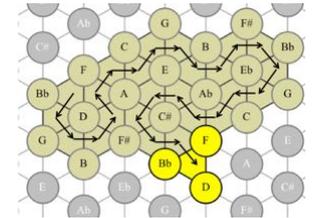
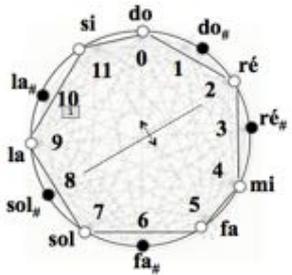


# Modèles mathématiques et computationnels dans la chanson

Analyse de la musique et des répertoire III :  
Musiques actuelles  
(partie III : le *Tonnetz*)



Moreno Andreatta

IRMA & ITI CREAA, Université de Strasbourg

Equipe Représentations Musicales

IRCAM / CNRS UMR 9912 / Sorbonne Université

# Structure du cours

## Cours de Moreno Andreatta sur les modèles mathématiques et computationnels dans la chanson (Analyse de la musique et des répertoire III : Musiques actuelles)

### Calendrier (<http://repmus.ircam.fr/moreno/chanson>)

Chaque mardi, pour douze séances, à partir du 19 janvier 2021 et jusqu'au 20 avril 2021 (inclus) de 17h à 18h30 (initialement en distanciel et ensuite au département de musicologie, université de Strasbourg - Le Portique, salle 18). Modalité d'examens :

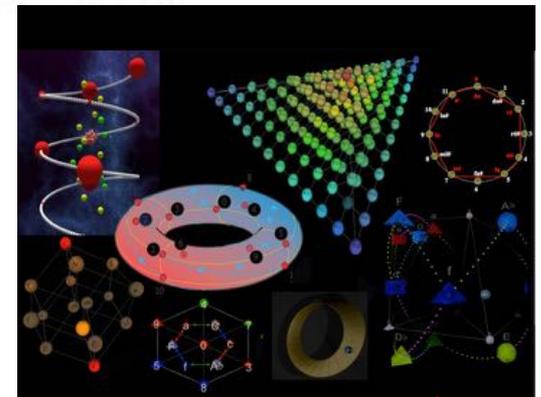
- Un écrit de 45mn le mardi 30 mars 2021 (sans convocation, de 17h à 17h45), suivi de la correction (17h45-18h30)
- Un écrit de 2h le vendredi 14 mai 2021 de 15h30 à 17h30

### Environnements informatiques :

- The Tonnetz : <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/>
- HexaChord : <https://louisbigo.com/hexachord>

### Quelques sujets abordés dans le cours :

- La chanson parmi les « musiques actuelles » (ou *popular music*)
- Le rapport entre la chanson et la poésie
- La chanson d'auteur en France et en Italie
- Les tubes
- Outils théoriques pour l'analyse de la *popular music*
- Articulations musique savante / *popular music*
- Regards philosophiques/épistémologiques et modèles computationnels sur la *popular music*
- Modèles mathématiques et computationnels dans la *popular music*

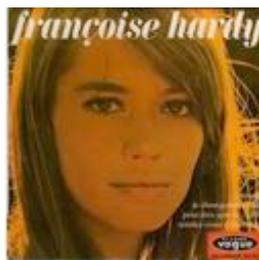


# Du cercle au *Tonnetz*

*Se telefonando*, 1966 (Maurizio Costanzo/Ennio Morricone) / Mina

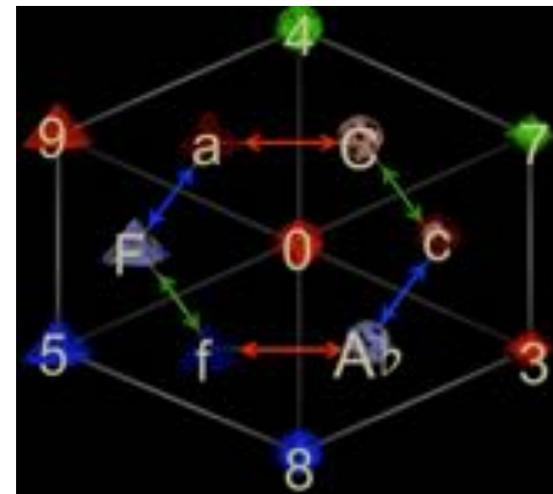


(min. 0'53'')



*Je changerais d'avis*,  
(Françoise Hardy)

## L'espace harmonique

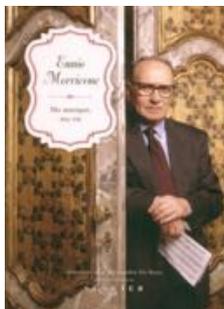


C	c	<b>C#</b>	c#	D	<b>d</b>
<b>E<sub>b</sub></b>	e <sub>b</sub>	E	e	<b>F</b>	f
<b>F#</b>	f#	G	<b>g</b>	G#	g#
A	a	<b>B<sub>b</sub></b>	b <sub>b</sub>	<b>B</b>	b

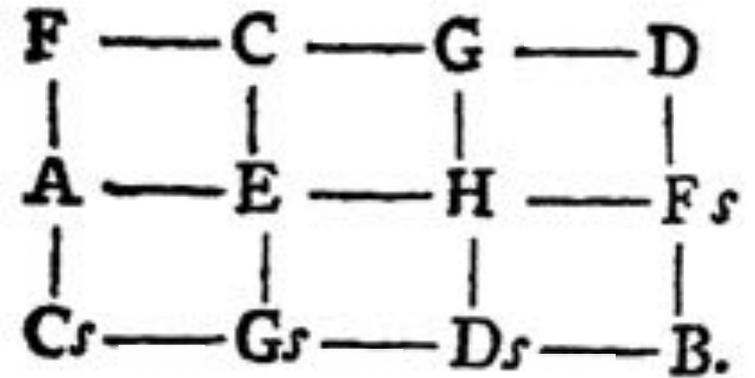
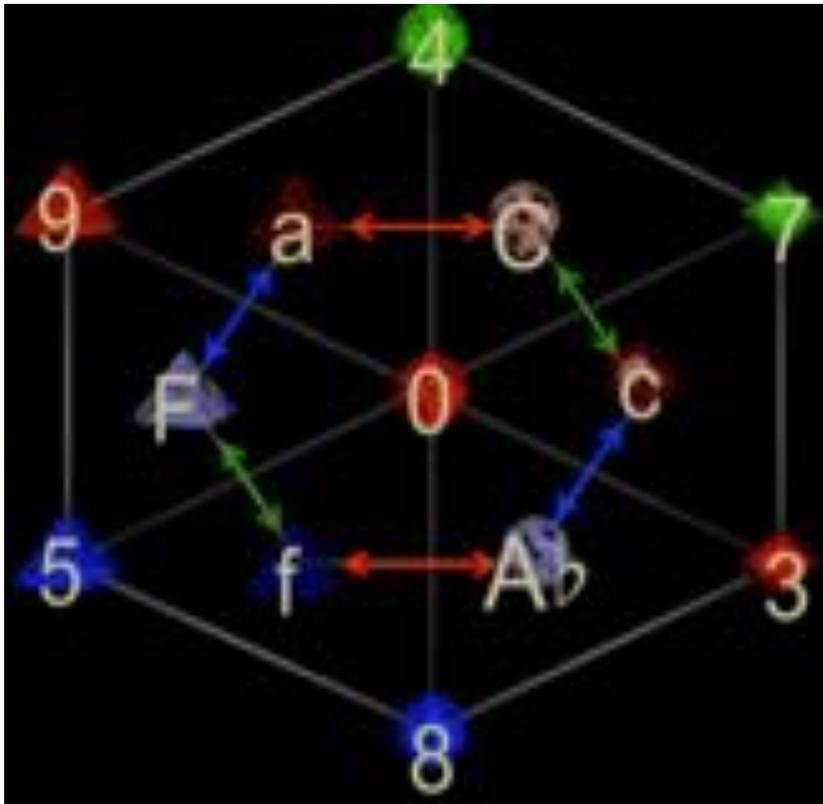
**Chord enumeration**



*Ennio Morricone, Ma musique, ma vie.*  
Entretiens avec Alessandro De Rosa,  
éditions Seguir, 2018. Traduit de  
l'italien par Florence Rigollet.



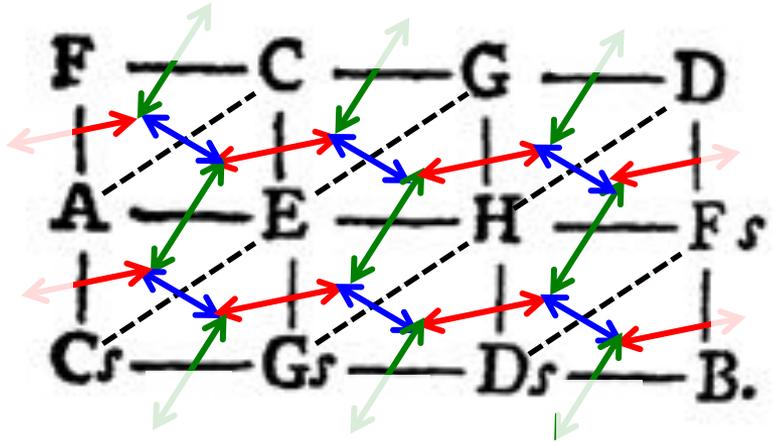
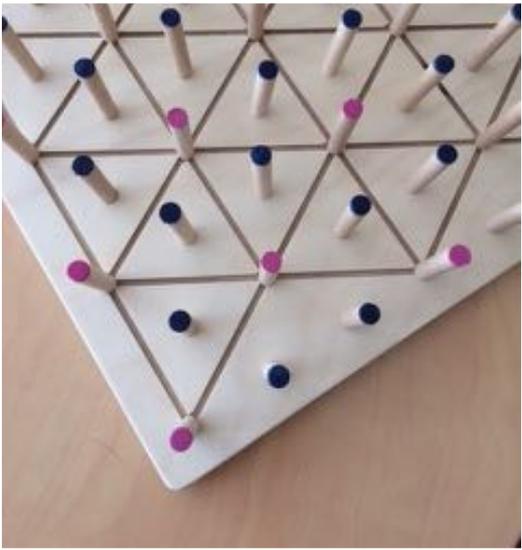
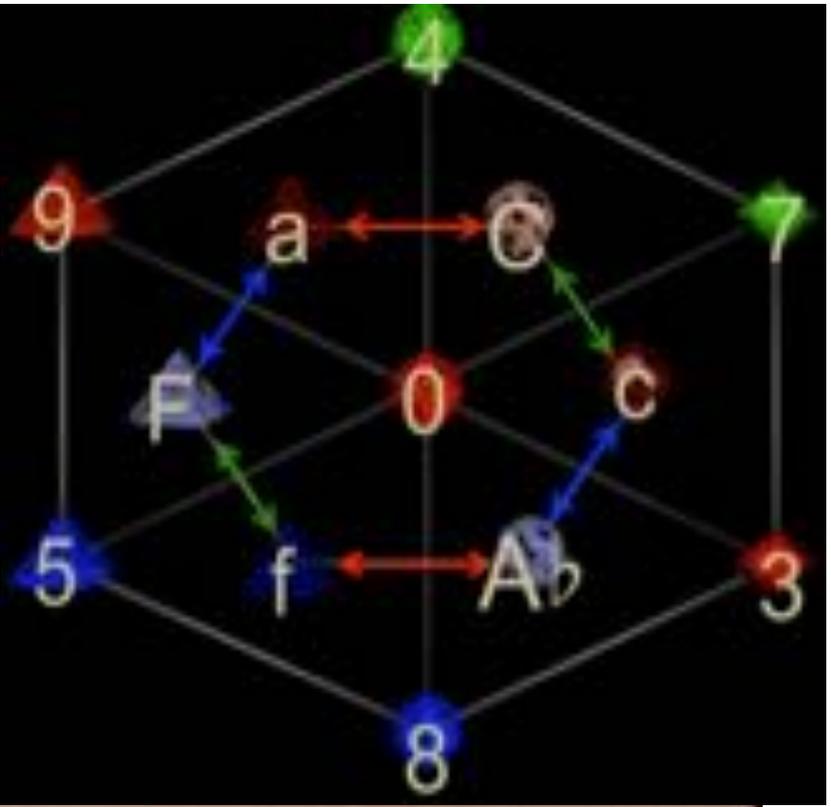
# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)



Leonhard Euler

*Speculum Musicum* (1773)

# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)

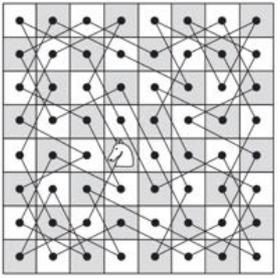
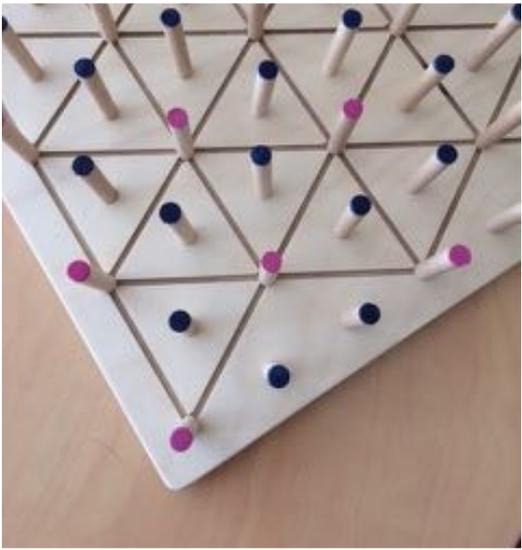
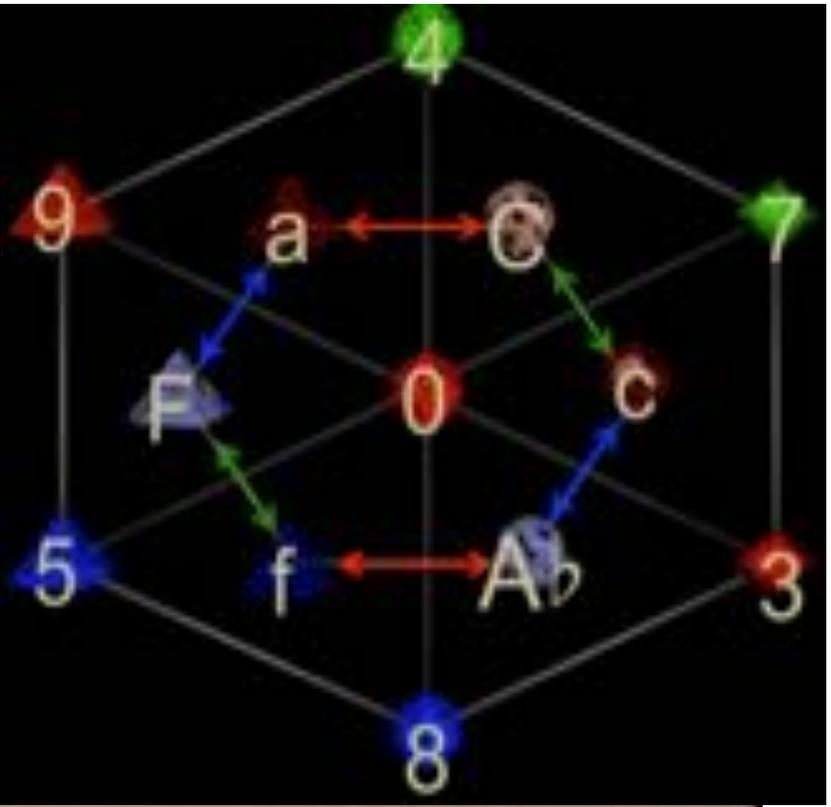


*Speculum Musicum* (1773)

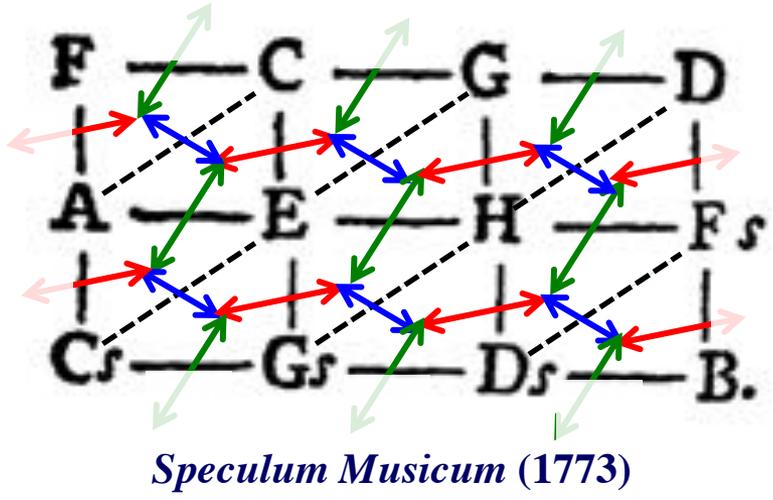


Leonhard Euler

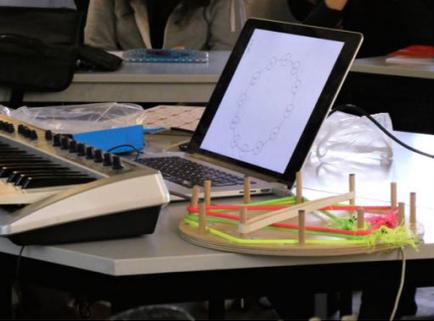
# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)



Leonhard Euler



*Speculum Musicum* (1773)



Jardin des sciences  
Université de Strasbourg

Alsascience, 6-12 mai 2019



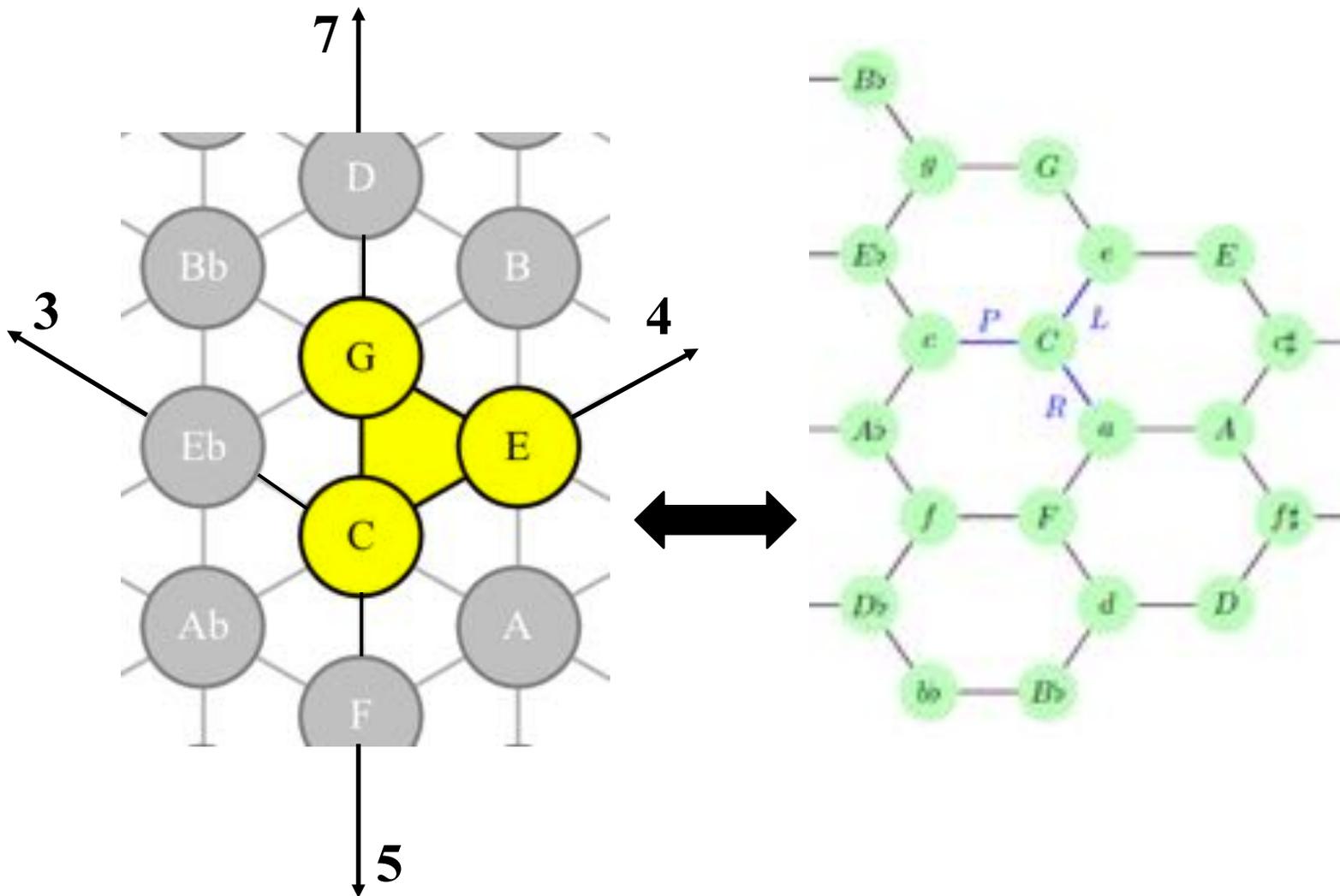
JEUX + FÊTE MATHS

DRÔLES DE FORMES

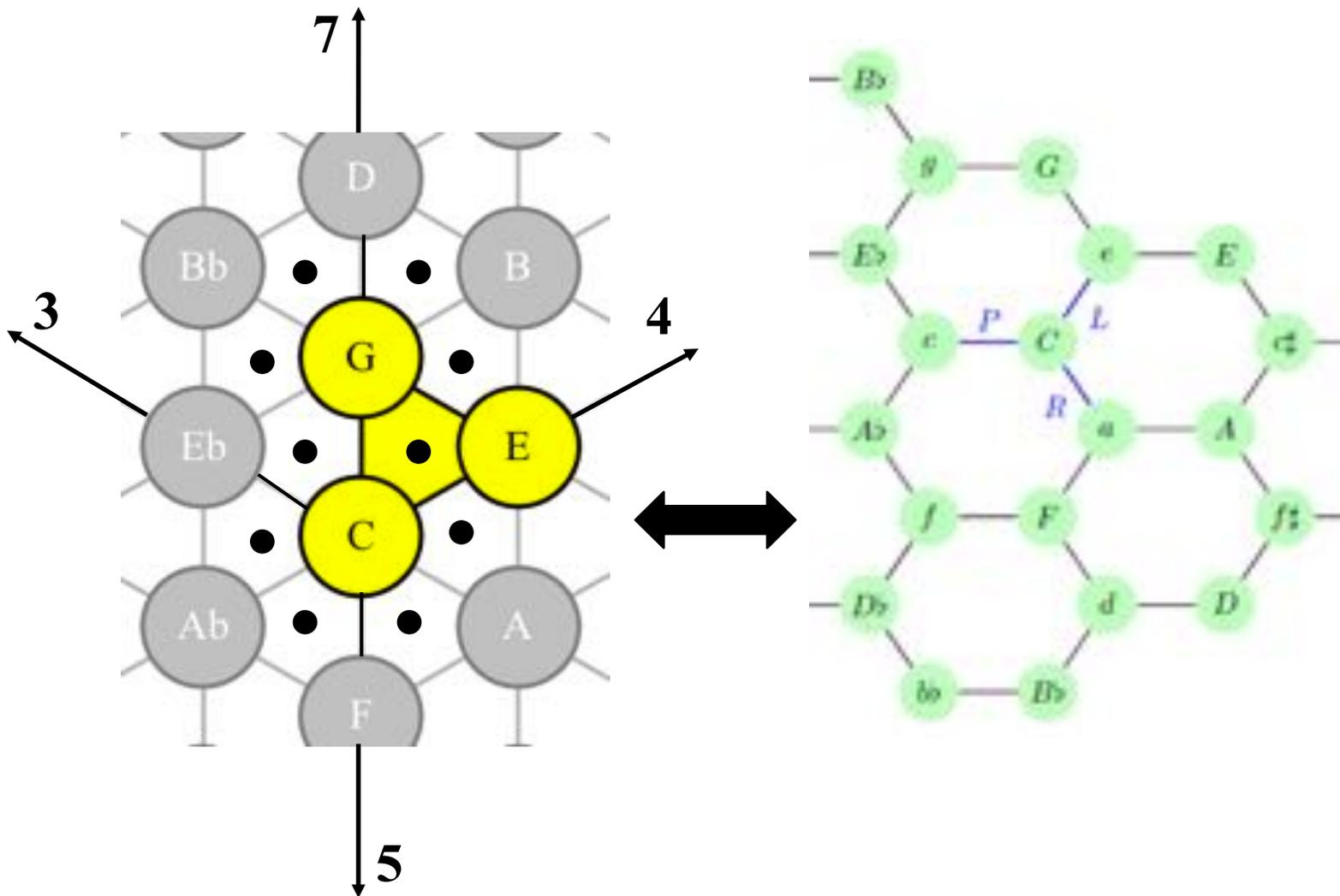
Samedi 16 novembre Dimanche 17 novembre 2019

