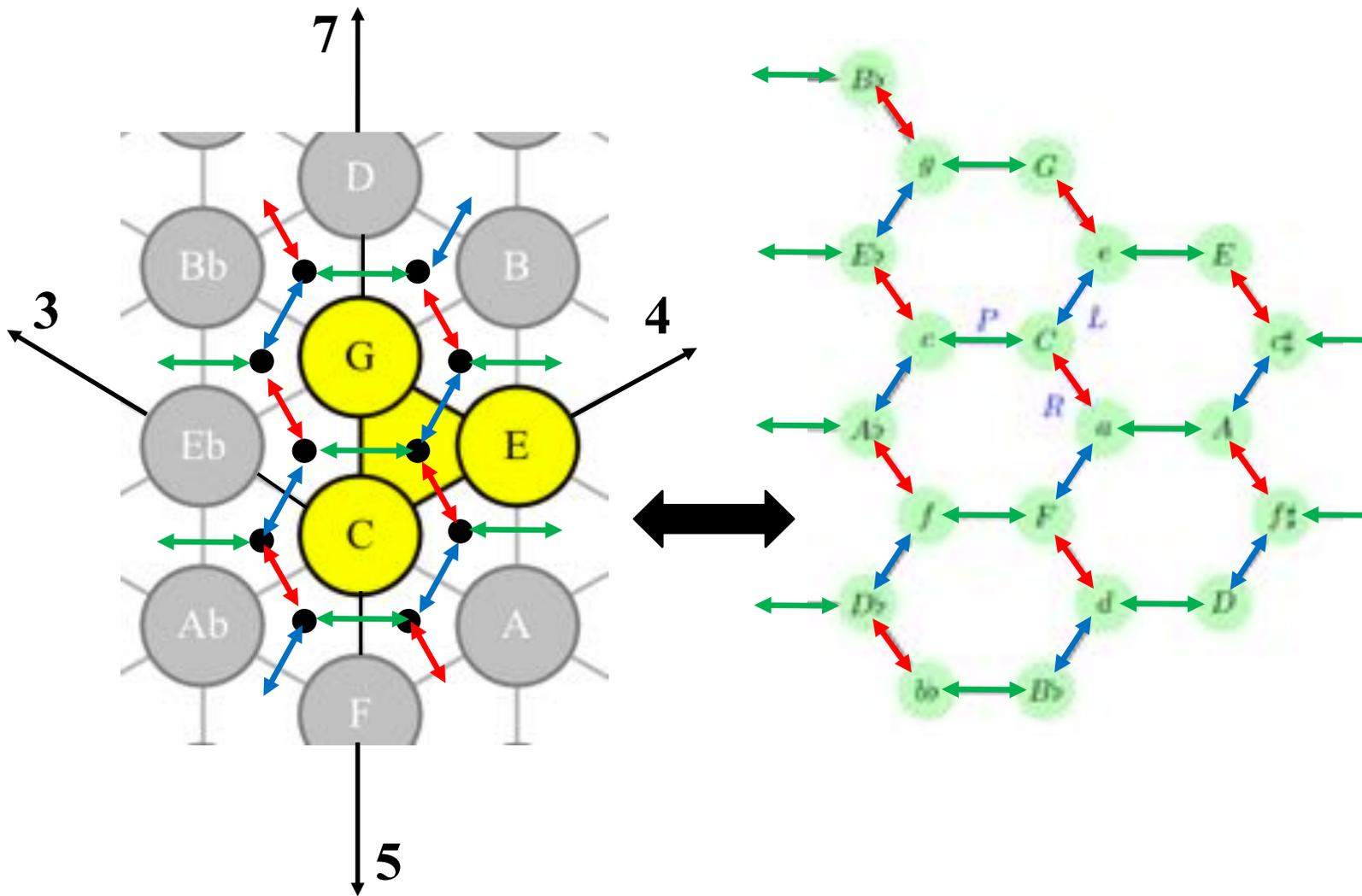
# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



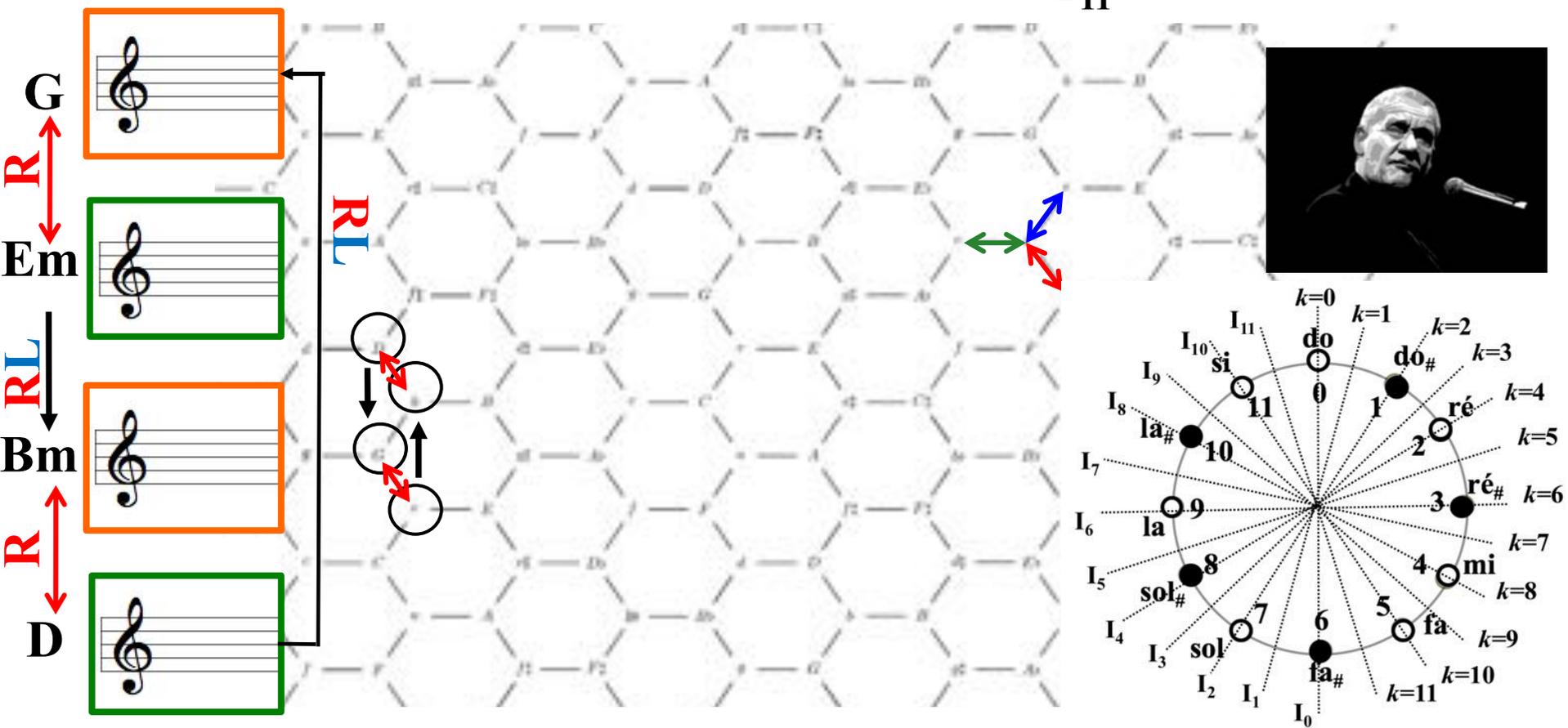
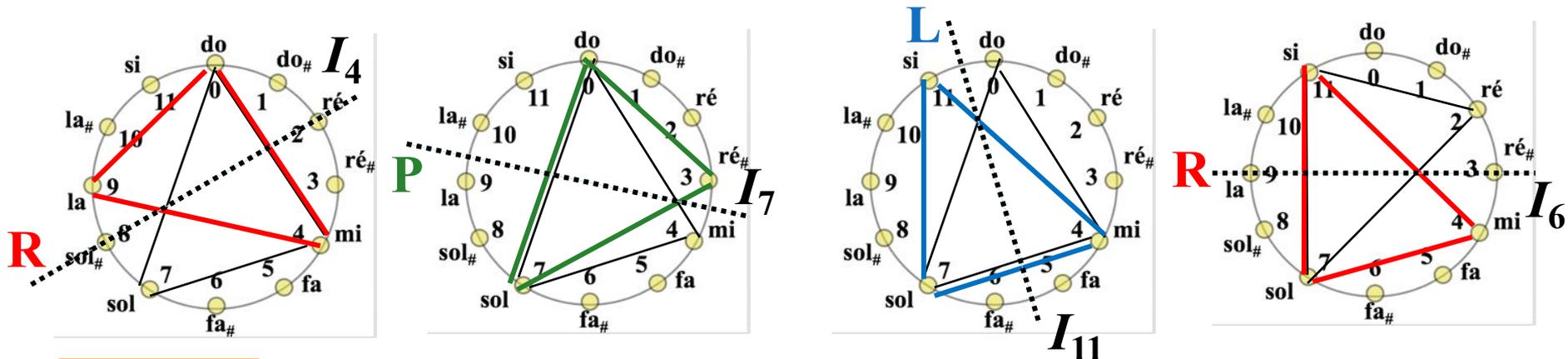
# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



