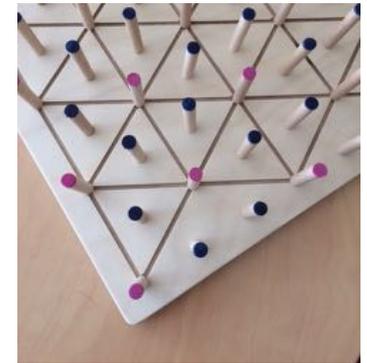


# Peut-on faire des maths à partir de la musique et vice-versa ?



Rencontres inter-académies  
Besançon via Zoom

26 novembre 2020



Moreno Andreatta

IRMA/CNRS, Université de Strasbourg & Ircam, Sorbonne

Projet ProAppMaMu

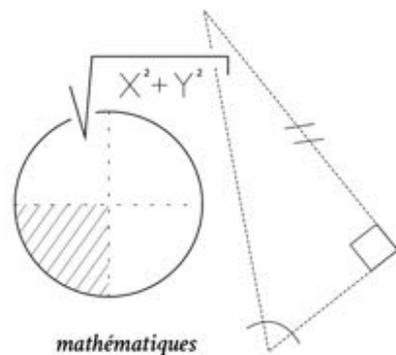
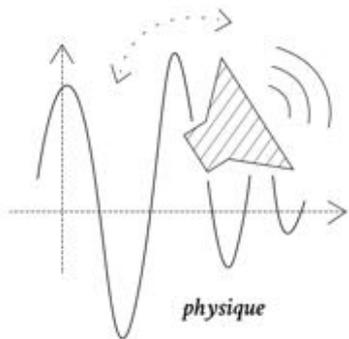
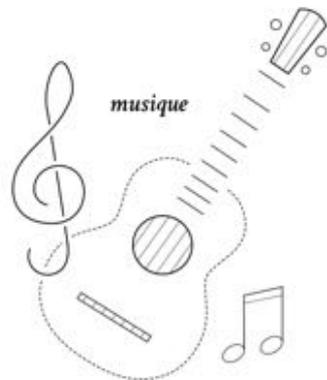
(en collaboration avec Marie Marty, Ecole Estienne de Paris)

A black and white photograph of a classroom. In the foreground, rows of empty wooden desks and chairs are visible. In the background, a teacher stands on the right, gesturing towards a large poster on the wall. The poster has a black background with colorful, abstract geometric shapes and lines in shades of cyan, magenta, and orange. The text on the poster is in white, bold, sans-serif capital letters.

**MATHÉMATIQUES,  
DESSINEZ-MOI  
LA MUSIQUE**

Moreno Andreatta et Marie Marty  
Atelier pédagogique

# La musique entre les maths, la physique et l'info

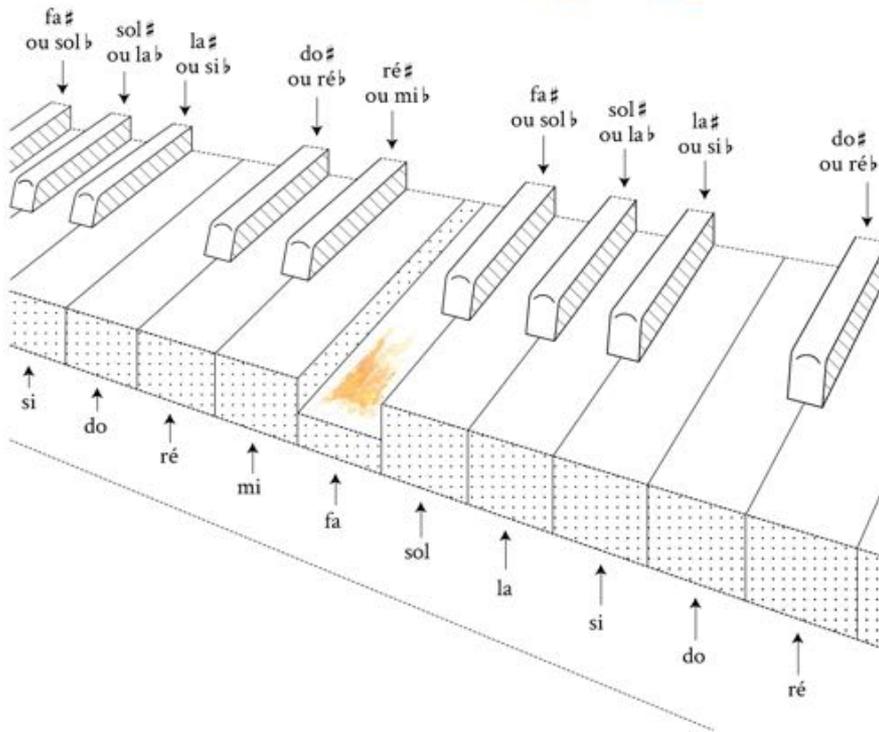


## « Mathémusique » dans le programme de l'Education Nationale (enseignement scientifique, 1<sup>ère</sup> générale)

L'être humain perçoit le monde à l'aide de **signaux** dont certains sont de nature sonore. De l'Antiquité jusqu'à nos jours, il a combiné les sons de manière harmonieuse pour en faire un art, la musique, qui entretient des liens privilégiés avec **les mathématiques**. **L'informatique** permet aujourd'hui de numériser les sons et la musique. La compréhension des mécanismes auditifs s'inscrit dans une perspective d'éducation à la santé.

# Petit lexique de concepts musicaux

## NOTE



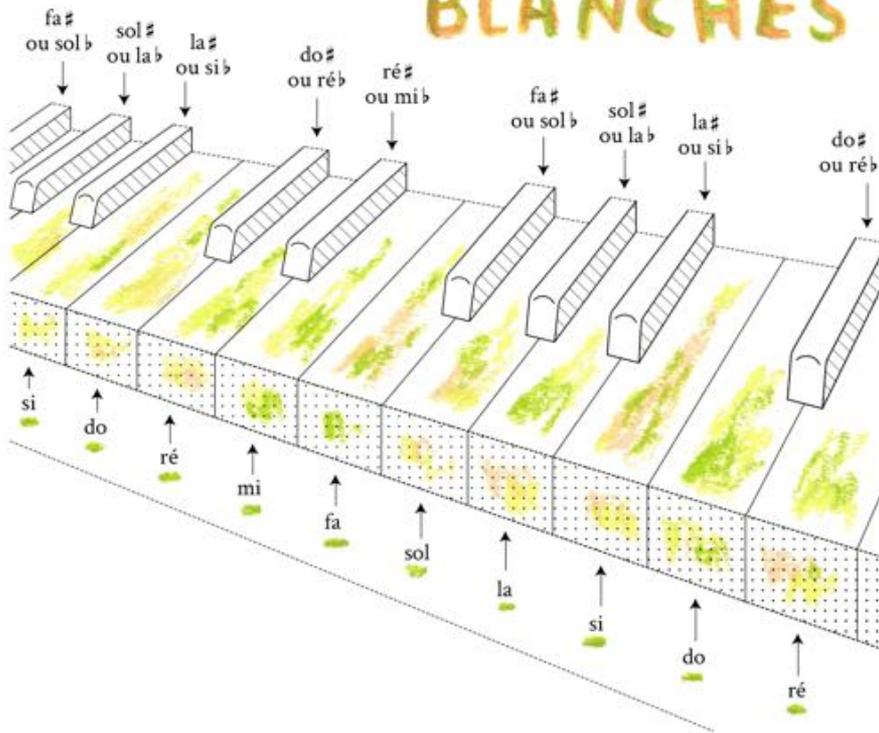
## La note

En musique, une note désigne soit un **symbole** permettant de représenter la **hauteur** et la **durée** relative d'un son, soit la hauteur elle-même d'un son.

(<https://www.lire-les-notes.com/>)

# Petit lexique de concepts musicaux

## TOUCHES BLANCHES

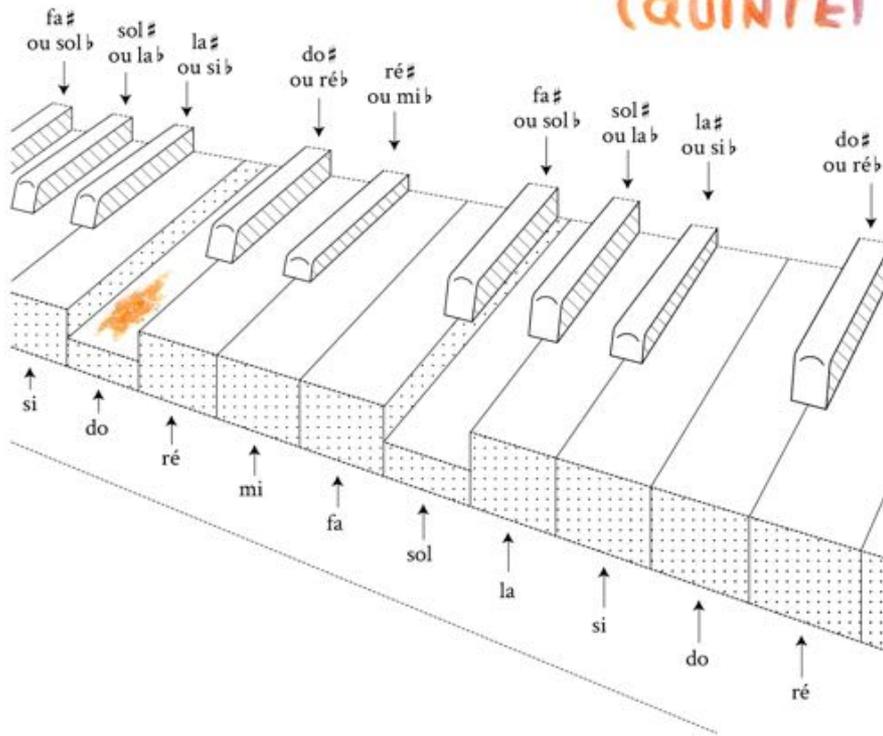


## Touches blanches et noires

Le piano est constitué de deux ensembles de notes, à savoir l'ensemble des **touches blanches** et l'ensemble des **touches noires**. Ces deux ensembles sont **disjoints**. Que-ce que cela veut dire ?

# Petit lexique de concepts musicaux

## INTERVALLE (QUINTE)

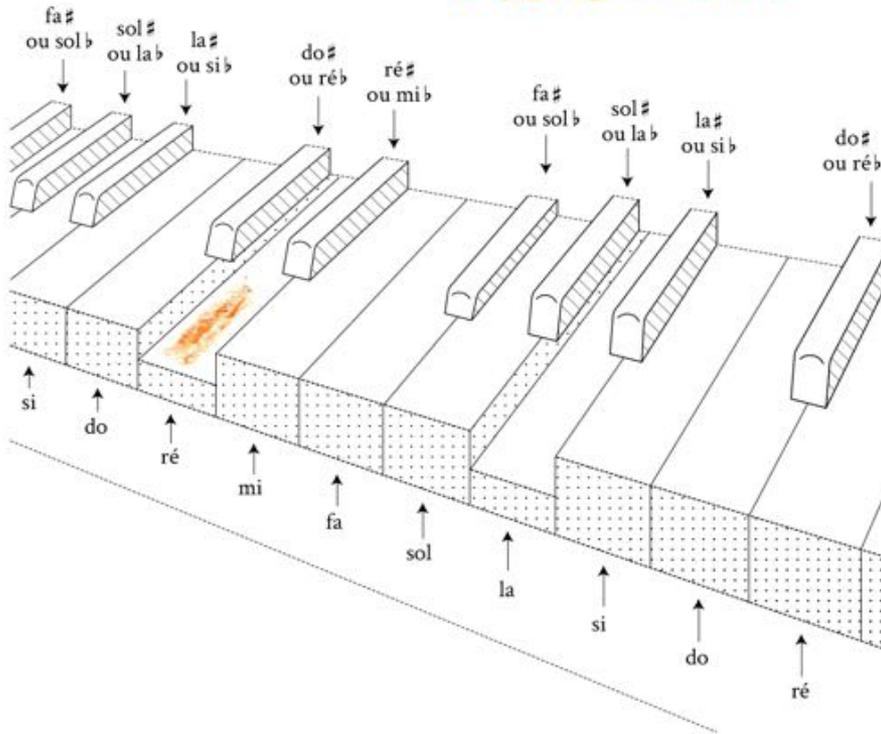


## L'intervalle

Un intervalle est une **distance** entre les notes d'une gamme. Par exemple la **quinte** est l'intervalle qui correspond à une distance de 5 pas sur les touches blanches du piano (ou 7 demi-tons si l'on considère aussi les touches noires).

# Petit lexique de concepts musicaux

## ACCORD

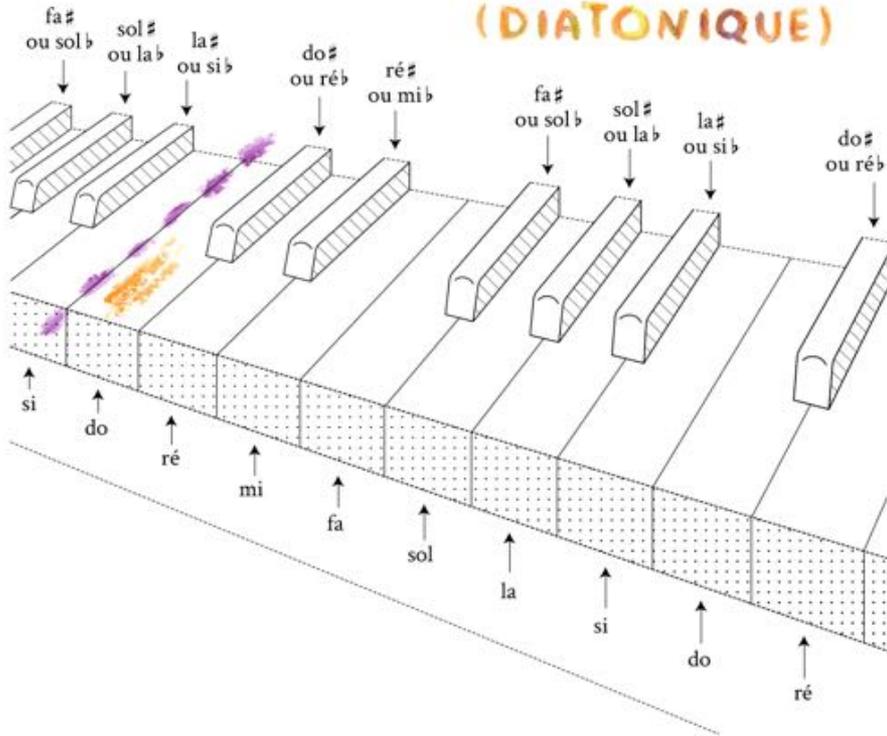


## L'accord

Un accord est une **superposition** de plusieurs notes. Par exemple les trois notes en figure constituent l'accord de **ré majeur**.

# Petit lexique de concepts musicaux

## GAMME (DIATONIQUE)

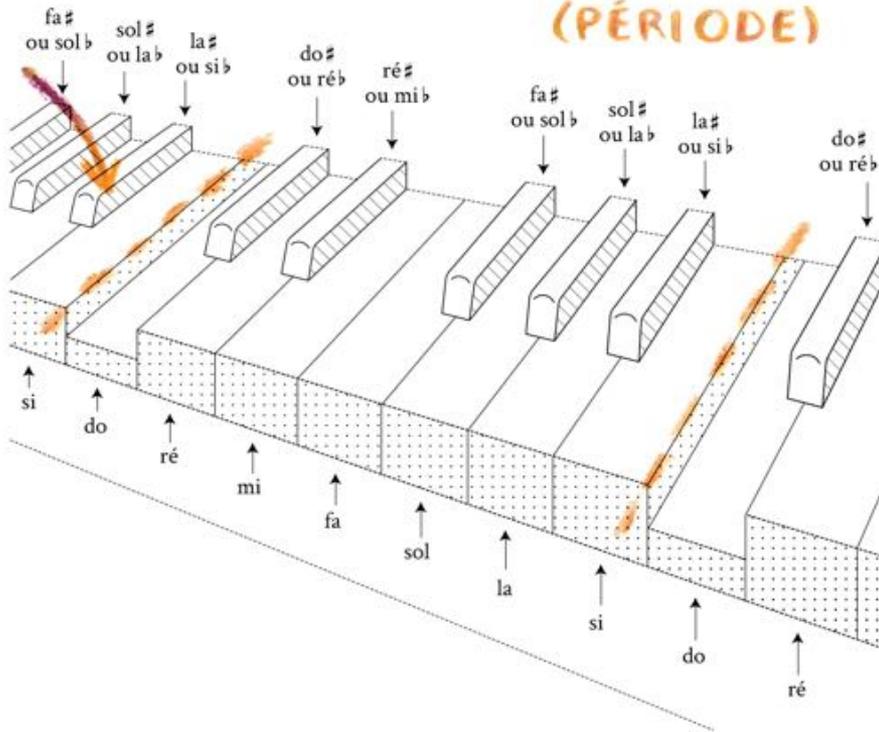


## La gamme

Une gamme est une succession ordonnée de notes de musique. Par exemple les touches blanches constituent la **gamme diatonique** et les touches noires forment la **gamme pentatonique**.