Eaubonne,  
23 novembre 2019

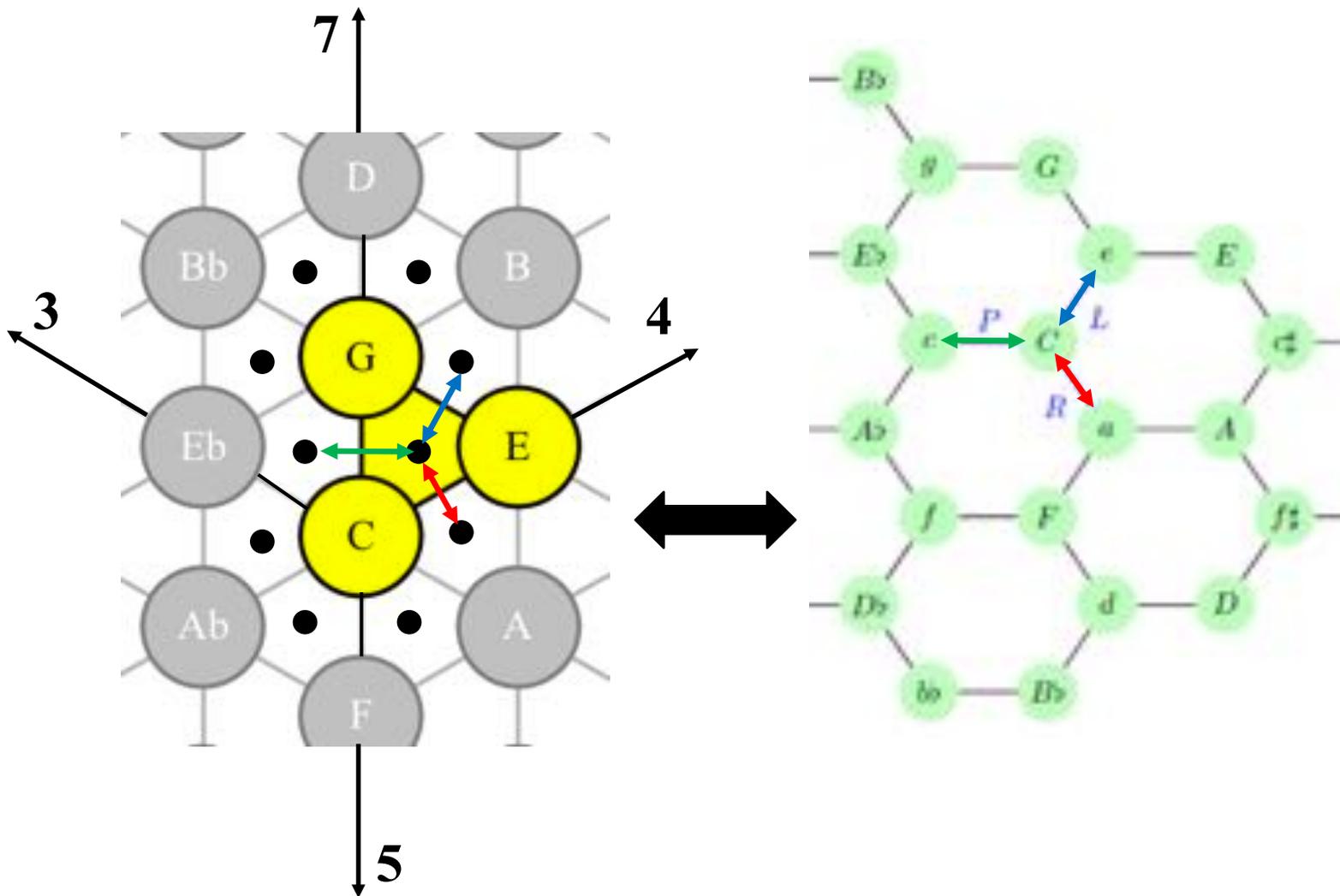
# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



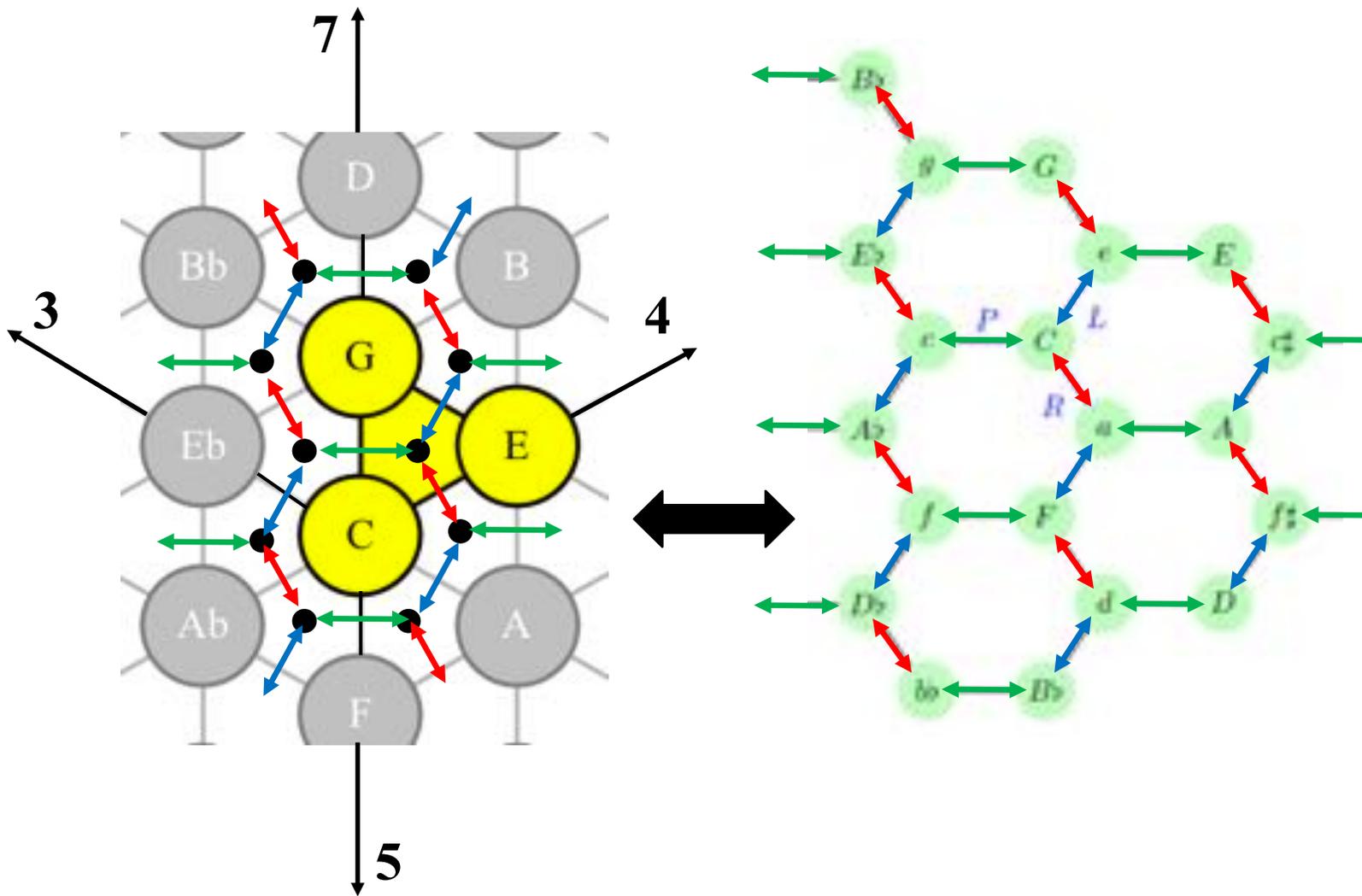
# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



# Construction du maillage hexagonal à partir du Tonnetz



# Focus sur les transpositions et les inversions

Les transpositions

$$T_k : x \longrightarrow x+k \text{ modulo } 12$$

$$\{0,4,7\}$$

$$\xrightarrow{T_1}$$

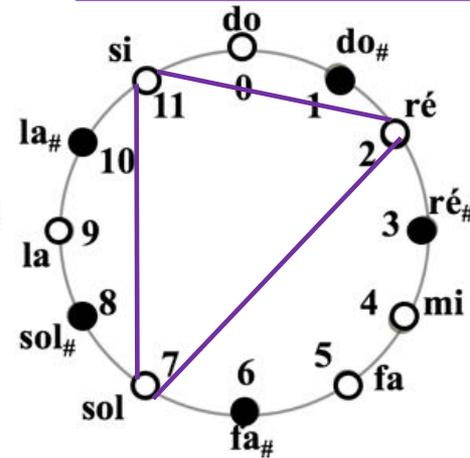
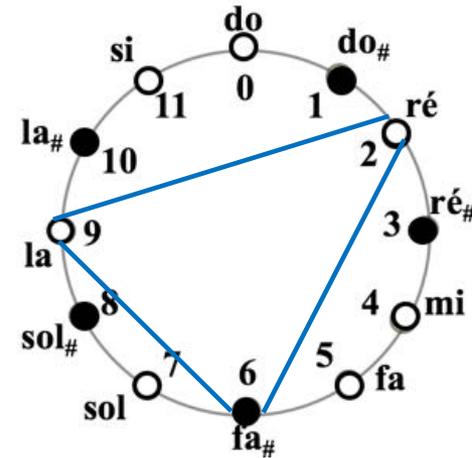
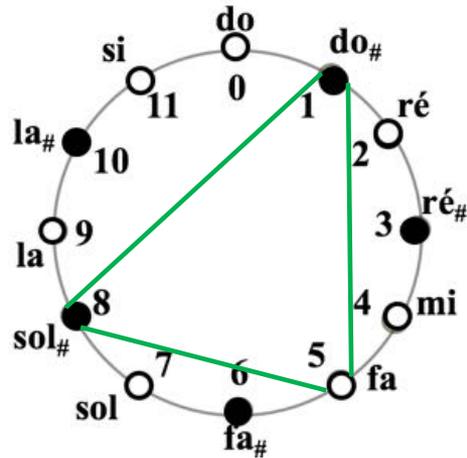
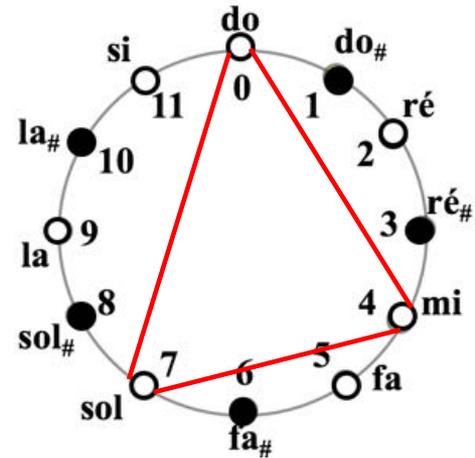
$$\{0+1,4+1,7+1\} = \{1,5,8\}$$

$$\xrightarrow{T_1}$$

$$\{1+1,5+1,8+1\} = \{2,6,9\}$$

$$\xrightarrow{T_5}$$

$$\{2+5,6+5,9+5\} = \{7,11,2\} = \{2,7,11\}$$



Do maj

$$\xrightarrow{T_1}$$

Do# maj

$$\xrightarrow{T_1}$$

Ré maj

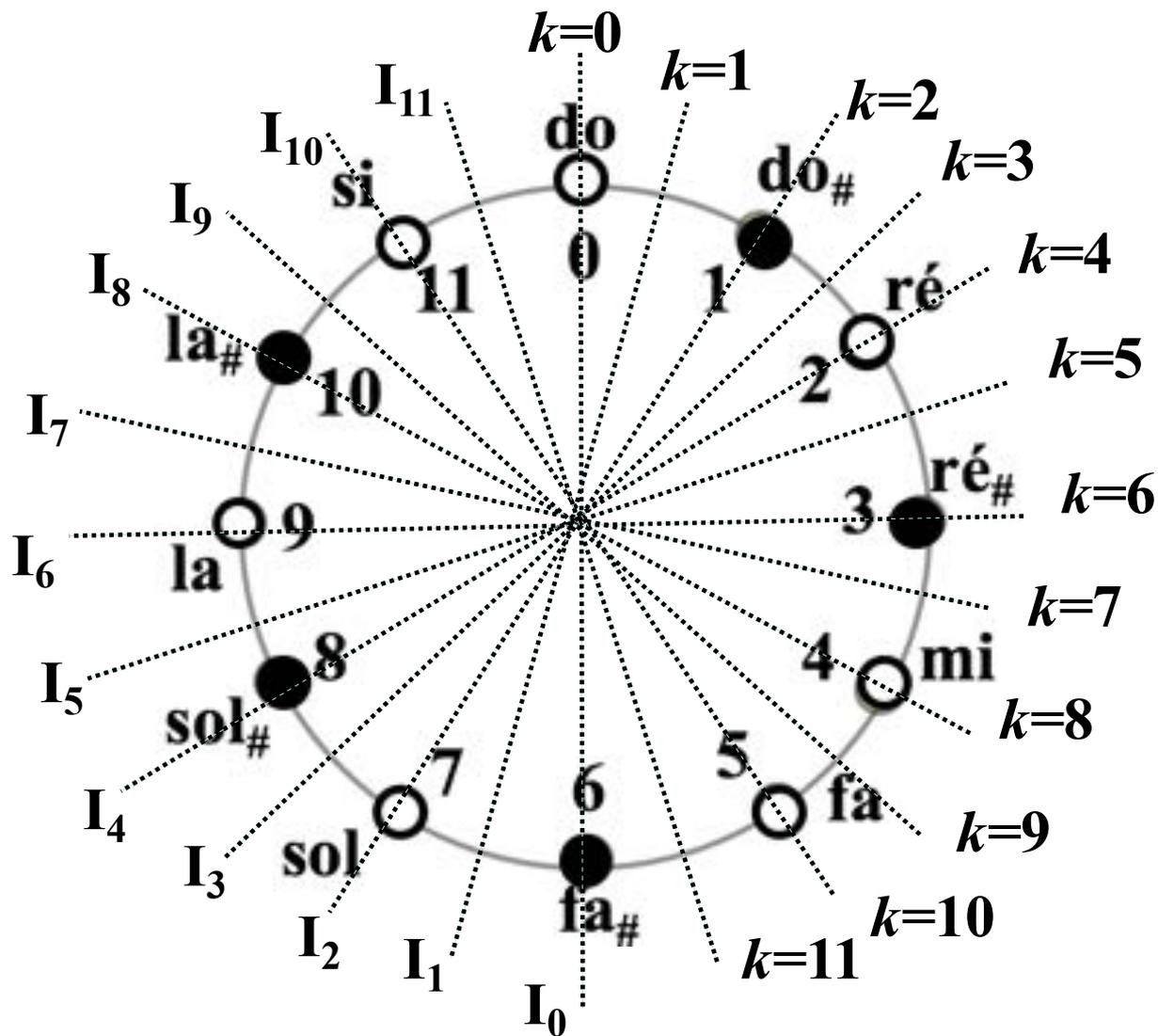
$$\xrightarrow{T_5}$$

Sol maj



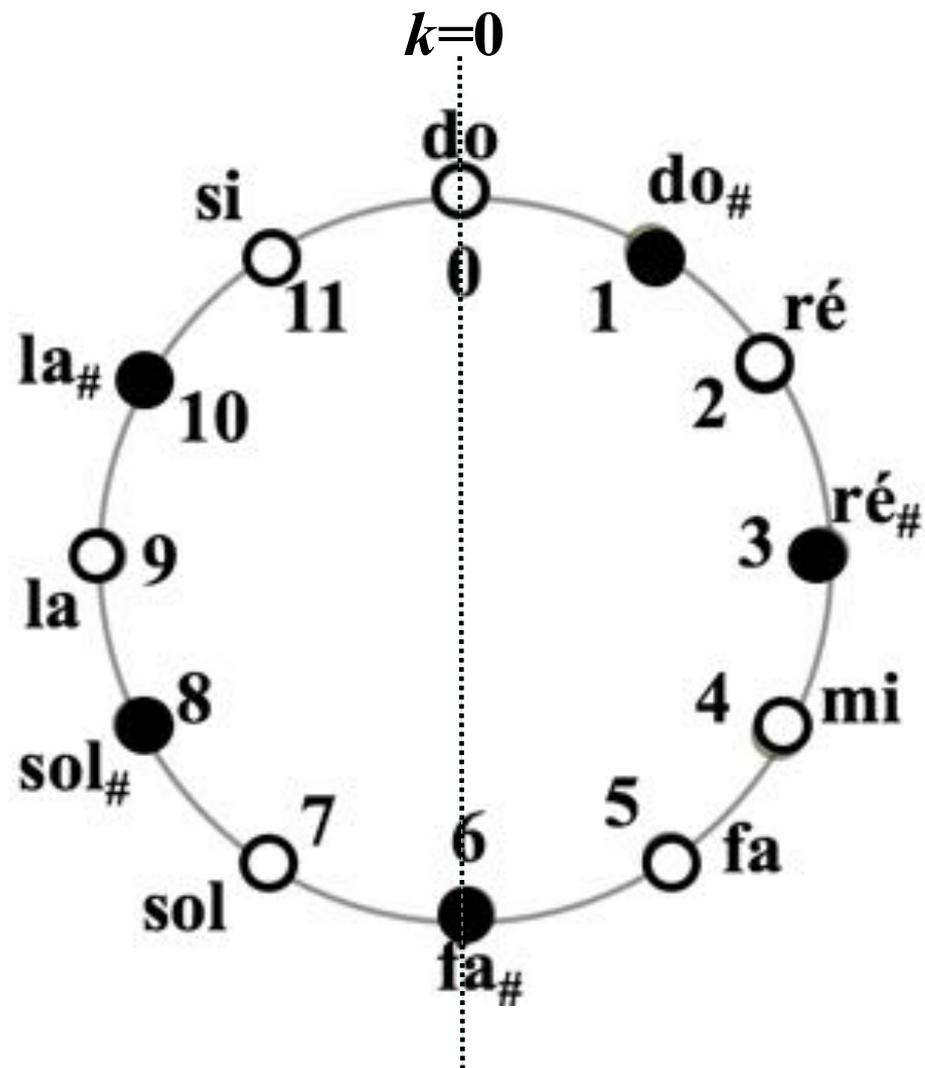
# Les inversions sont des symétries axiales généralisées

$$x \xrightarrow{I_k} k-x \text{ modulo } 12$$



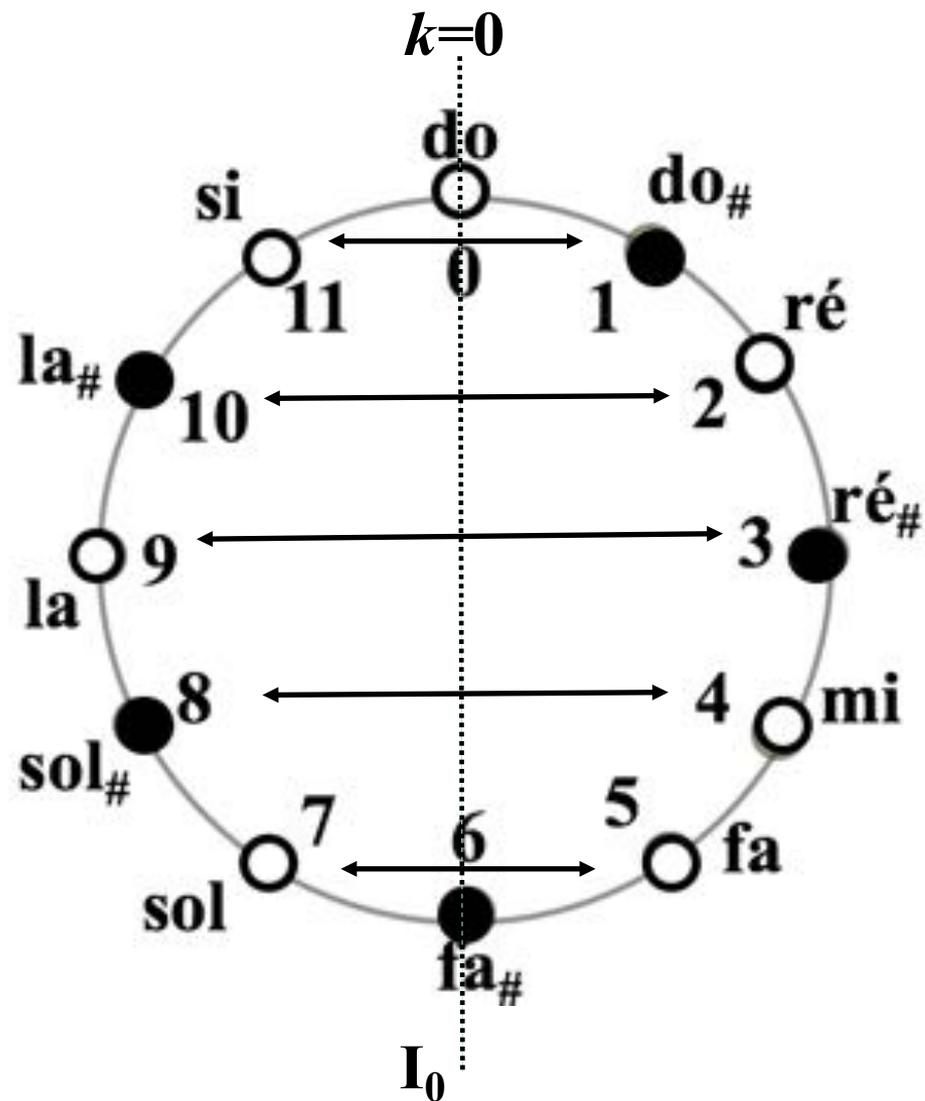
# Quelques exemples

$$x \xrightarrow{I_0} -x \text{ modulo } 12$$



# Quelques exemples

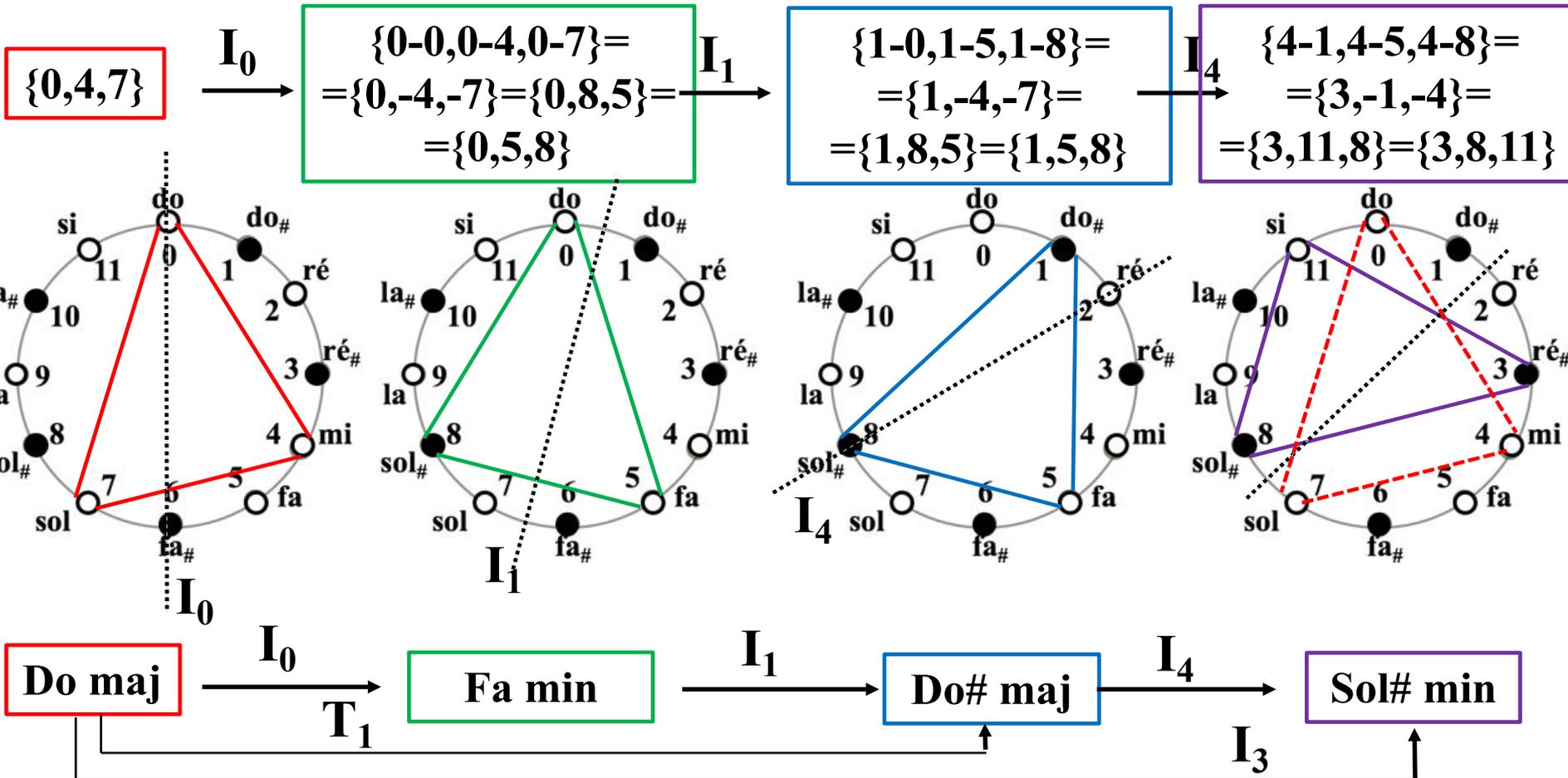
$$x \xrightarrow{I_0} -x \text{ modulo } 12$$