# Quelques exemples analytiques



# Quelques exemples analytiques

## Harmonic Progressions

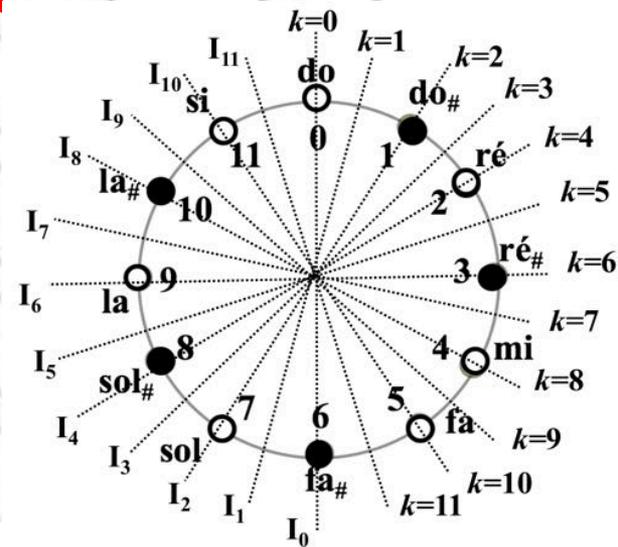
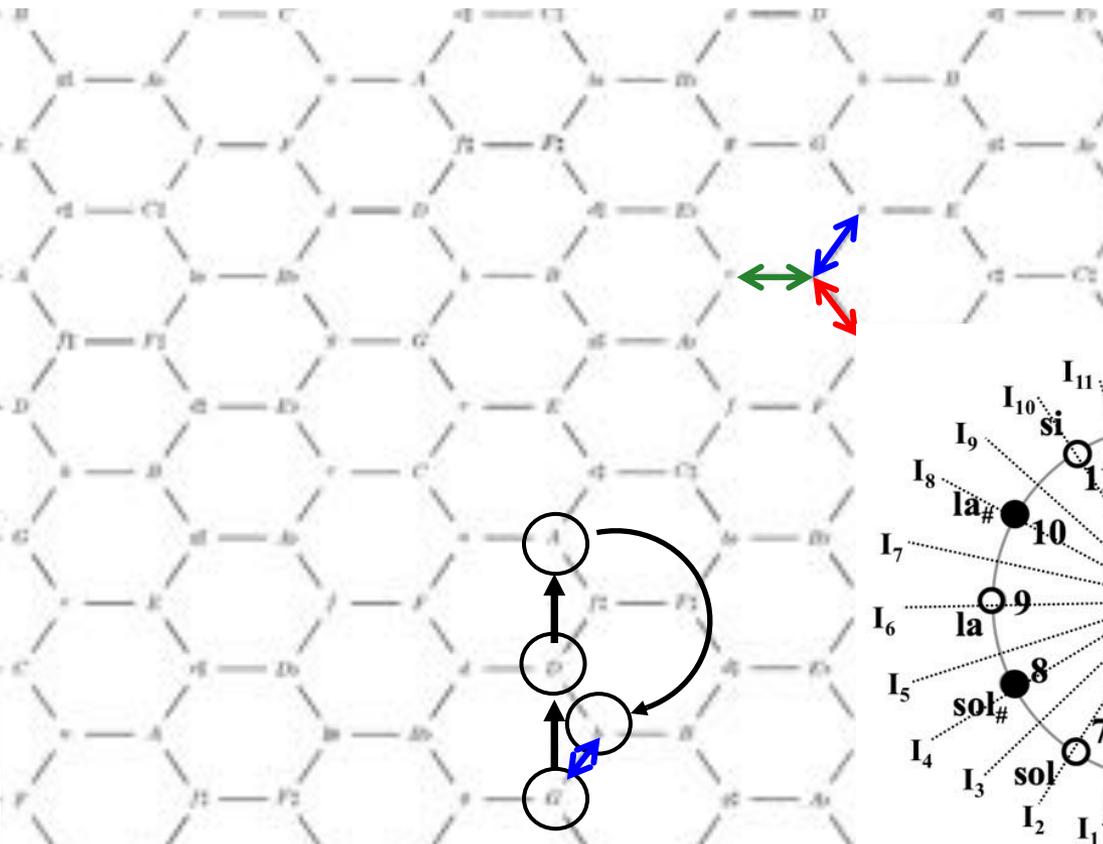
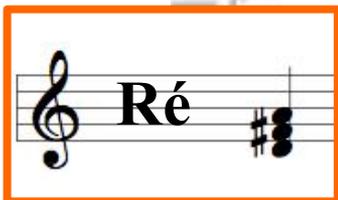
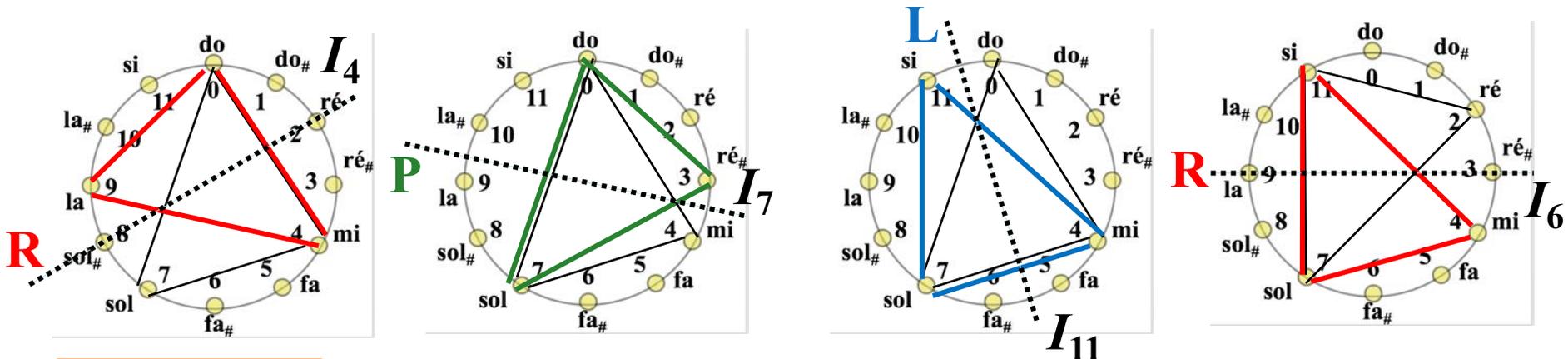
In Paolo Conte

*Sotto le Stelle del Jazz*



Supervision Moreno Andreatta  
Modelisation Gilles Baroin 2016

# Quelques exemples analytiques





**MAGIC IN THE AIR**

**Sol**

**Ré**

**La**

**Si-**

Feel the magic in the air. Allez, allez, allez

Levez les mains en l'air. Allez, allez, allez  
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
Comme d'habitude on est calés

**La** **Si-**  
Comme toujours ça va aller

**Sol** **Ré**  
On sème l'ambiance à gogo

**La** **Si-**  
Tous ensemble on fait le show

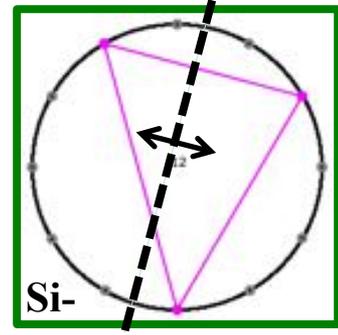
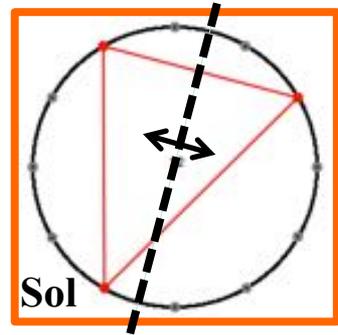
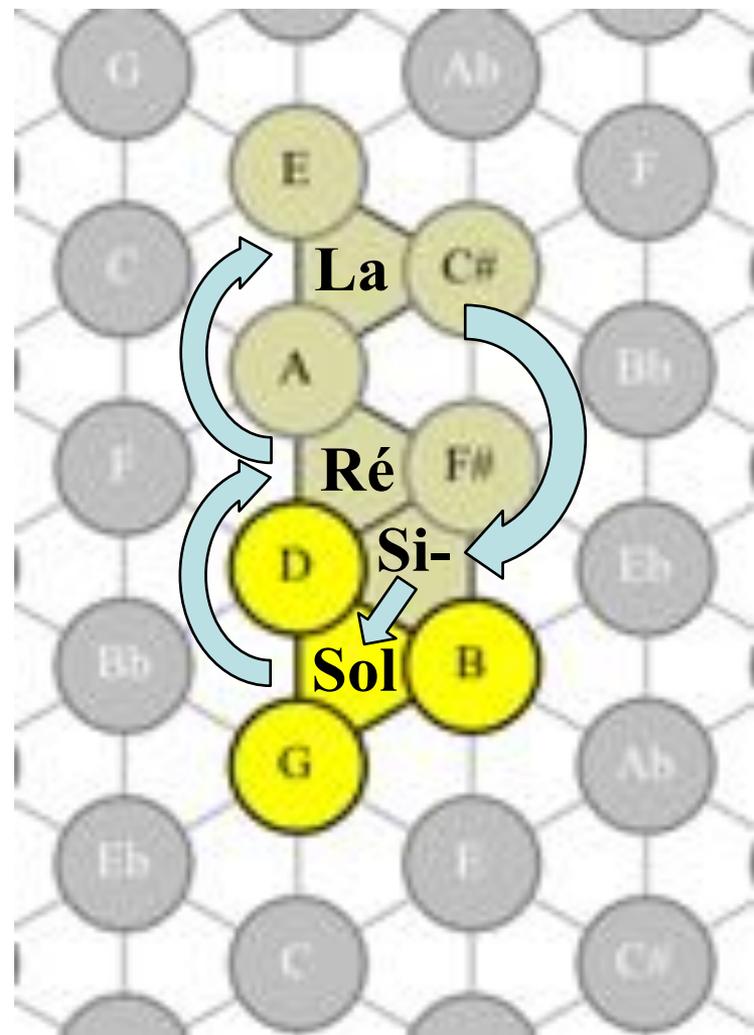
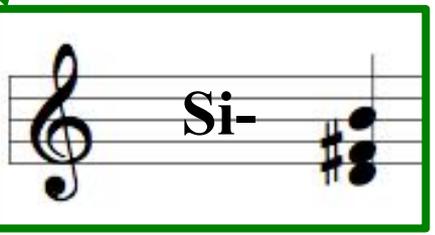
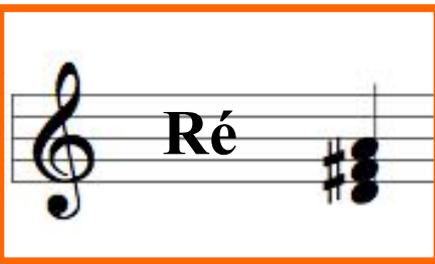
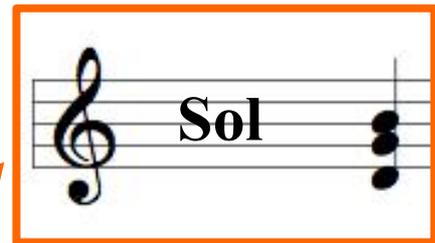
**Sol** **Ré**  
On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