# Petit lexique de concepts musicaux

## OCTAVE (PÉRIODE)

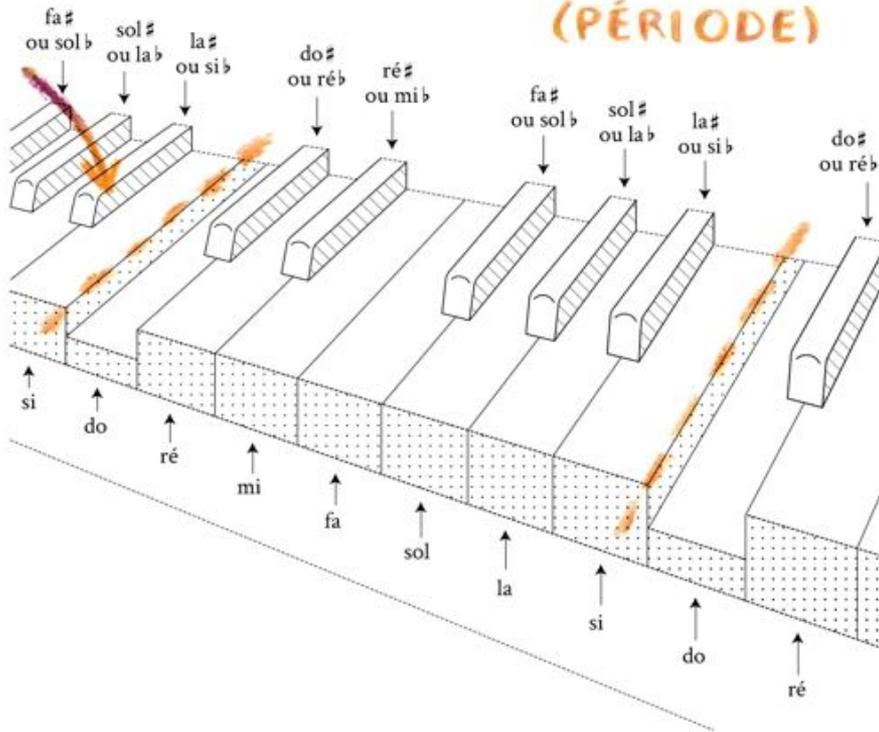


## L'octave

L'octave est l'**intervalle** entre deux notes à distance de 12 demi-tons. D'un point de vue physique, l'intervalle d'octave correspond à **doubler la fréquence** d'une note (c'est-à-dire le nombre de vibrations par second de l'onde sonore associée à la note de musique).

# Petit lexique de concepts musicaux

## OCTAVE (PÉRIODE)



## L'octave

L'octave est l'**intervalle** entre deux notes à distance de 12 demi-tons. D'un point de vue physique, l'intervalle d'octave correspond à **doubler la fréquence** d'une note (c'est-à-dire le nombre de vibrations par second de l'onde sonore associée à la note de musique).

# La musique entre les maths, la physique et l'info



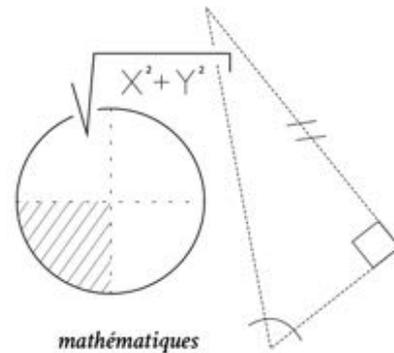
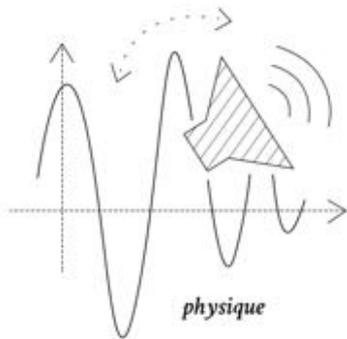
## « Mathémusique » dans le programme de l'Education Nationale

(spécialité musique cycle terminal)

Deux champs de questionnement :

### 1. Le son, la musique, l'espace et le temps

- La musique art du temps ou de l'espace ?
- La forme musicale (musique savante et populaire)
- Approches algorithmiques en composition
- Les proportions et les modèles des gammes
- Les proportions et les modèles des rythmes



### 2. La musique, l'homme et la société

- La chanson comme pratique musicale
- Les rapports entre musique et littérature (le cas de la poésie mise en chanson)

# « La musique, calcul caché d'arithmétique... »

## CLAPPING MUSIC

FOR TWO PERFORMERS

① J. 644-168

CLAP 1  
CLAP 2

Repeat back, then end



The performers begin and end with both performers in unison at bar ①. The number of repeats of each bar should be fixed at twelve repeats per bar. Since the first performer part does not change, it is up to the second performer to create five new bars to the next. The second performer should try to keep his or her downbeat where it is written, i.e. on the first beat of each measure (not on the first beat of the group of three claps), so that his downbeat always falls on a new beat of his or her unchanging pattern.

The choice of a particular clapping sound, i.e. with cupped or flat hands is left up to the performers, whichever sound is chosen, both performers should try to get the same one so that their two parts will blend to produce one overall exciting pattern.

*Clapping Music* de Steve Reich (1972)

Steve Reich 1972  
revised 1979

# « La musique, calcul caché d'arithmétique... »

## CLAPPING MUSIC

FOR TWO PERFORMERS

CLAP 1  
CLAP 2  
f

Repeat back, then end



The performers begin and end with both performers in unison at bar ①. The number of repeats of each bar should be fixed at twelve repeats per bar. Since the first performer part does not change, it is up to the second performer to ease from one bar to the next. The second performer should try to keep his or her downbeat where it is written, i.e. on the first beat of each measure (not on the first beat of the group of three claps), so that his or her downbeat always falls on a new beat of his or her underlying pattern.

The choice of a particular clapping sound, i.e. with cupped or flat hands is left up to the performers, whichever sound is chosen, both performers should try to get the same one so that their two parts will blend to produce one overall exciting pattern.

**Clapping Music de Steve Reich (1972)**

Steve Reich 1972  
revised 1979

# « La musique, calcul caché d'arithmétique... »

## CLAPPING MUSIC

FOR TWO PERFORMERS

① J. 044-100

CLAP 1  
CLAP 2



The performers begin and end with both performers in unison at bar ①. The number of repeats of each bar should be fixed at twelve repeats per bar. Since the first performer part does not change, it is up to the second performer to ease from one bar to the next. The second performer should try to keep his or her clapping where it is written, i.e. on the first beat of each measure (not on the first beat of the group of three claps), so that his clapping always falls on a new beat of his or her underlying pattern.

The choice of a particular clapping sound, i.e. with cupped or flat hands is left up to the performers, although, when in class, both performers should try to get the same one so that their two parts will blend to produce one overall rhythmic pattern.

**Clapping Music de Steve Reich (1972)**

Steve Reich 1972  
revised 1979

# « La musique, calcul caché d'arithmétique... »

## CLAPPING MUSIC

FOR TWO PERFORMERS

① J. 044-100

CLAP 1

CLAP 2

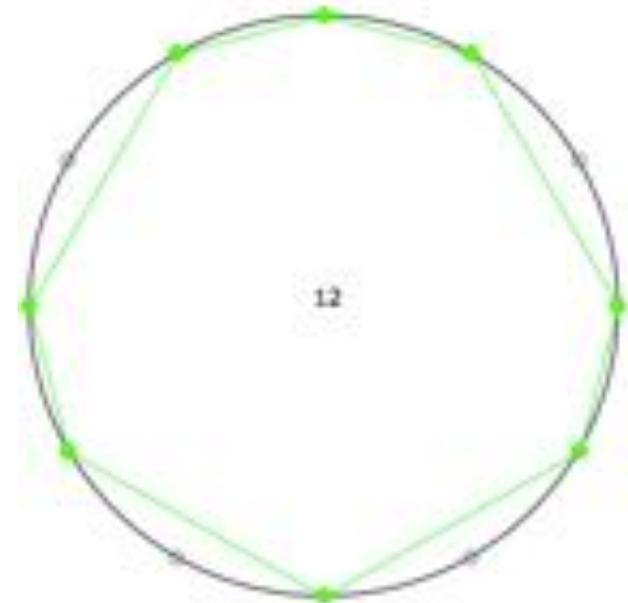
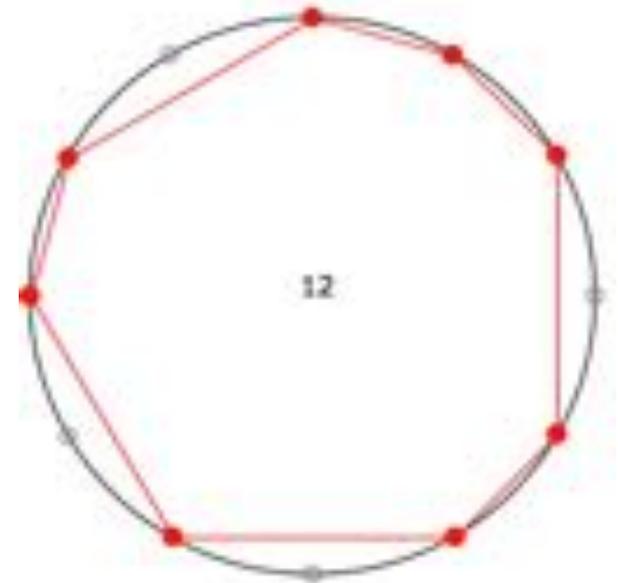
Repeat back to ①, then end

The performers begin and end with both performers in unison at bar ①. The number of repeats of each bar should be fixed at twelve repeats per bar. Since the first performer part does not change, it is up to the second performer to create five new bars to the next. The second performer should try to keep his or her direction where it is written, i.e. on the first beat of each measure (not on the first beat of the group of three claps), so that his direction always falls on a new beat of his or her unchanging pattern.

The choice of a particular clapping sound, i.e. with cupped or flat hands is left up to the performers, whereas when it comes, both performers should try to get the same one so that their two parts will blend to produce one overall exciting pattern.

**Clapping Music de Steve Reich (1972)**

Steve Reich 1972  
revised 1979



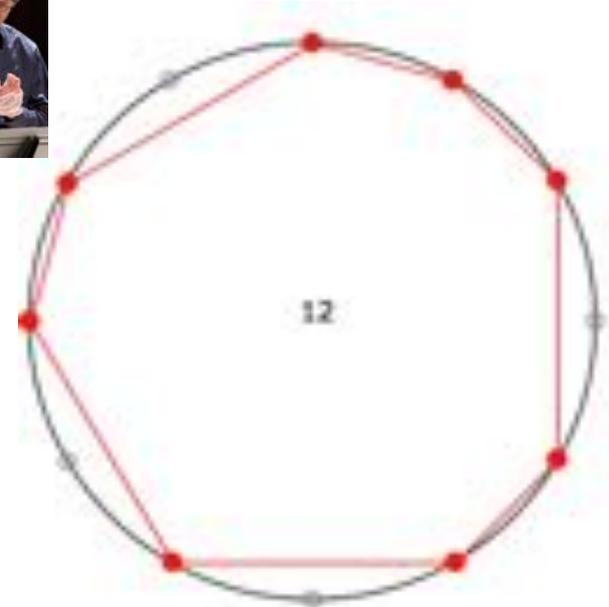
# « La musique, calcul caché d'arithmétique... »

## CLAPPING MUSIC

FOR TWO PERFORMERS



Handwritten musical notation for two clappers (CLAP 1 and CLAP 2). The notation consists of three systems of two staves each. The first system is highlighted with red, green, and orange boxes. The notation includes rhythmic patterns and bar numbers (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100). The notation is written in a simple, rhythmic style with vertical lines and dots representing notes and rests.



The performers begin and end with both performers in unison at bar ①. The number of repeats of each bar should be fixed at twelve repeats per bar. Since the first performer part does not change, it is up to the second performer to create some new bars to the next. The second performer should try to keep his or her direction where it is written, i.e. on the first beat of each measure (not on the first beat of the group of three claps), so that his direction always falls on a new beat of his or her unchanging pattern.

The choice of a particular clapping sound, i.e. with cupped or flat hands is left up to the performers, whereas tempo is chosen, both performers should try to get the same one so that their two parts will blend to produce one overall exciting pattern.

Handwritten musical notation for two clappers (CLAP 1 and CLAP 2). The notation consists of two staves. The first staff has a red vertical bar under the number 4. The second staff has a red vertical bar under the number 4. The number 12345678 is written above the first staff. The word (SHIFT) is written below the second staff.

*Clapping Music* de Steve Reich (1972)

Steve Reich 1972  
12-copied 1979

<https://www.youtube.com/watch?v=lzkOFJMI5i8>

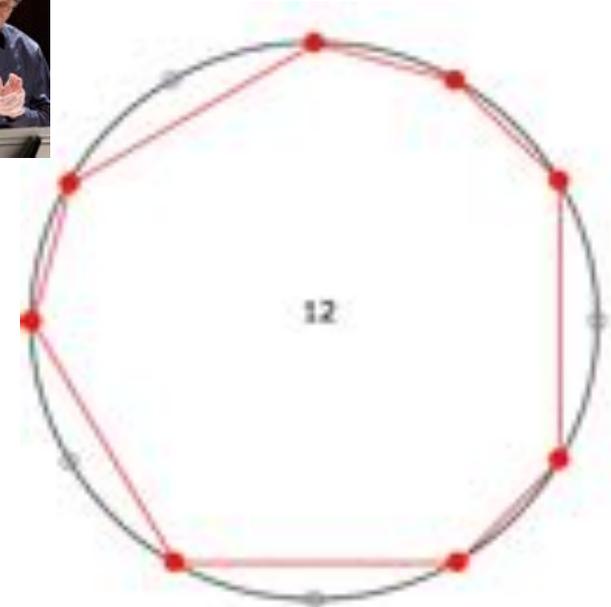
# « La musique, calcul caché d'arithmétique... »

## CLAPPING MUSIC

FOR TWO PERFORMERS



Handwritten musical notation for two clappers (CLAP 1 and CLAP 2). The notation consists of three systems of staves. The first system is highlighted with red, green, and orange boxes. The first staff of the first system is labeled 'J. 004-100'. The notation uses rhythmic symbols and numbers to indicate the sequence of claps.



The performers begin and end with both performers in unison at bar ①. The number of repeats of each bar should be fixed at twelve repeats per bar. Since the first performer part does not change, it is up to the second performer to create five new bars to the next. The second performer should try to keep his or her clapping close to the first part of each measure (not on the first beat of the group of three claps), so that his clapping always falls on a new beat of his or her underlying pattern.

The choice of a particular clapping sound, ie, with cupped or flat hands is left up to the performers, whichever takes is chosen, both performers should try to get the same one so that their two parts will blend to produce one overall exciting pattern.

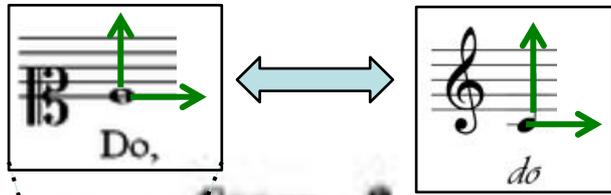
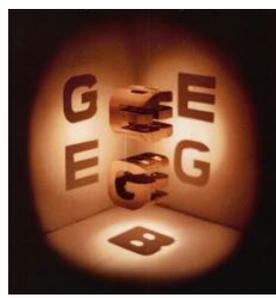
### Clapping Music de Steve Reich (1972)

Steve Reich 1972  
12 repeats 1972



<https://apps.apple.com/app/id946487211?ls=1>

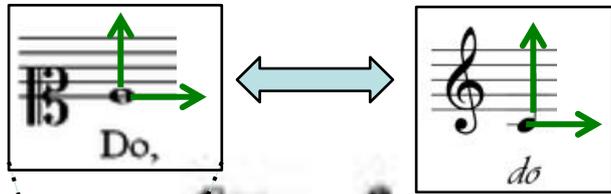
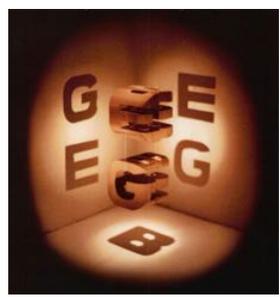
...qui l'âme fait à son insu » (Leibniz)



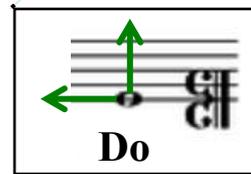
Canones diversi  
super thema regium



...qui l'âme fait à son insu » (Leibniz)



Canones diversi  
super thema regium

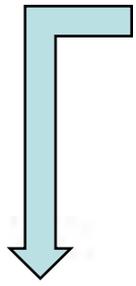


# Ma fin est mon début (mais renversé !)



## Canones diversi super thema regium:

1. Canon a 2



## Canones diversi super thema regium:

1. Canon a 2

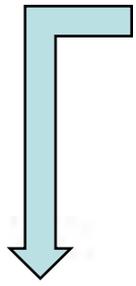


# Ma fin est mon début (mais renversé !)



## Canones diversi super thema regium:

1. Canon a 2



## Canones diversi super thema regium:



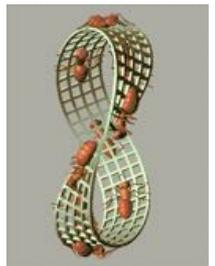
1. Canon a 2



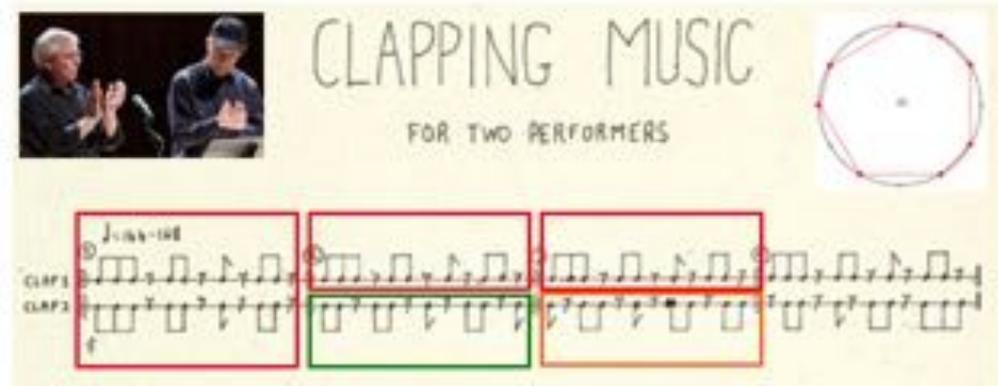
<http://www.josleys.com/Canon/Canon.html>

---

[min. 1'14"]



# La musique entre les maths, la physique et l'info



The image shows the cover of the book 'Clapping Music' by Clapping Music. It features a photograph of two people clapping, the title 'CLAPPING MUSIC' in large letters, and 'FOR TWO PERFORMERS' below it. To the right is a geometric diagram of a circle with points on its circumference. Below the title is a musical score for two clappers, with three sections highlighted in red, green, and orange boxes.