# Focus sur les transpositions et les inversions

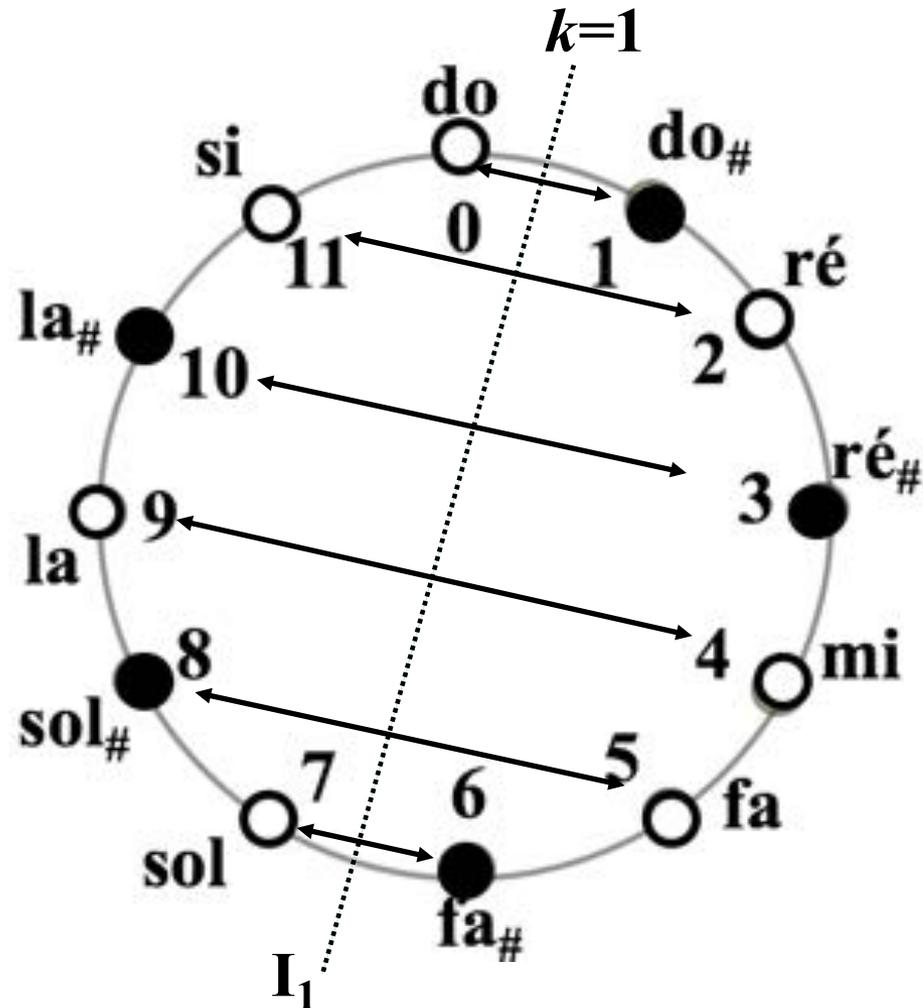
Les inversions  
(ou symétries axiales)

$$I_k : x \longrightarrow k-x \text{ modulo } 12$$



# Les inversions sont des symétries axiales généralisées

$$x \xrightarrow{I_1} 1-x \text{ modulo } 12$$





**MAGIC IN THE AIR**

**Sol**

**Ré**

**La**

**Si-**

Feel the magic in the air. Allez, allez, allez

Levez les mains en l'air. Allez, allez, allez  
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
Comme d'habitude on est calés

**La** **Si-**  
Comme toujours ça va aller

**Sol** **Ré**  
On sème l'ambiance à gogo

**La** **Si-**  
Tous ensemble on fait le show

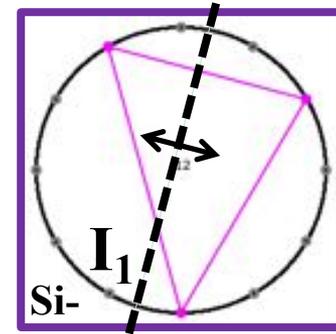
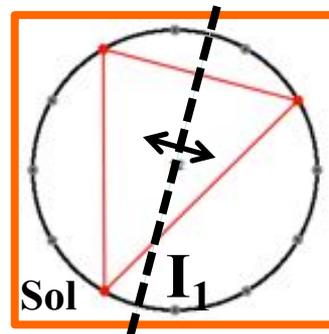
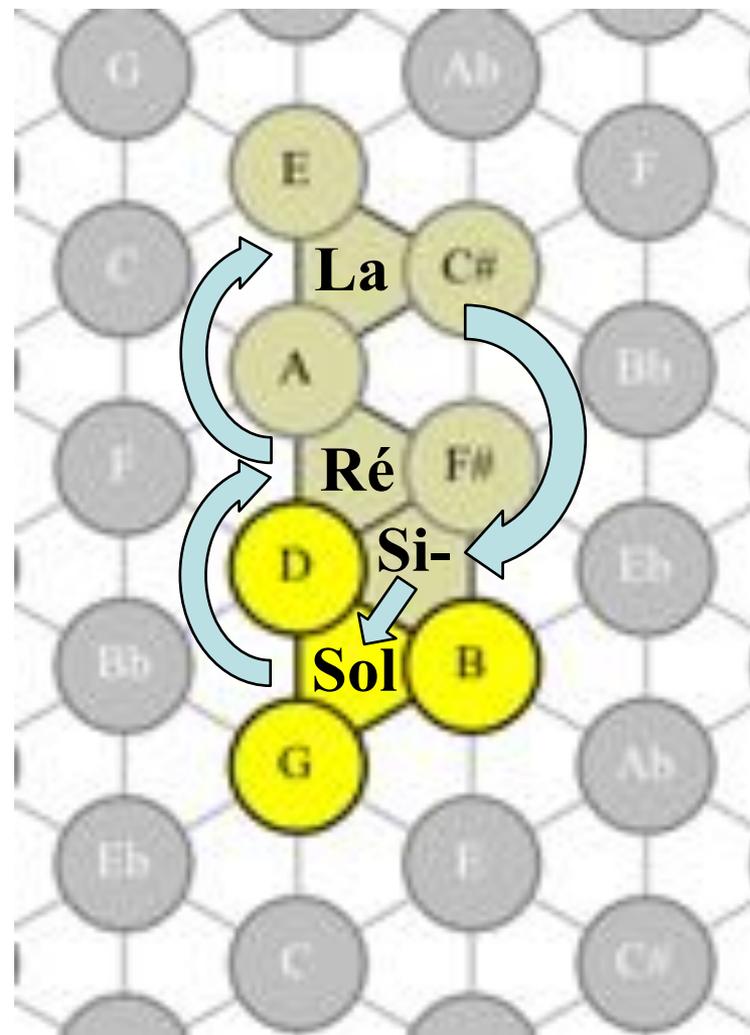
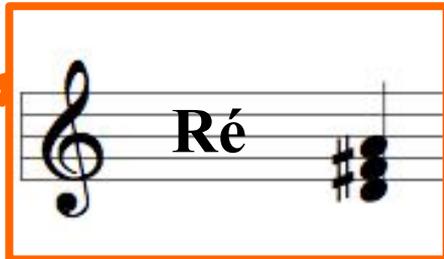
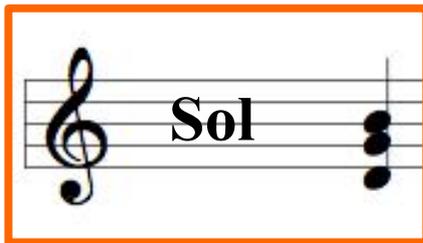
**Sol** **Ré**  
On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

**La** **Si-**  
Oublie tes soucis Viens faire la folie

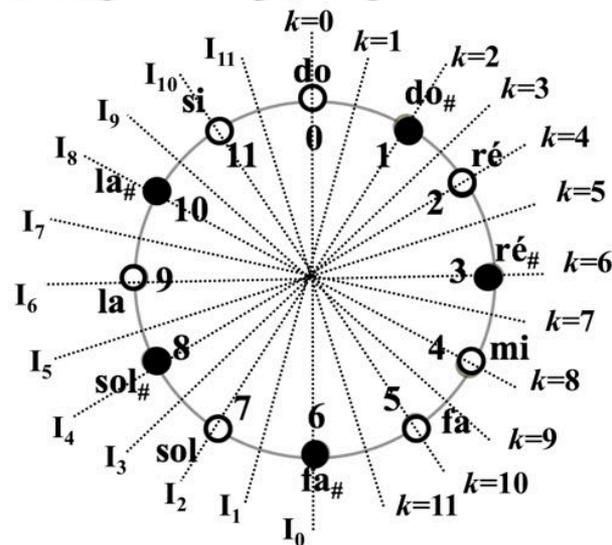
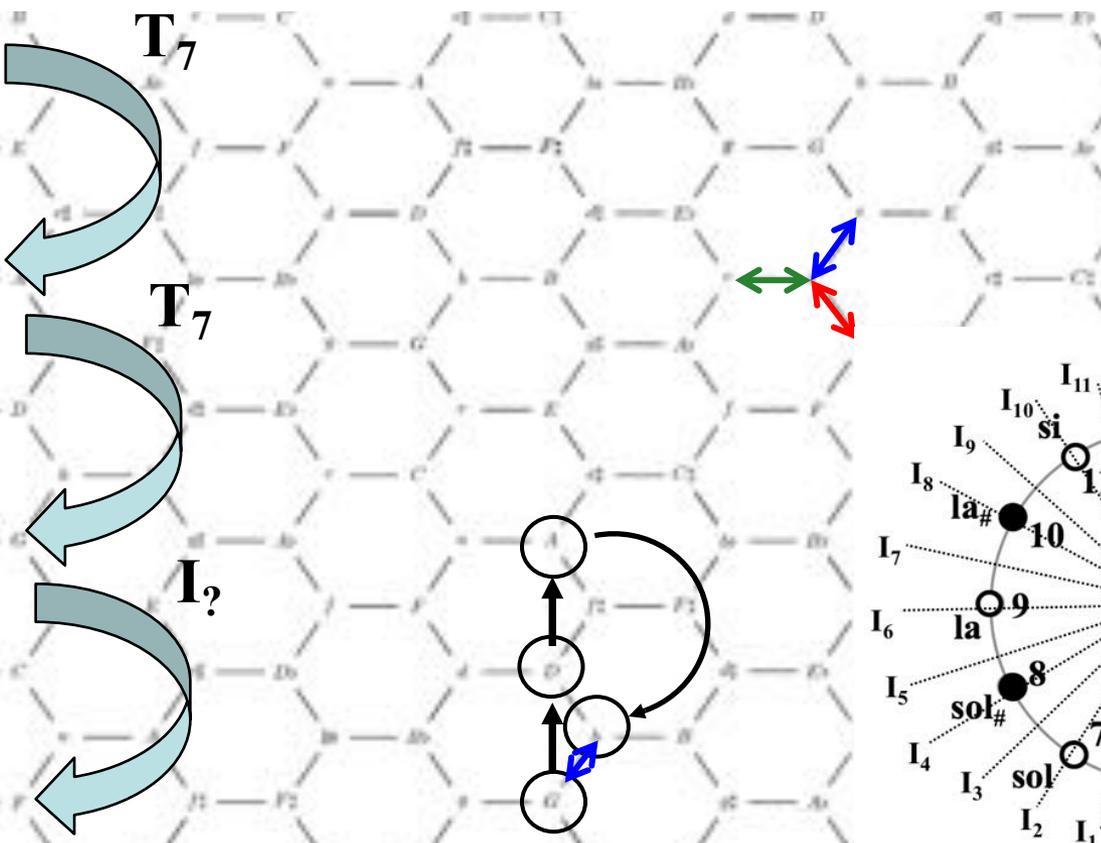
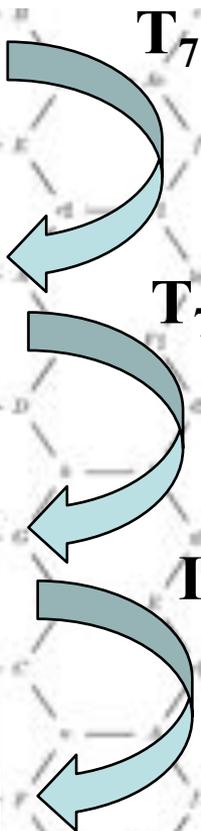
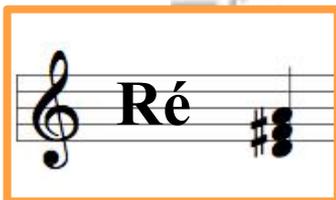
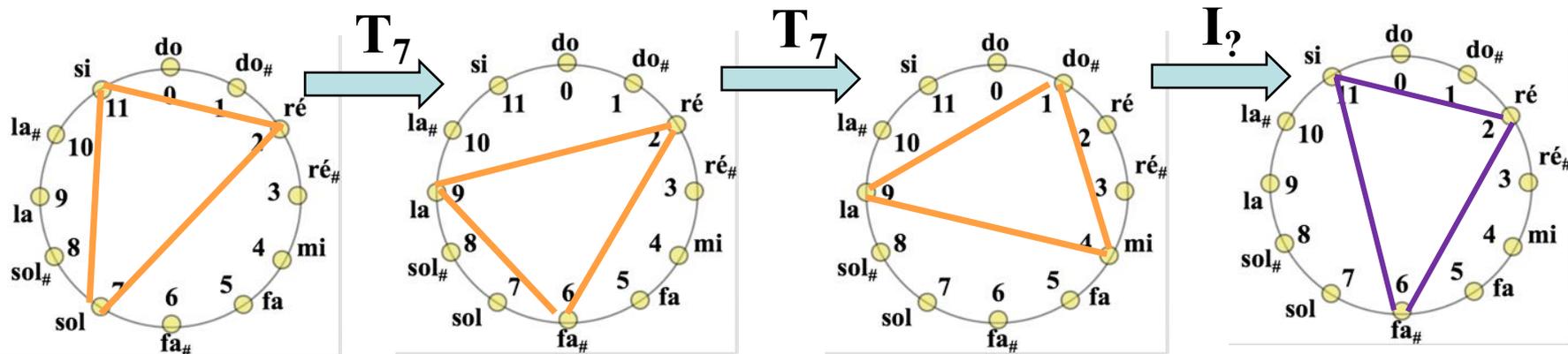
**Sol** **Ré**  
On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

**La** **Si-**  
Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

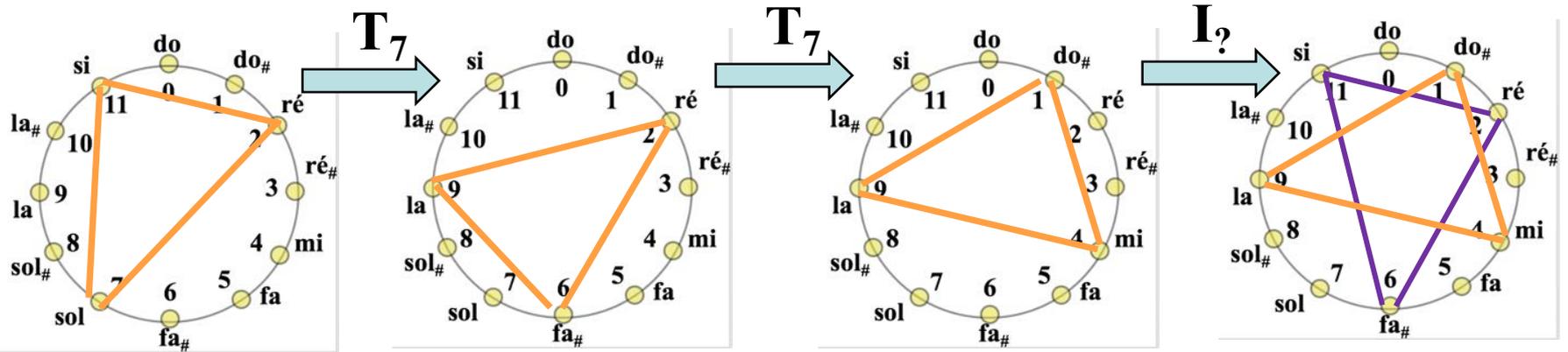
**Sol**  
Feel the magic in the air ...



# Quelques exemples analytiques



# Quelques exemples analytiques

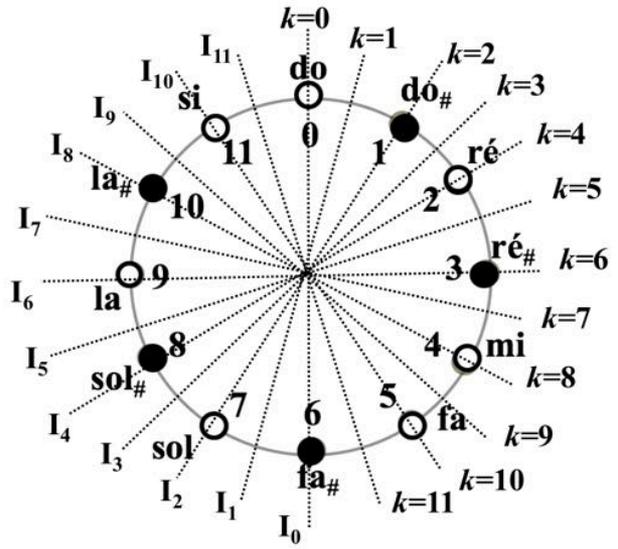
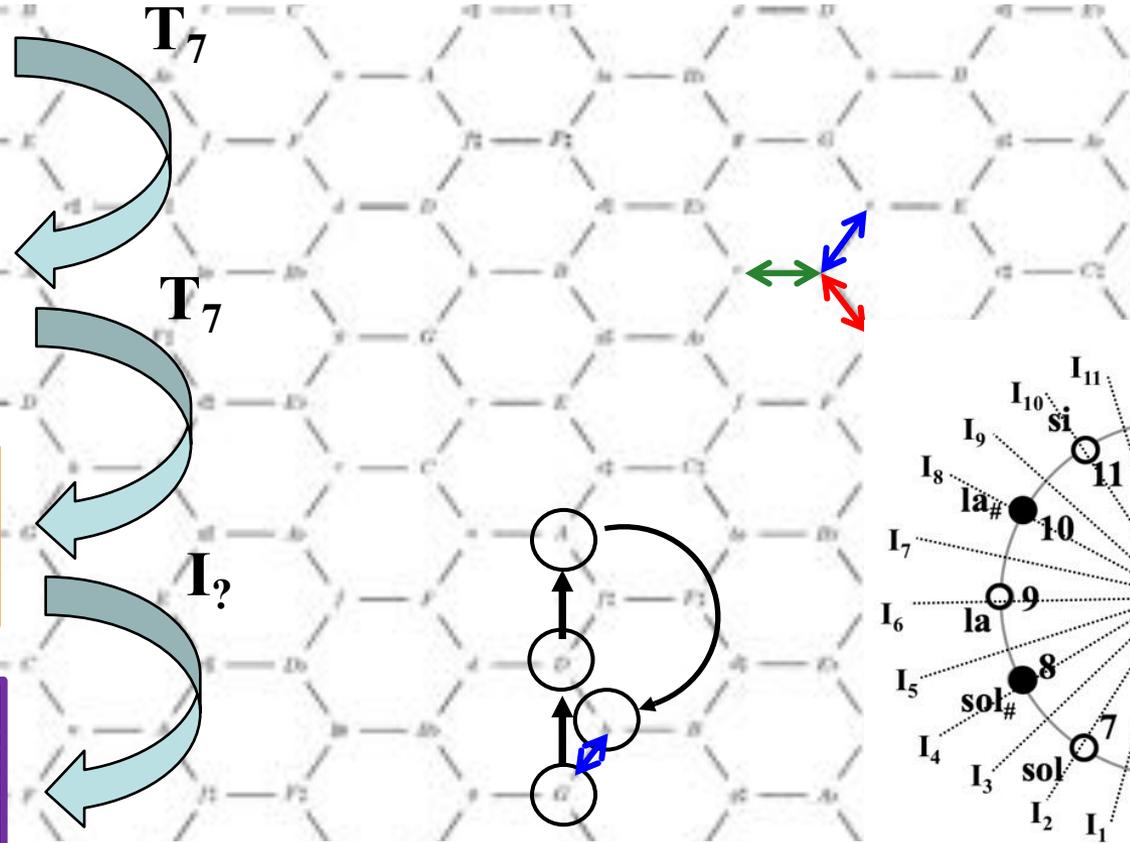


Musical staff showing the note Sol (G4) in a treble clef, enclosed in an orange box.

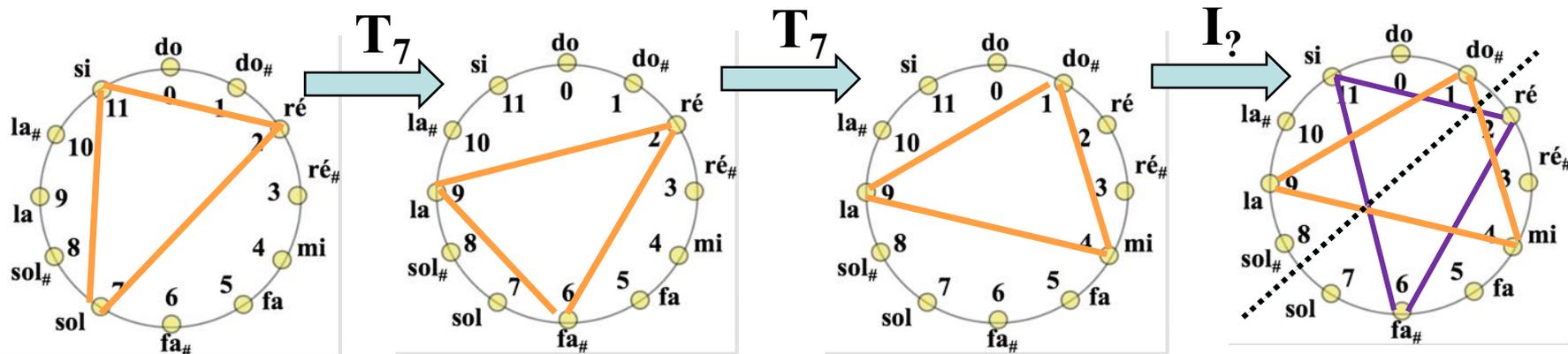
Musical staff showing the note Ré (D4) in a treble clef, enclosed in an orange box.

Musical staff showing the note La (A3) in a treble clef, enclosed in an orange box.

Musical staff showing the note Si (B3) in a treble clef, enclosed in a purple box.



# Quelques exemples analytiques

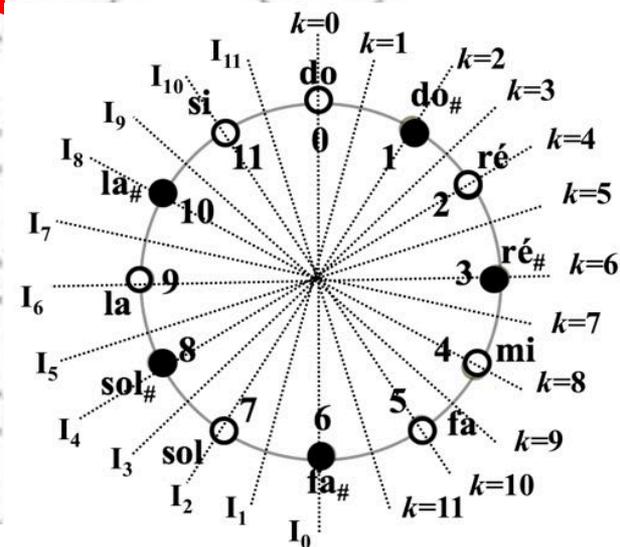
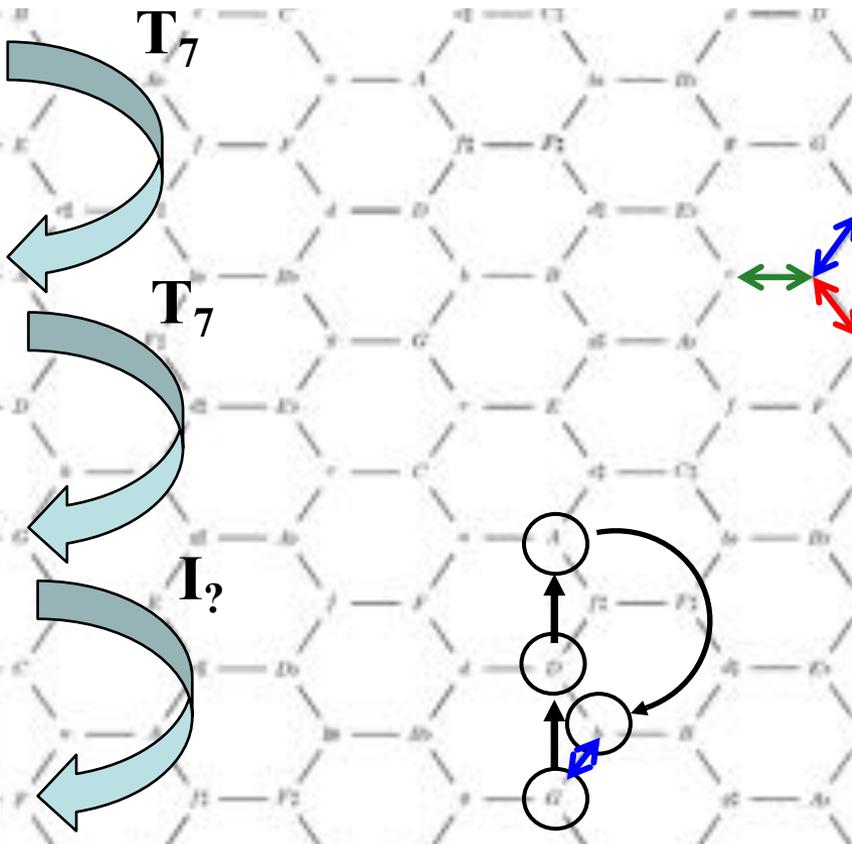


Musical staff showing the chord **Sol** (G3, B2, D3).