**La** **Si-**  
Oublie tes soucis Viens faire la folie

**Sol** **Ré**  
On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

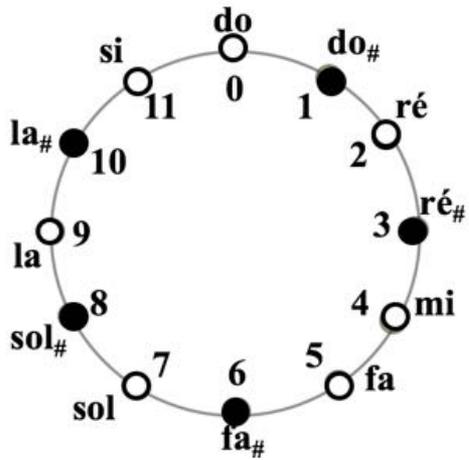
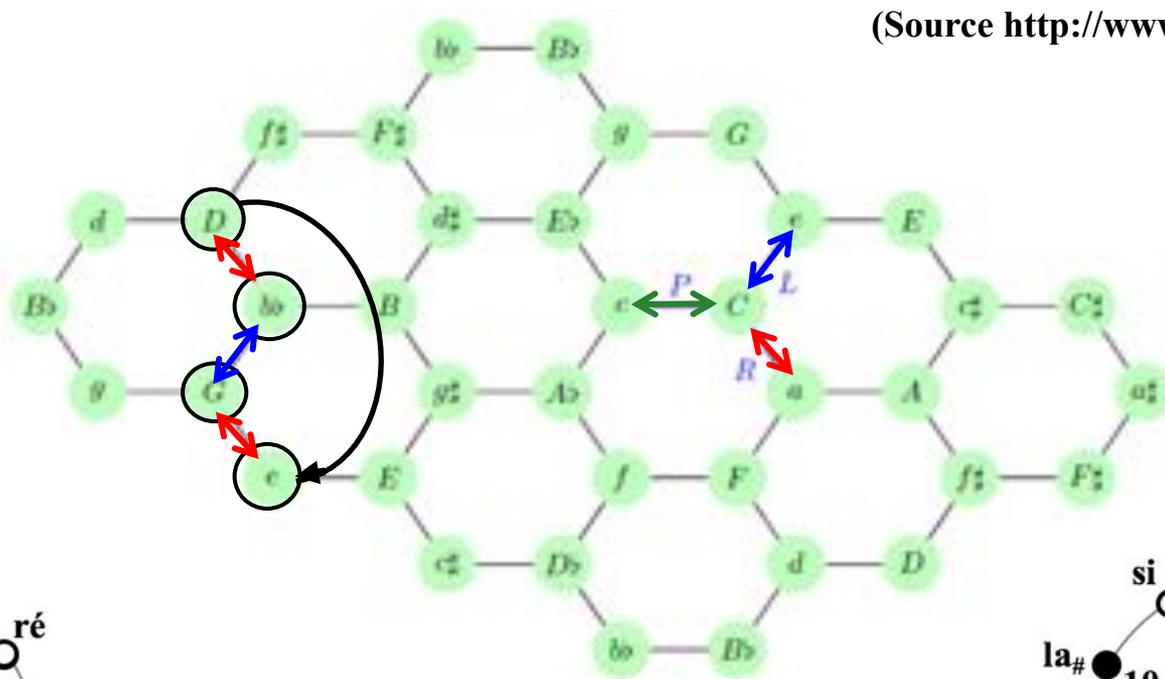
**La** **Si-**  
Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

**Sol**  
Feel the magic in the air ...



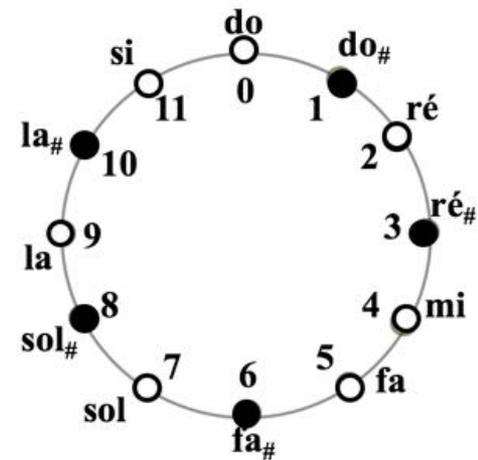


Yann Tiersen



# Comptine d'un autre été

Amelie - Large Version



Em  $\xrightarrow{\text{R}}$  G  $\xrightarrow{\text{L}}$  Bm  $\xrightarrow{\text{R}}$  D  $\xrightarrow{\text{RLR}}$  Em

Musical notation for the bass line of 'Comptine d'un autre été' in 4/4 time. The key signature is one flat (E minor). The bass line consists of a steady eighth-note accompaniment: E3-G3-A3-B3, E3-G3-A3-B3, E3-G3-A3-B3, E3-G3-A3-B3.

# Mise en évidence des symétries dans la musica pop

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

Synthesizer

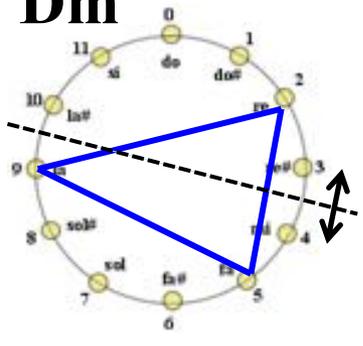
D-  $\leftrightarrow$  **RP** F-  $\leftrightarrow$  **L** Db+  $\leftrightarrow$  **RP** Bb+  $\leftrightarrow$  **L**

Séquence **RPLRPL**

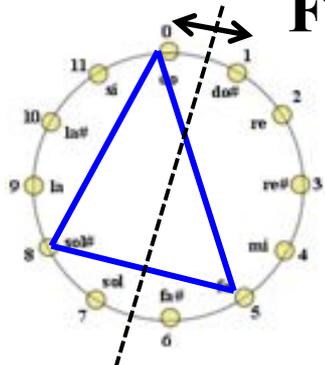


*Shake the disease* - 1985  
(Depeche Mode) – min. 2'17"

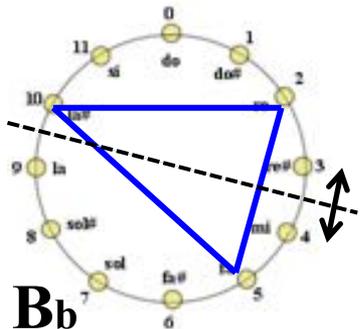
**Dm**



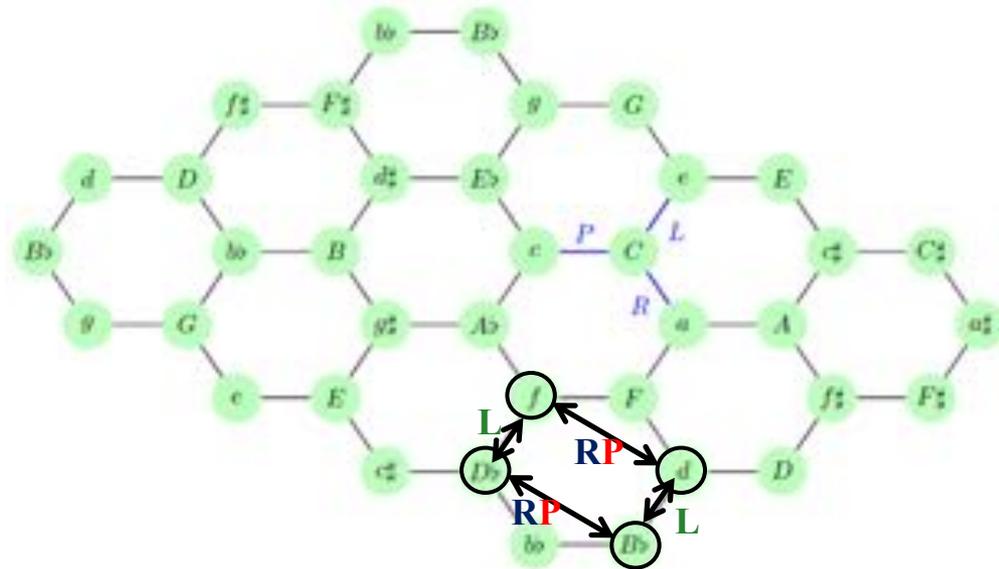
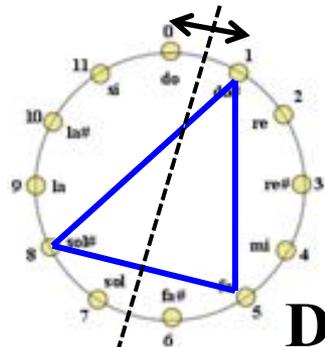
**Fm**