## « Mathémusique » dans le programme de l'Education Nationale

(spécialité musique cycle terminal)

Deux champs de questionnement :

### 1. Le son, la musique, l'espace et le temps

- La musique art du temps ou de l'espace ?
- La forme musicale (musique savante et populaire)
- Approches algorithmiques en composition
- Les proportions et les modèles des gammes
- Les proportions et les modèles des rythmes

### 2. La musique, l'homme et la société

- La chanson comme pratique musicale
- Les rapports entre musique et littérature (le cas de la poésie mise en chanson)

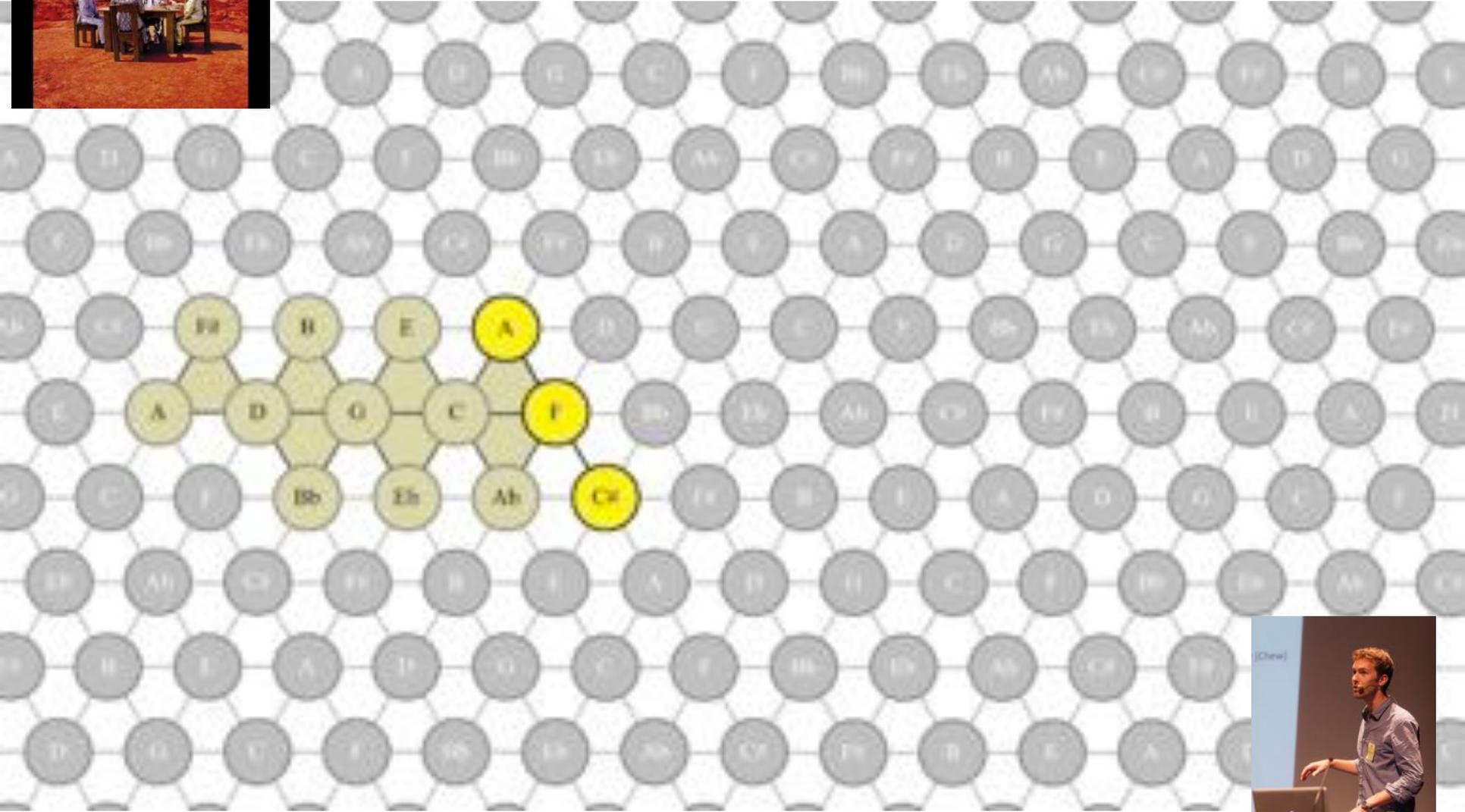


The image shows a musical score titled 'Canones diversi super Thema regium'. It includes a section labeled 'Canon n° 2' with three staves of music. The notation is in G major and 2/4 time.



# La musique, art du temps ou de l'espace ?

Muse, "Take a bow" (*Black Holes and Revelations*, 2006)



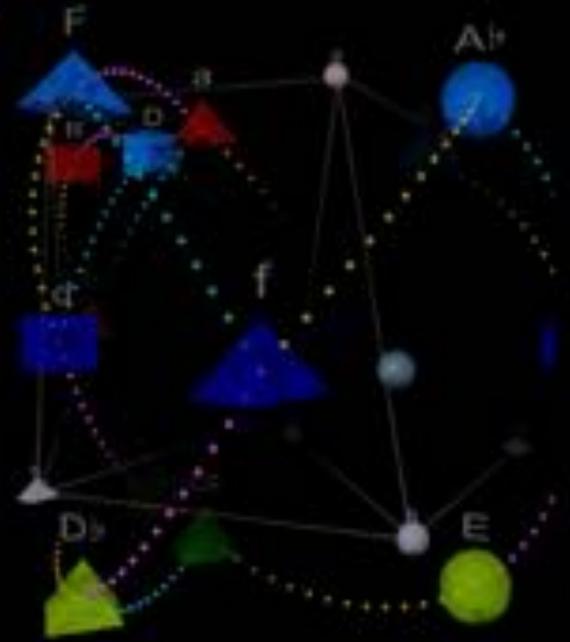
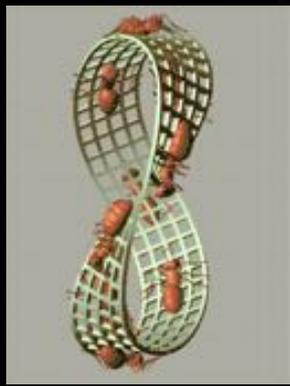
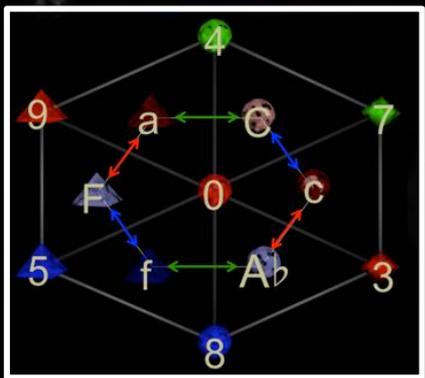
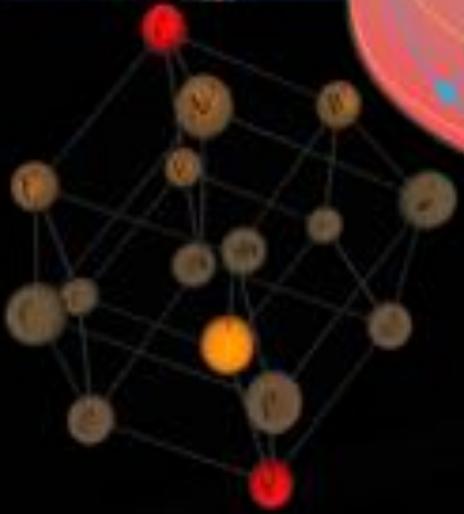
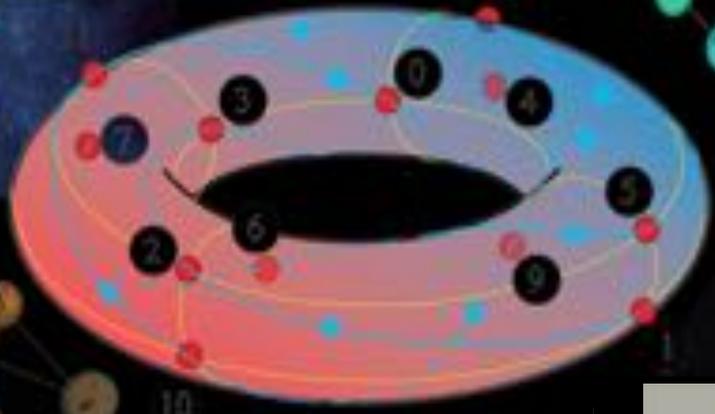
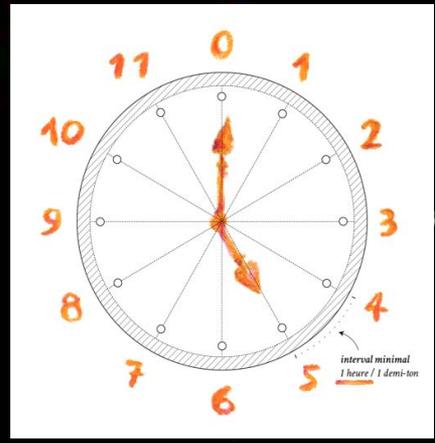
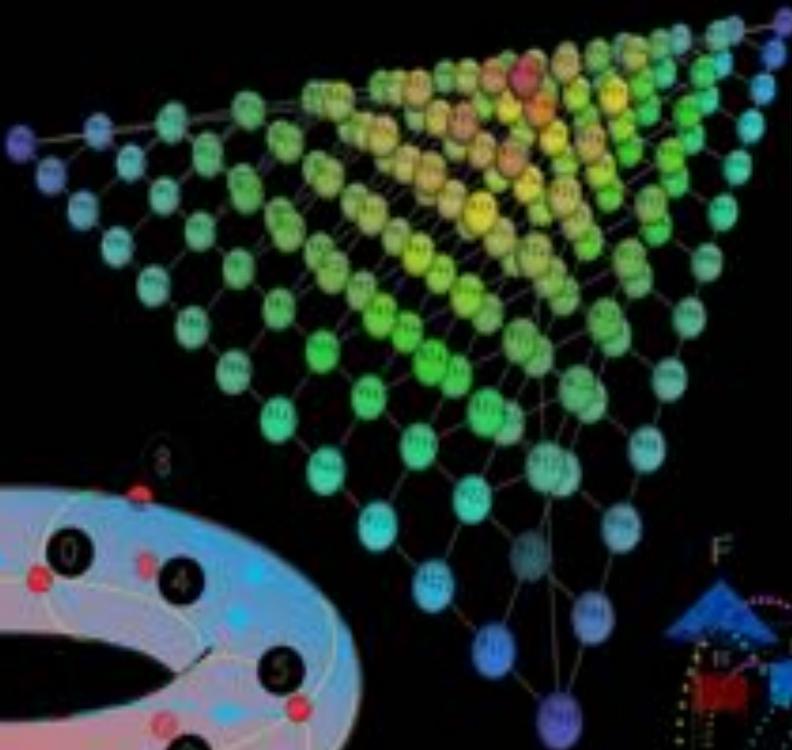
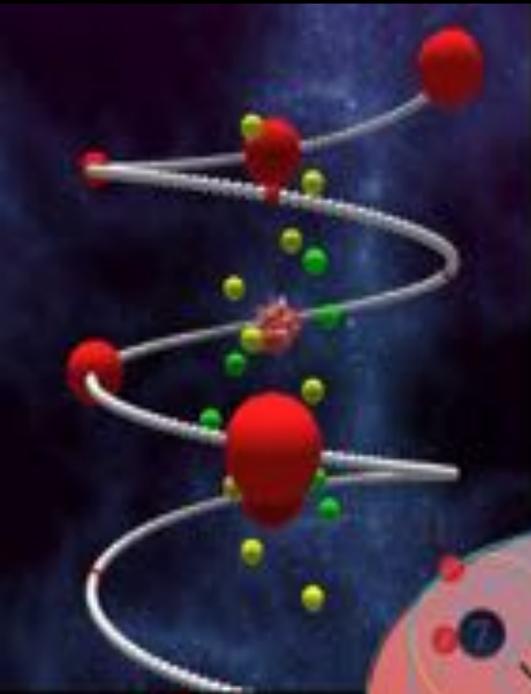
Louis Bigo

<https://www.youtube.com/watch?v=NQ7LkWCzKxI>

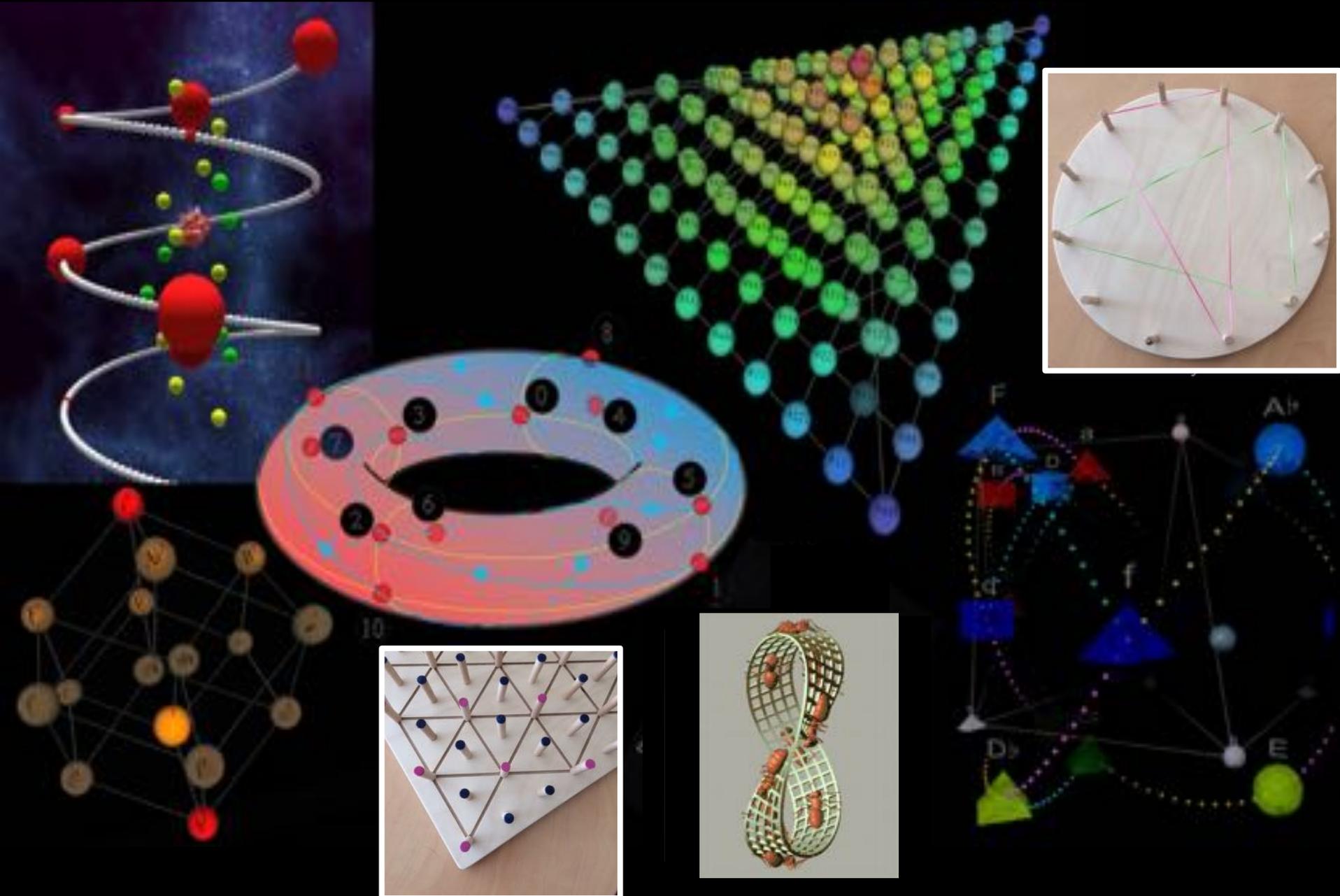
Muse - Take A Bow (Tonnetz harmonic analysis)