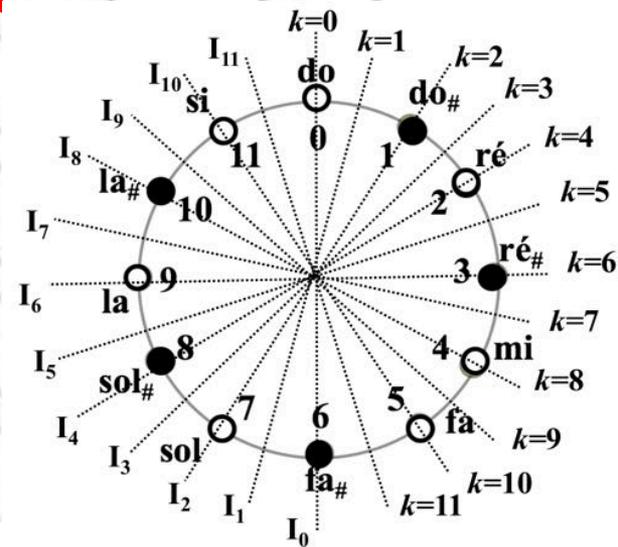
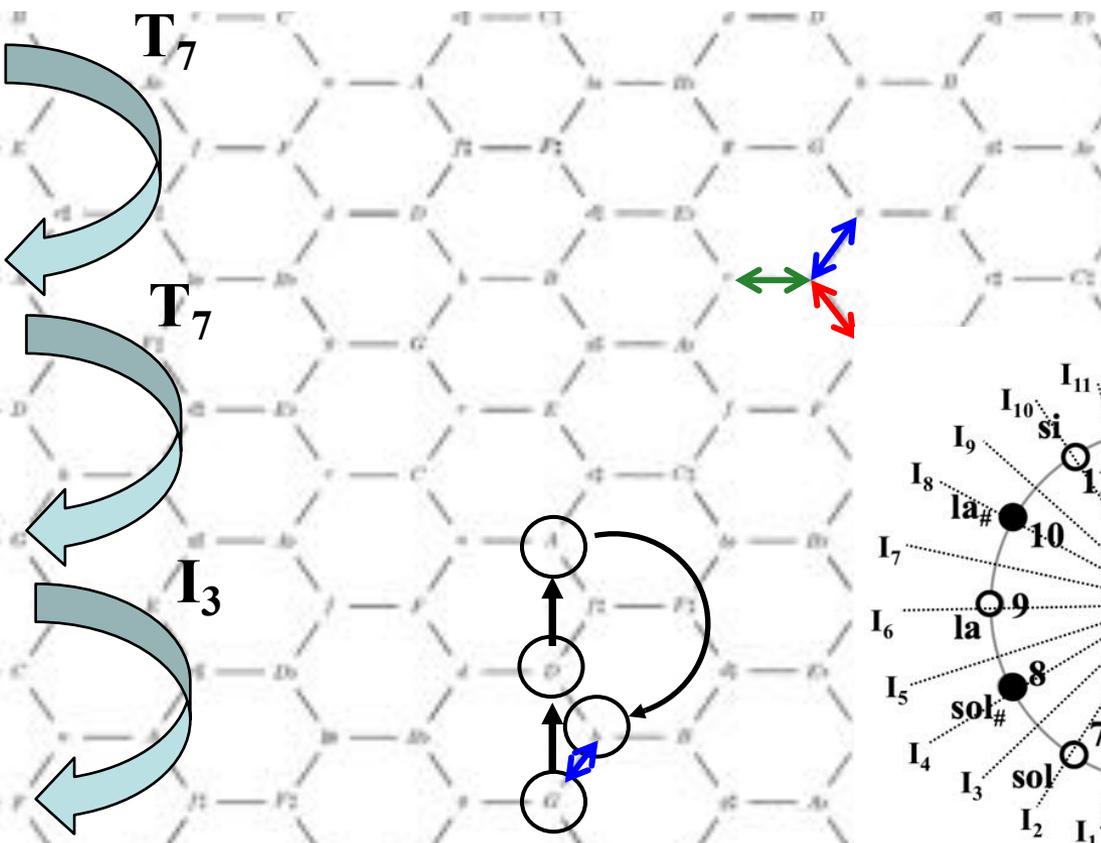
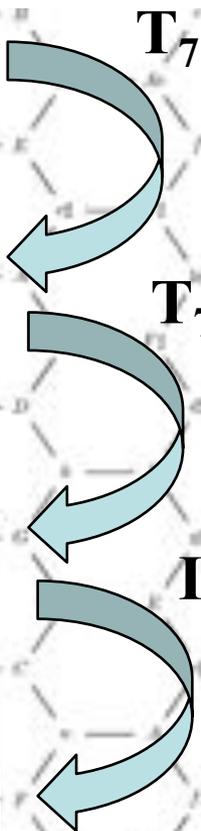
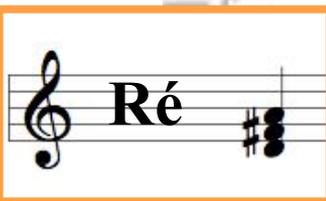
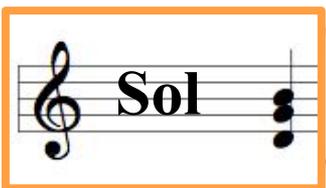
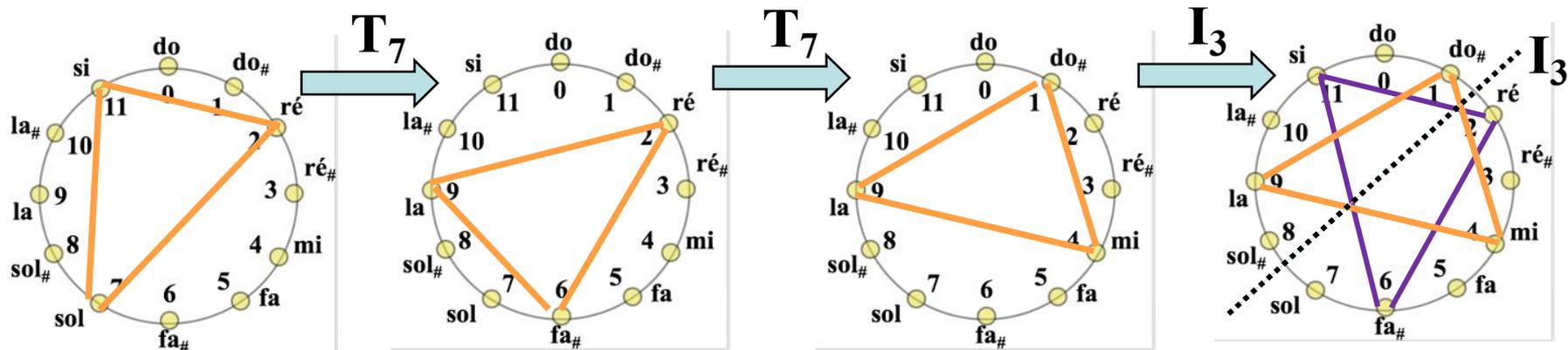
Musical staff showing the chord **Ré** (D3, F#3, A3).

Musical staff showing the chord **La** (A3, C#4, E4).

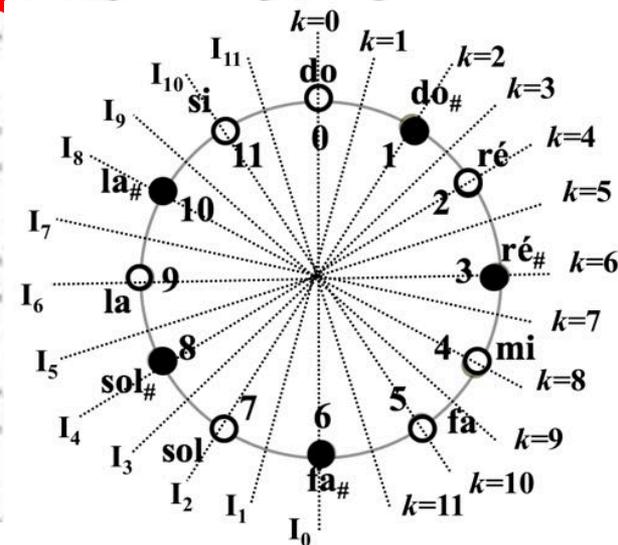
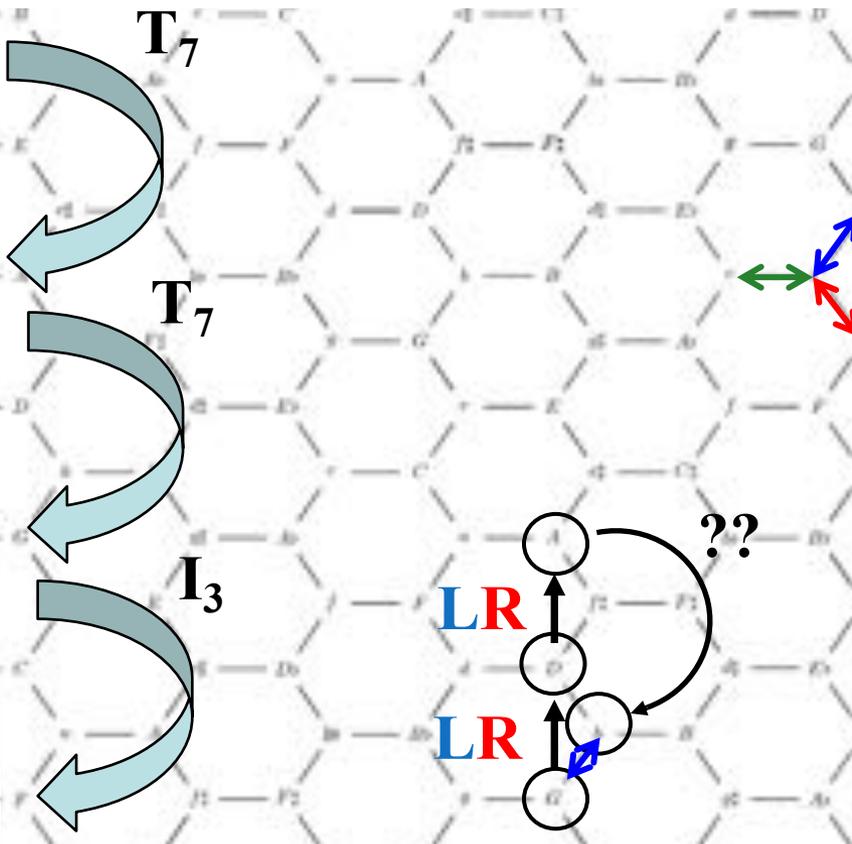
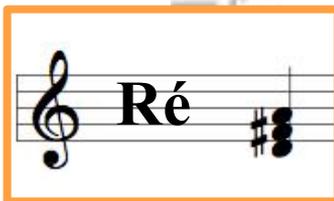
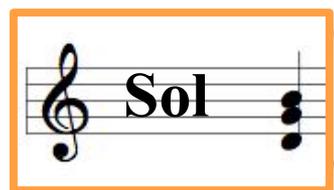
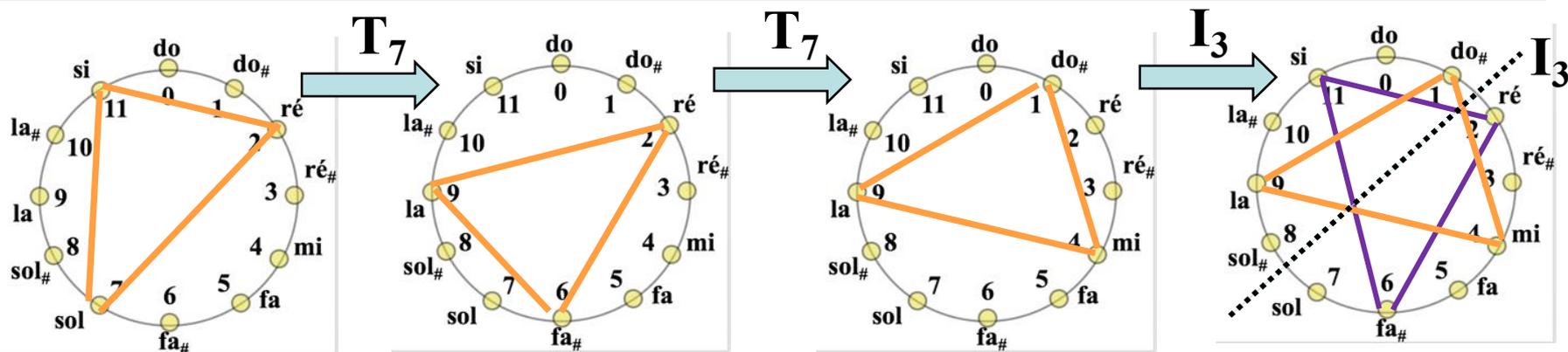
Musical staff showing the chord **Si-** (B3, D#4, F#4).



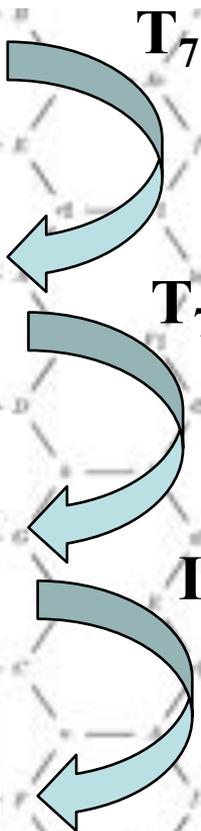
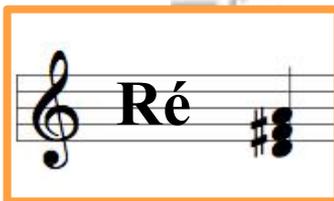
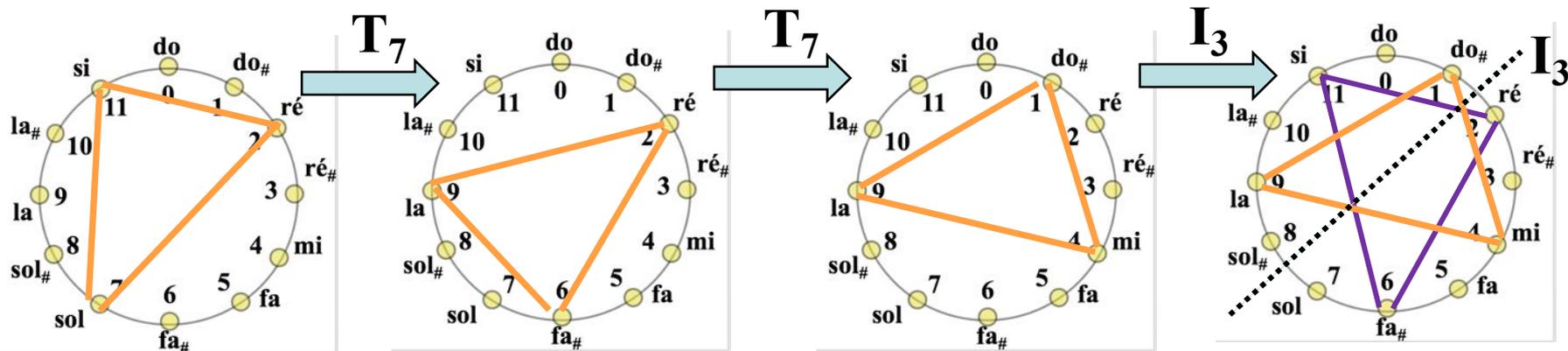
# Quelques exemples analytiques



# Quelques exemples analytiques



# Quelques exemples analytiques



$T_7$

$T_7$

$I_3$

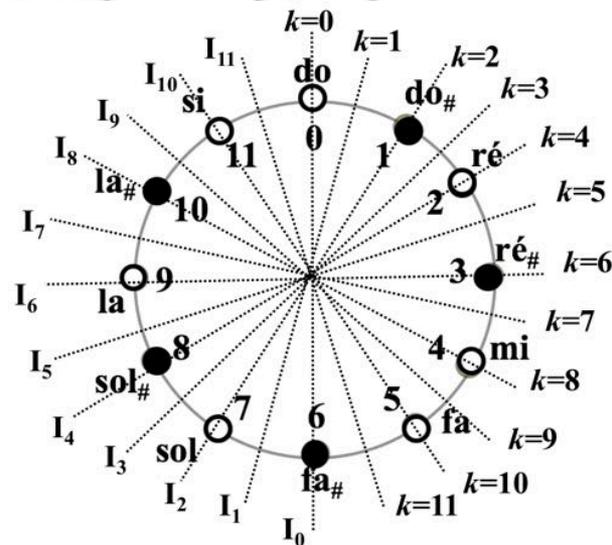
LR

LR

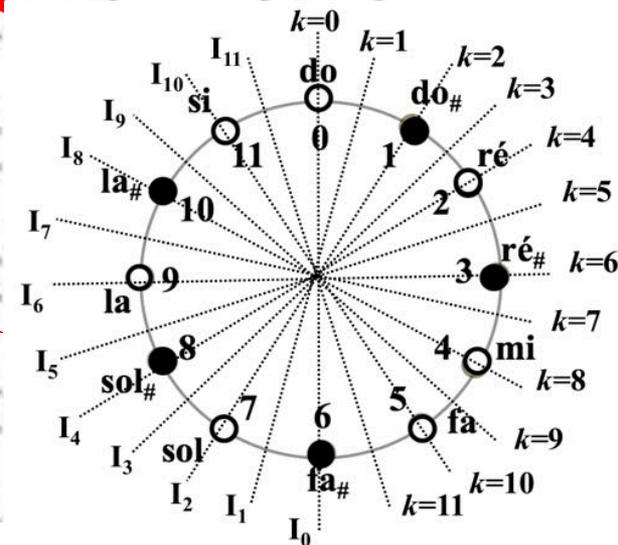
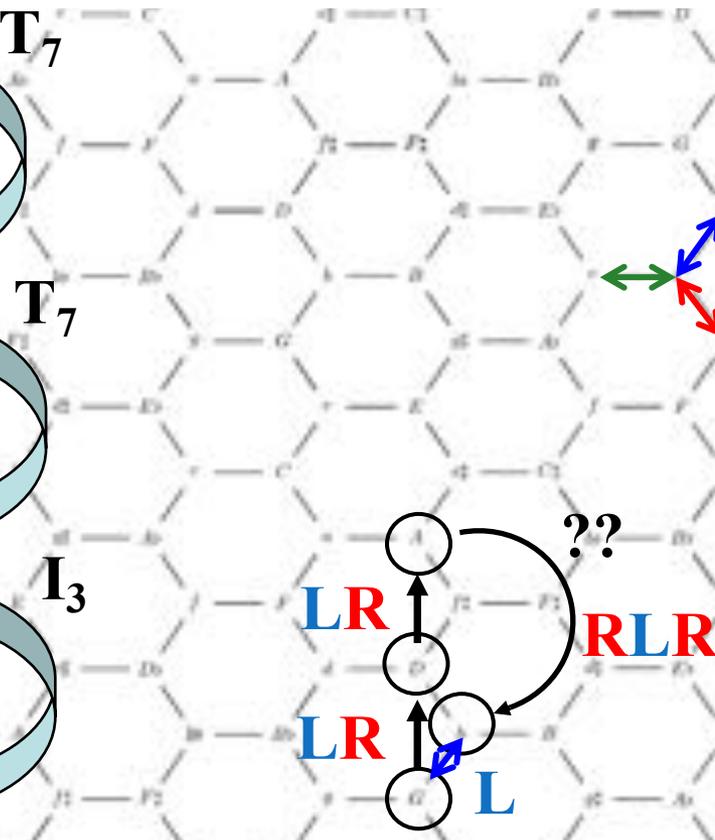
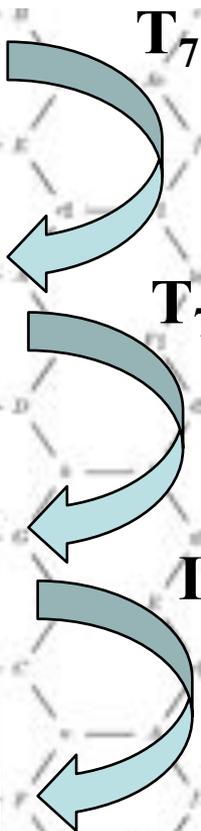
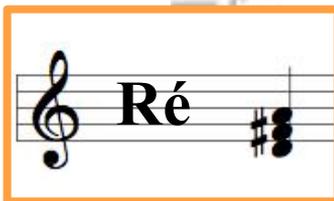
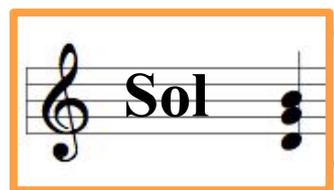
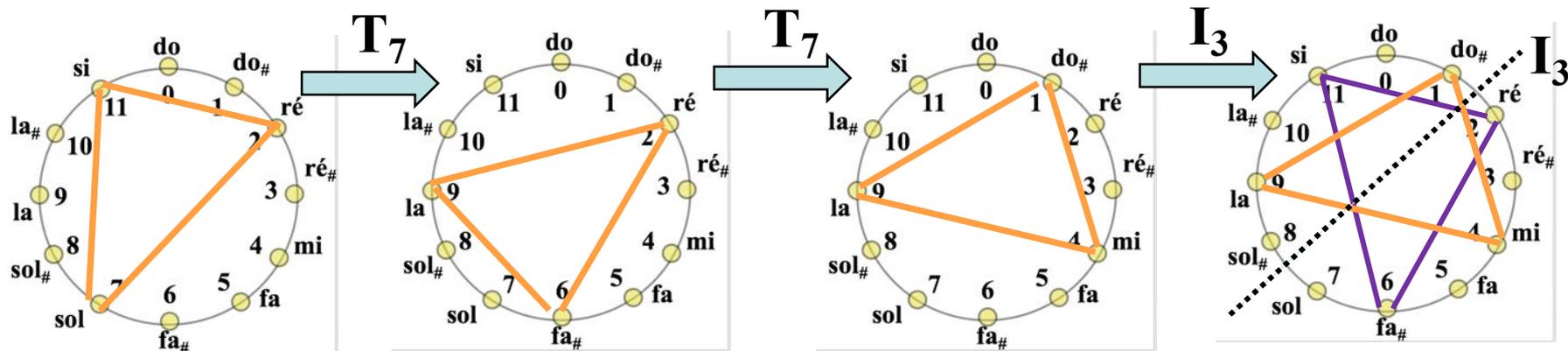
??