**Bb**



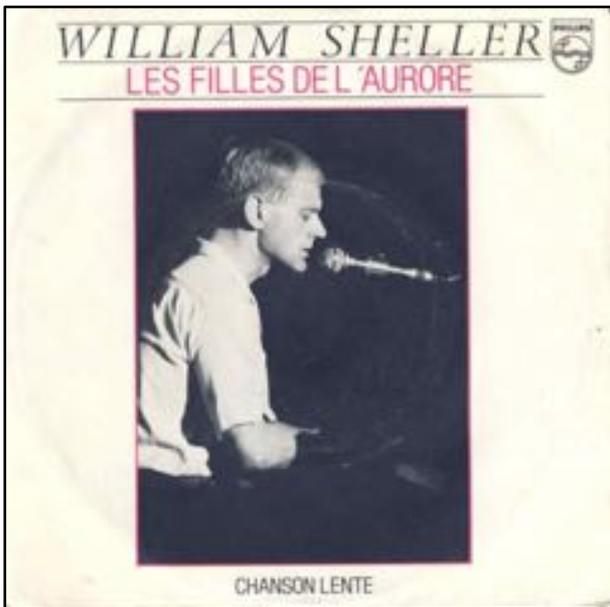
**Db**



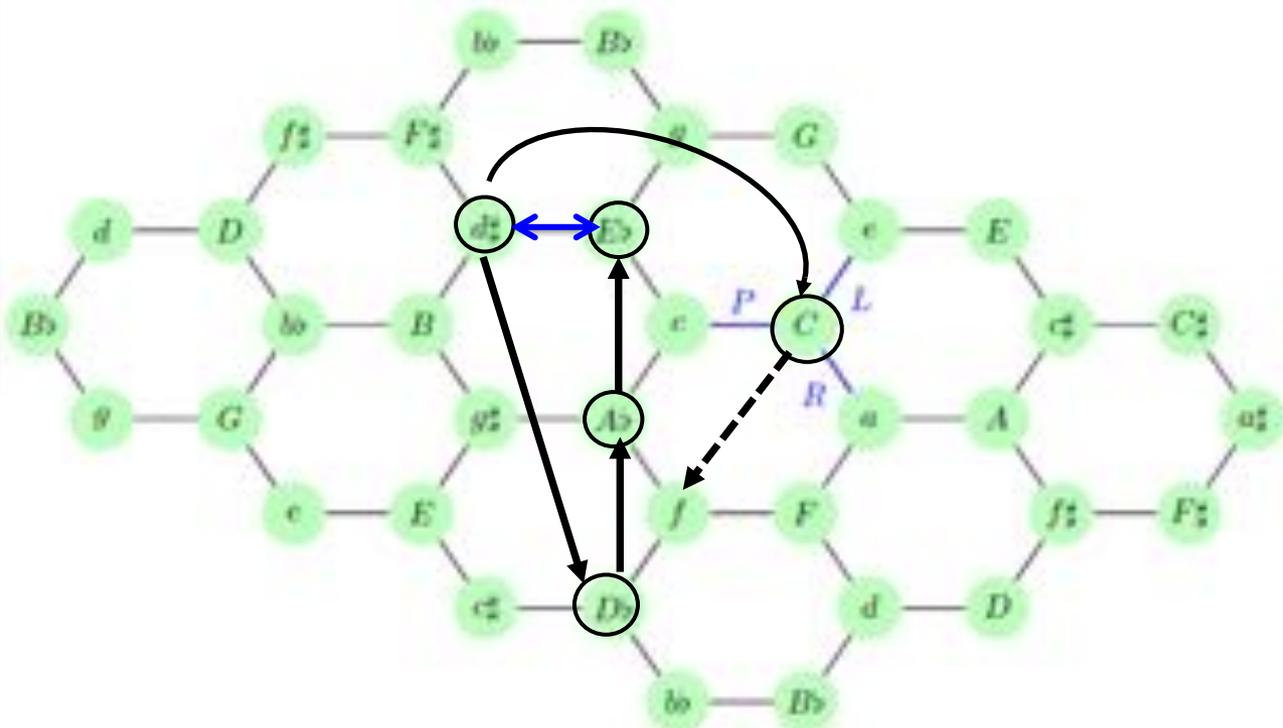


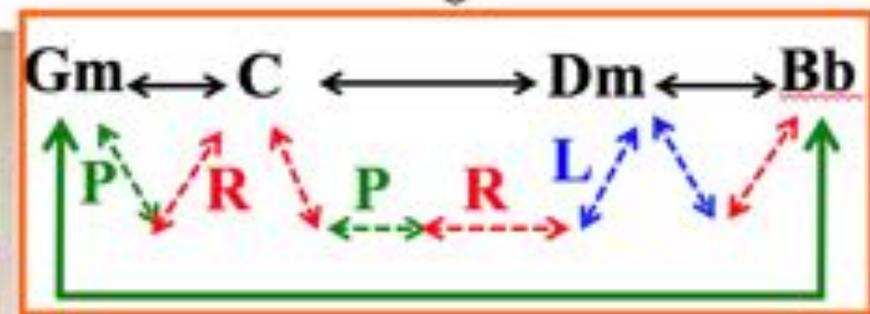
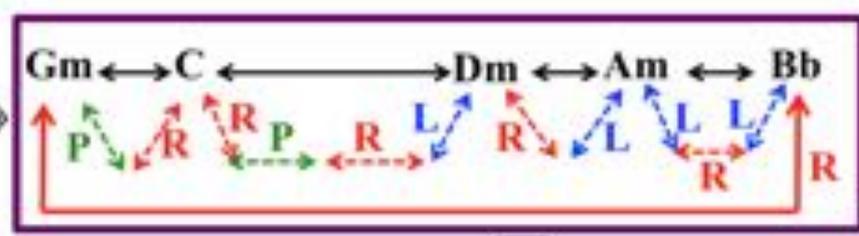
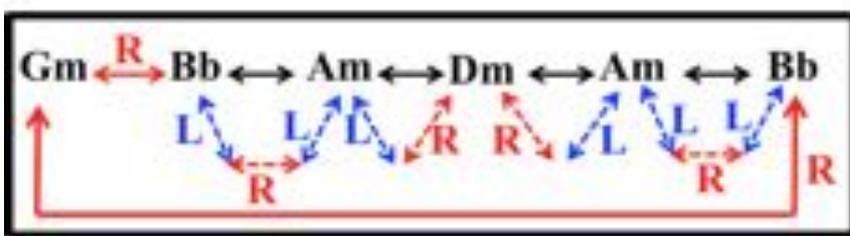


# Parcours harmoniques chez William Sheller



min. 0'33''





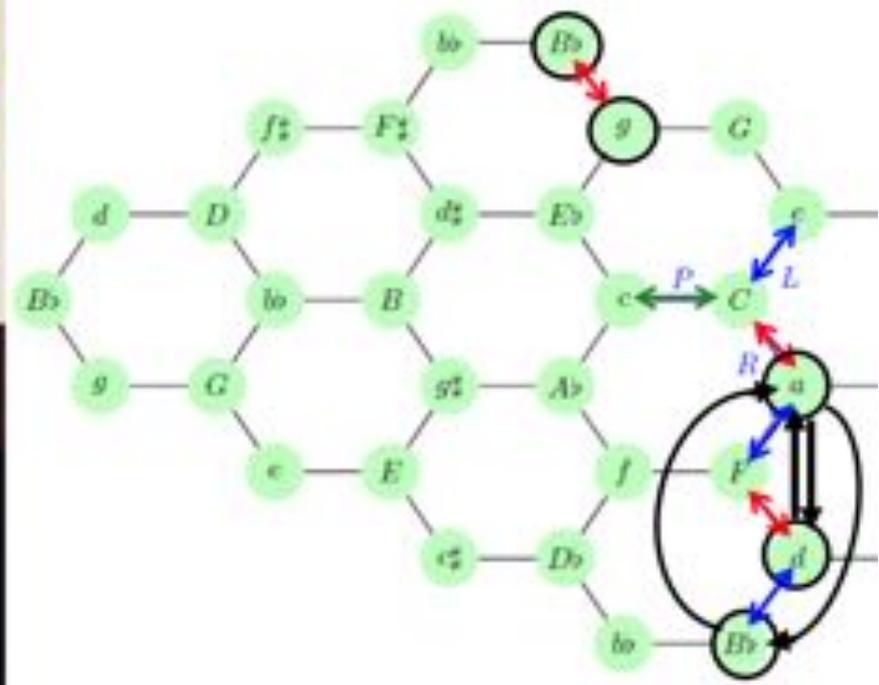
# MON APACHE

(L'Amour, l'Aléa)

Cette promesse, c'est de l'air que tu caches en attendant les apaches et leurs centaures	D'où vient la soie de ton ventre et d'où vient l'ardeur de ces beaux ilans que tu défends	les vaisseaux logés au creux de ta peau couleur d'encre	O mon moule amazone tu nous quittes et l'éto se fait autonome black light, white heat
O mon moule arlope dans les flancs et leurs reflets roux d'enfance dort un cyclope	Où voit les flets noirs de cendre	Une flèche en plein cœur un ciel à la dérive et je meurs de nous survivre	Une flèche en plein cœur un ciel à la dérive et je meurs de nous survivre
	un arceux sur sa grive de nouveau enfin libre et je crève de nous survivre	un arceux sur sa grive de nouveau enfin libre et je crève de nous survivre	
	Cette leur plus encore tu la caches en attendant les apaches et leurs introns.		Cette promesse c'est de l'air que tu caches en attendant les apaches
			Cette promesse c'est de l'air que tu caches moi je t'attends. Mon apache

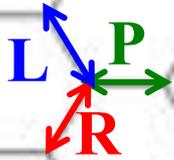
## LOVE

Julien Doré



# Un cycle et ses extensions

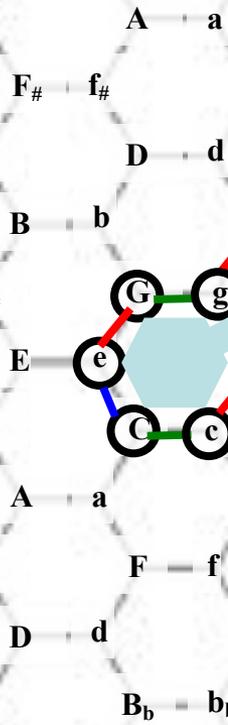
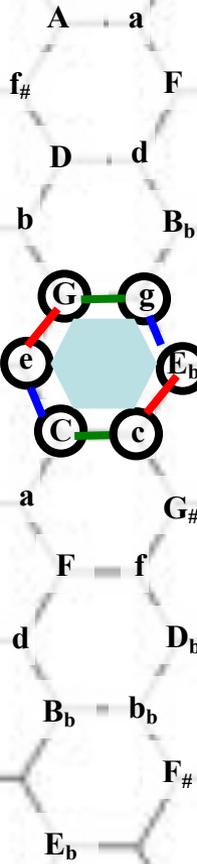
C-c-Eb-g-G-e-C → [PRLPRL]



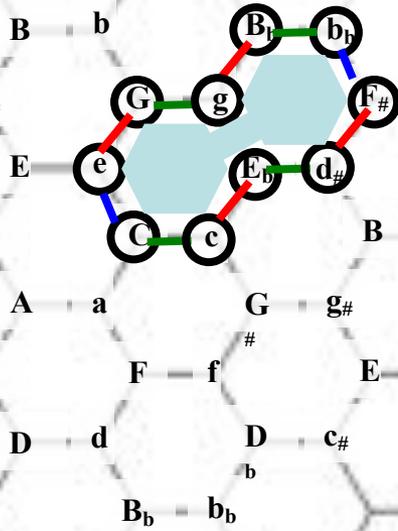
Axe des quintes



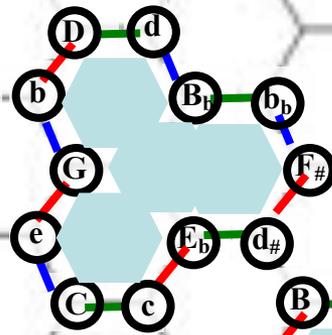
quartes



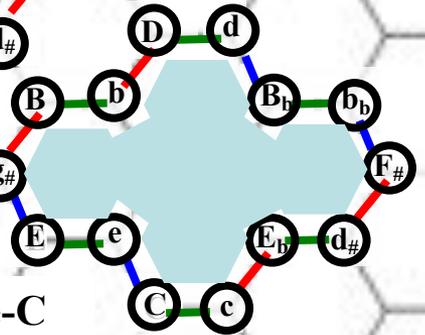
C-c-Eb-d#-F#-b-b-Bb-g-G-e-C  
[PRPRLPRPRL]