23,939 views • Jan 20, 2016

# La galaxie des espaces « mathémusicaux »...

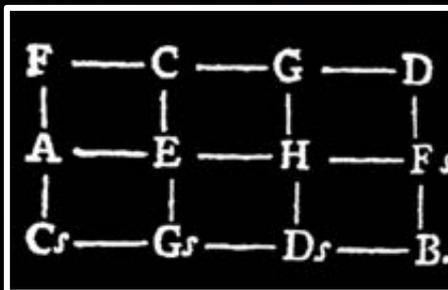
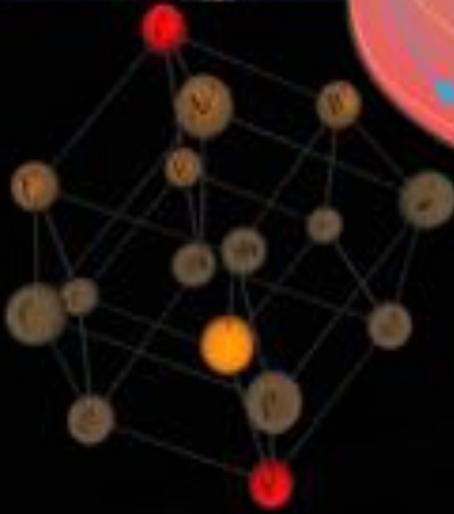
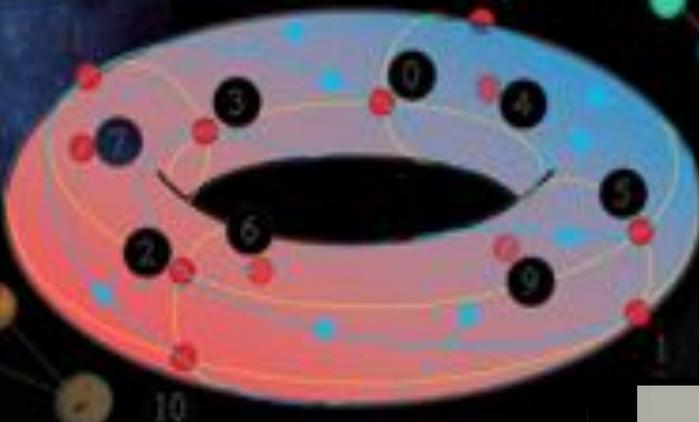
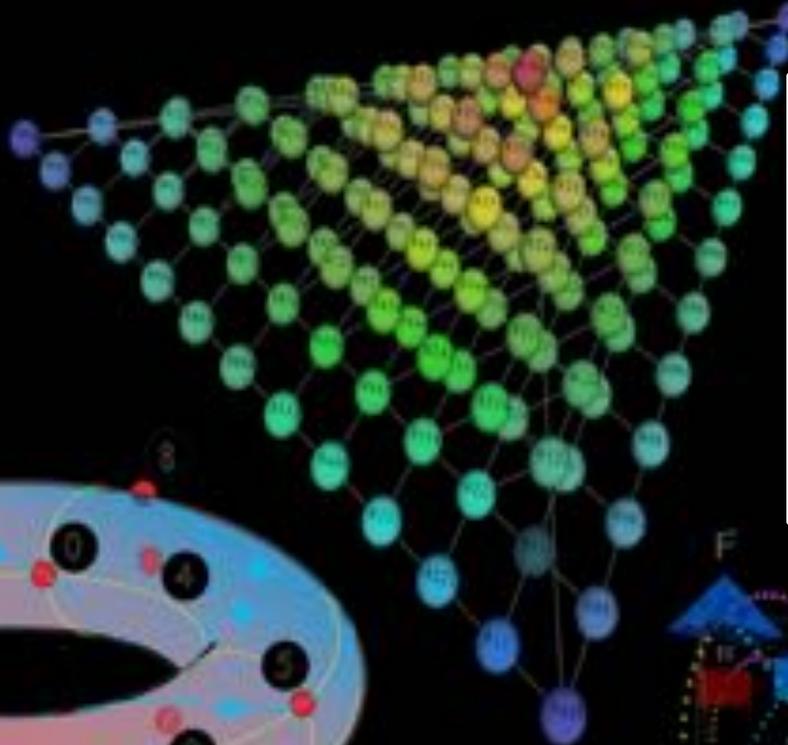
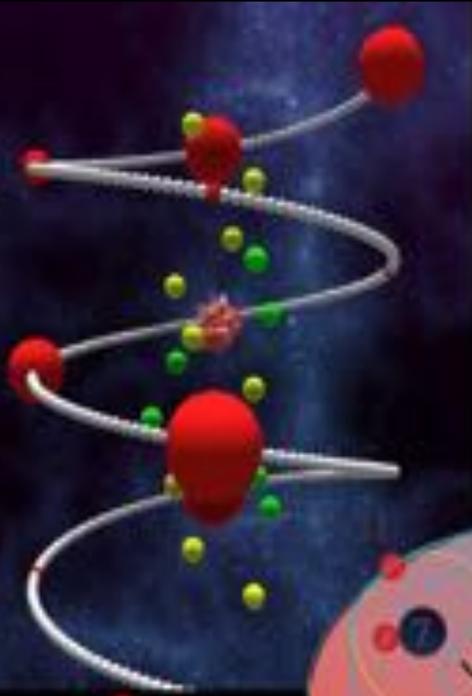
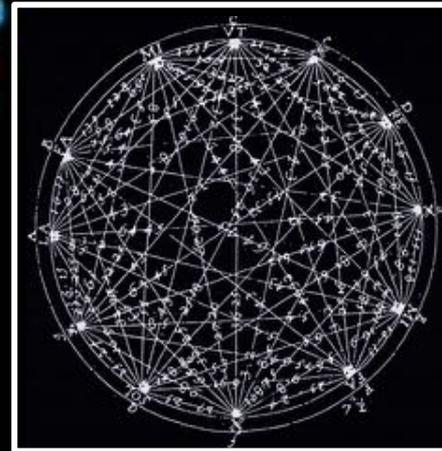


# La galaxie des espaces « mathémusicaux »...

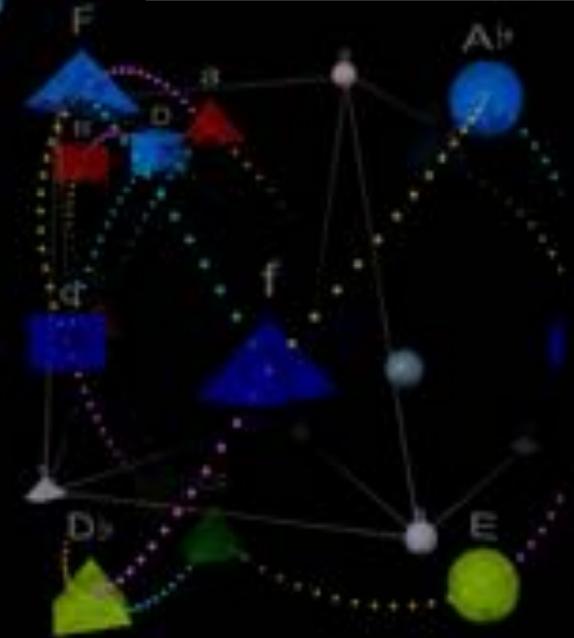
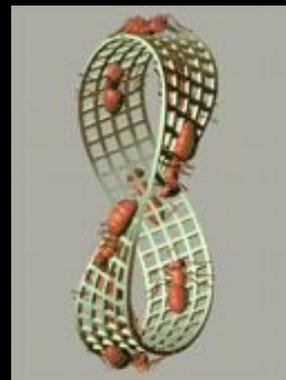


# La galaxie des espaces « mathémusicaux »...

Marin Mersenne (1648)



Leonhard Euler (1773)

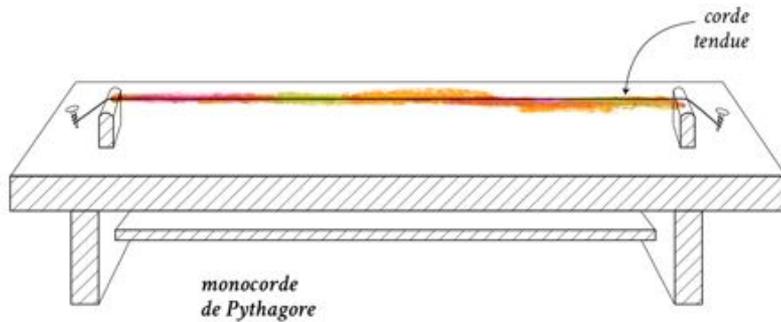


# Proportions et gammes musicales

# Pythagore et le monocorde



# Les intervalles selon le monocorde



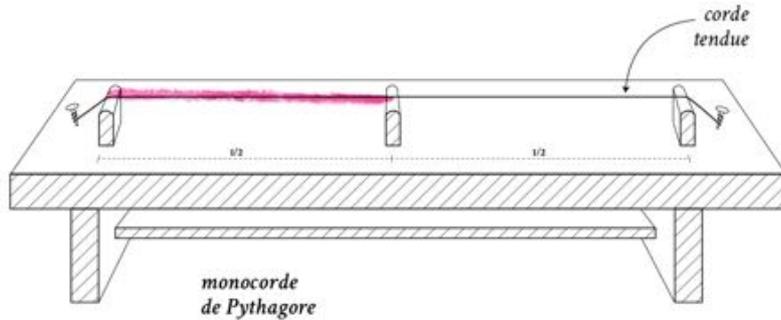
VOICI UNE NOTE

Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à  $1/1$  donc 1 !

# Les intervalles selon le monocorde



Longueur  
de la corde

**1/2**

Rapport  
de fréquence

**2**

Intervalle  
correspondant

**OCTAVE**

Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à  $1/1$  donc 1 !

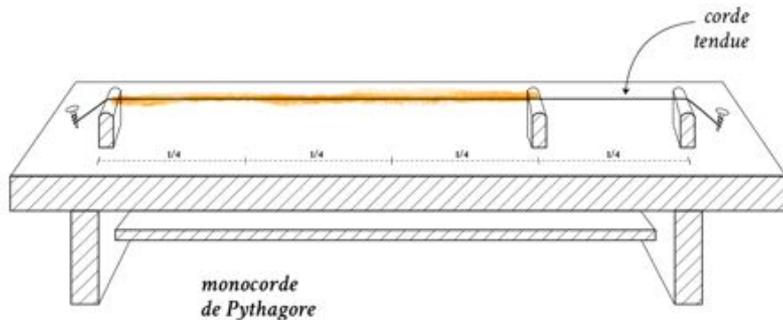
Si le rapport de longueur de la corde est égal à  $1/2$ , son rapport de fréquence sera égal à  $1/(1/2)$  donc 2, ce qu'on appelle l'intervalle d'**octave**

# Les intervalles selon le monocorde



Après avoir mesuré la longueur des segments de corde colorés par rapport à la longueur totale de la corde, en déduire le rapport de fréquence qui y correspond

# Les intervalles selon le monocorde



Longueur  
de la corde

$3/4$

Rapport  
de fréquence

$4/3$

Intervalle  
correspondant

QUARTE

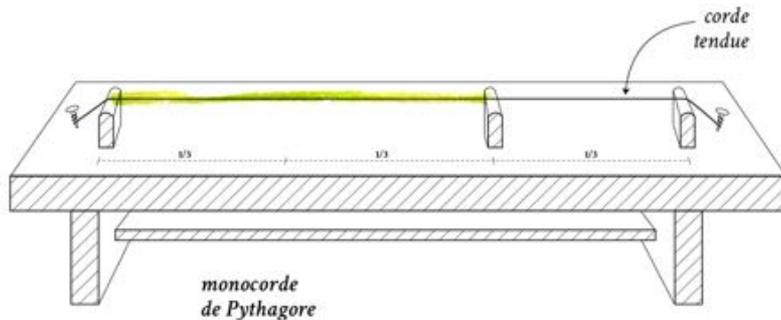
Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à  $1/1$  donc 1 !

Si le rapport de longueur de la corde est égal à  $3/4$ , son rapport de fréquence sera égal à  $1/(3/4)$  donc  $4/3$ , ce qu'on appelle l'intervalle de **quarte.**

# Les intervalles selon le monocorde



Longueur  
de la corde

**2/3**

Rapport  
de fréquence

**3/2**

Intervalle  
correspondant

**QUINTE**

Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

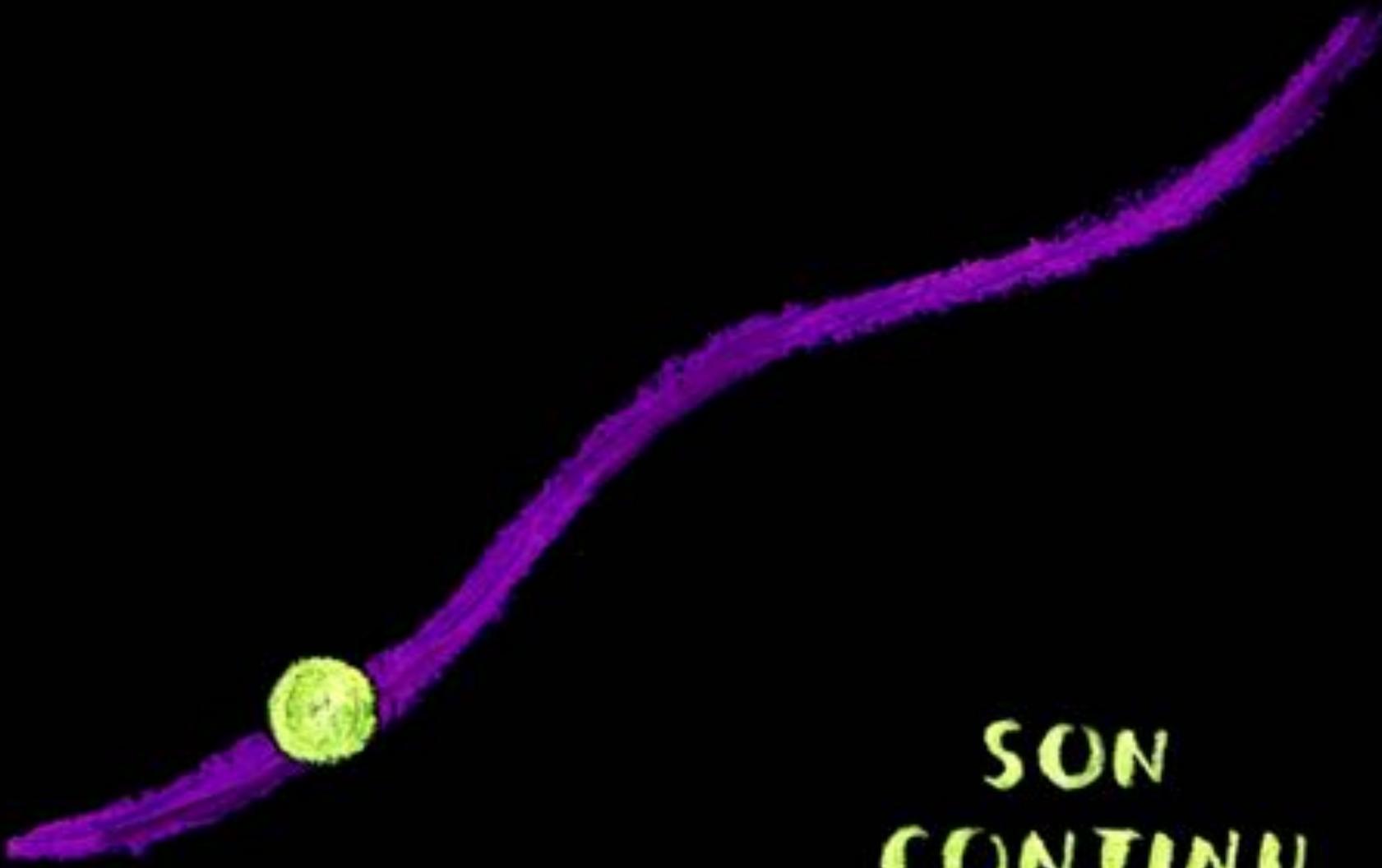
Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à  $1/1$  donc 1 !

Si le rapport de longueur de la corde est égal à  $2/3$ , son rapport de fréquence sera égal à  $1/(2/3)$  donc  $3/2$ , ce qu'on appelle l'intervalle de **quinte.**

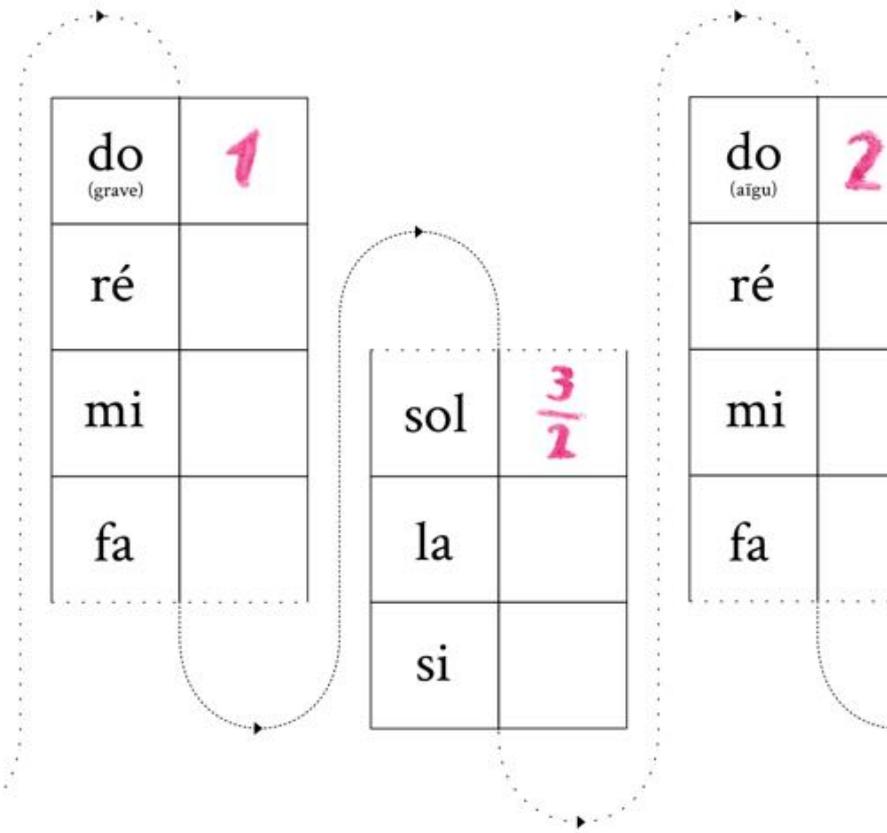
**Comment construire une gamme à partir de la  
quinte (juste) ?**

# Vidéo 1

A hand-drawn purple wavy line on a black background. The line starts at the bottom left and curves upwards towards the top right. A yellow circle is drawn on the line, positioned roughly in the lower-left quadrant of the overall image.

SON  
CONTINU

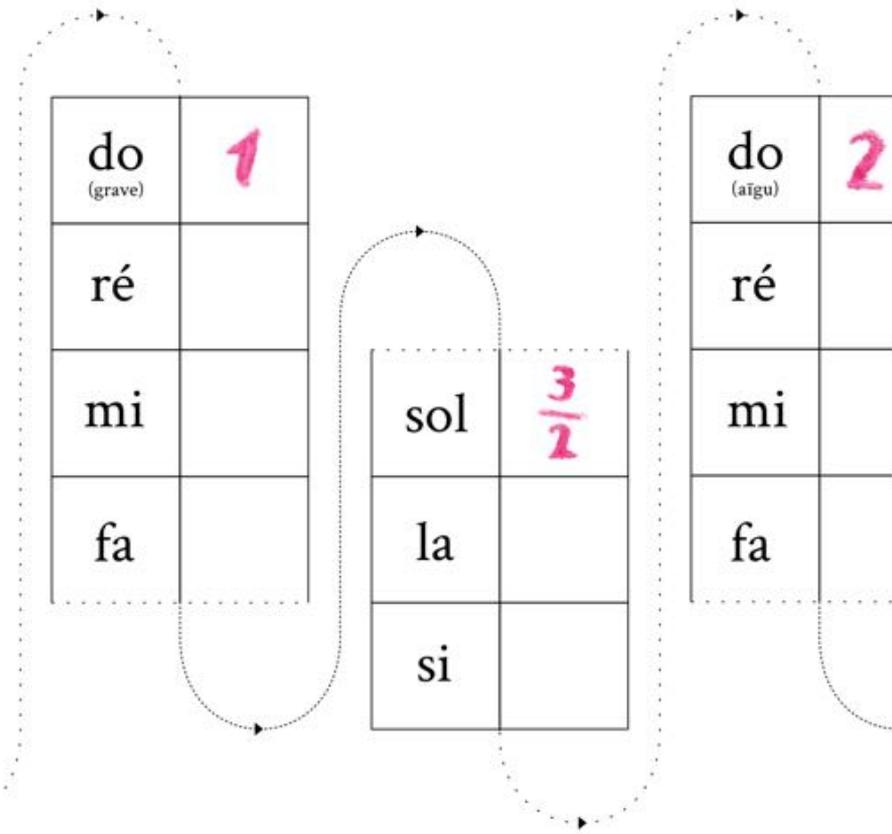
# De quinte en quinte...