RLR

L



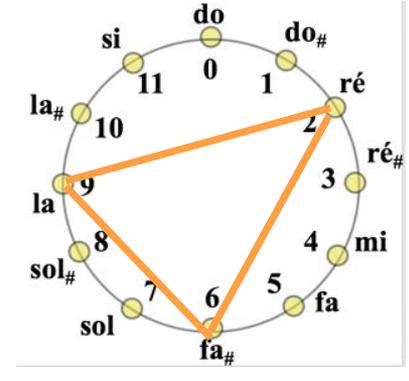
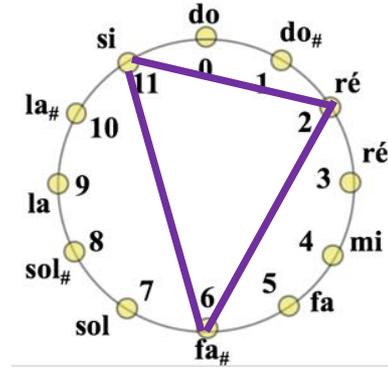
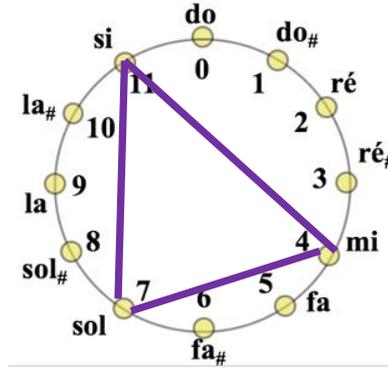
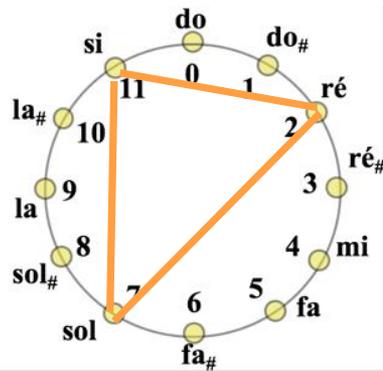
# Quelques exemples analytiques







# Quelques exemples analytiques : une Anatole...



G



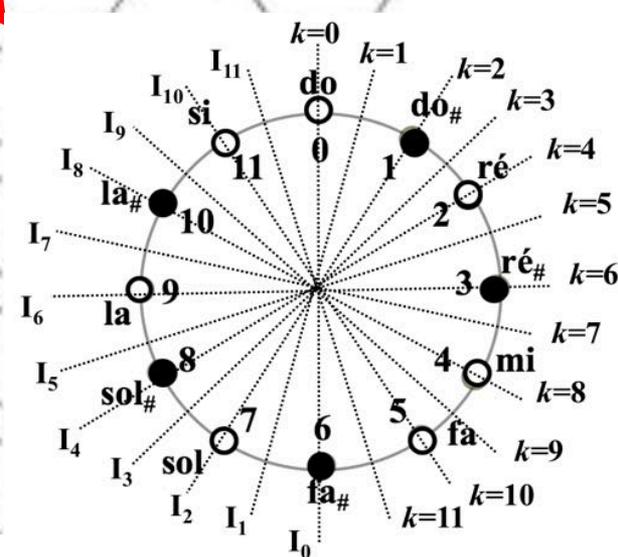
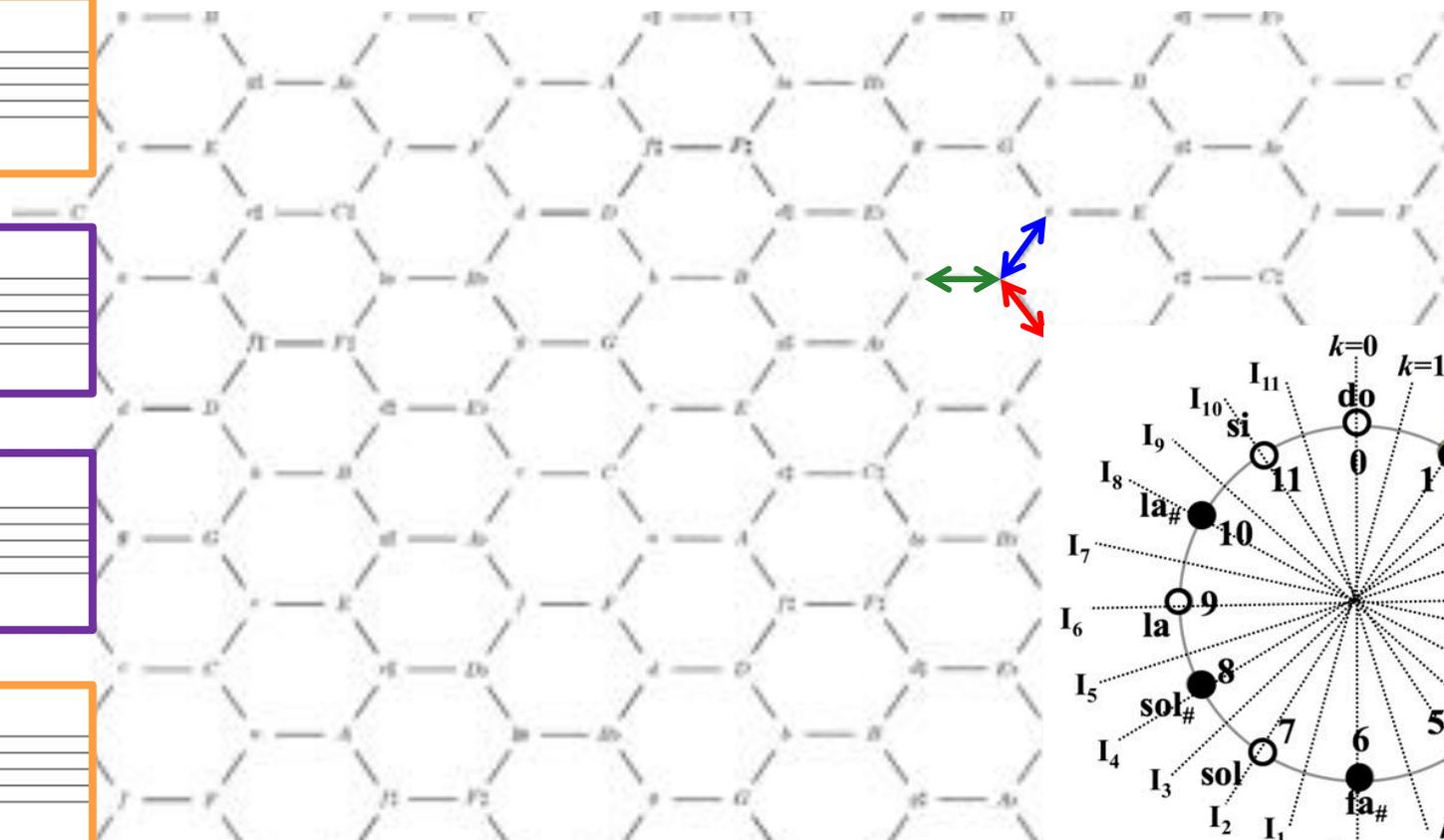
Em



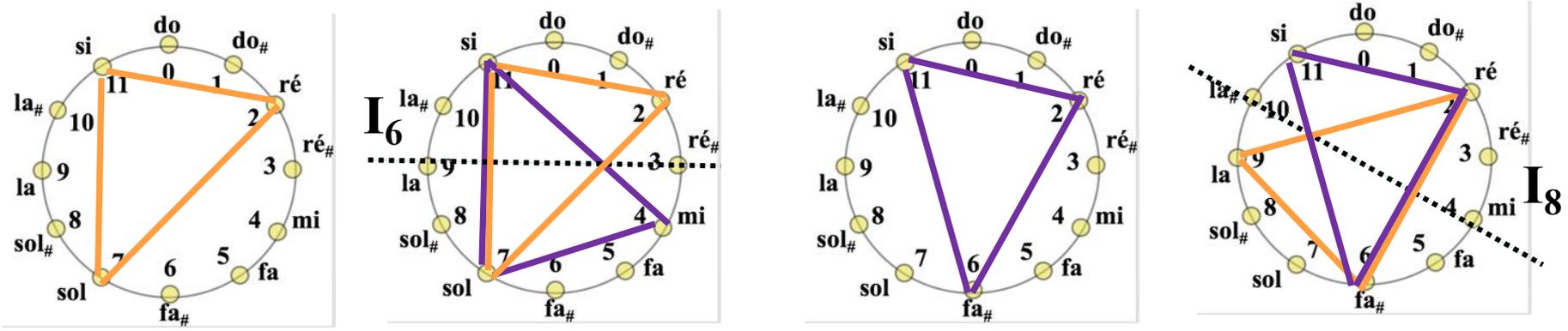
Bm



D



# Quelques exemples analytiques : une Anatole...

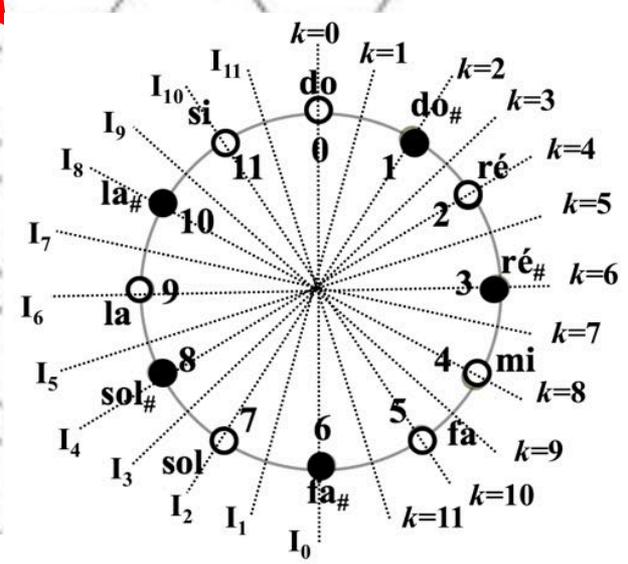
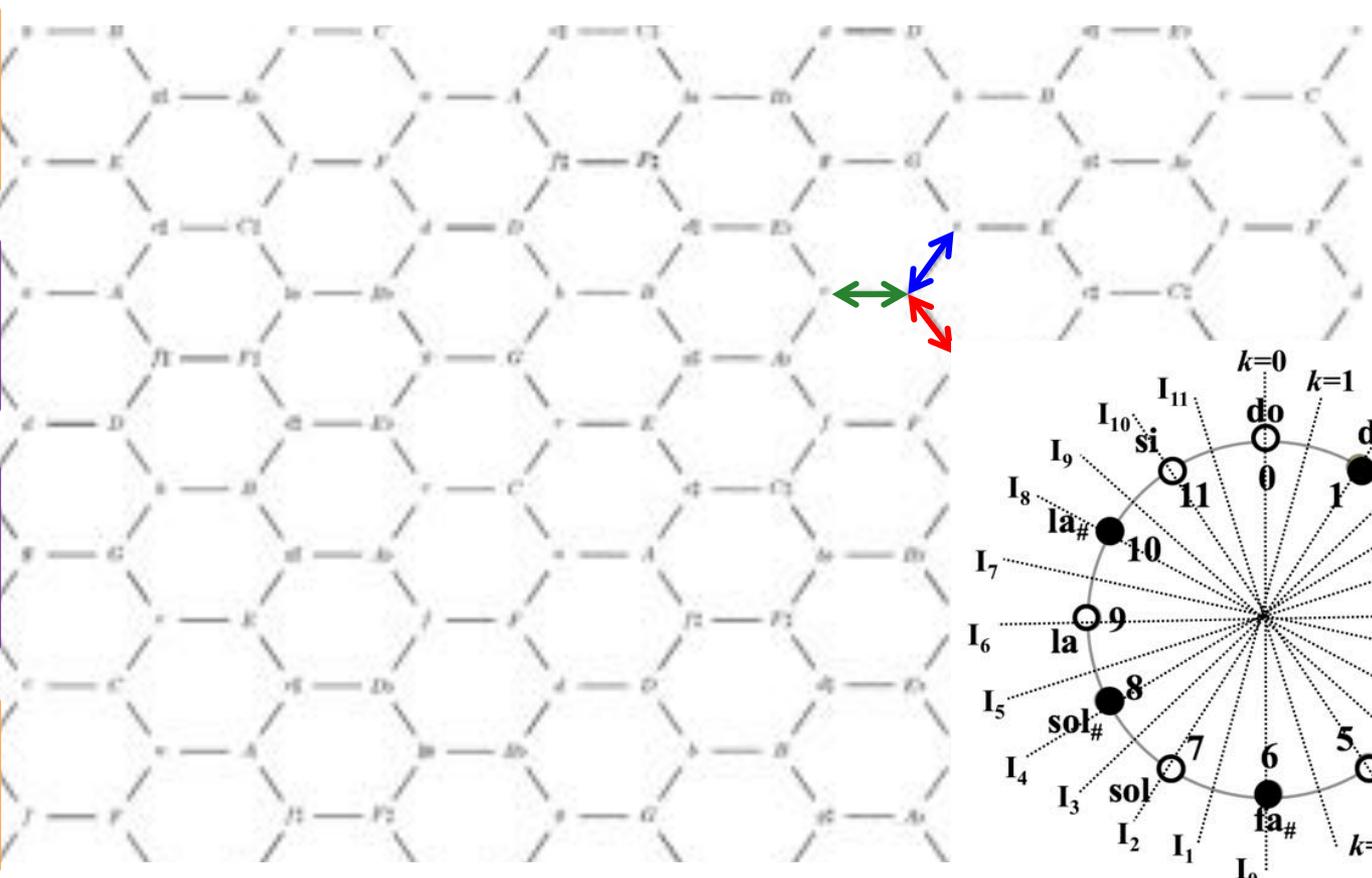


**G**

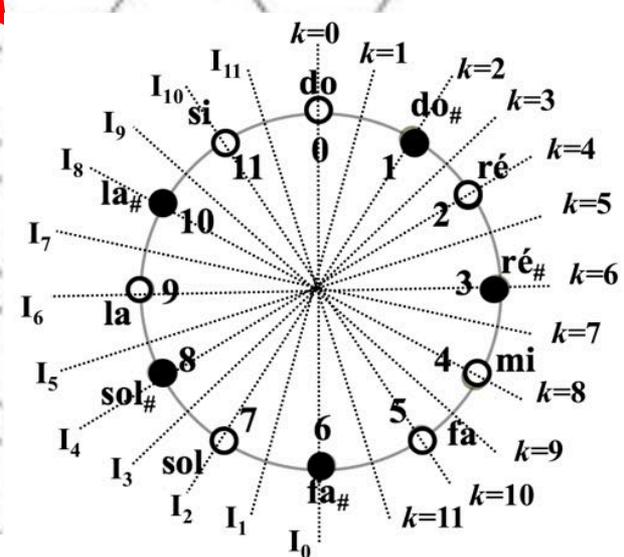
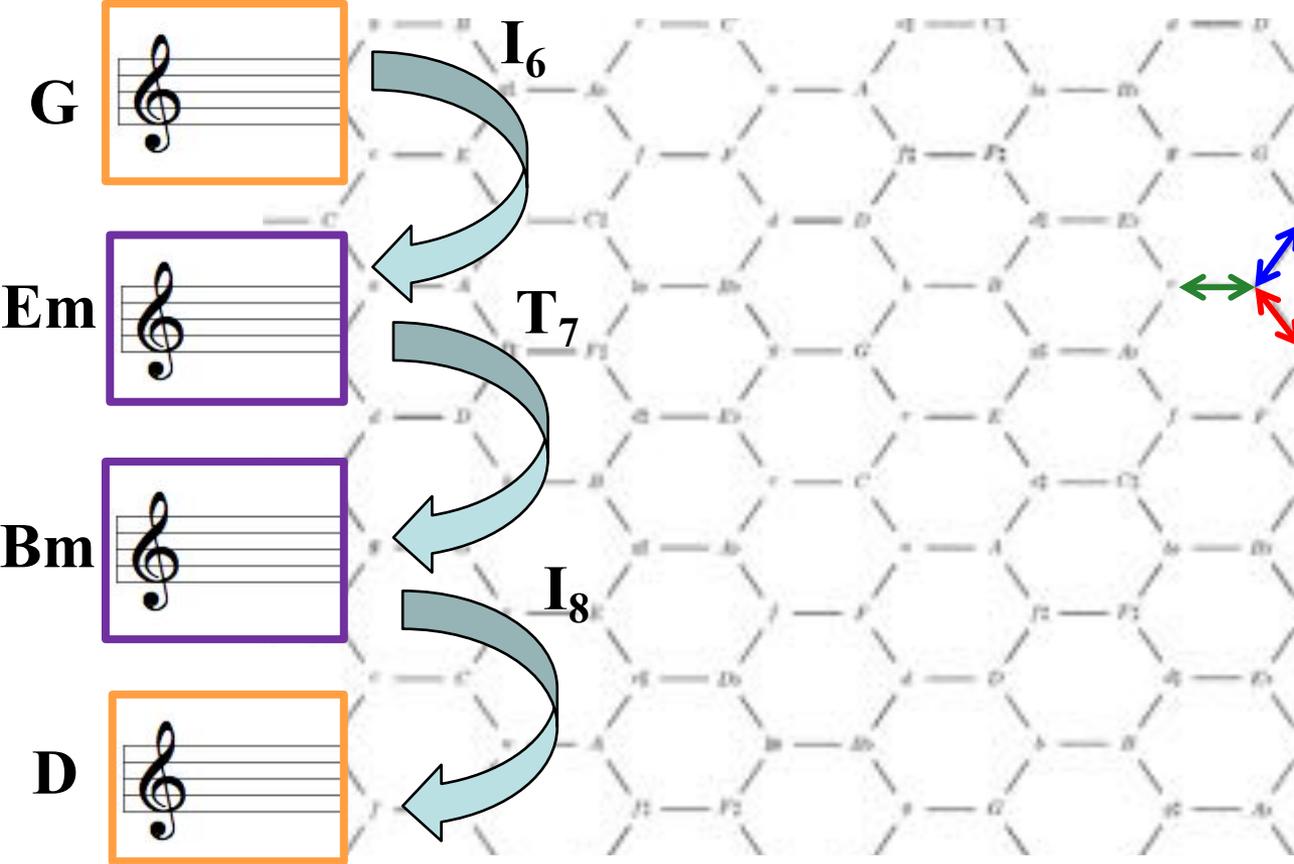
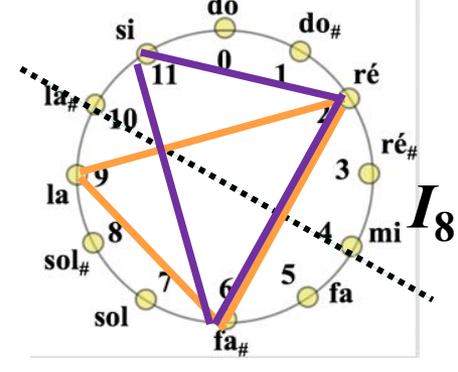
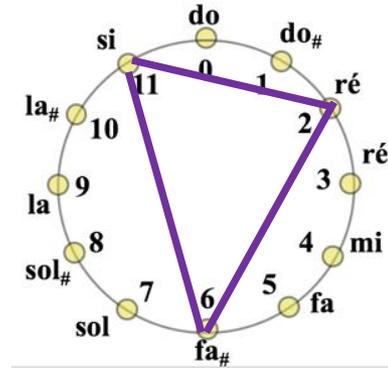
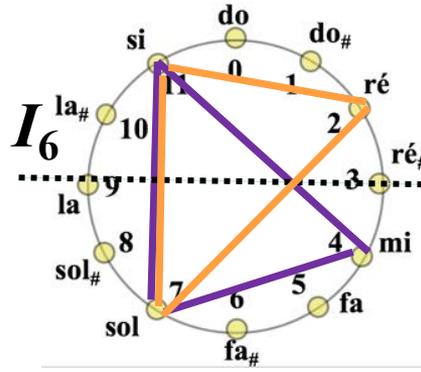
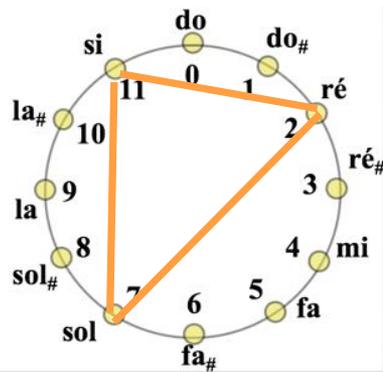
**Em**

**Bm**

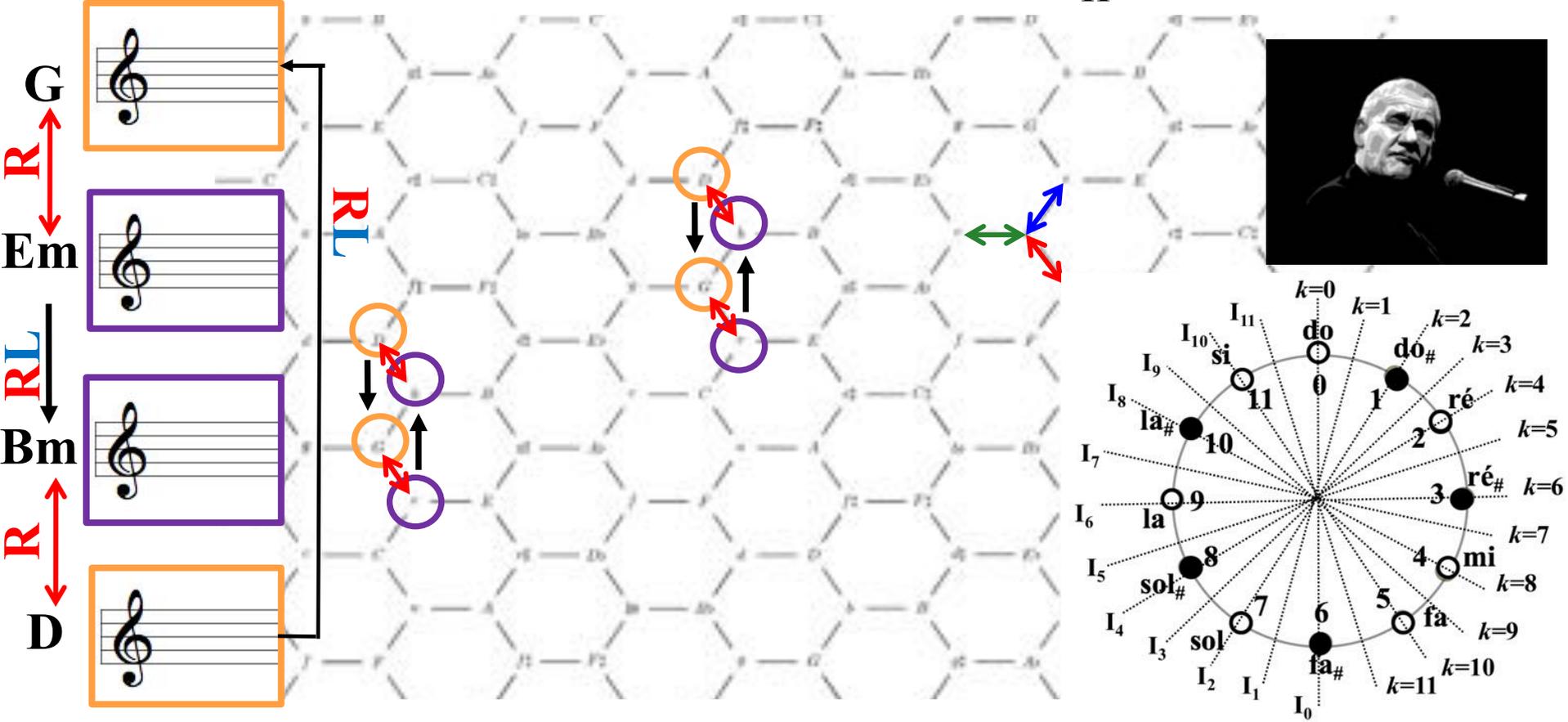
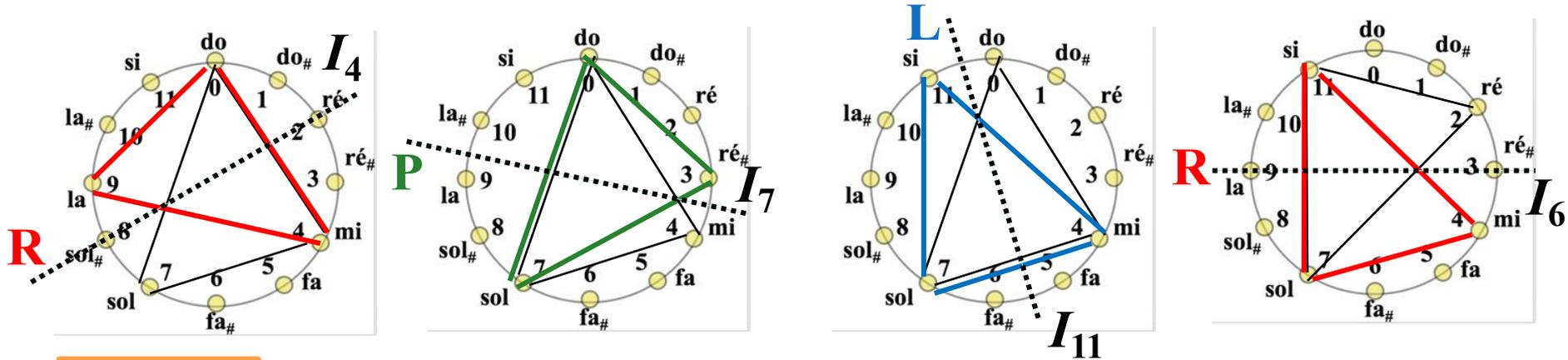
**D**



# Quelques exemples analytiques : une Anatole...



# Quelques exemples analytiques : ...chez Paolo Conte



# Quelques exemples analytiques

## Harmonic Progressions

In Paolo Conte

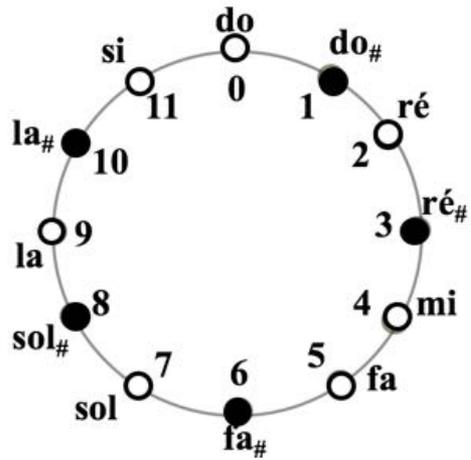
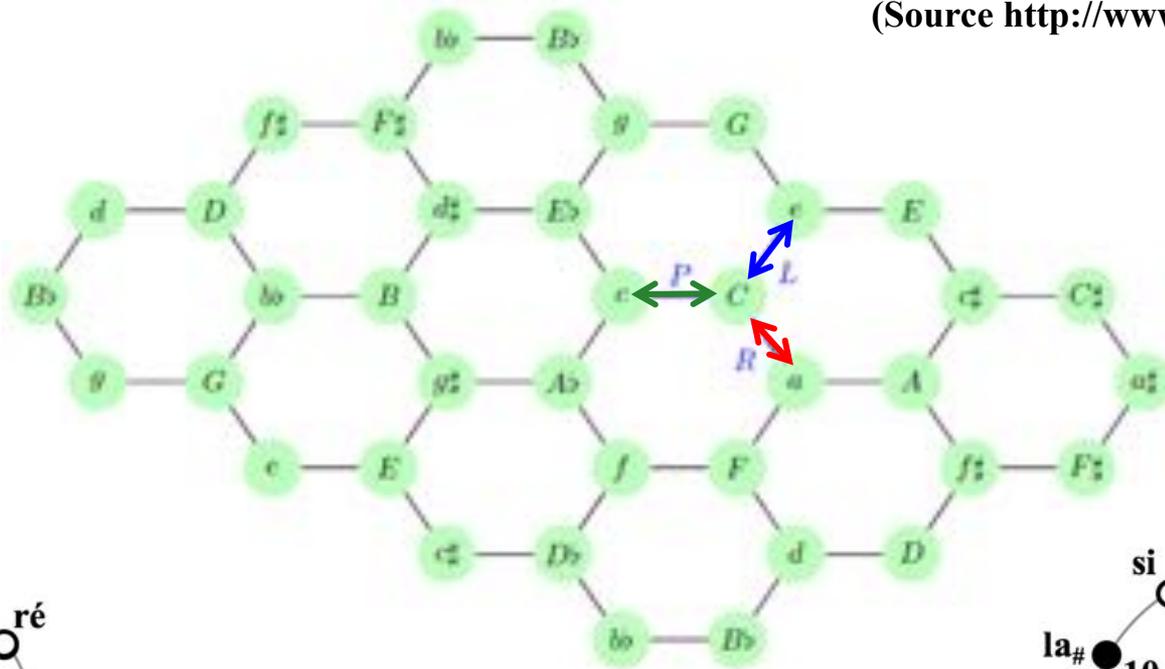
*Sotto le Stelle del Jazz*



Supervision Moreno Andreatta  
Modelisation Gilles Baroin 2016

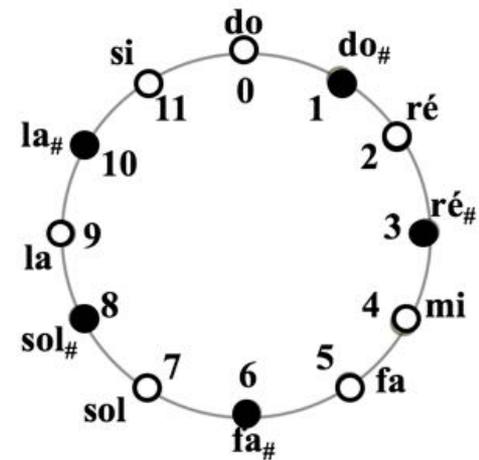


Yann Tiersen



# Comptine d'un autre été

Amelie - Large Version



Musical score for 'Comptine d'un autre été' in 4/4 time, showing a treble clef with a key signature of one sharp (F#) and a bass clef with a key signature of two sharps (F# and C#).