C-c-Eb-d#-F#-b-b-Bb-d-D-b-G-e-C  
[PRPRLPLPRLRL]



C-c-Eb-d#-F#-b-b-Bb-d-D-b-B-g#-E-e-C  
[PRPRLPLPRPRLPL]

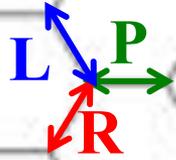


# Un cycle, ses extensions et ses modulations

C-c-Eb-g-G-e-C → [PRLPRL]

C-c-Eb-g-G-e-C  $\xrightarrow{\text{quinte}}$  G-g-Bb-d-D-b-G  
[PRLPRL]

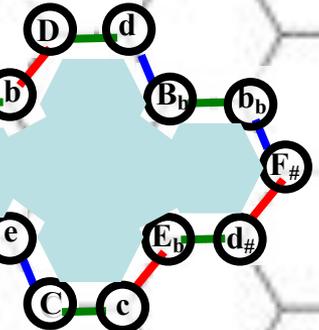
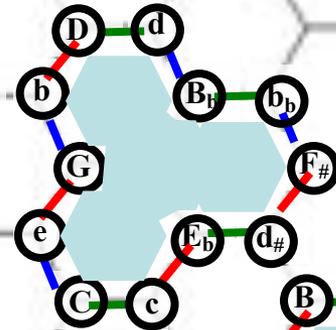
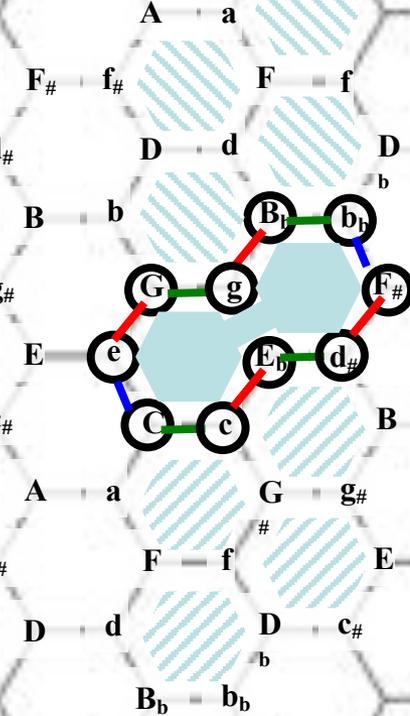
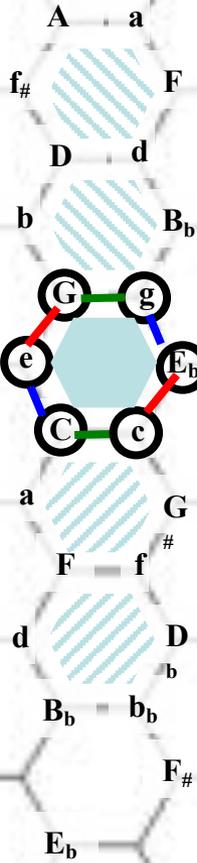
C-c-Eb-g-G-e-C  $\xrightarrow{\text{quarte}}$  F-f-G#-c-C-a-F  
[PRLPRL]



Axe des quintes



quartes



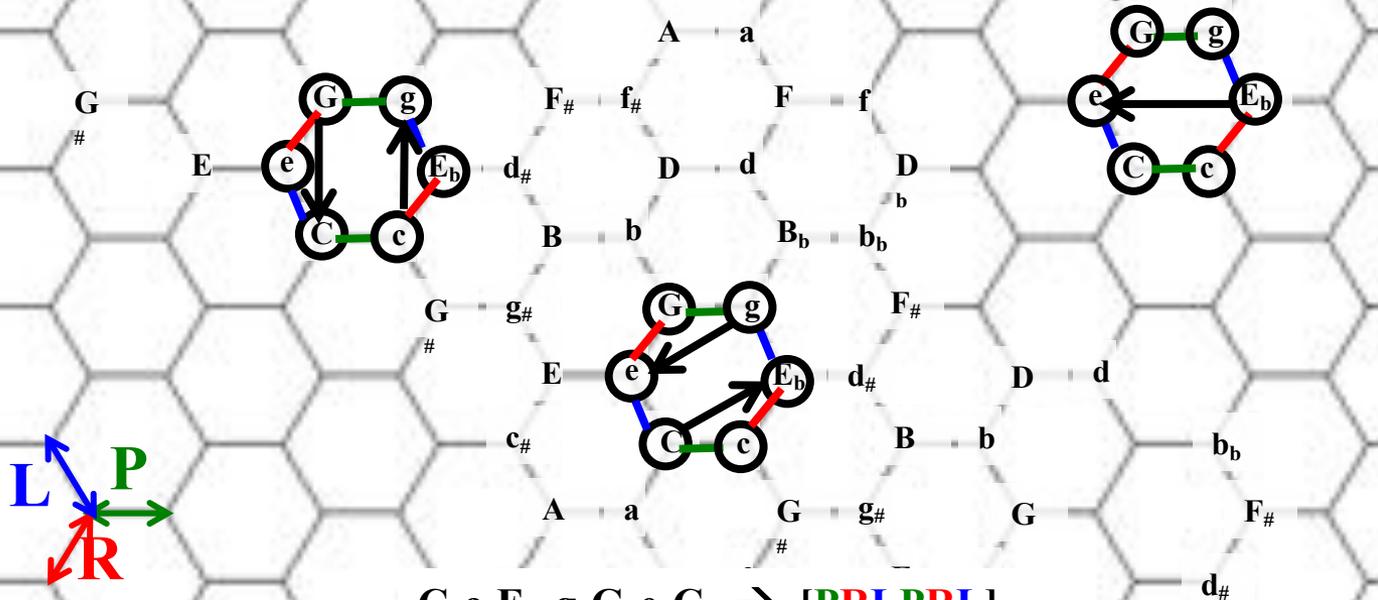
# Un cycle et ses raccourcis...

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-----g-G---C \rightarrow [P(RL)P(RL)]$

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-E_b-----e-C \rightarrow [PR(LPR)L]$



$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-----E_b-g-----e-C \rightarrow [(PR)L(PR)L]$

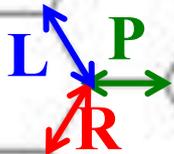
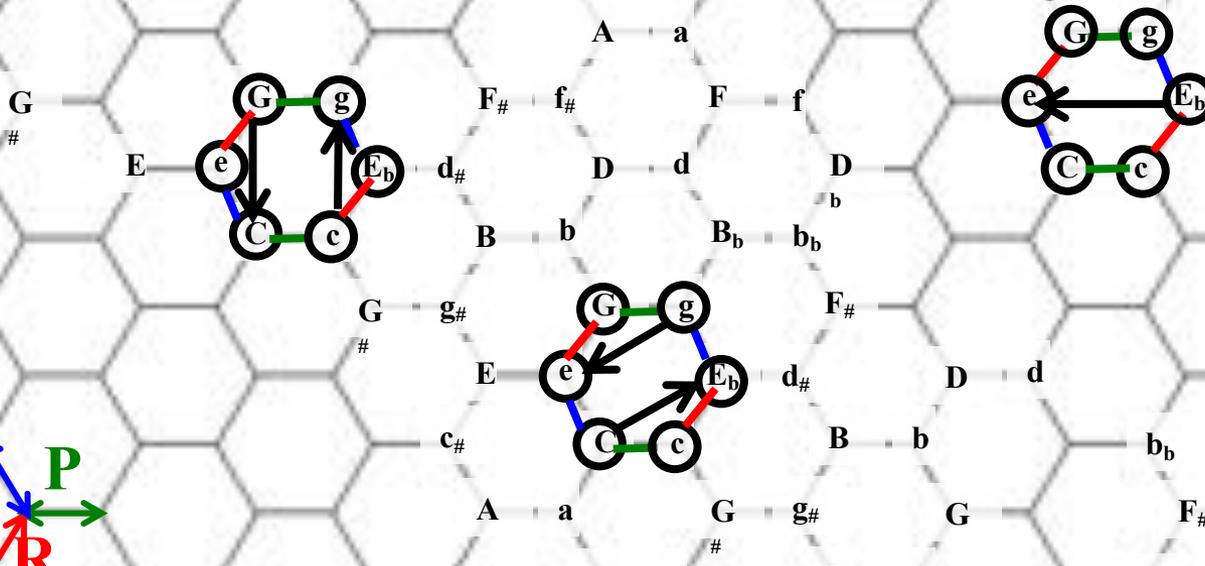
# Un cycle et ses raccourcis...

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-----g-G---C \rightarrow [P(RL)P(RL)]$

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-E_b-----e-C \rightarrow [PR(LPR)L]$



$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

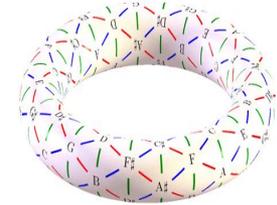
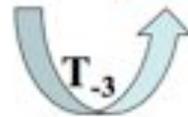
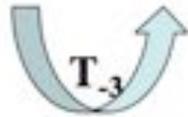
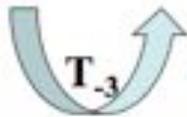
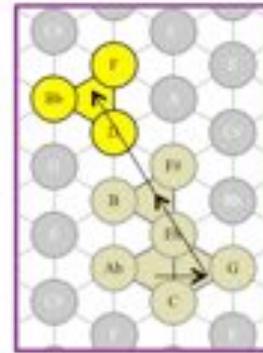
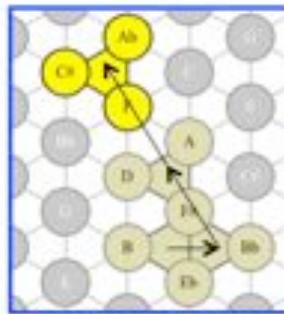
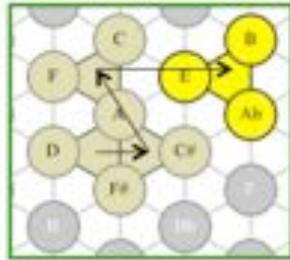
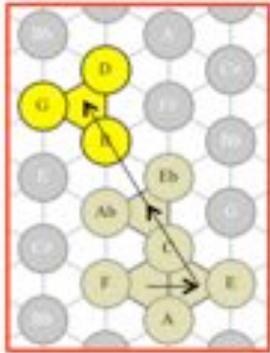
$C-----E_b-g-----e-C \rightarrow [(PR)L(PR)L]$