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

# De quinte en quinte...



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

# De quinte en quinte...

The image displays three diagrams illustrating musical systems and frequency ratios:

- CERQUES MOTIONS**: Shows waveforms and a diagram of a string instrument.
- LE SYSTEME CIRCULAIRE**: A circular diagram with 12 notes and a table of frequency ratios.
- LE SYSTEME TONNETZ**: A complex network diagram of notes.

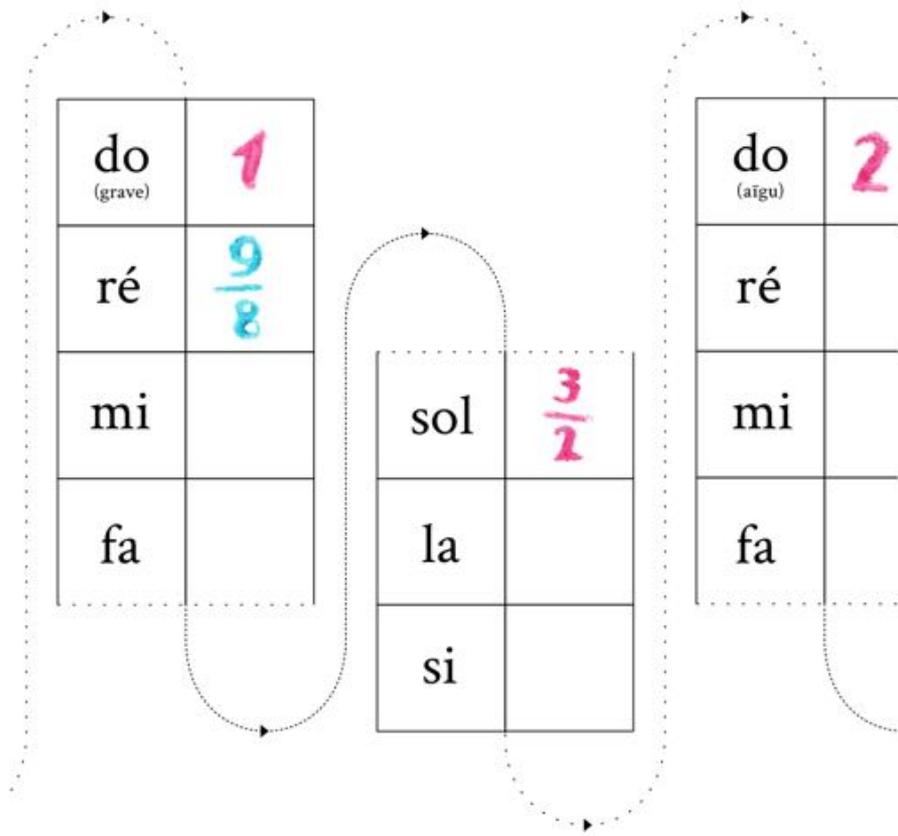
The table in the center, highlighted by a white circle, lists the following frequency ratios:

|     |     |
|-----|-----|
| DO  | 1   |
| RE  |     |
| MI  |     |
| FA  |     |
| SOL | 3/2 |
| LA  |     |
| SI  |     |
| DO  | 2   |

An arrow points downwards from the table.

D'après l'intervalle de quinte de Pythagore, calculer les rapports de fréquence des différentes notes de la gamme

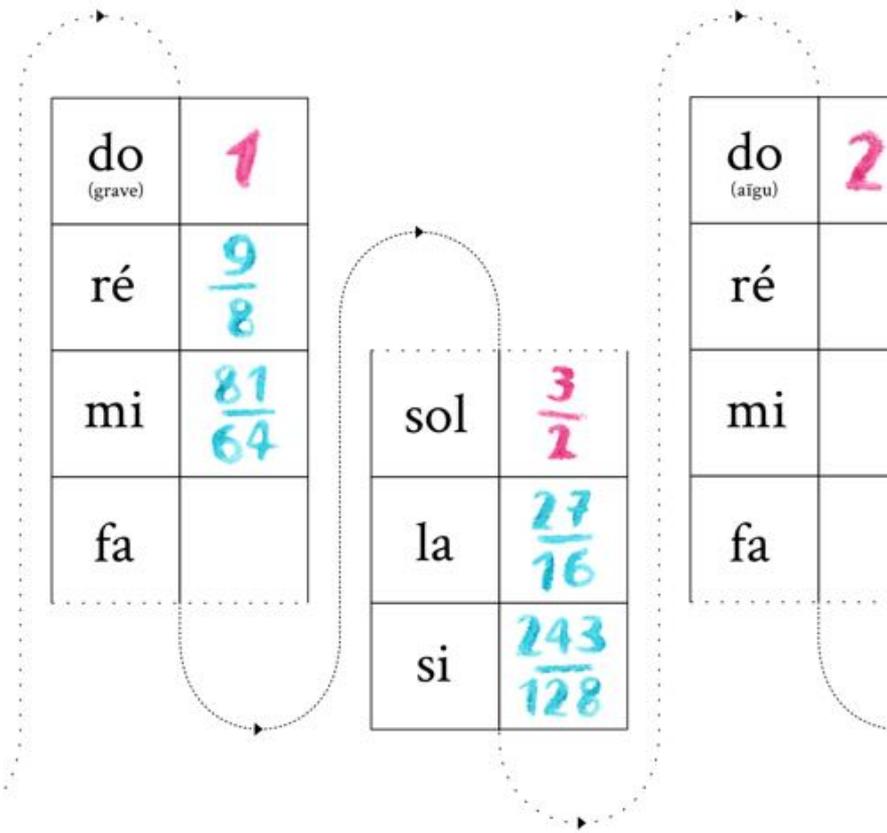
# Le cycle des quintes et le tempérament pythagorien



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le cycle des quintes.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

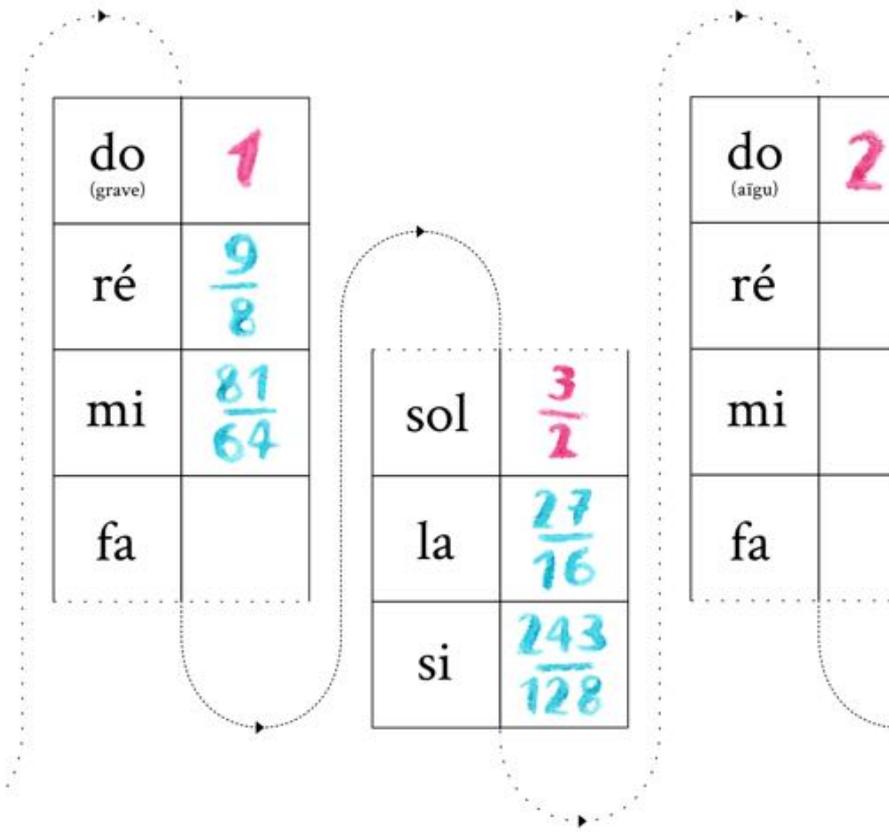
# Le cycle des quintes et le tempérament pythagorien



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

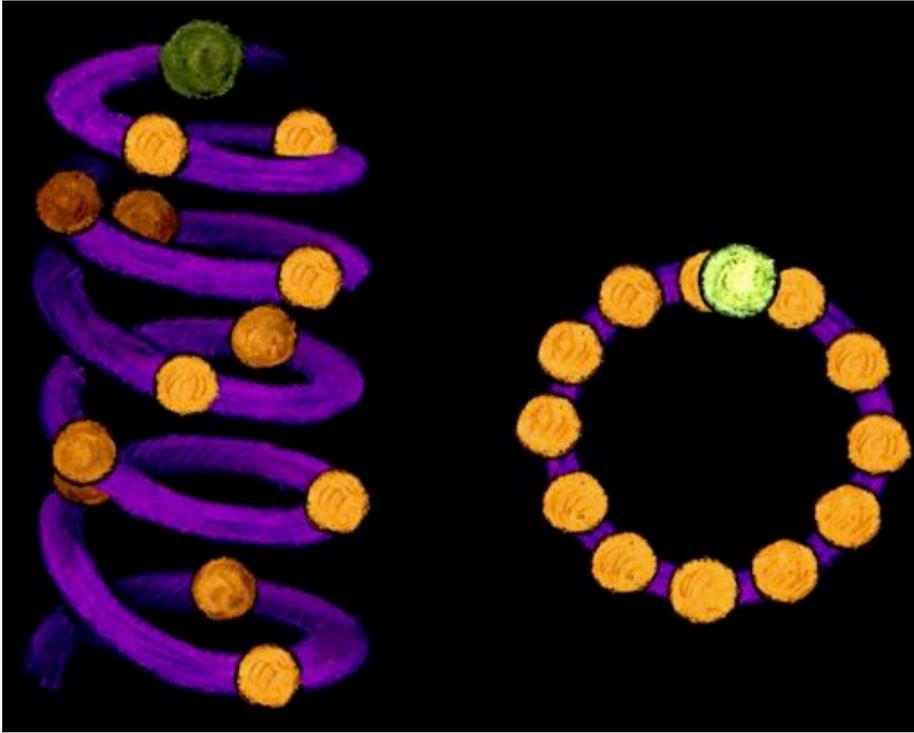
# Le cycle des quintes et le tempérament pythagorien



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

# De quinte en quinte... à l'infini !



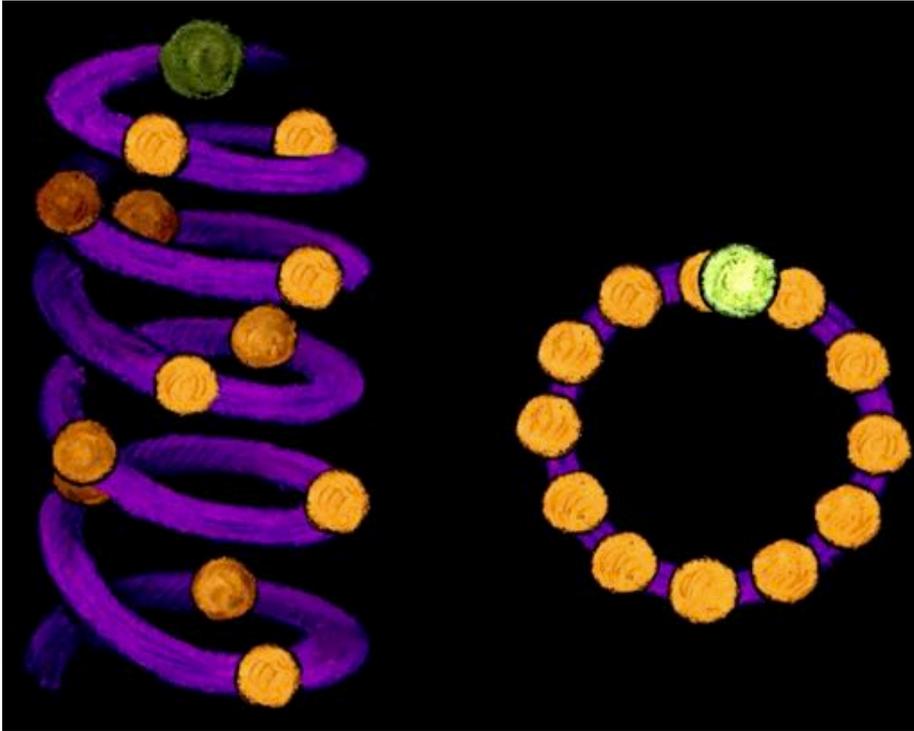
Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement

mathématique pour

**prouver que le cycle des quintes est infini.**

# De quinte en quinte... à l'infini !

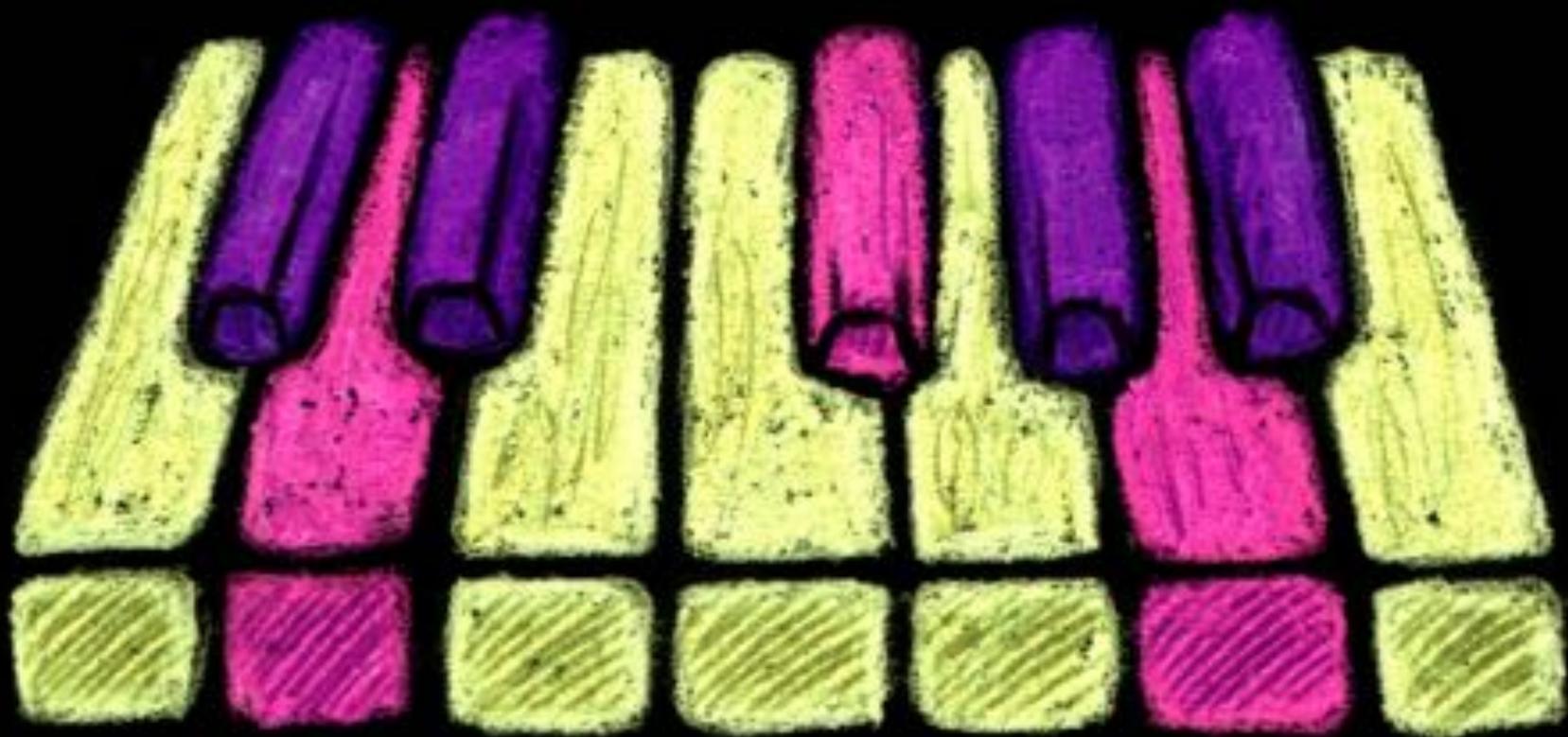


La preuve par l'absurde : supposons qu'un multiple de la quinte est égal à un multiple de l'octave et montrons que cela conduit à une contradiction.