# Mise en évidence des symétries dans la musica pop

- Guy Capuzzo, "Neo-Riemannian Theory and the Analysis of Pop-Rock Music", Music Theory Spectrum 26(2), p. 177-199, 2004

Synthesizer

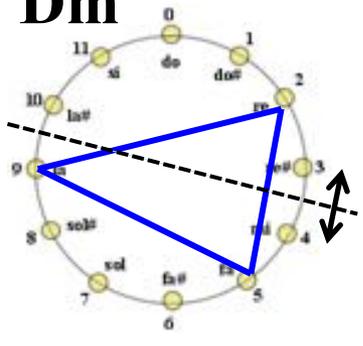
D-  $\leftrightarrow$  **RP** F-  $\leftrightarrow$  **L** Db+  $\leftrightarrow$  **RP** Bb+  $\leftrightarrow$  **L**

Séquence **RPLRPL**

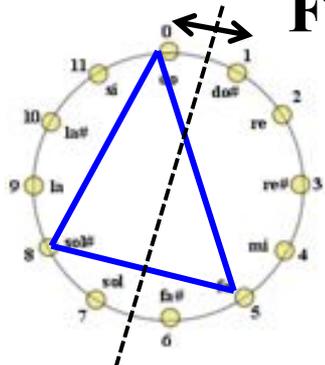


*Shake the disease* - 1985  
(Depeche Mode) – min. 2'17"

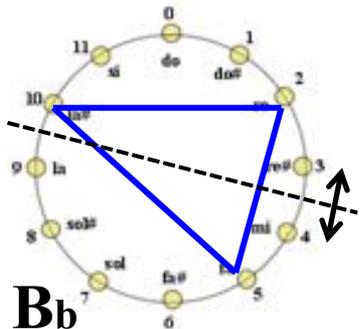
**Dm**



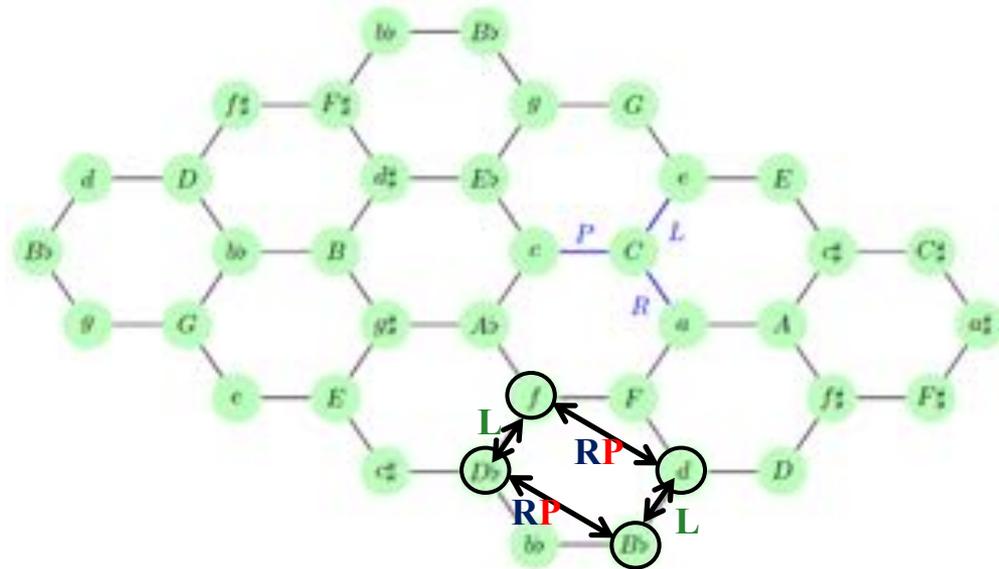
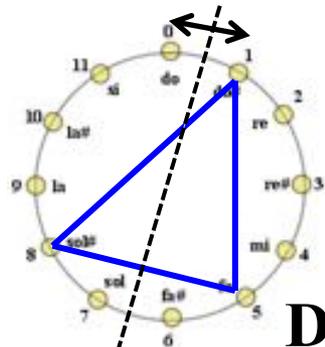
**Fm**



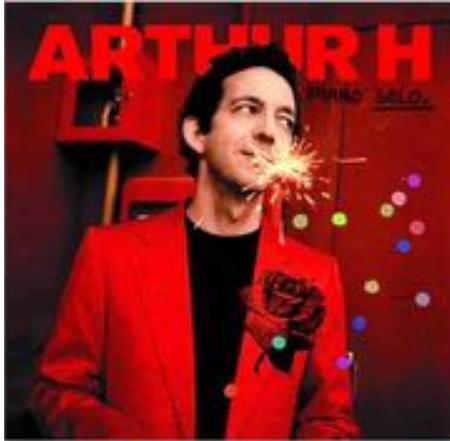
**Bb**



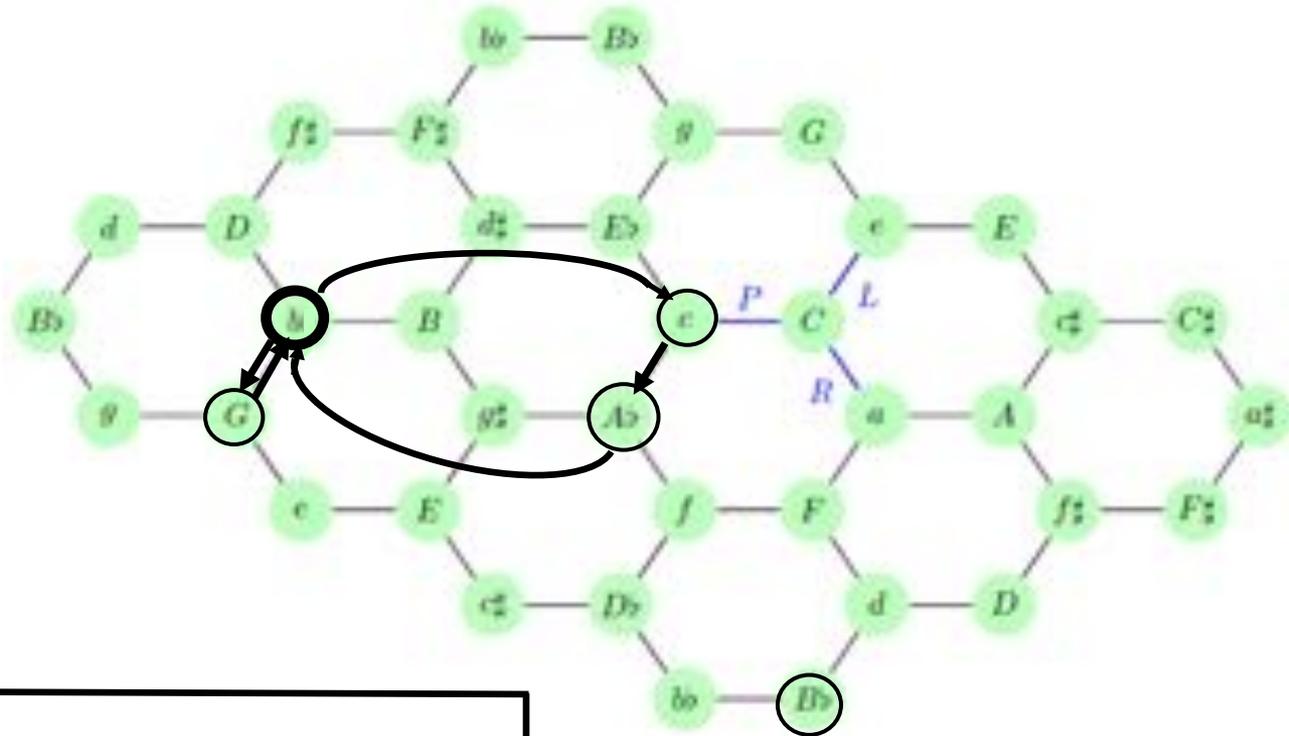
**Db**



# Parcours harmoniques chez Arthur H



Le Baron noir  
(album *Piano solo*, 2002)



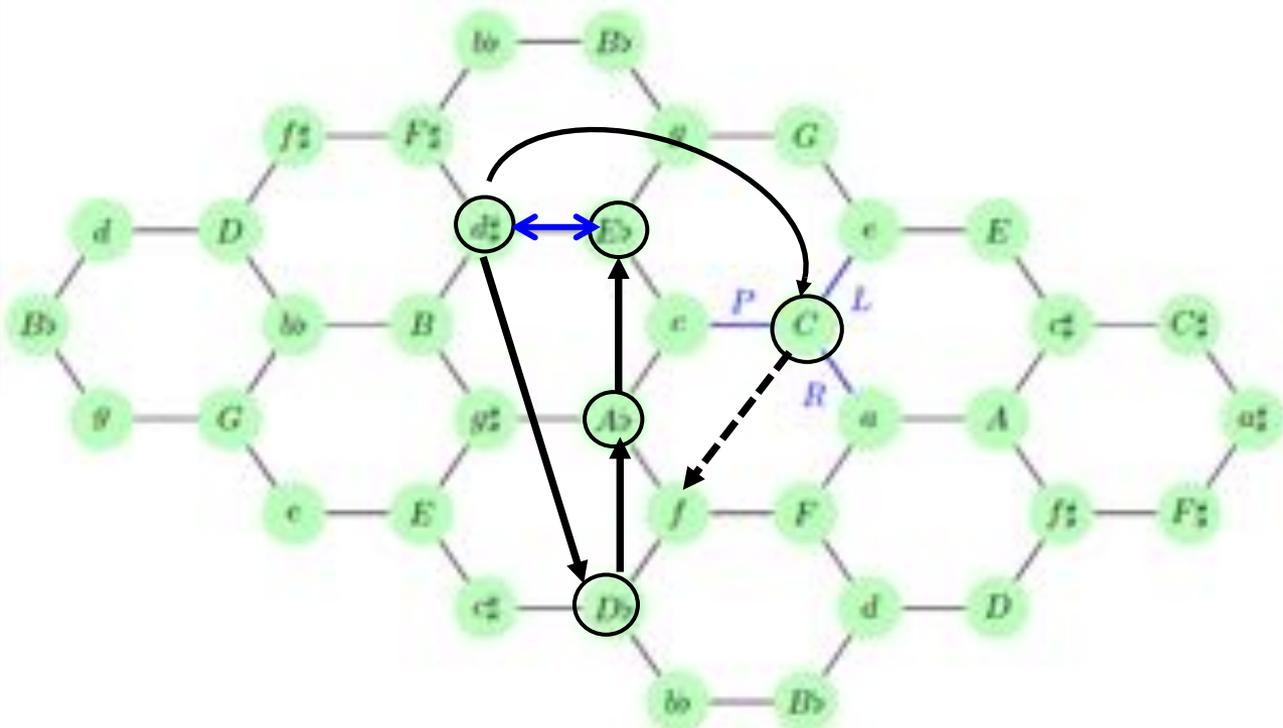
Cycle 1 :  $Bm \xrightarrow{PLPR} Cm \xrightarrow{L} Ab \xrightarrow{PRP} Bm \xrightarrow{L} G \xrightarrow{L} Bm \xrightarrow{L} G \xrightarrow{L} Bm$

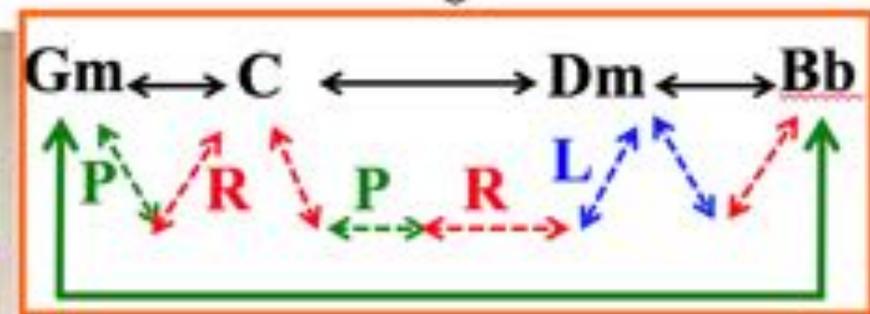
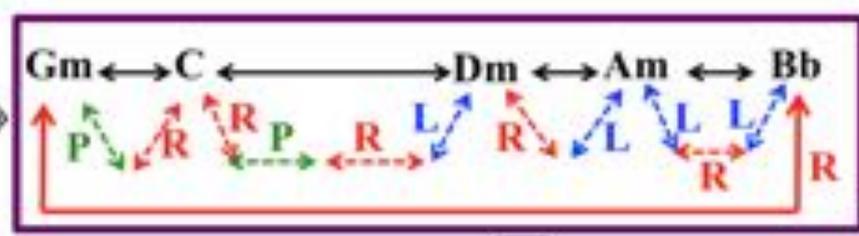
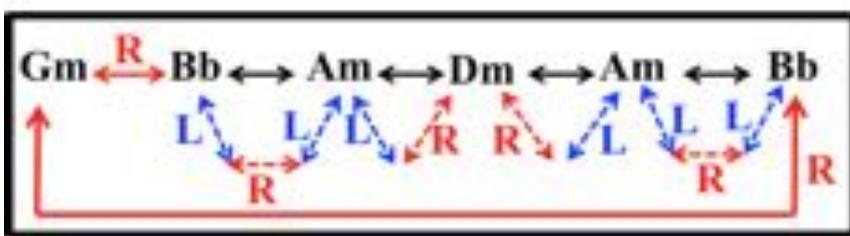


# Parcours harmoniques chez William Sheller



min. 0'33''





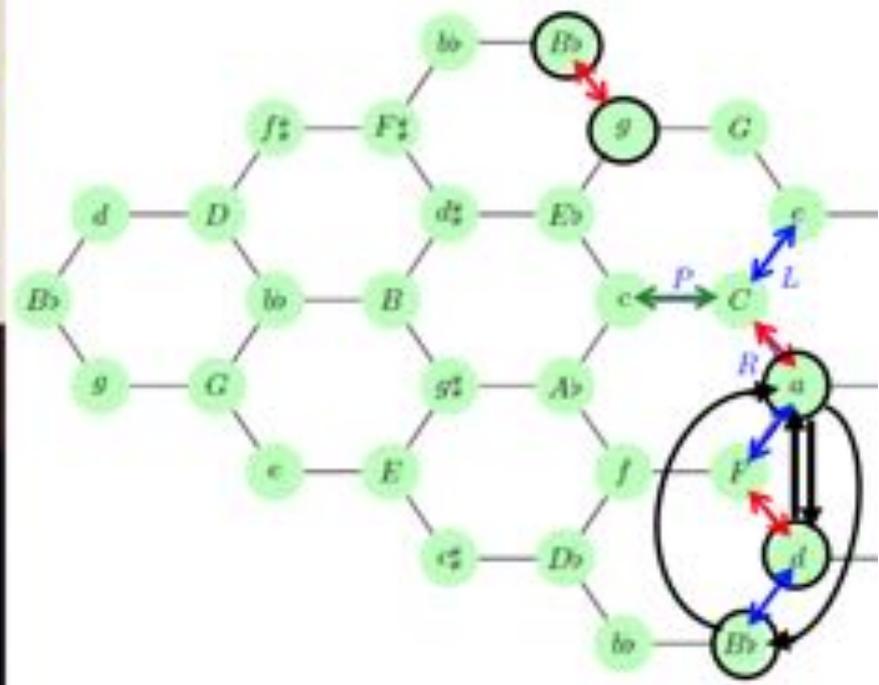
# MON APACHE

(L'Amour, l'Alcool)

Cette promesse, c'est de l'air que tu caches en attendant les apaches et leurs centaures	D'où vient la soie de ton ventre et d'où vient l'ardeur de ces beaux ilans que tu défends	les vaisseaux logés au creux de ta peau couleur d'encre	O mon moule amazone tu nous quittes et l'été se fait automne black light, white heat
O mon moule arlope dans les flancs et leurs reflets roux d'enfance dort un cyclope	Où voit les flets noirs de cendre	Une flèche en plein cœur un ciel à la dérive et je meurs de nous survivre	Une flèche en plein cœur un ciel à la dérive et je meurs de nous survivre
	un arceau sur la grille de nouveau enfin libre et je crève de nous survivre	un arceau sur la grille de nouveau enfin libre et je crève de nous survivre	un arceau sur la grille de nouveau enfin libre et je crève de nous survivre
	Cette leur plus encore tu la caches en attendant les apaches et leurs intrus.		Cette promesse c'est de l'air que tu caches en attendant les apaches
			Cette promesse c'est de l'air que tu caches moi je l'attends. Mon apache

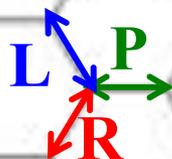
## LOVE

Julien Doré



# Un cycle et ses extensions

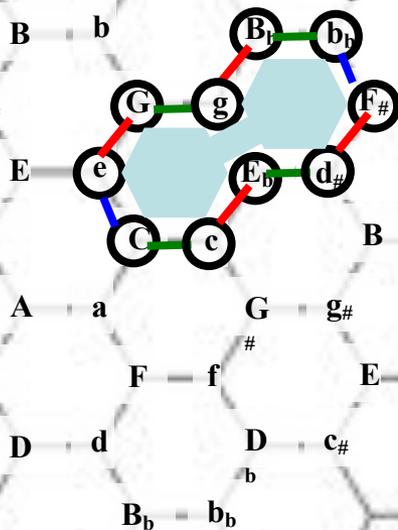
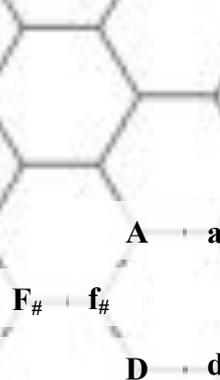
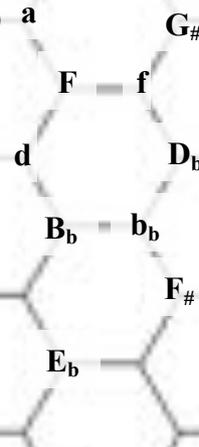
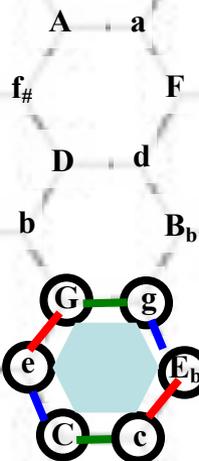
C-c-Eb-g-G-e-C → [PRLPRL]



Axe des quintes

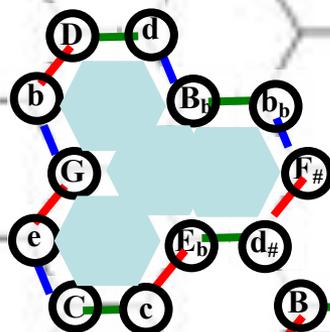


quartes

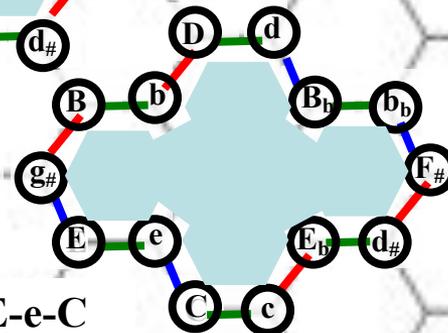


C-c-Eb-d#-F#-b<sub>b</sub>-B<sub>b</sub>-g-G-e-C  
[PRLPRLPRL]

C-c-Eb-d#-F#-b<sub>b</sub>-B<sub>b</sub>-d-D-b-G-e-C  
[PRLPRLPLPRLRL]



C-c-Eb-d#-F#-b<sub>b</sub>-B<sub>b</sub>-d-D-b-B-g#-E-e-C  
[PRLPRLPLPRLPL]

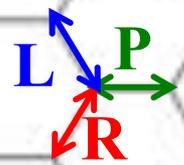


# Un cycle, ses extensions et ses modulations

C-c-Eb-g-G-e-C → [PRLPRL]

C-c-Eb-g-G-e-C  $\xrightarrow{\text{quinte}}$  G-g-Bb-d-D-b-G  
[PRLPRL]

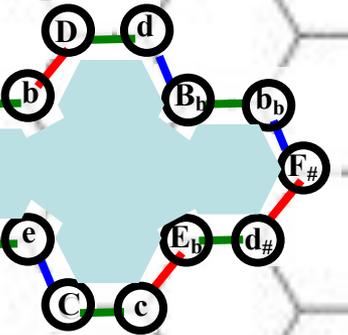
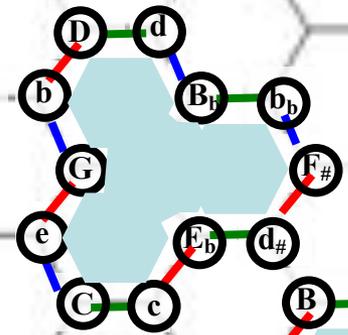
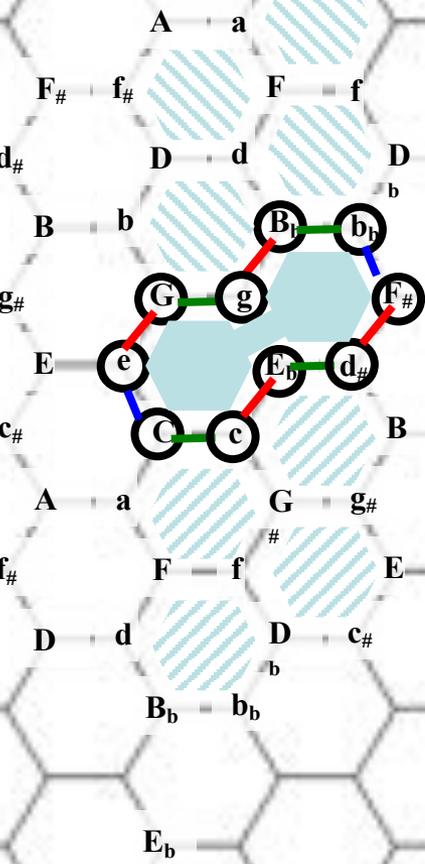
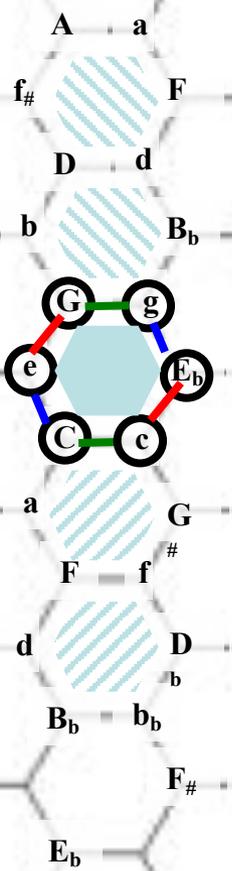
C-c-Eb-g-G-e-C  $\xrightarrow{\text{quarte}}$  F-f-G#-c-C-a-F  
[PRLPRL]



Axe des quintes



quartes



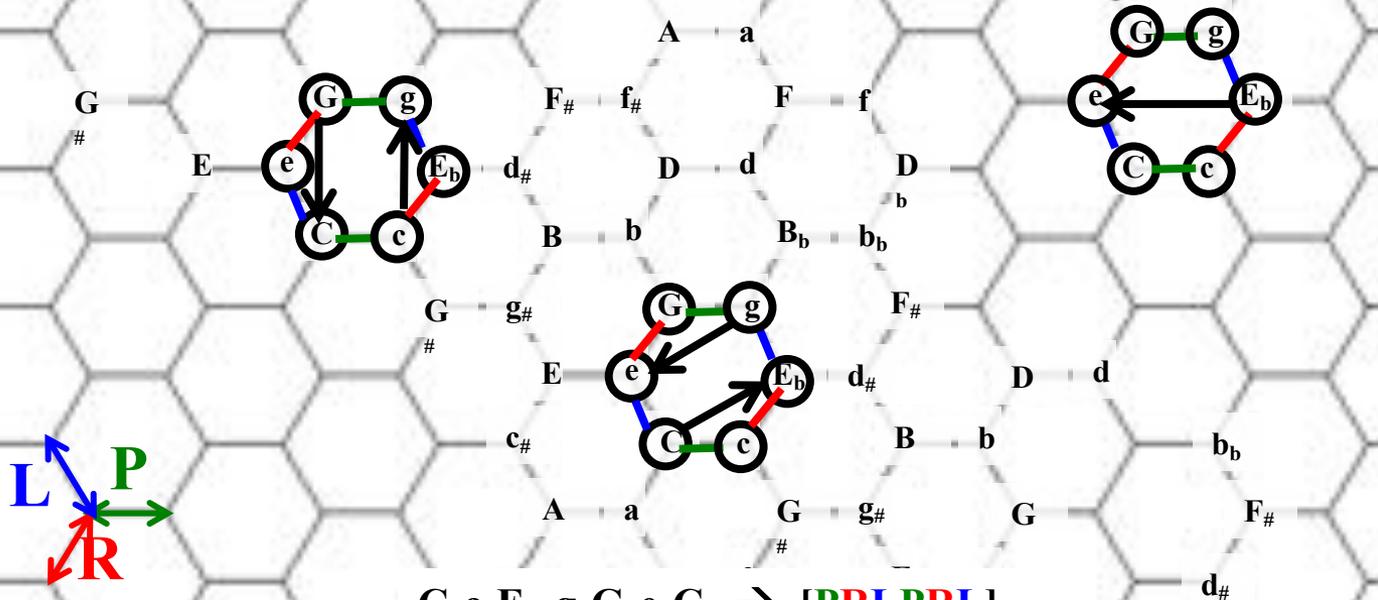
# Un cycle et ses raccourcis...