**LPR = SLIDE**

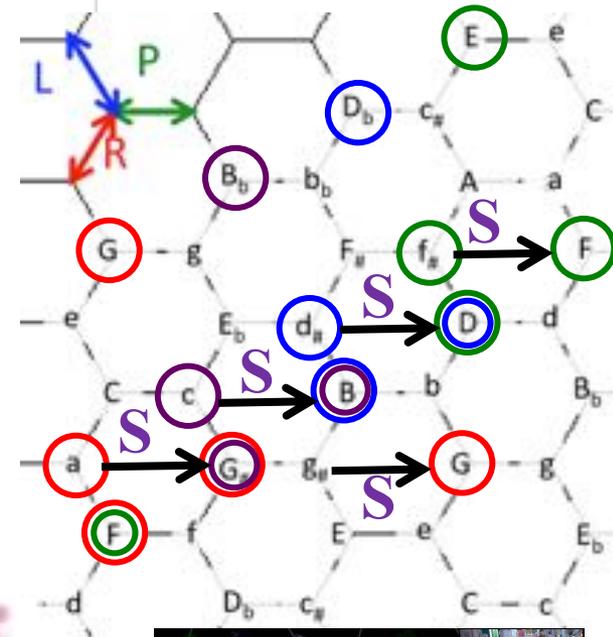


# Le SLIDE chez Zappa

Fa la<sub>m</sub> La<sub>b</sub> Sol Re fa<sub>#m</sub> Fa Mi Si la<sub>#m</sub> Re Re<sub>b</sub> La<sub>b</sub> do<sub>m</sub> Si Si<sub>b</sub>



→ Source: Wikipedia



« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)  
min. 1'44" – 2'39"



→ [www.mathemusic.net](http://www.mathemusic.net)

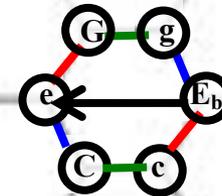
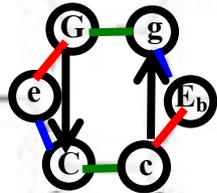
# Un cycle et ses raccourcis...

C-c-E<sub>b</sub>-g-G-e-C → [PRLPRL]

C-c-----g-G---C → [P(RL)P(RL)]

C-c-E<sub>b</sub>-g-G-e-C → [PRLPRL]

C-c-E<sub>b</sub>-----e-C → [PR(LPR)L]

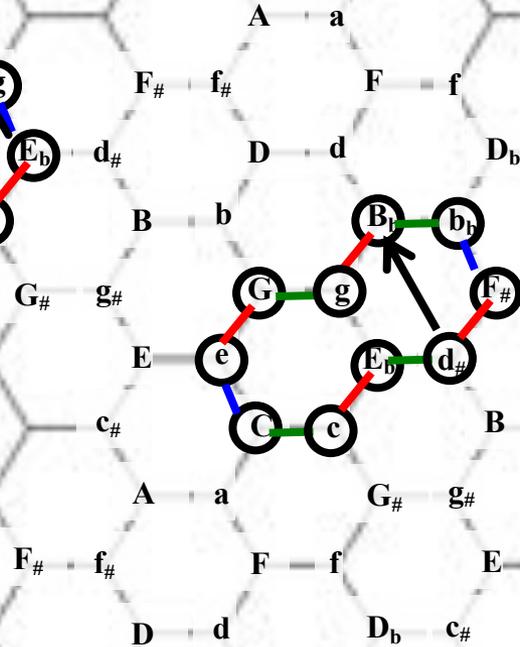
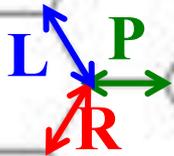


LPR = SLIDE

C-c-E<sub>b</sub>-d<sub>#</sub>-F<sub>#</sub>-b<sub>b</sub>-B<sub>b</sub>-g-G-e-C

C---E<sub>b</sub>-d<sub>#</sub>-----B<sub>b</sub>-g---e-C

RLP = NEBENVERWANDT



# Les zig-zag du *Nebenverwandt* chez Paolo Conte

## IL REGNO DEL TANGO (Paolo Conte)



Non son neanche del paese

ho una valigia di carton

sono vestito, sì in borghese,

ma dentro c'è il bandoneon...

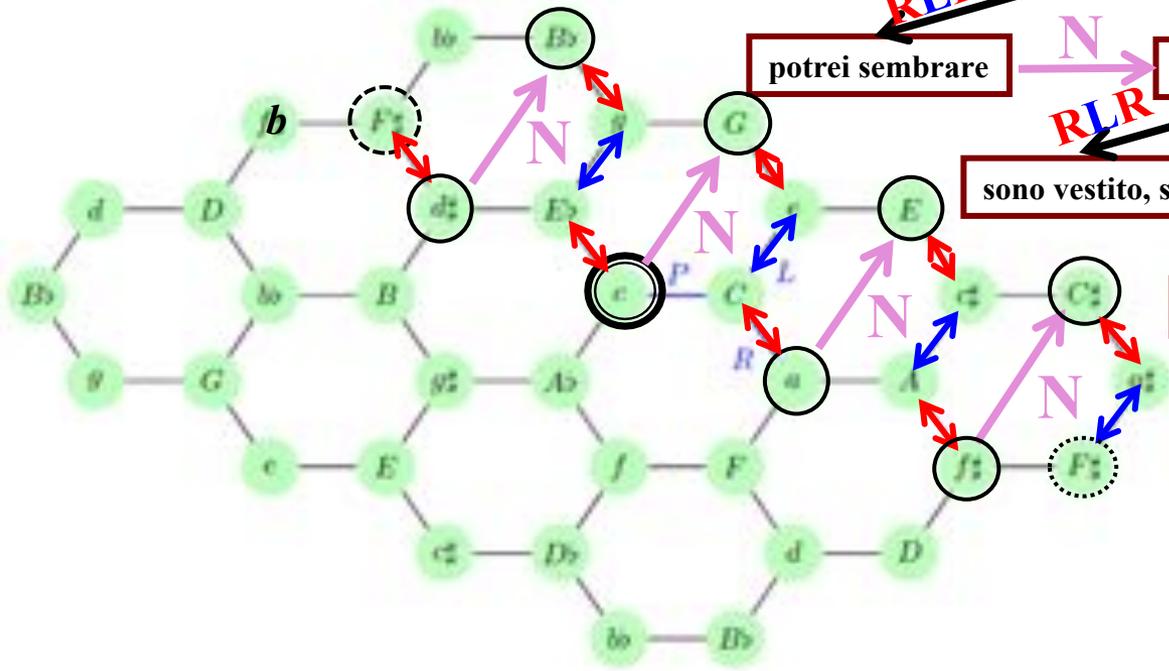
potrei sembrare in borghese,

sono vestito, sì un ragioniere,

anche un geometra potrei,

ma un tango sento io gridare

in fondo ai sentimenti miei



## Harmonic Progressions

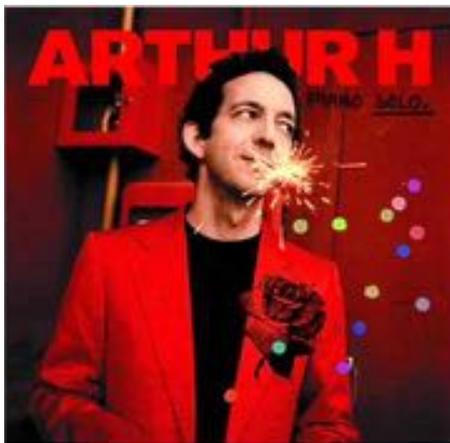
In Paolo Conte

*Il Regno del Tango*

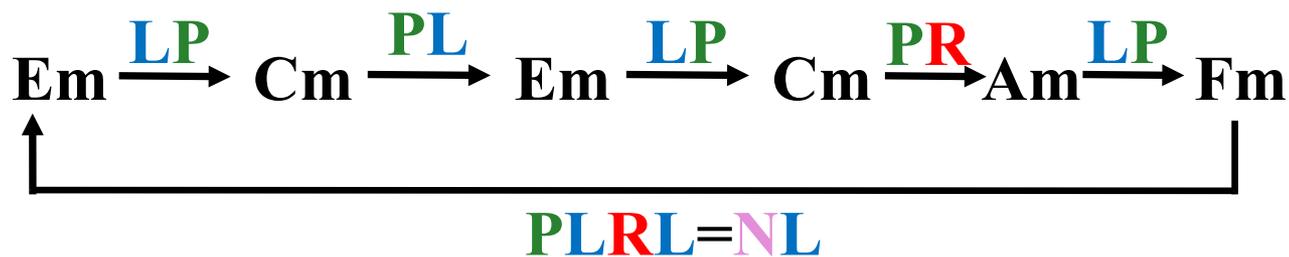
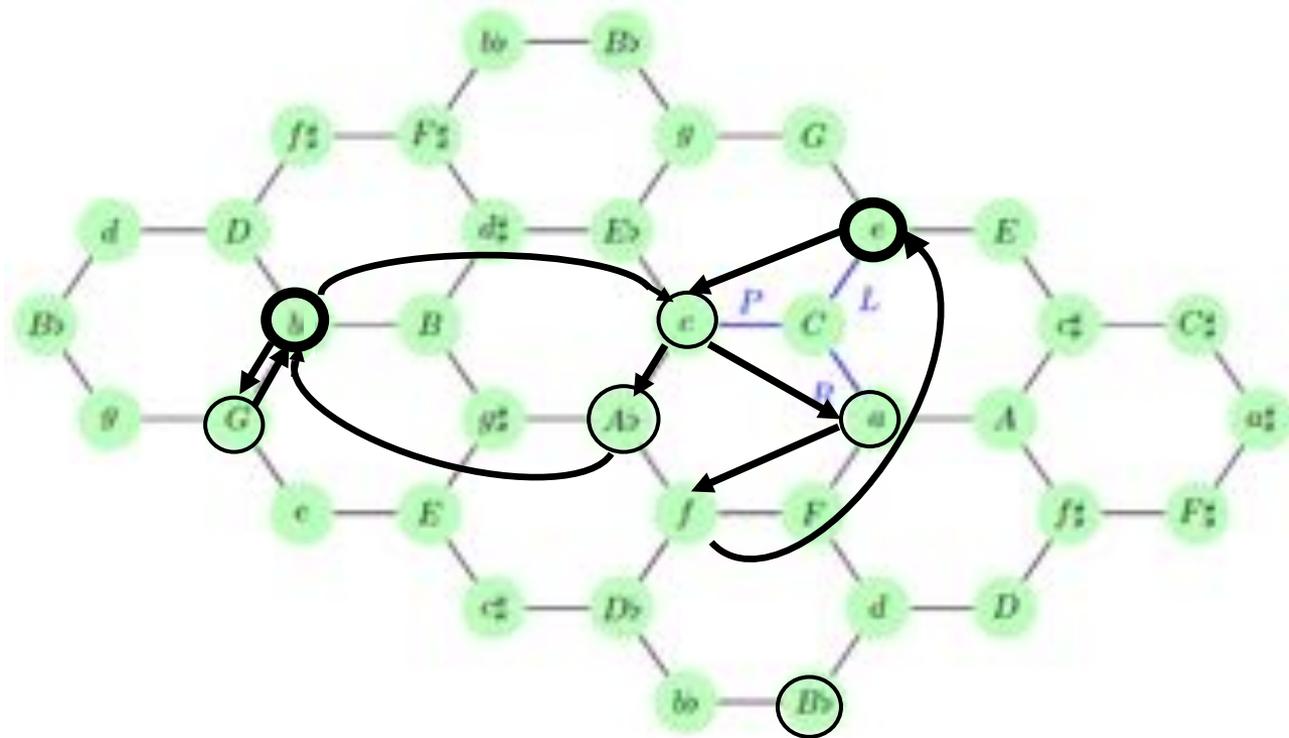