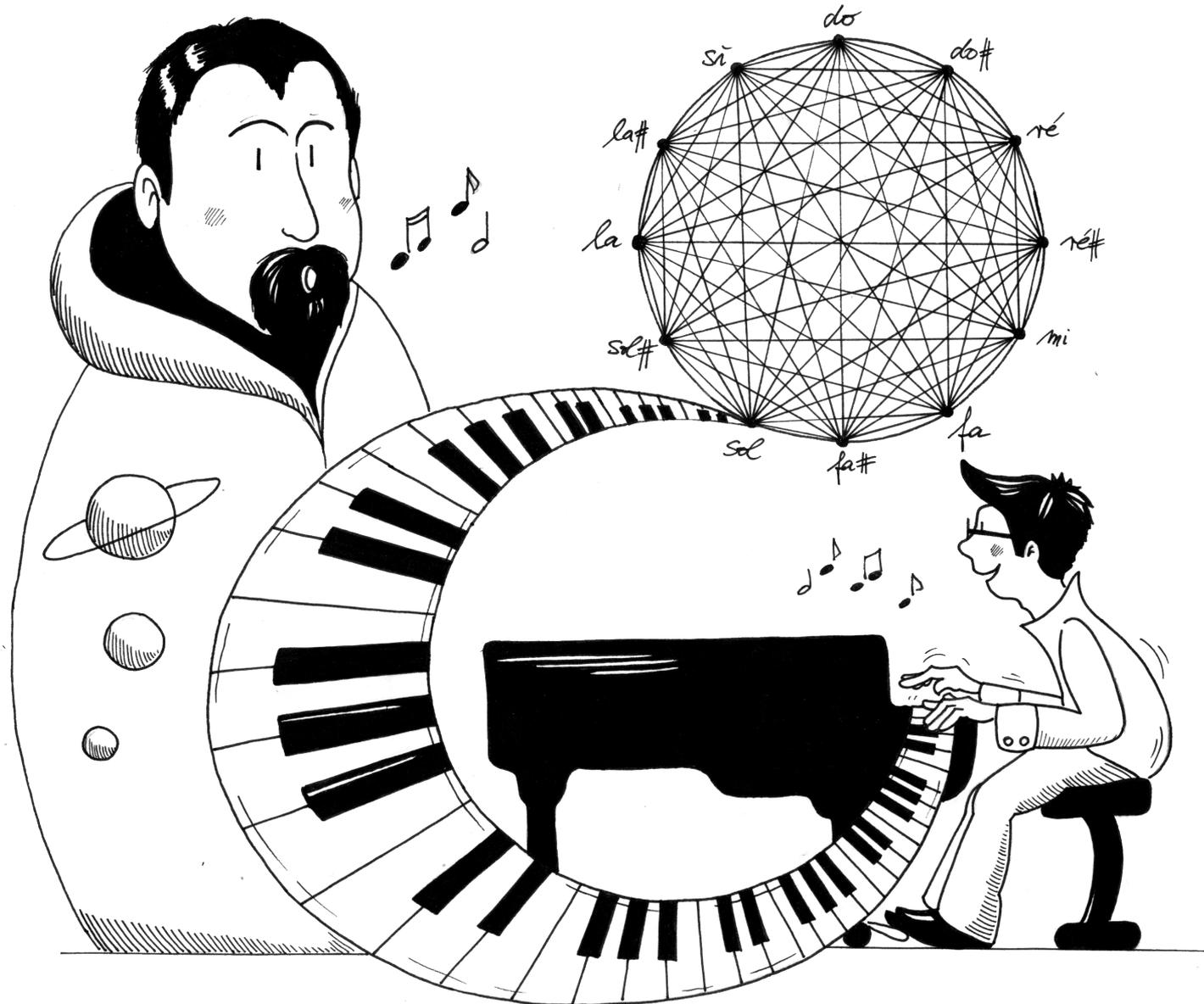
Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.  
Mettre en place un raisonnement mathématique pour **prouver que le cycle des quintes est infini**.

Du piano au cercle

# Vidéo 2

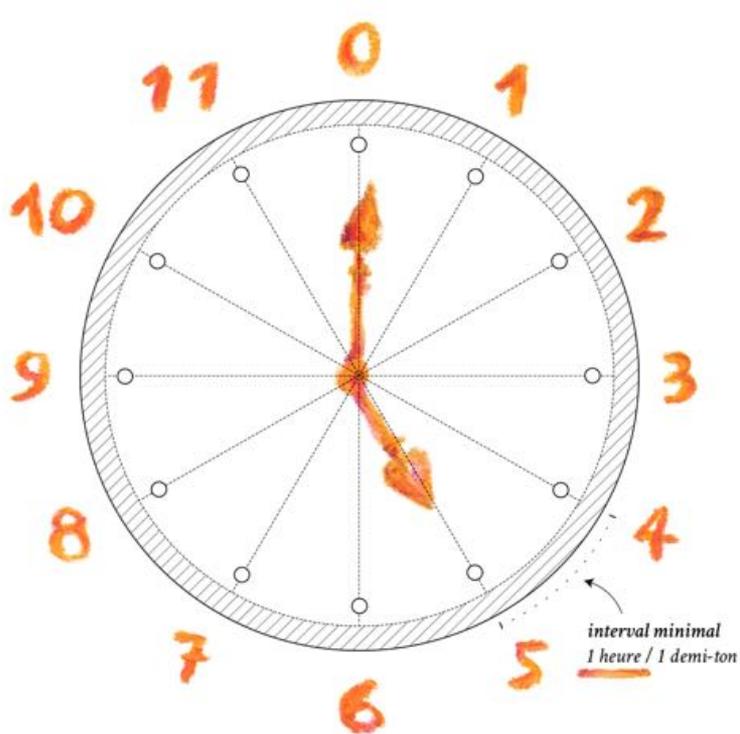
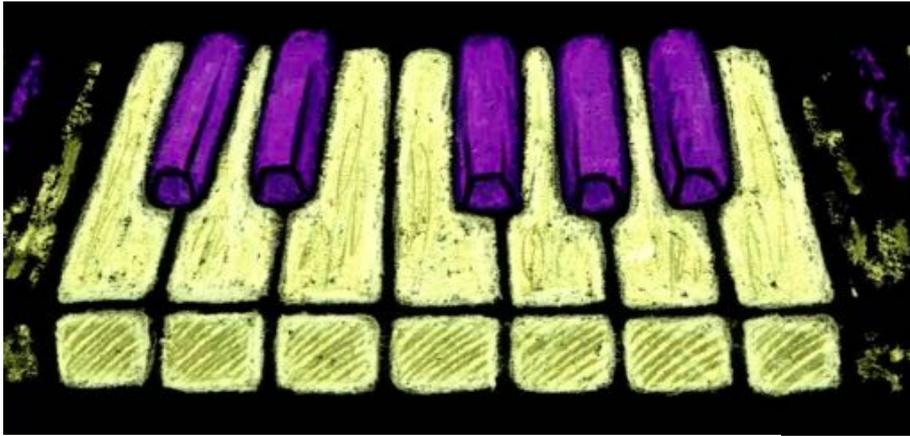


# Mersenne et l'invention de la combinatoire



Que ce que cela vous évoque ?

# Le cadran d'horloge musical et les accords



Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de ré **majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation.

*A quoi correspond le demi-ton tempéré ?*

# Nombres irrationnels et tempérament égal

**CERQUES MOTIONS**

Diagram illustrating musical intervals and their corresponding frequencies. It shows waveforms for different intervals and a piano keyboard with notes labeled with their frequencies.

|     |                 |
|-----|-----------------|
| DO  | 1               |
| RE  | $\frac{9}{8}$   |
| MI  | $\frac{81}{64}$ |
| FA  | $\frac{4}{3}$   |
| SOL | $\frac{3}{2}$   |
| LA  | $\frac{5}{3}$   |
| SI  | $\frac{3}{2}$   |
| DO  | 2               |

**LE SYSTEME CIRCULAIRE**

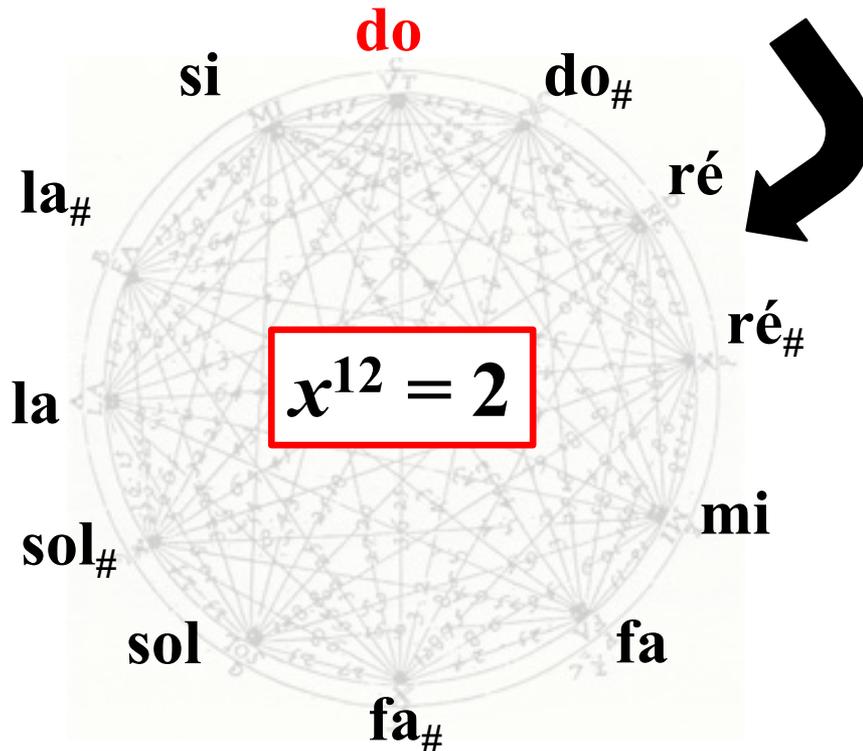
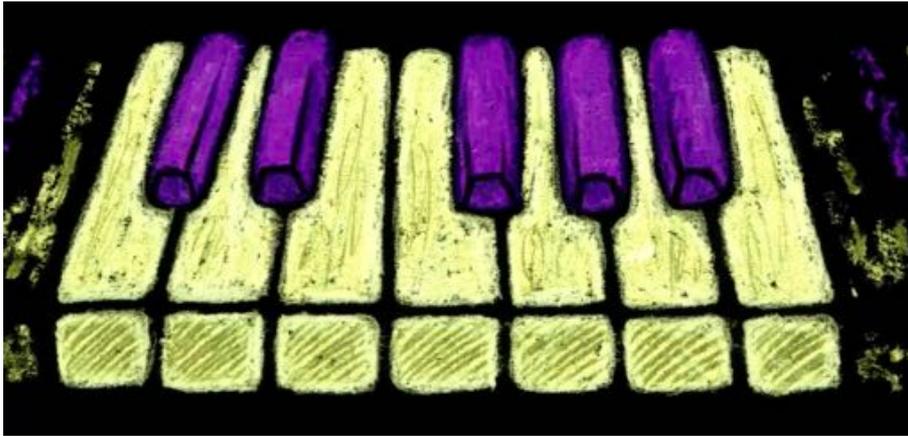
Diagram illustrating the circular system of musical intervals, showing a circle of notes and their relationships.

**LE SYSTEME TONNETZ**

Diagram illustrating the Tonnetz system, showing a grid of notes and their relationships.

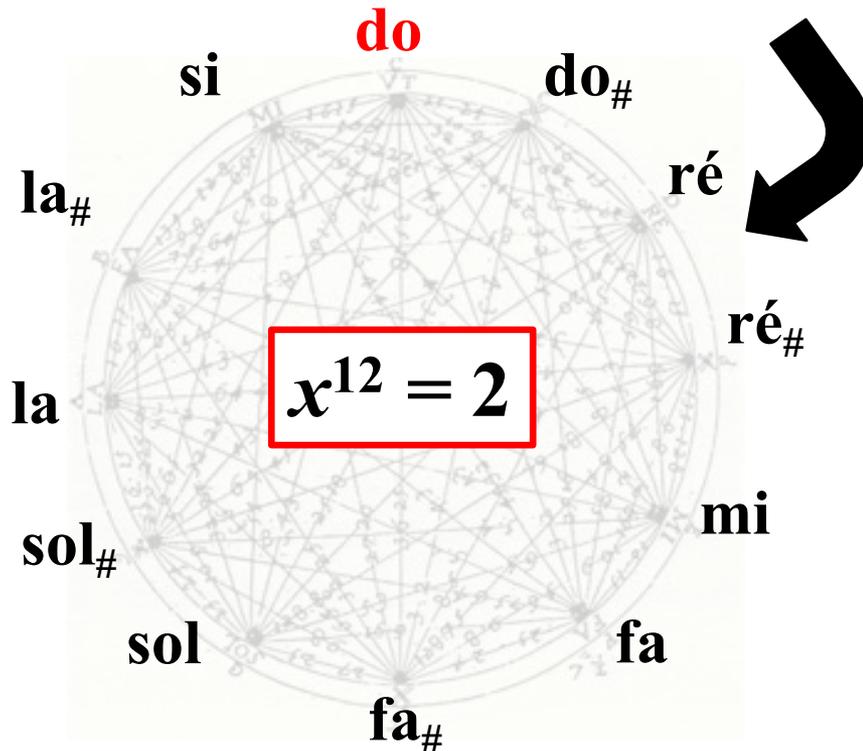
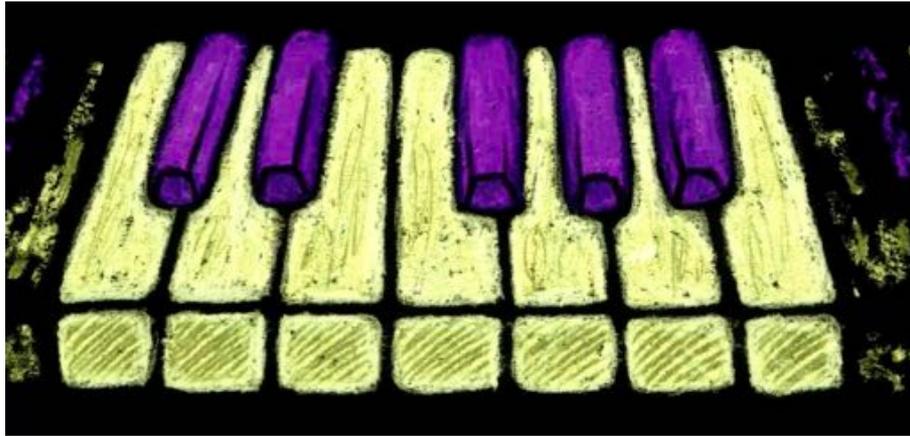
Calculer le nombre irrationnel qui correspond au demi-ton tempéré du piano

# Le tempérament égal : un compromis « combinatoire »



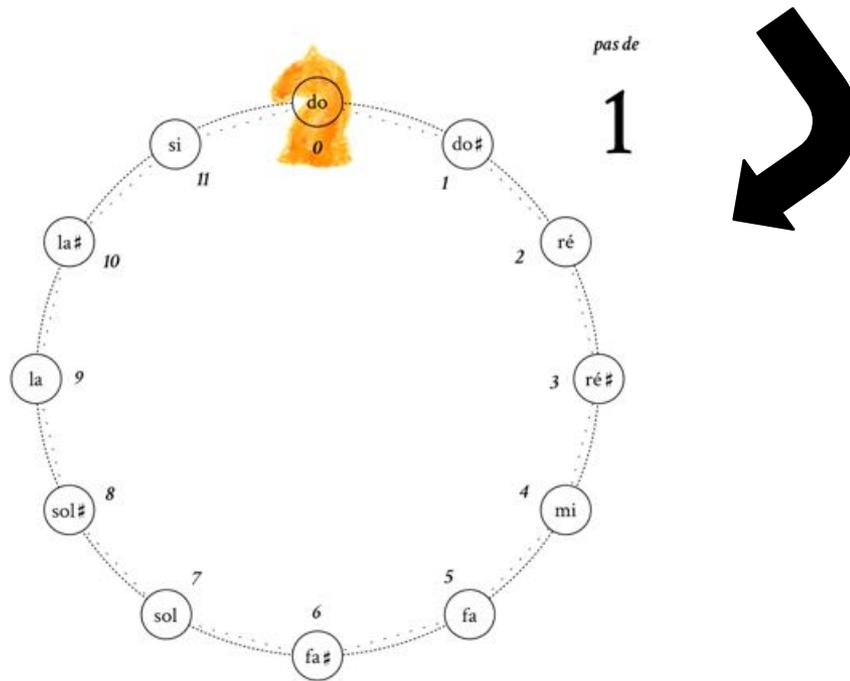
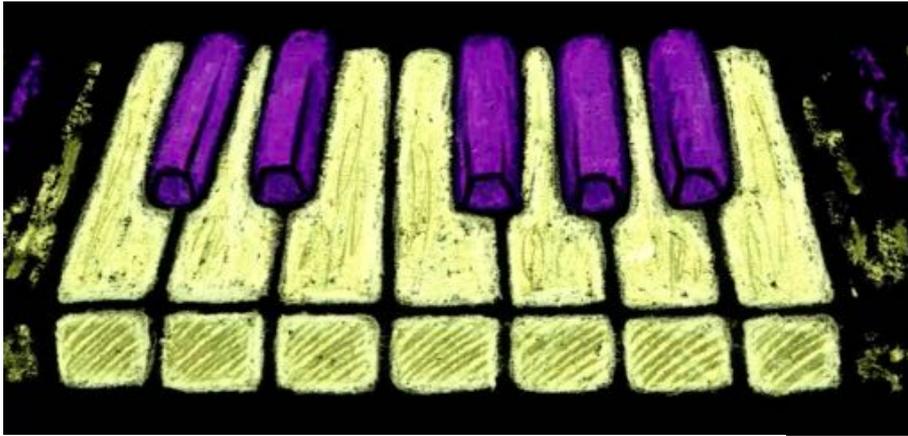
La connaissance des nombres irrationnels a permis, au XVII<sup>e</sup> siècle, de construire des gammes à intervalles égaux. L'introduction des gammes « au tempérament égal » permet de comprendre en quoi la découverte des nombres irrationnels a des applications en dehors du champ mathématique.

# Le tempérament égal : un compromis « combinatoire »



La connaissance des nombres irrationnels a permis, au XVII<sup>e</sup> siècle, de construire des gammes à intervalles égaux. L'introduction des gammes « au tempérament égal » permet de comprendre en quoi la découverte des nombres irrationnels a des applications en dehors du champ mathématique. Utiliser la racine douzième de 2 pour partager l'octave en douze intervalles égaux.

# Intervalles générateurs du tempérament égal

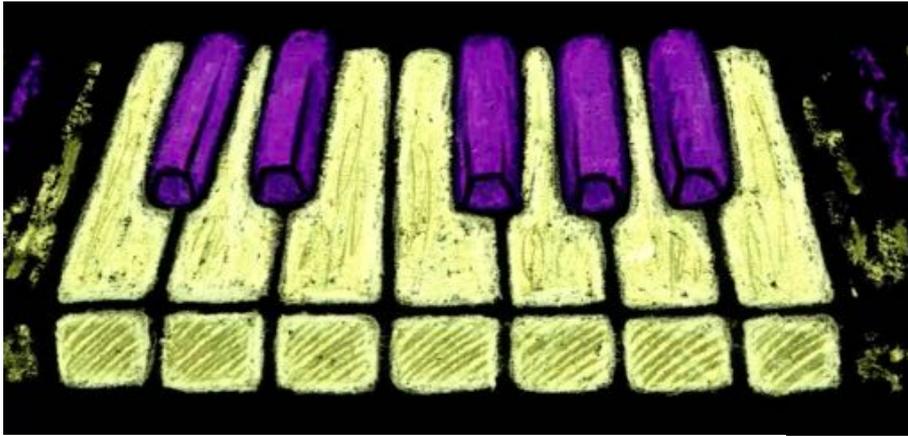


Avec quel pas peut-on engendrer toutes les notes de la gamme tempérée ?