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-----g-G---C \rightarrow [P(RL)P(RL)]$

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-E_b-----e-C \rightarrow [PR(LPR)L]$



$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-----E_b-g-----e-C \rightarrow [(PR)L(PR)L]$

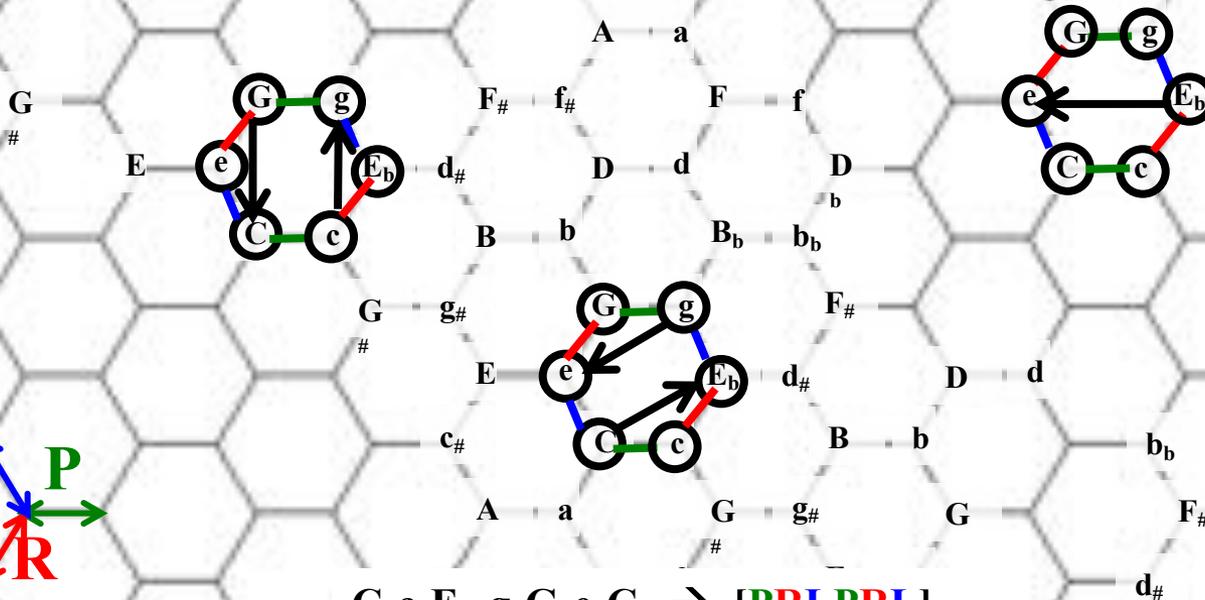
# Un cycle et ses raccourcis...

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-----g-G---C \rightarrow [P(RL)P(RL)]$

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

$C-c-E_b-----e-C \rightarrow [PR(LPR)L]$



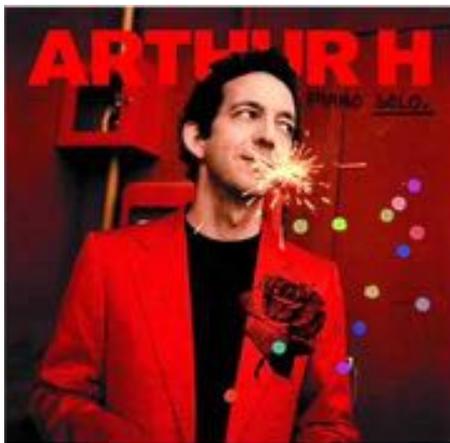
**LPR = SLIDE**

$C-c-E_b-g-G-e-C \rightarrow [PRLPRL]$

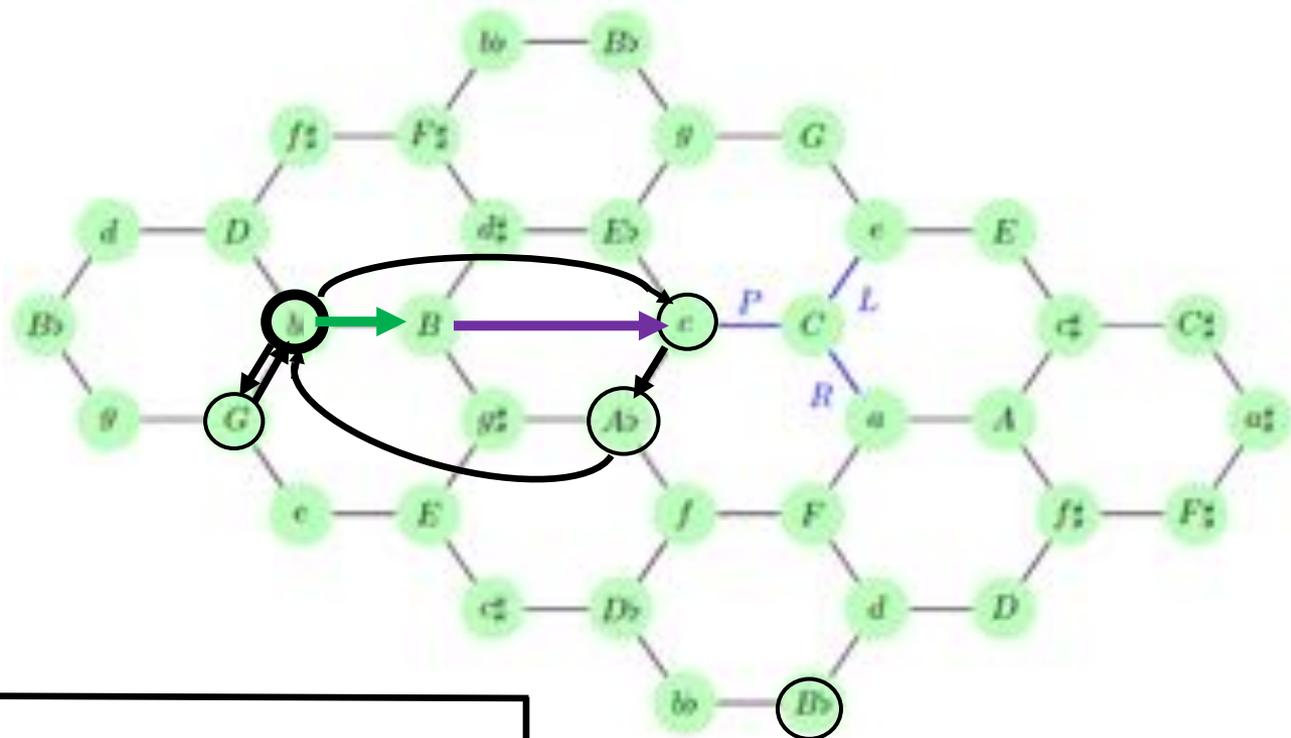
$C-----E_b-g-----e-C \rightarrow [(PR)L(PR)L]$

C

# Le SLIDE chez Arthur H



Le Baron noir  
(album *Piano solo*, 2002)

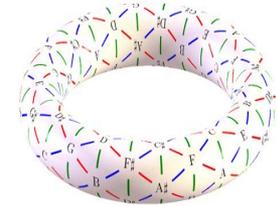
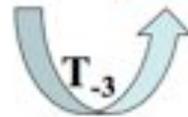
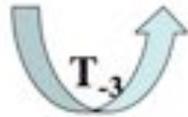
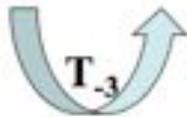
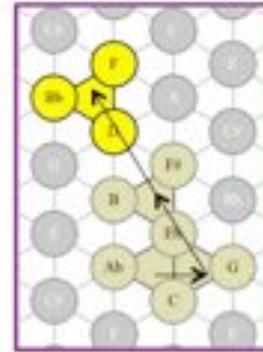
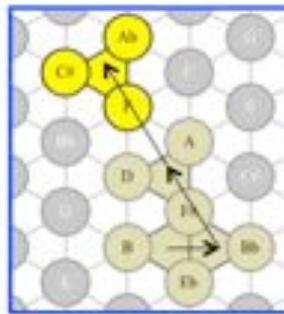
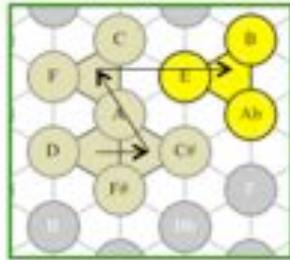
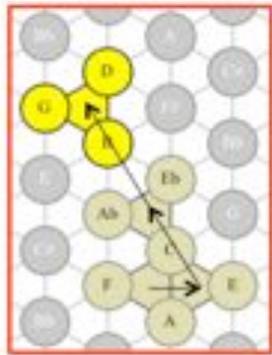


Cycle 1 :  $Bm \xrightarrow[\text{PS}]{\text{PLPR}} Cm \xrightarrow{\text{L}} Ab \xrightarrow{\text{PRP}} Bm \xrightarrow{\text{L}} G \xrightarrow{\text{L}} Bm \xrightarrow{\text{L}} G \xrightarrow{\text{L}} Bm$

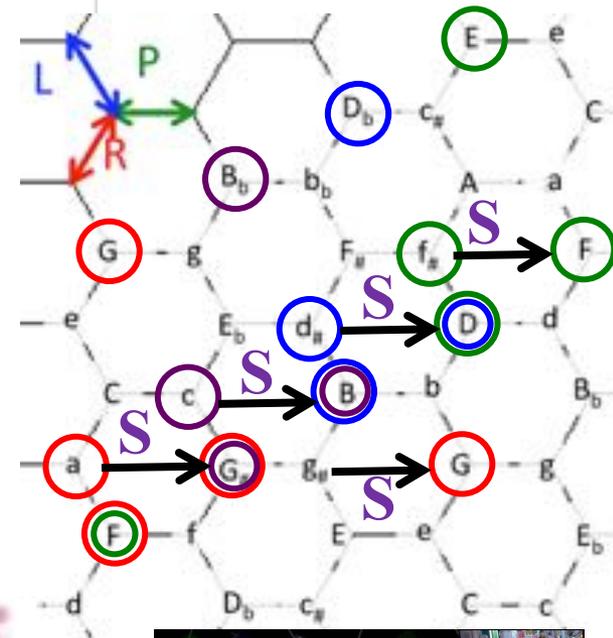


# Le SLIDE chez Zappa

Fa la<sub>m</sub> La<sub>b</sub> Sol Re fa<sub>#m</sub> Fa Mi Si la<sub>#m</sub> Re Re<sub>b</sub> La<sub>b</sub> do<sub>m</sub> Si Si<sub>b</sub>



→ Source: Wikipedia



« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)  
min. 1'44" – 2'39"



→ [www.mathemusic.net](http://www.mathemusic.net)

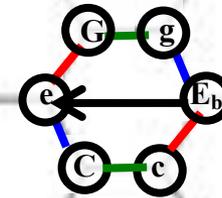
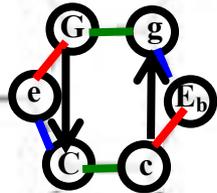
# Un cycle et ses raccourcis : SLIDE et NEBENVERWANDT

C-c-E<sub>b</sub>-g-G-e-C → [PRLPRL]

C-c-----g-G---C → [P(RL)P(RL)]

C-c-E<sub>b</sub>-g-G-e-C → [PRLPRL]

C-c-E<sub>b</sub>-----e-C → [PR(LPR)L]

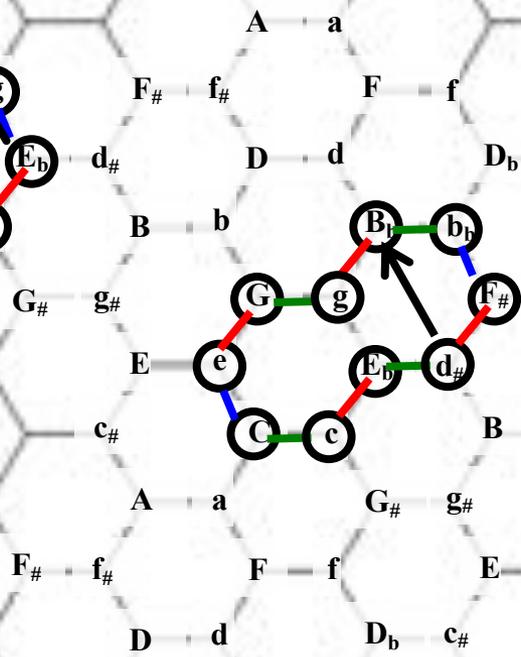
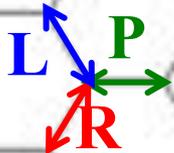


LPR = SLIDE

C-c-E<sub>b</sub>-d<sub>#</sub>-F<sub>#</sub>-b<sub>b</sub>-B<sub>b</sub>-g-G-e-C

C---E<sub>b</sub>-d<sub>#</sub>-----B<sub>b</sub>-g---e-C

RLP = NEBENVERWANDT



# Les zig-zag du *Nebenverwandt* chez Paolo Conte

## IL REGNO DEL TANGO (Paolo Conte)



Non son neanche del paese

ho una valigia di carton

sono vestito, sì in borghese,

ma dentro c'è il bandoneon...

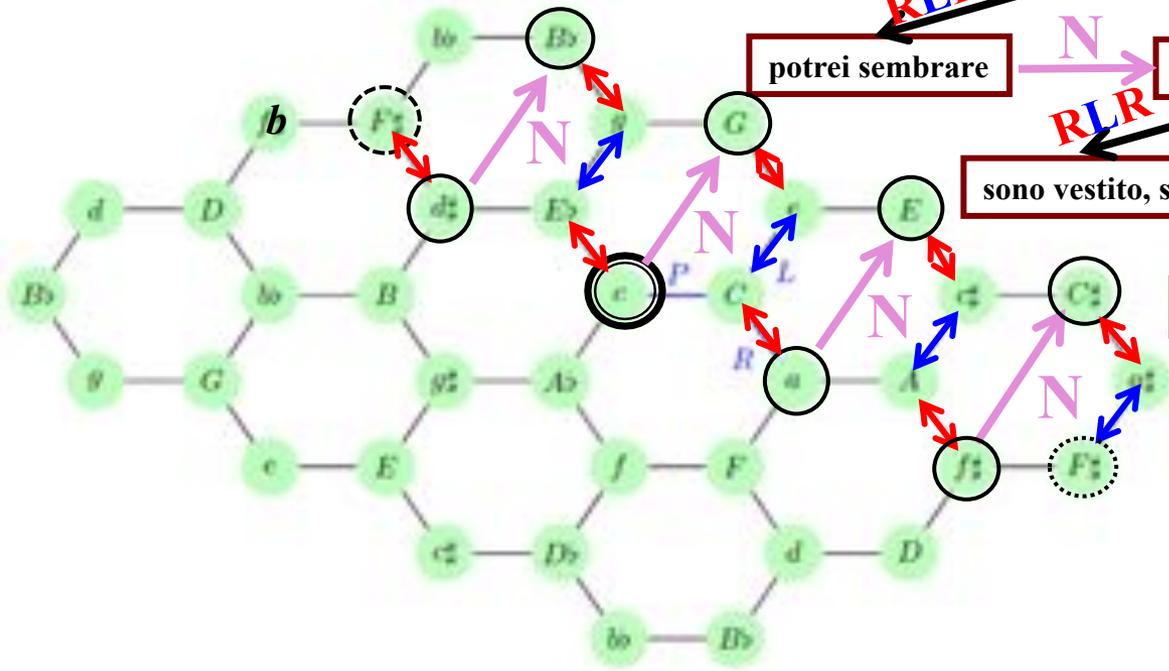
potrei sembrare in borghese,

sono vestito, sì un ragioniere,

anche un geometra potrei,

ma un tango sento io gridare

in fondo ai sentimenti miei



# Le mouvement horizontal de l'harmonie

---

## Harmonic Progressions

In Paolo Conte

*Il Regno del Tango*



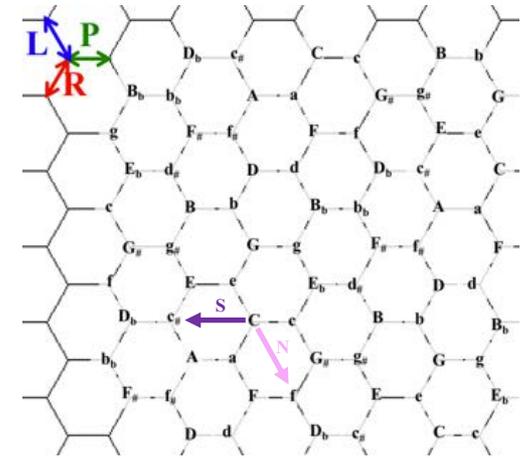
M.Andreatta G.Baroin  
www.MatheMusic.net 2016

➔ [www.mathemusic.net](http://www.mathemusic.net)

LPR = SLIDE

RLP = NEBENVERWANDT

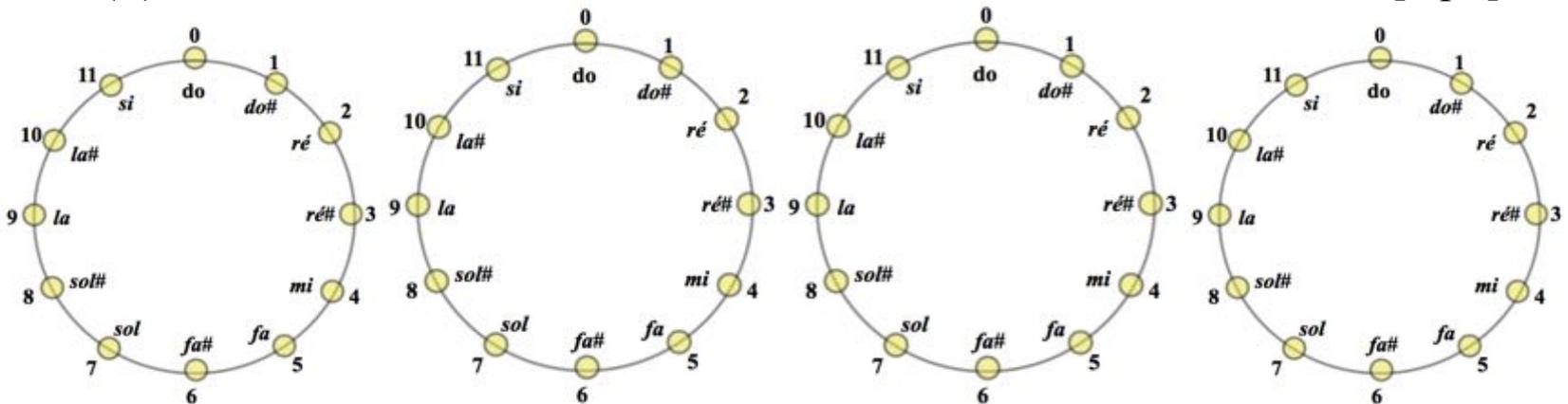
## Partiel n. 1



Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 3 :

- $R(E) = \dots\dots\dots$
- $P(f) = \dots\dots\dots$
- $S(E) = \dots\dots\dots$
- $N(E) = \dots\dots\dots$

[1 pt.]  
[1 pt.]  
[1 pt.]  
[1 pt.]



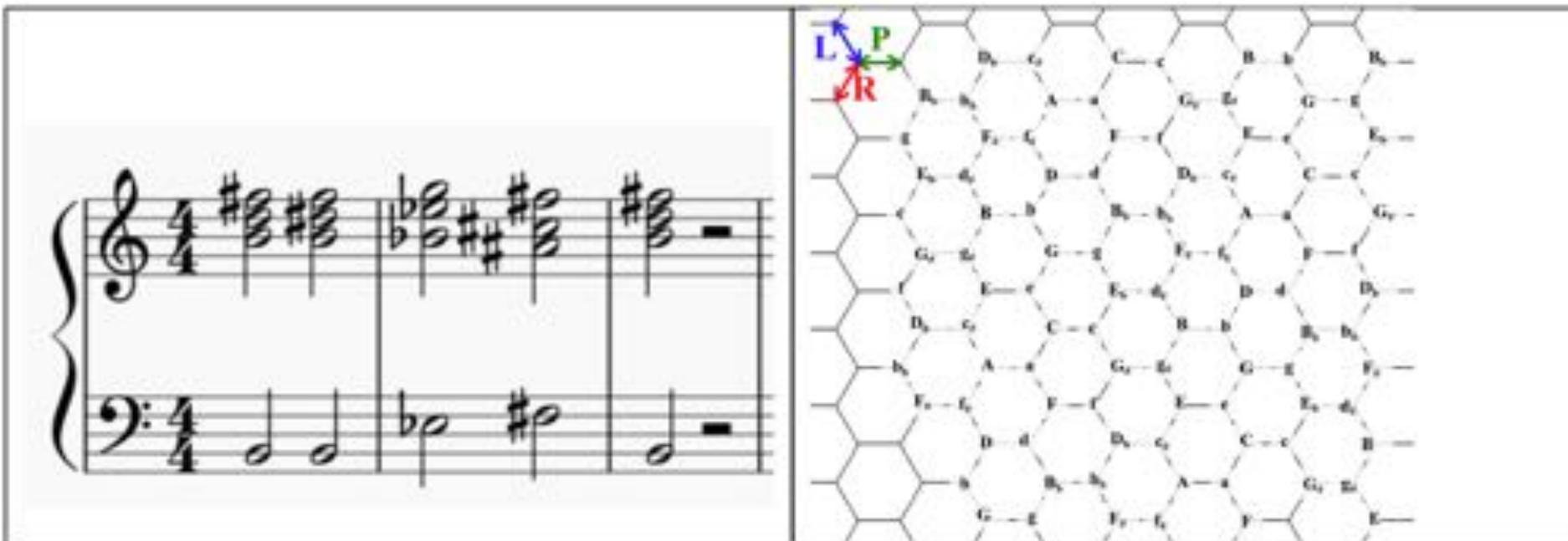
LPR = SLIDE

RLP = NEBENVERWANDT

## Partiel n. 1

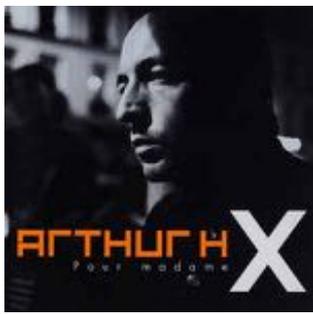
Analyse d'un court extrait de partition [8pt].

On vous propose d'analyser une des deux progressions harmoniques à la base de la chanson "Les Parures Secrètes" d'Arthur H (album *Pour Madame X*, 2000). La progression est donnée en notation musicale en Fig. 4 (partie gauche). Représenter la progression harmonique comme une trajectoire spatiale dans le *Tonnetz* des accords majeurs et mineurs en Fig 4 (à droite).