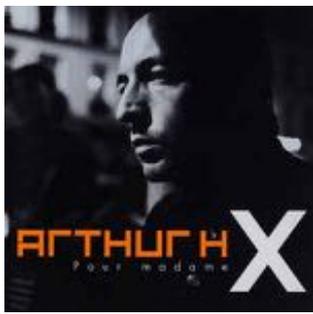
M.Andreatta G.Baroin  
www.MatheMusic.net 2016

# Parcours harmoniques chez Arthur H



Le Baron noir  
(album *Piano solo*, 2002)





# Les Parures Secrètes (album *Pour Madame X*, 2000)

Analyse d'un court extrait de partition [8pt].

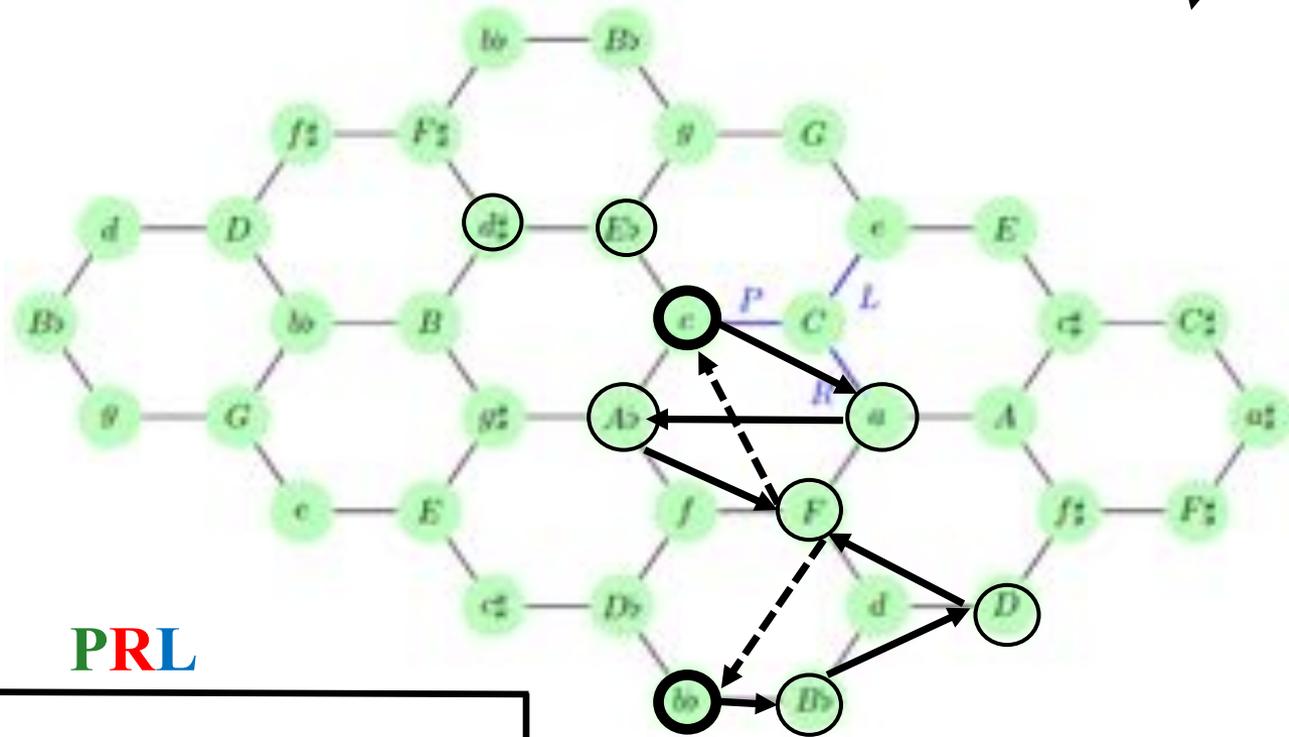
On vous propose d'analyser une des deux progressions harmoniques à la base de la chanson "Les Parures Secrètes" d'Arthur H (album *Pour Madame X*, 2000). La progression est donnée en notation musicale en Fig. 4 (partie gauche). Représenter la progression harmonique comme une trajectoire spatiale dans le *Tonnetz* des accords majeurs et mineurs en Fig 4 (à droite).

The image displays a musical score on the left and a Tonnetz diagram on the right. The musical score is in 4/4 time and features a sequence of chords: **b**, **B**, **E<sub>b</sub>**, and **F<sub>#</sub>**, which then resolves to **b**. The first chord, **b**, is circled in black. Above the score, the text "Nebenverwandt" is written. The Tonnetz diagram on the right is a hexagonal lattice of notes. A path is marked with arrows: a blue arrow labeled 'L' points from **B** to **b**, a green arrow labeled 'P' points from **B** to **E<sub>b</sub>**, and a red arrow labeled 'R' points from **B** to **F<sub>#</sub>**. A path from **F<sub>#</sub>** to **b** is also shown with arrows labeled 'PR', 'PLR', and 'P'.

# Parcours harmoniques chez Arthur H



Les Parures Secrètes  
(album *Pour Madame X*, 2000)



PRL

Cycle 1 : Cm  $\xrightarrow{\text{PR}}$  Am  $\xrightarrow{\text{LPR}}$  Ab  $\xrightarrow{\text{RP}}$  F

Cycle 1 : Bbm  $\xrightarrow{\text{P}}$  Bb  $\xrightarrow{\text{LP}}$  D  $\xrightarrow{\text{PR}}$  F

PLR=N

# Composer et analyser la musique avec *Hexachord*...

The screenshot displays the Hexachord software interface, which is used for composing and analyzing music. The interface is divided into several panels:

- File Viewer:** Shows a 3D geometric representation of a complex, possibly a dodecahedron or similar polyhedron, with vertices and edges highlighted in green and blue.
- Complexes:** A grid of circles representing musical complexes. A path of yellow circles is highlighted, starting from a complex labeled  $K(2,3,7)$  and ending at  $K(3,4,5)$ . The path is labeled "Chord".
- Control Panel:** Contains various settings and controls for the software, including:
  - Tempo:** A slider set to 20, with "Play" and "Stop" buttons.
  - Complexes:** "Chromatic complexes" set to  $K(2,3,7)$  and "Heptatonic complexes" set to "CM".
  - Vertical compactness:** "compactness dimension" set to 2 and "complexes dimension" set to 2.
  - Path Transformation:** "Origin complex" set to  $K(3,4,5)$  and "Destination complex" set to  $K(3,4,5)$ .
- Chart:** A bar chart titled "2-compactness" showing the distribution of 2-compactness values for various complexes. The x-axis lists complexes like  $K(1,1,0)$ ,  $K(1,2,0)$ ,  $K(1,3,0)$ ,  $K(1,4,7)$ ,  $K(1,5,0)$ ,  $K(2,2,0)$ ,  $K(2,3,7)$ ,  $K(2,4,0)$ ,  $K(2,5,0)$ ,  $K(3,3,0)$ ,  $K(3,4,5)$ , and  $K(4,4,0)$ . The y-axis is labeled "2-compactness". A red bar for  $K(3,4,5)$  is significantly higher than the others.
- Chart:** A bar chart titled "2-compactness : bwv0281" showing the distribution of 2-compactness values for the piece "Chopin, No. 281". The x-axis is labeled "time" and ranges from 0 to 25,000. The y-axis is labeled "Complex compactness". The chart shows a dense distribution of bars across the time axis.