Sans doute ça marche avec le demi-ton donc à pas de 1 car cet intervalle  $x$  correspond précisément à la racine douzième de 2 et :

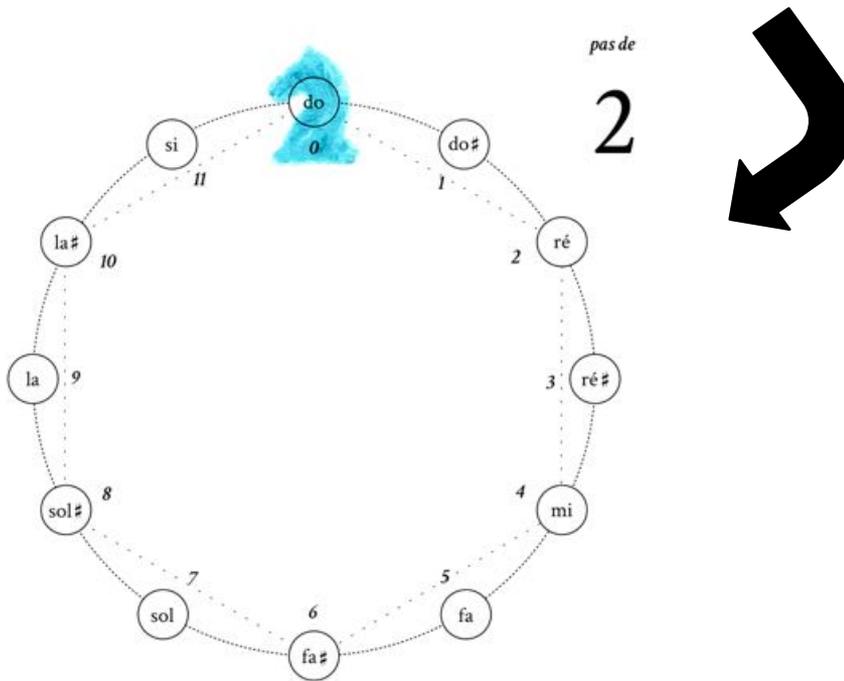
$$x^{12} = 2$$

# Intervalles générateurs du tempérament égal



Avec quel pas peut-on engendrer toutes les notes de la gamme tempérée ?

Avec l'intervalle de **ton** ça ne marche pas car au bout de 6 répétitions on retombe sur l'octave et donc on boucle sans pouvoir engendrer les autres notes de la gamme.

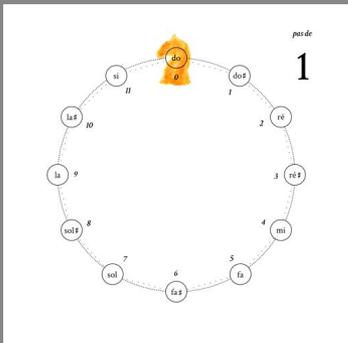


# Intervalles générateurs du tempérament égal

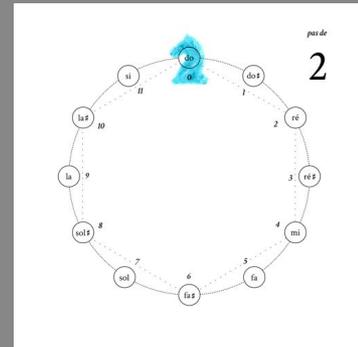
**CERTAINES NOTIONS**

**LE SYSTÈME CIRCULAIRE**

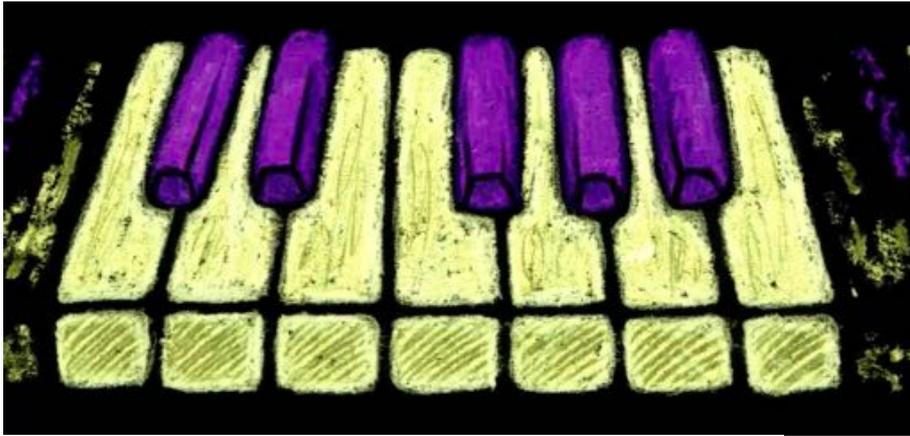
**LE SYSTÈME TONNETZ**



En utilisant le cercle dessiné sur le dépliant, trouvez quels nombres permettent au cavalier de parcourir toutes les notes et revenir au point de départ



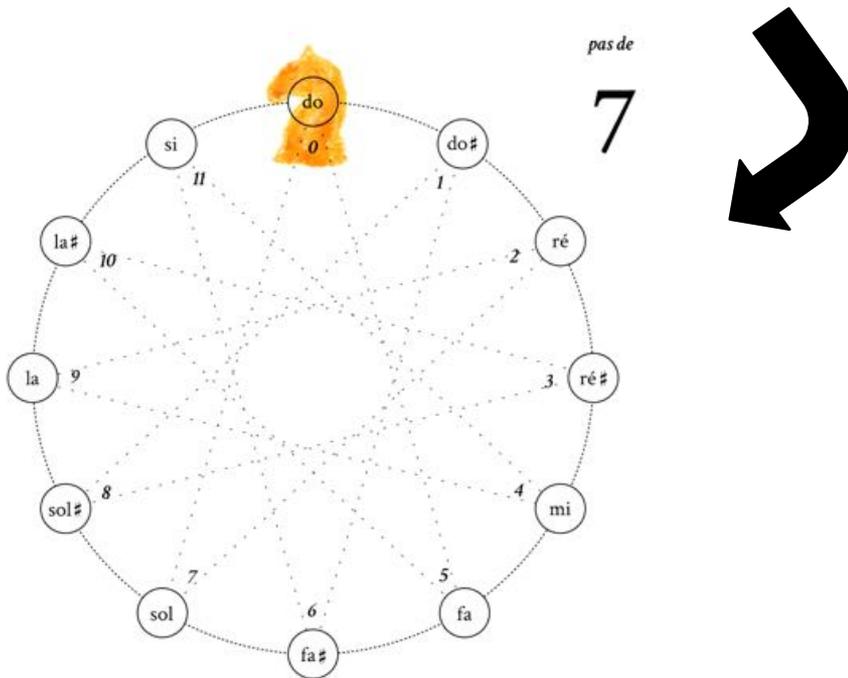
# Intervalles générateurs du tempérament égal



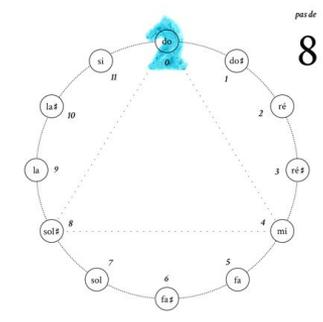
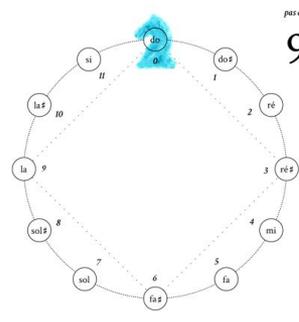
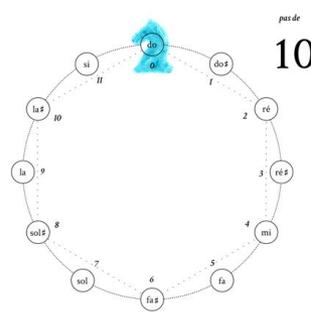
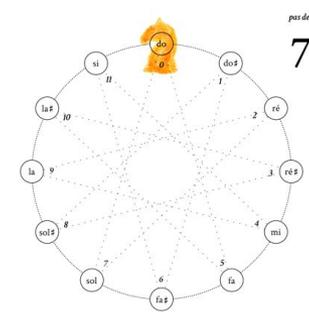
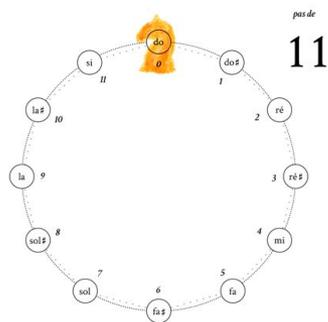
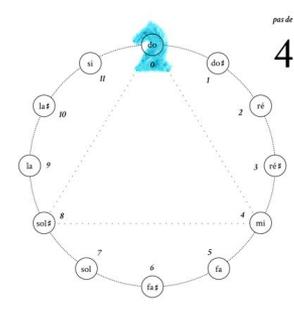
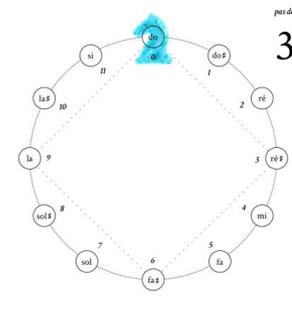
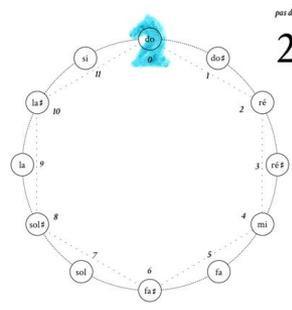
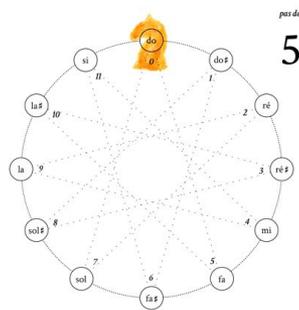
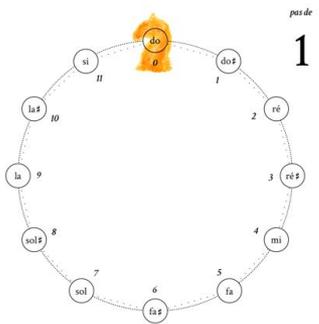
Avec quel pas peut-on engendrer toutes les notes de la gamme tempérée ?

Ca marche avec l'intervalle de **quinte** car la spirale des quinte se renferme dans un cercle pour le tempérament égal.

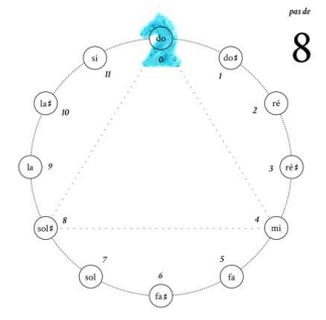
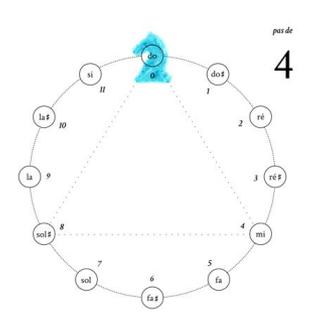
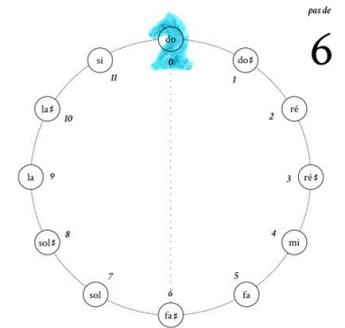
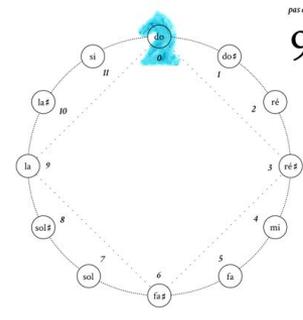
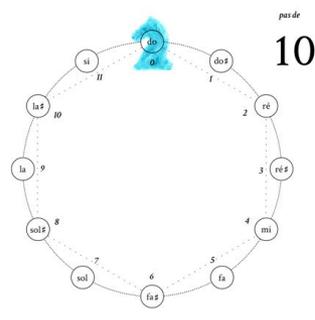
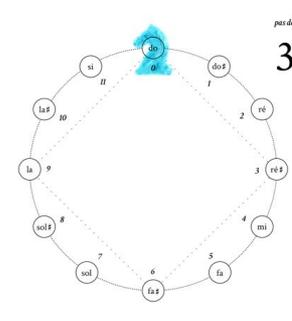
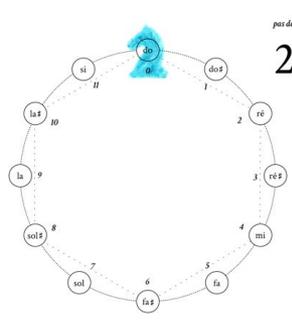
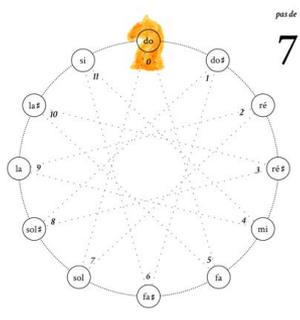
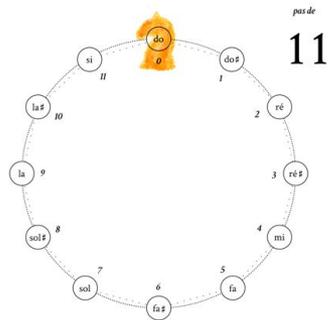
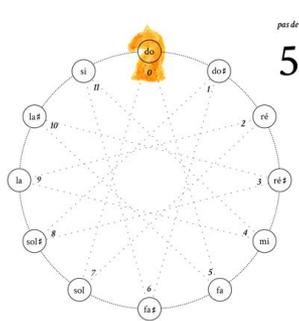
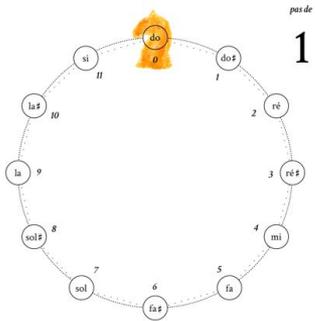
Et les autres intervalles ?



# Intervalles générateurs du tempérament égal

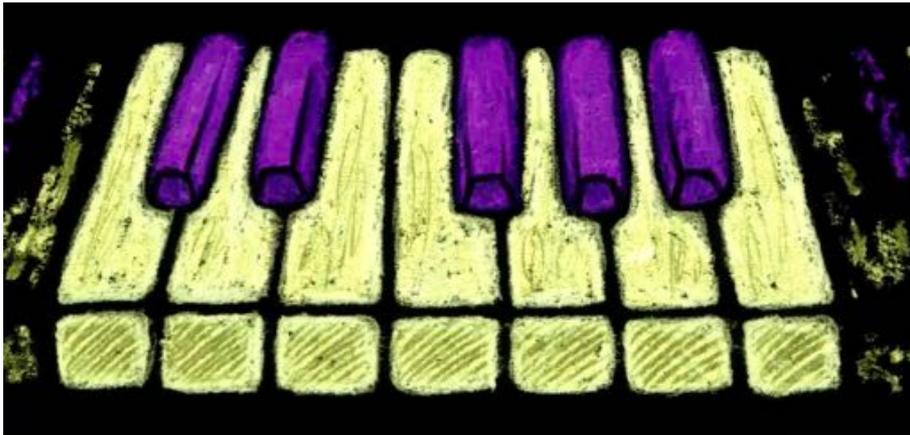


# Intervalles générateurs du tempérament égal



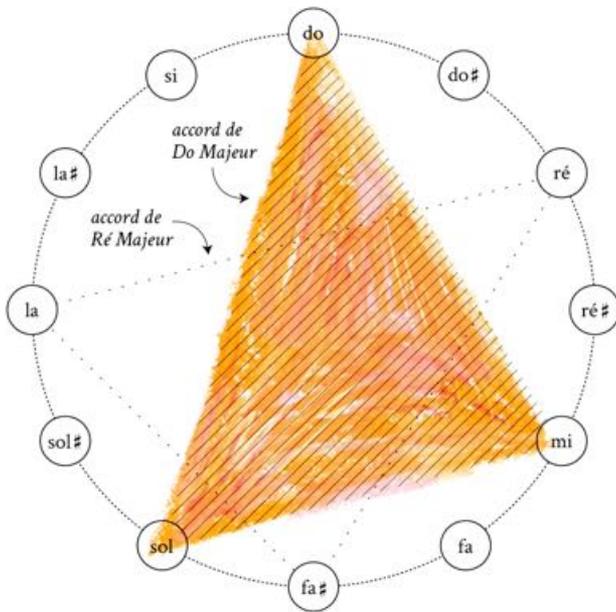
**Comment transformer les accords dans le  
cercle ?**

# Les transpositions musicales sont des rotations

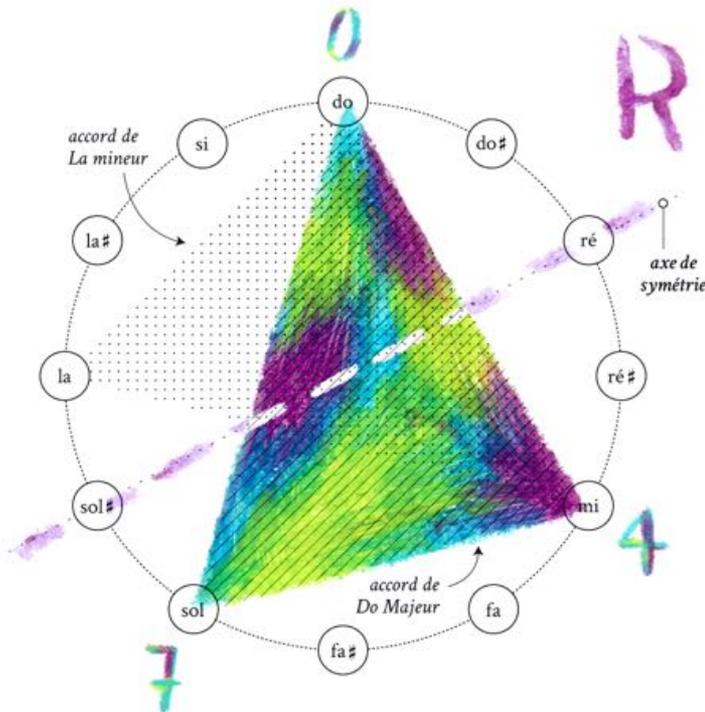
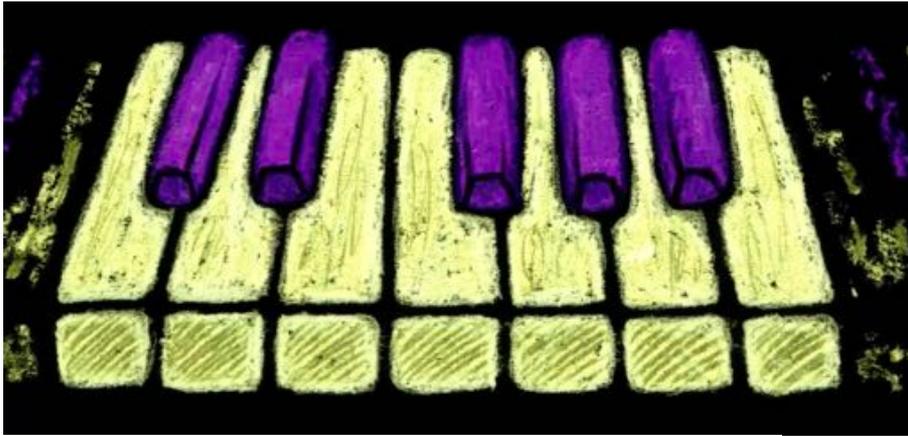
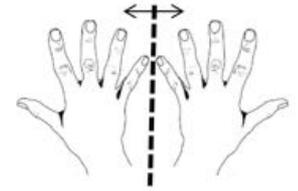


Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de **ré majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.