The image displays a musical score on the left and a Tonnetz diagram on the right. The musical score is in 4/4 time, featuring a treble clef with a key signature of one sharp (F#) and a bass clef with a key signature of one flat (Bb). The right-hand part consists of three chords: F#m (F#4, A4, C#5), Dm (D4, F4, A4), and F#m (F#4, A4, C#5). The left-hand part consists of three notes: D4, Bb3, and D4. The Tonnetz diagram on the right is a hexagonal lattice of notes, with the top row starting with D4, C4, B3, A3, G3, F3. A trajectory is marked with arrows: a blue arrow labeled 'L' points from D4 to C4, a green arrow labeled 'P' points from C4 to B3, and a red arrow labeled 'R' points from B3 to A3.





# Les Parures Secrètes (album *Pour Madame X*, 2000)

Analyse d'un court extrait de partition [8pt].

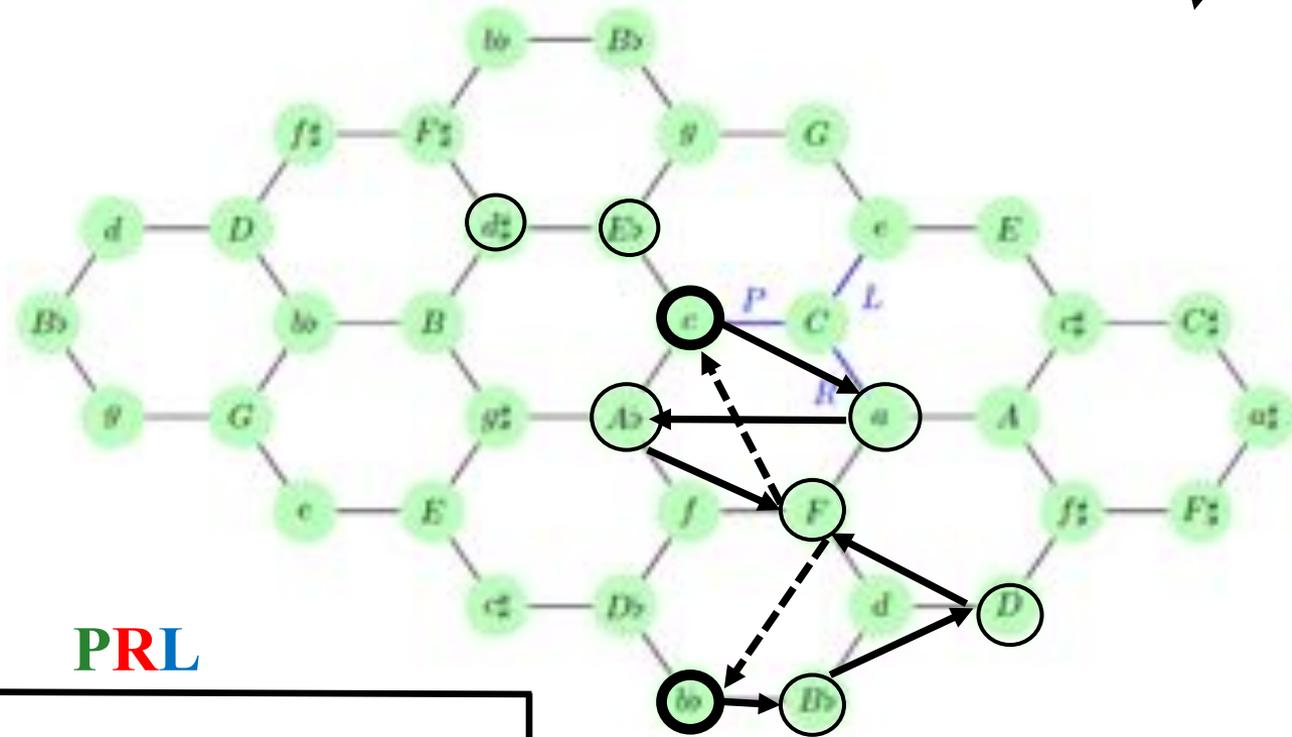
On vous propose d'analyser une des deux progressions harmoniques à la base de la chanson "Les Parures Secrètes" d'Arthur H (album *Pour Madame X*, 2000). La progression est donnée en notation musicale en Fig. 4 (partie gauche). Représenter la progression harmonique comme une trajectoire spatiale dans le *Tonnetz* des accords majeurs et mineurs en Fig 4 (à droite).

The image displays a musical score on the left and a Tonnetz diagram on the right. The musical score is in 4/4 time and features a sequence of chords: **b**, **B**, **E<sub>b</sub>**, and **F<sub>#</sub>**, which then resolves to **b**. The first chord, **b**, is circled in black. Above the score, the text "Nebenverwandt" is written. The Tonnetz diagram on the right is a hexagonal lattice of notes. A path is marked with arrows: a blue arrow labeled 'L' points from **B** to **b**, a green arrow labeled 'P' points from **B** to **E<sub>b</sub>**, and a red arrow labeled 'R' points from **B** to **F<sub>#</sub>**. A path from **F<sub>#</sub>** to **b** is also shown with arrows labeled 'PR', 'PLR', and 'P'.

# Parcours harmoniques chez Arthur H



Les Parures Secrètes  
(album *Pour Madame X*, 2000)



PRL

Cycle 1 : Cm  $\xrightarrow{\text{PR}}$  Am  $\xrightarrow{\text{LPR}}$  Ab  $\xrightarrow{\text{RP}}$  F

Cycle 1 : Bbm  $\xrightarrow{\text{P}}$  Bb  $\xrightarrow{\text{LP}}$  D  $\xrightarrow{\text{PR}}$  F

PLR=N

Rappelons que les notes d'une octave sont indiquées avec les nombres entre 0 (= do) et 11 (= si) tandis que les accords sont indiqués avec la notation anglo-saxonne, à savoir C pour l'accord de do majeur, C# pour l'accord de do# majeur etc. jusqu'à B pour celui de si majeur (respectivement c ou Cm pour l'accord de do mineur, c# ou C#m pour l'accord de do# mineur et ainsi de suite).

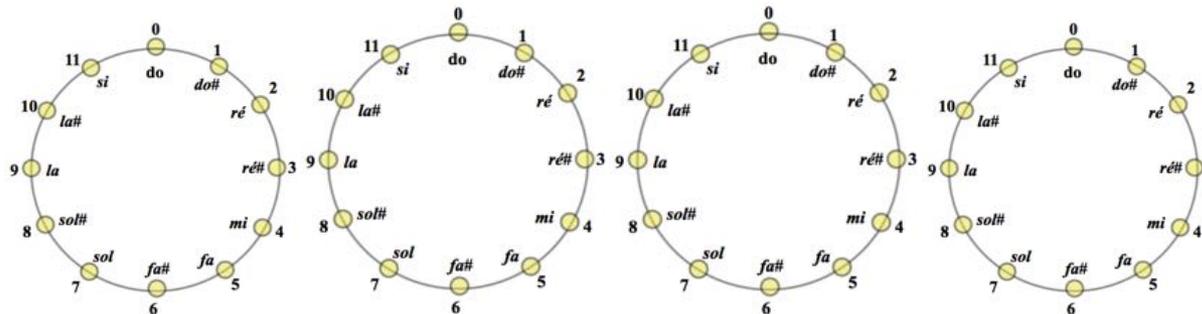
**1.1) Première opération de base : la transposition**

Rappelons que *transposer* une note  $x$  de  $k$  demi-tons correspond à appliquer la transformation  $T_k$  à la note  $x$  en lui additionnant la valeur  $k$  et en réduisant le résultat "modulo 12" (c'est-à-dire à l'intérieur d'une octave). Par exemple la transposition à la tierce majeure d'une note  $x$  correspond à la transformation  $T_4(x)=x+4$ . En prenant à la place de  $x$  la note ré on obtient ainsi  $T_4(2)=2+4=6$ , ce qui signifie qu'en transposant d'une tierce majeure la note ré on obtient la note fa#. Rappelons également qu'étant donné un accord  $X=\{x, y, z\}$ , le transposer de  $k$  demi-tons correspond à transposer de  $k$  demi-tons chaque note de l'accord. Par exemple, dans le cas de l'accord D de ré majeur, on obtient que sa transposition à la tierce majeure correspond à F#, à savoir à l'accord de fa# majeur. En effet :

$$T_4(D) = T_4(\{2, 6, 9\}) = \{2+4, 6+4, 9+4\} = \{6, 10, 13\} \text{ modulo } 12 = \{6, 10, 1\} = \{1, 6, 10\} = F\#.$$

Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 1 :

- $T_3(G) = T_3(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$
- $T_4(G) = T_4(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$



## 1.2) Une deuxième opération de base : l'inversion

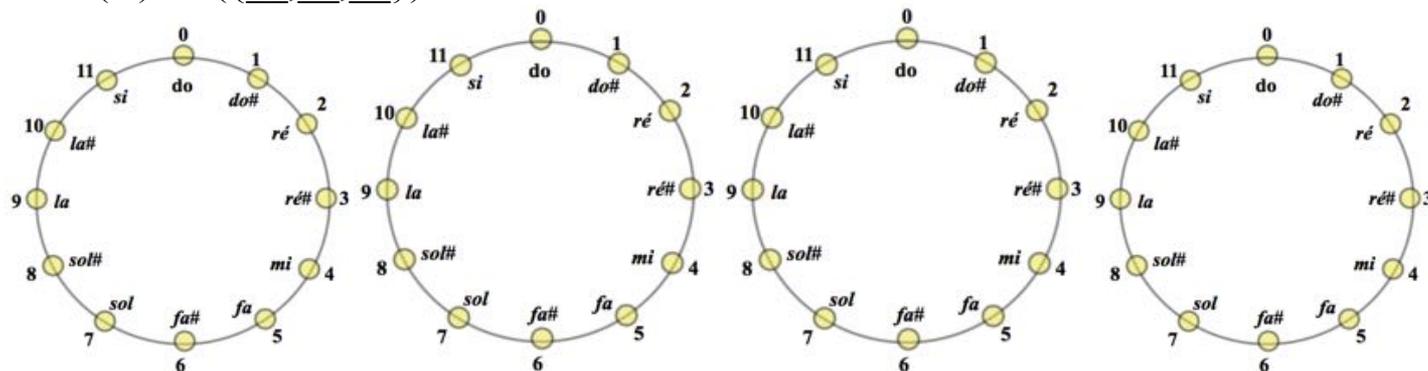
Rappelons qu'*inverser* une note  $x$  par rapport à l'axe de symétrie  $I_k$  correspond à transformer la note  $x$  en  $-x$  et ensuite la transposer de  $k$  demi-tons, toujours en réduisant le résultat "modulo 12" (c'est-à-dire à l'intérieur d'une octave). Cela correspond à la transformation  $I_k(x) = k - x$ . Par exemple l'inversion  $I_1$  de la note *do* correspond à la note *do#* car en appliquant la formule précédente  $I_1(x) = 1 - x$  en correspondance de la note  $x=0$  on obtient  $I_1(0) = 1 - 0 = 1$ . En particulier, pour  $k=0$  on retrouve l'inversion par rapport au diamètre principal passant les notes *do* et *fa#* et le fait que  $I_0(0) = 0$  et que  $I_0(6) = -6 = 6$  signifie précisément que cette symétrie axiale ne change pas les deux notes *do* et *fa#*. Cette définition de symétrie, indiquée en général avec la notation  $I_k$ , se généralise au cas d'un accord  $X = \{x, y, z\}$  en transformant chaque note de l'accord via la même inversion  $I_k$ . Par exemple, en prenant l'accord d de *ré* majeur, on obtient :

$$I_1(d) = I_1(\{2, 5, 9\}) = \{1-2, 1-5, 1-9\} = \{-1, -4, -8\} \text{ modulo } 12 = \{11, 8, 4\} = \{4, 8, 11\} = E$$

ce qui signifie que l'accord de *ré* mineur est inversé dans l'accord de *mi* majeur via l'inversion  $I_1$ .

Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 2 :

- $I_3(G) = I_3(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$
- $I_4(G) = I_4(\{\_, \_, \_ \}) = \dots\dots\dots$



### 1.3) Les trois transformations néo-riemanniennes R, P, L et leur composition

Rappelons que les trois transformations néo-riemanniennes R (comme "relatif"), P (comme "parallèle") et L (comme "*leading tone*") sont les trois symétries principales du Tonnetz. Elles s'appliquent uniquement à des accords majeurs ou à des accords mineurs et sont définies de la façon suivante :

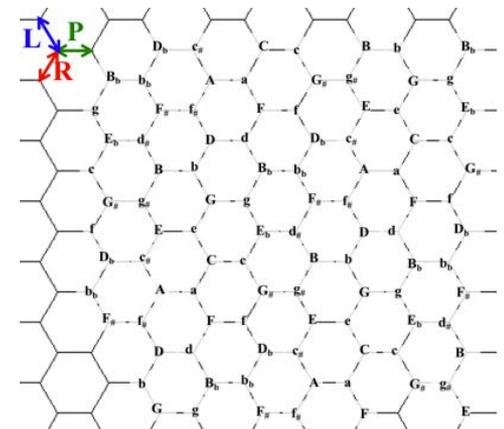
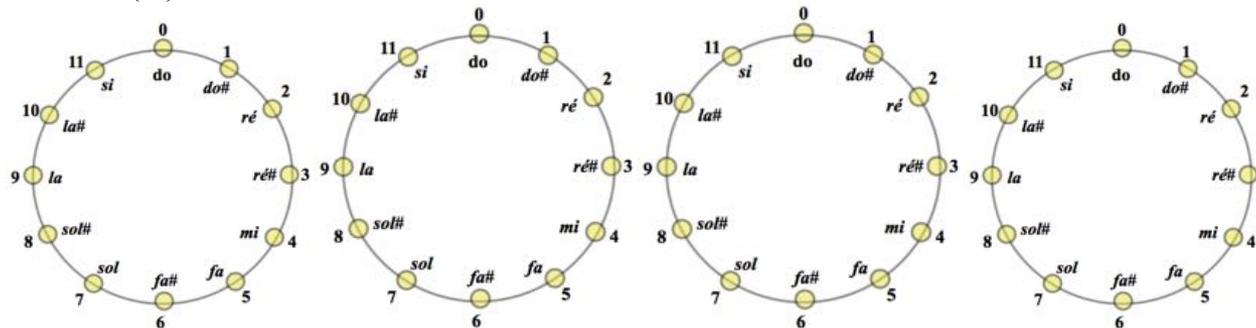
$$R(C)=a \quad P(C)=c \quad L(C)=e$$

ce qui signifie que l'accord de *do majeur* est transformé respectivement en *la mineur* (via le relatif R), en *do mineur* (via le parallèle P) et en *mi mineur* (via l'opérateur de sensible ou leading-tone L).

Ces opérateurs se composent entre eux en donnant lieu à d'autres transformations musicales, telles le SLIDE (indiqué par S), le *Nebenverwandt* (indiqué par N) ou d'autres qui n'ont pas encore obtenu une appellation officielle. C'est le cas, par exemple, de la transformation PRL qui applique à un accord donné tout d'abord l'opération P, ensuite R et finalement L. Par exemple l'accord de C est transformé en Cm via l'application P, ensuite l'accord de Cm est transformé en E<sub>b</sub> via l'application R et, finalement, le E<sub>b</sub> est transformé en Gm via l'application L. On écrira donc PRL(C)=g.

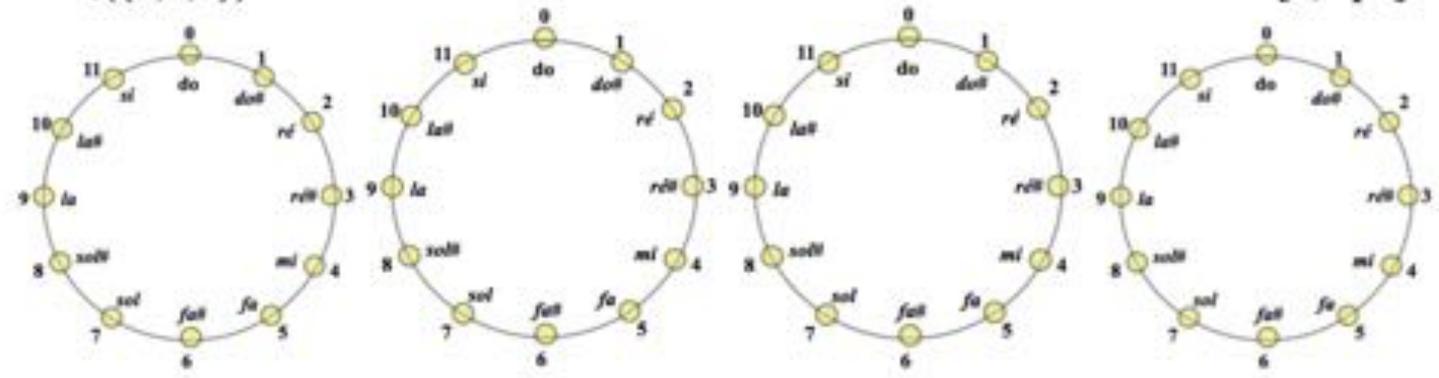
Calculer les transformations suivantes et dire à quoi elles correspondent musicalement en les représentant également à l'aide des représentations circulaires en Fig. 3 :

- R(G)= .....
- P(G) = .....
- L(G) = .....
- PRL(G) = .....



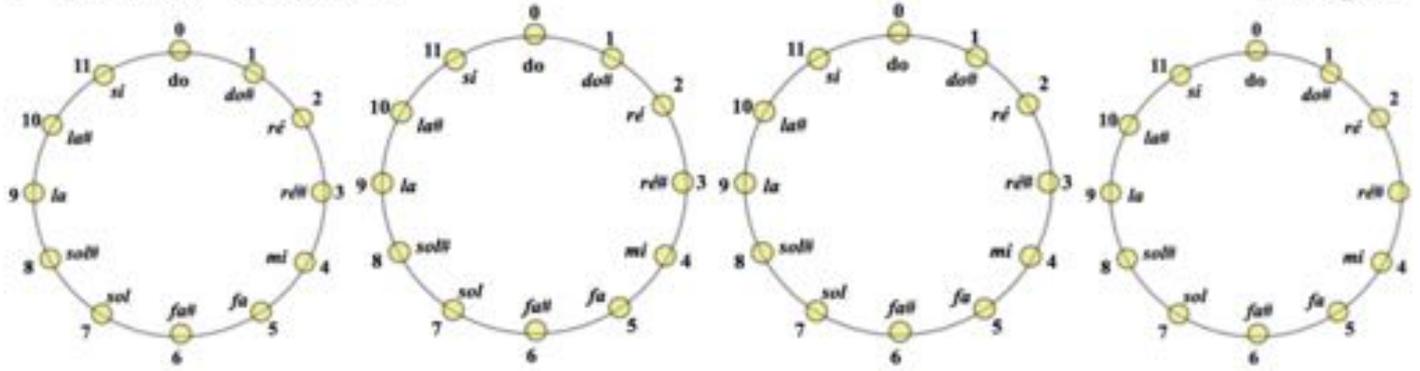
**1.) Premières opérations de base : la transposition et l'inversion [6pt]**

- $T_9(\{0,3,7\}) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]
- $T_1(\{1,6,9\}) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]
- $I_9(\{0,4,9\}) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]
- $I_0(\{0,5,9\}) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]



**2.) Les trois transformations néo-riemanniennes R, P, L et leur composition [6pt]**

- $PR(c) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]
- $S(a) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]
- $L(a) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]
- $RP(Ab) = \dots\dots\dots$  [1,5 pt.]





# Composer et analyser la musique avec *Hexachord*...

The screenshot displays the Hexachord software interface, which is used for composing and analyzing music. The interface is divided into several panels:

- File Viewer:** Shows a 3D visualization of a complex geometric shape, likely a hexachord.
- Complexity Control:** Displays a grid of circles representing different musical complexes. A path is highlighted, starting from a central point and moving through various complexes, ending at a specific complex labeled  $K(3,4,5)$ .
- Control Panel:** Contains various settings and controls for the software, including:
  - Tempo:** A slider set to 20, with Play and Stop buttons.
  - Complexes:** Chromatic complexes set to  $K(2,3,7)$  and Heptatonic complexes set to CM.
  - Vertical compactness:** compactness dimension set to 2, complexes dimension set to 2.
  - Path Transformation:** Origin complex set to  $K(3,4,5)$  and Destination complex set to  $K(3,4,5)$ .
- Chart:** A bar chart titled "2-compactness" comparing the 2-compactness of various complexes. The y-axis is labeled "2-compactness" and the x-axis lists complexes:  $K(1,1,0)$ ,  $K(1,2,0)$ ,  $K(1,3,0)$ ,  $K(1,4,7)$ ,  $K(1,5,0)$ ,  $K(2,2,0)$ ,  $K(2,3,7)$ ,  $K(2,4,0)$ ,  $K(2,5,0)$ ,  $K(3,3,0)$ ,  $K(3,4,5)$ , and  $K(4,4,0)$ . The  $K(3,4,5)$  complex has the highest 2-compactness value.
- Chart:** A bar chart titled "2-compactness : bwv0281" showing the 2-compactness of the complex  $K(3,4,5)$  over time. The y-axis is labeled "Complex compactness" and the x-axis is labeled "time".

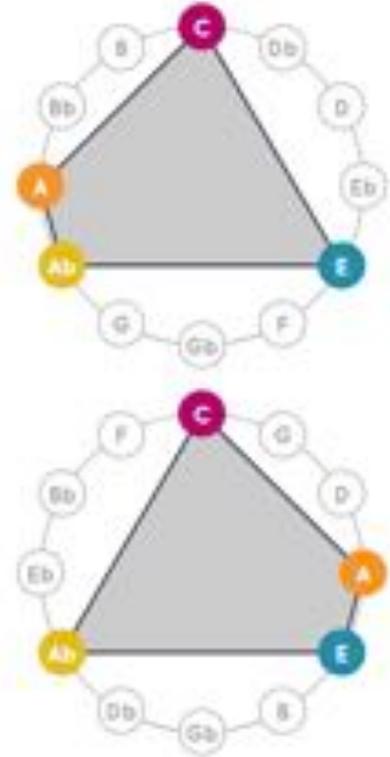
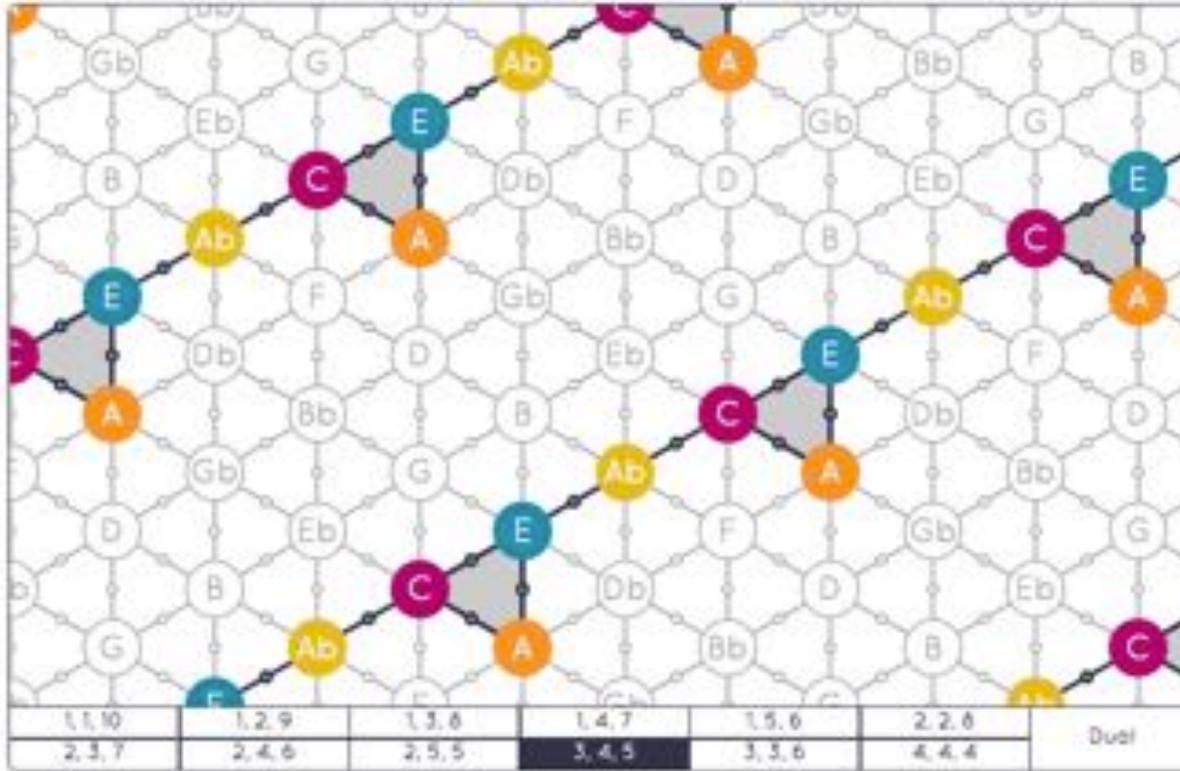


Louis Bigo

➔ <http://www.lacl.fr/~lbigo/hexachord>

# ...ou avec *WebHexachord*

## THE TONNETZ ONE KEY - MANY REPRESENTATIONS



➔ <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/>