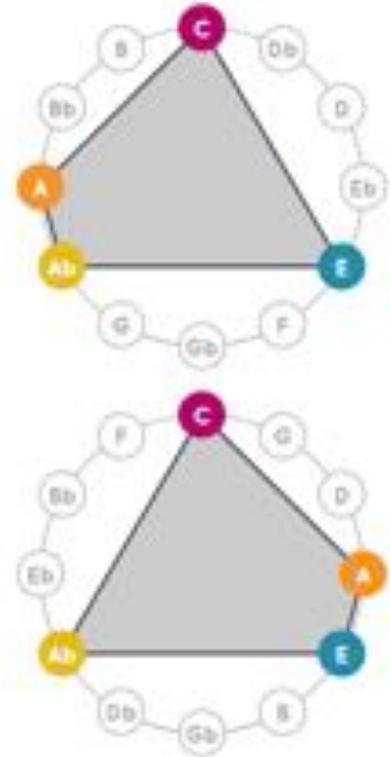
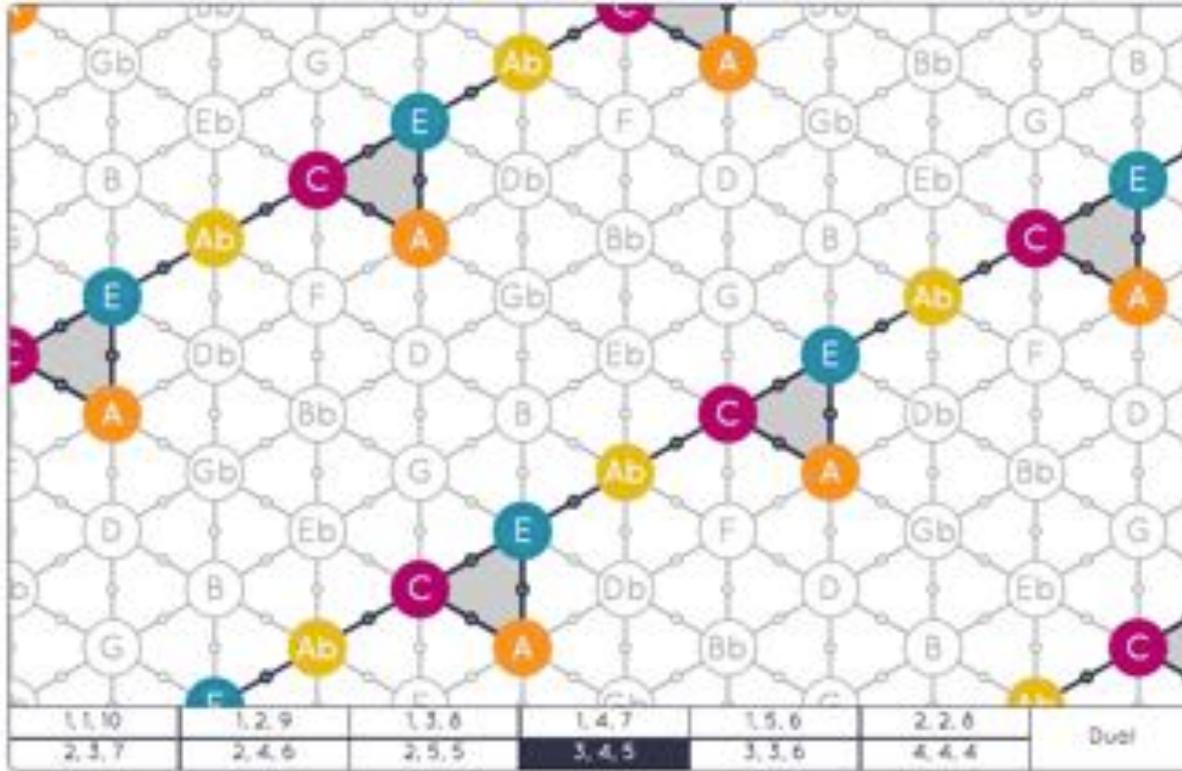


Louis Bigo

➔ <http://www.lacl.fr/~lbigo/hexachord>

# ...ou avec *WebHexachord*

## THE TONNETZ ONE KEY - MANY REPRESENTATIONS



➔ <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/>

# Outils de base pour l'analyse computationnelle des musiques actuelles

Rappelons que les notes d'une octave sont indiquées avec les nombres entre 0 (= *do*) et 11 (= *si*) tandis que les accords sont indiqués avec la notation anglo-saxonne, à savoir C pour l'accord de *do* majeur, C# pour l'accord de *do#* majeur etc. jusqu'à B pour celui de *si* majeur (respectivement c ou Cm pour l'accord de *do* mineur, c# ou C#m pour l'accord de *do#* mineur et ainsi de suite).

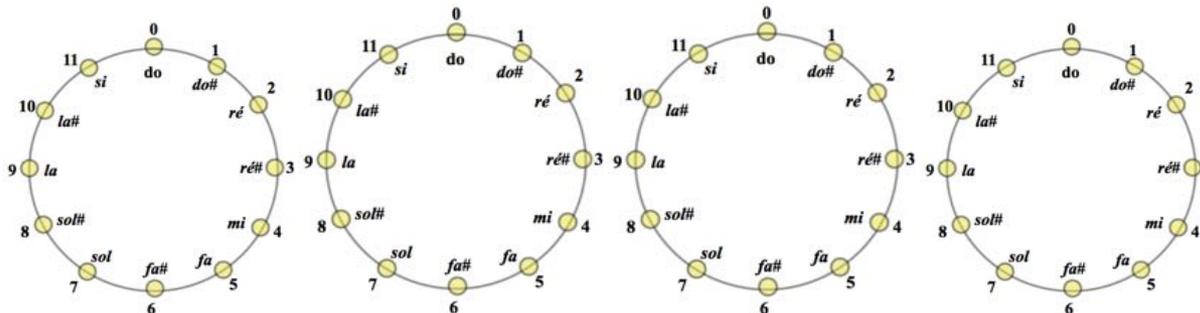
## 1.1) Première opération de base : la transposition

Rappelons que *transposer* une note  $x$  de  $k$  demi-tons correspond à appliquer la transformation  $T_k$  à la note  $x$  en lui additionnant la valeur  $k$  et en réduisant le résultat "modulo 12" (c'est-à-dire à l'intérieur d'une octave). Par exemple la transposition à la tierce majeure d'une note  $x$  correspond à la transformation  $T_4(x)=x+4$ . En prenant à la place de  $x$  la note *ré* on obtient ainsi  $T_4(2)=2+4=6$ , ce qui signifie qu'en transposant d'une tierce majeure la note *ré* on obtient la note *fa#*. Rappelons également qu'étant donné un accord  $X=\{x, y, z\}$ , le transposer de  $k$  demi-tons correspond à transposer de  $k$  demi-tons chaque note de l'accord. Par exemple, dans le cas de l'accord D de *ré* majeur, on obtient que sa transposition à la tierce majeure correspond à F#, à savoir à l'accord de *fa#* majeur. En effet :

$$T_4(D) = T_4(\{2, 6, 9\}) = \{2+4, 6+4, 9+4\} = \{6, 10, 13\} \text{ modulo } 12 = \{6, 10, 1\} = \{1, 6, 10\} = F\#.$$

Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 1 :

- $T_3(G) = T_3(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$
- $T_4(G) = T_4(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$



## 1.2) Une deuxième opération de base : l'inversion

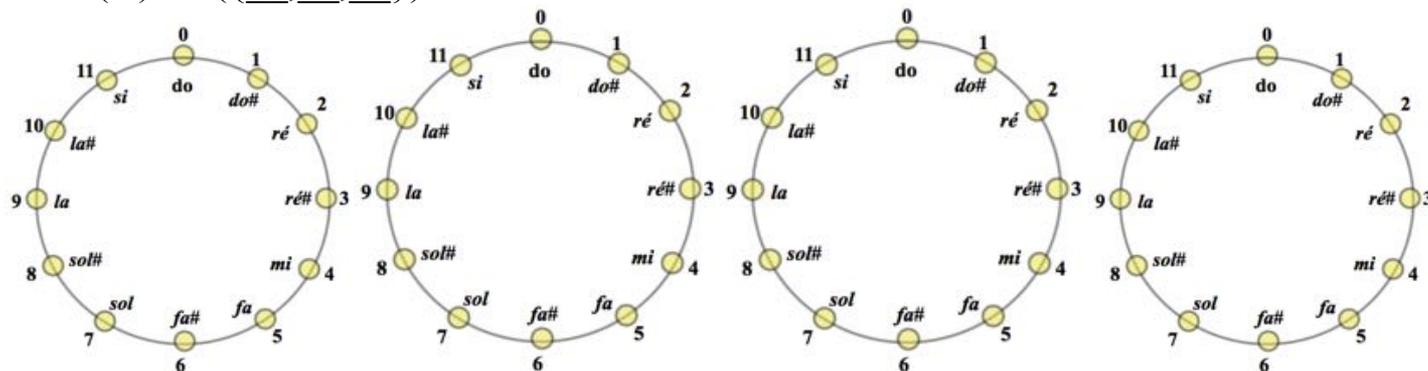
Rappelons qu'*inverser* une note  $x$  par rapport à l'axe de symétrie  $I_k$  correspond à transformer la note  $x$  en  $-x$  et ensuite la transposer de  $k$  demi-tons, toujours en réduisant le résultat "modulo 12" (c'est-à-dire à l'intérieur d'une octave). Cela correspond à la transformation  $I_k(x) = k - x$ . Par exemple l'inversion  $I_1$  de la note *do* correspond à la note *do#* car en appliquant la formule précédente  $I_1(x) = 1 - x$  en correspondance de la note  $x = 0$  on obtient  $I_1(0) = 1 - 0 = 1$ . En particulier, pour  $k = 0$  on retrouve l'inversion par rapport au diamètre principal passant les notes *do* et *fa#* et le fait que  $I_0(0) = 0$  et que  $I_0(6) = -6 = 6$  signifie précisément que cette symétrie axiale ne change pas les deux notes *do* et *fa#*. Cette définition de symétrie, indiquée en général avec la notation  $I_k$ , se généralise au cas d'un accord  $X = \{x, y, z\}$  en transformant chaque note de l'accord via la même inversion  $I_k$ . Par exemple, en prenant l'accord d de *ré* majeur, on obtient :

$$I_1(d) = I_1(\{2, 5, 9\}) = \{1-2, 1-5, 1-9\} = \{-1, -4, -8\} \text{ modulo } 12 = \{11, 8, 4\} = \{4, 8, 11\} = E$$

ce qui signifie que l'accord de *ré* mineur est inversé dans l'accord de *mi* majeur via l'inversion  $I_1$ .

Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 2 :

- $I_3(G) = I_3(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$
- $I_4(G) = I_4(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$



### 1.3) Les trois transformations néo-riemanniennes R, P, L et leur composition

Rappelons que les trois transformations néo-riemanniennes R (comme "relatif"), P (comme "parallèle") et L (comme "*leading tone*") sont les trois symétries principales du Tonnetz. Elles s'appliquent uniquement à des accords majeurs ou à des accords mineurs et sont définies de la façon suivante :

$$R(C)=a \quad P(C)=c \quad L(C)=e$$

ce qui signifie que l'accord de *do majeur* est transformé respectivement en *la mineur* (via le relatif R), en *do mineur* (via le parallèle P) et en *mi mineur* (via l'opérateur de sensible ou leading-tone L).

Ces opérateurs se composent entre eux en donnant lieu à d'autres transformations musicales, telles le SLIDE (indiqué par S), le *Nebenverwandt* (indiqué par N) ou d'autres qui n'ont pas encore obtenu une appellation officielle. C'est le cas, par exemple, de la transformation PRL qui applique à un accord donné tout d'abord l'opération P, ensuite R et finalement L. Par exemple l'accord de C est transformé en Cm via l'application P, ensuite l'accord de Cm est transformé en Eb via l'application R et, finalement, le Eb est transformé en Gm via l'application L. On écrira donc  $PRL(C)=g$ .

Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 3 :

- $R(G)=$  .....
- $P(G)=$  .....
- $L(G)=$  .....
- $PRL(G)=$  .....