# Un accord majeur et ses symétries



Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de **ré majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.

L'accord **mineur** est le symétrique de l'accord majeur ! Celui-ci s'appelle par exemple le **relatif** (d'où la lettre **R**)

# Un accord majeur et ses symétries

The image contains three main sections:

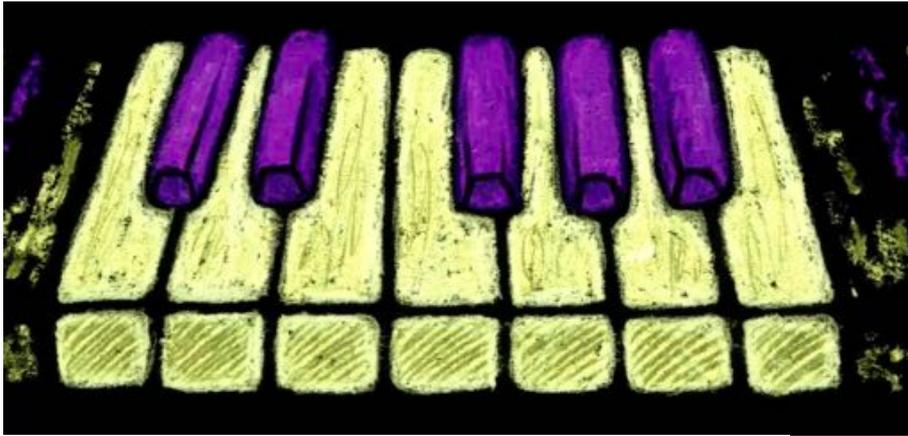
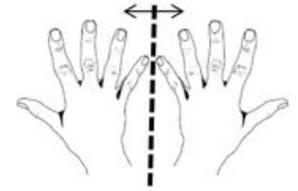
- CERQUES MOTIONS:** Shows waveforms and a piano keyboard diagram with notes labeled with letters like 'C', 'D', 'E', 'F', 'G', 'A', 'B'.
- LE SYSTEME CIRCULAIRE:** A circular diagram of 12 notes. A white circle highlights a chord structure with notes 'F' and 'C' and a 'P' axis. Below it is a 2x6 grid of notes: 

|   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
- LE SYSTEME TONNETZ:** A complex network diagram of notes and chords.

A white arrow points from the highlighted chord in the circular system down towards the text below.

Dessinez les accords mineurs symétriques de l'accord de do majeur par rapport aux axes P et L indiqués en figure ?

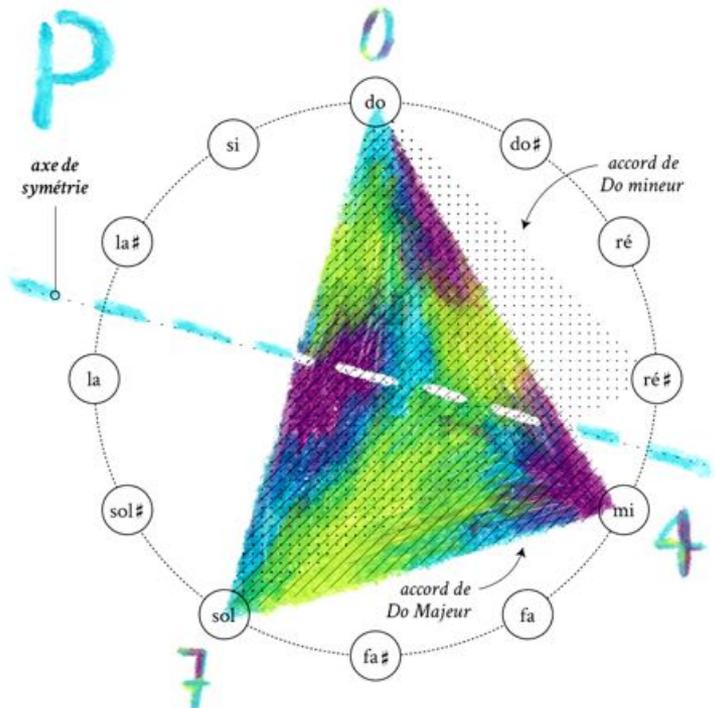
# Un accord majeur et ses symétries



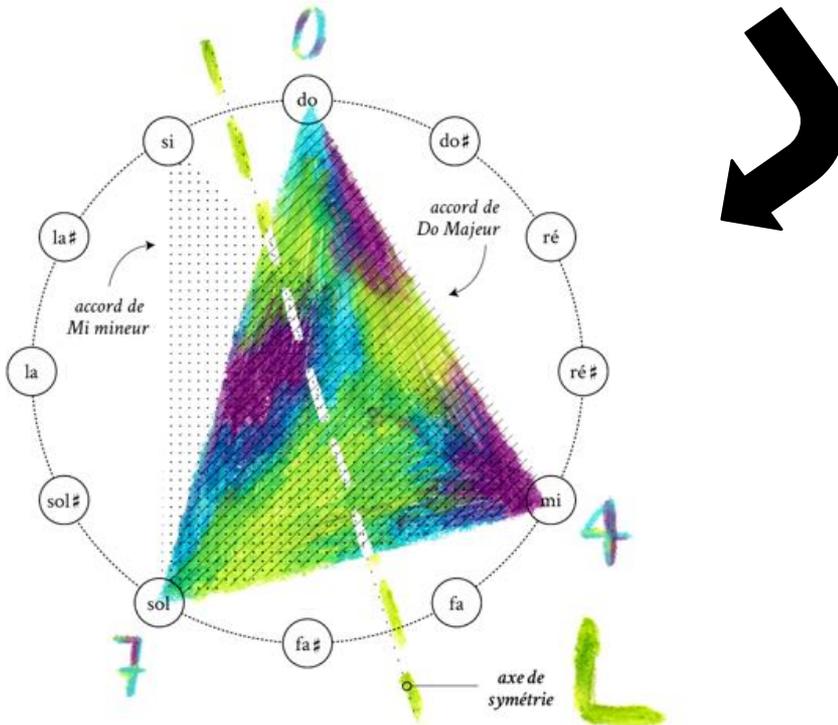
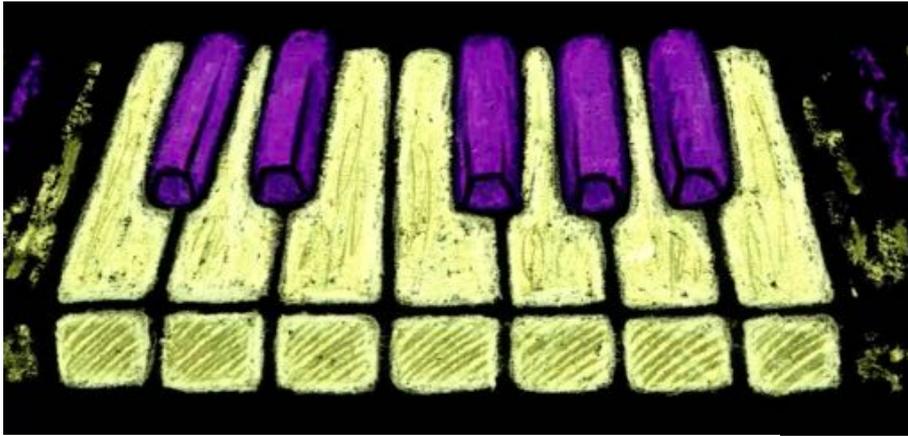
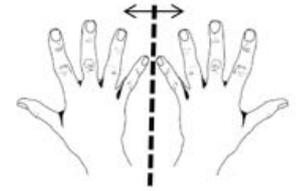
Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de ré **majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.

L'accord **mineur** est le symétrique de l'accord majeur ! Celui-ci s'appelle en revanche le **parallèle** (d'où la lettre **P**)



# Un accord majeur et ses symétries



Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de **ré majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.

L'accord **mineur** est le symétrique de l'accord majeur ! Celui-ci a un nom compliqué et on l'indiquera avec **L**.

**Comment visualiser les symétries dans le plan ?**

# Euler et le problème du cavalier des échecs



# Vidéo 3

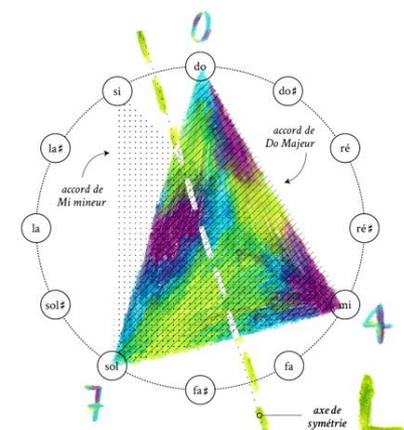
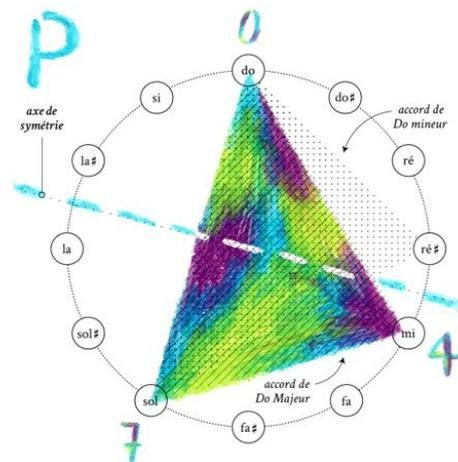
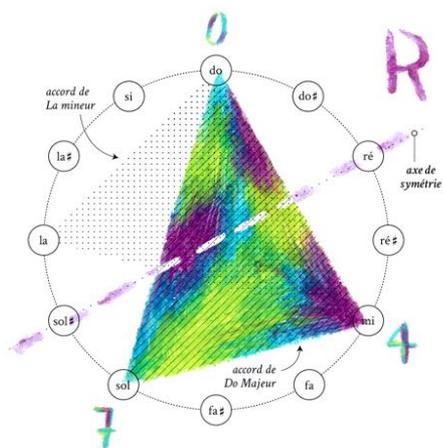
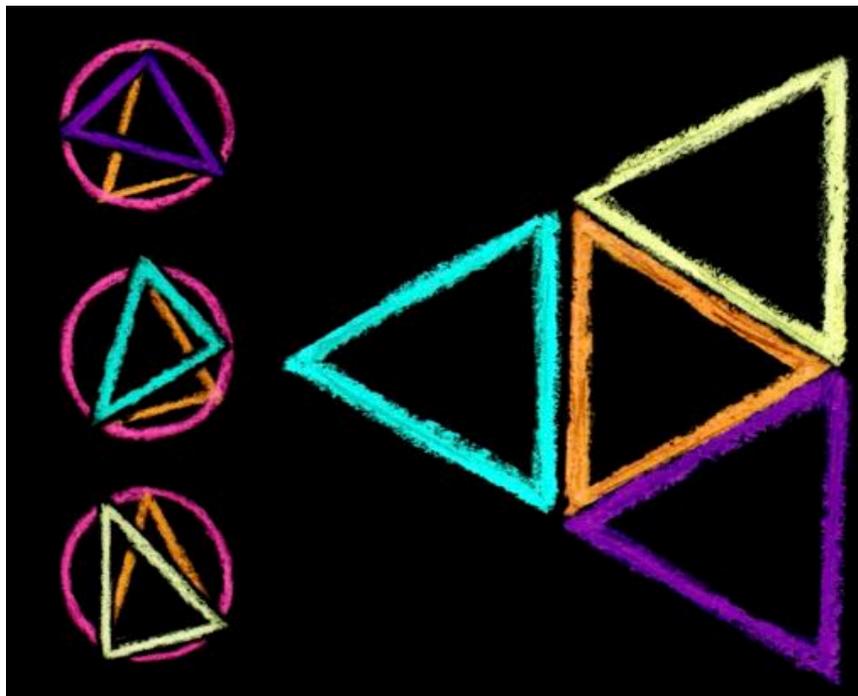


# Le système Tonnetz et ses symétries



Retrouvez où se placent les accords mineurs symétriques de l'accord majeur dans le Tonnetz

# Le système Tonnetz et ses symétries



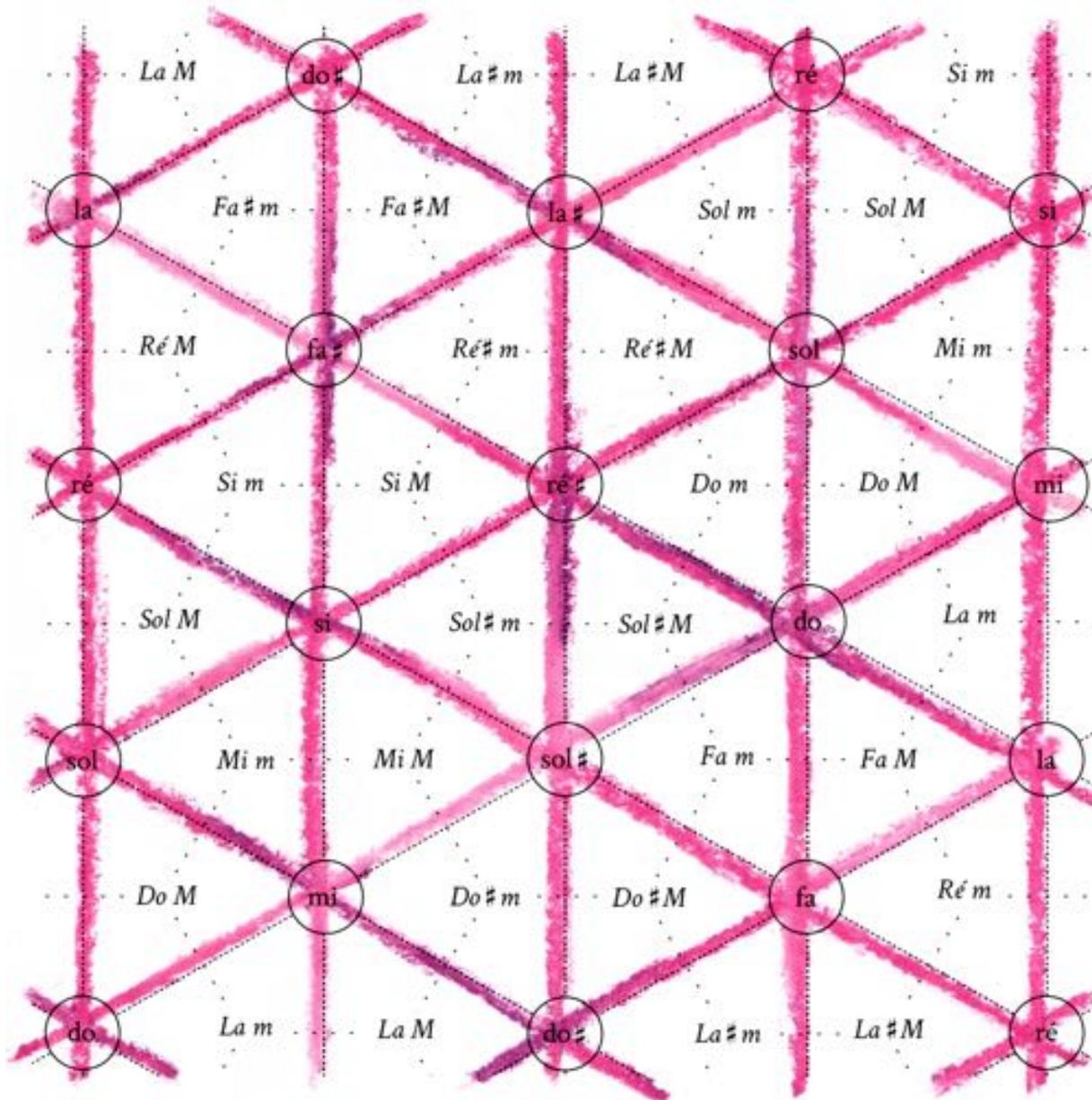
# Les deux facettes du système Tonnetz

The slide is divided into three main sections:

- CERQUES MOTIONS:** Shows waveforms and a piano keyboard diagram. A table lists notes: DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI, DO.
- LE SYSTEME CIRCULAIRE:** Shows a circular arrangement of notes and a triangular diagram.
- LE SYSTEME TONNETZ:** Shows a complex network of notes. A white circle highlights a specific part, with a white arrow pointing down to the text 'Complétez le texte'.

Complétez le texte

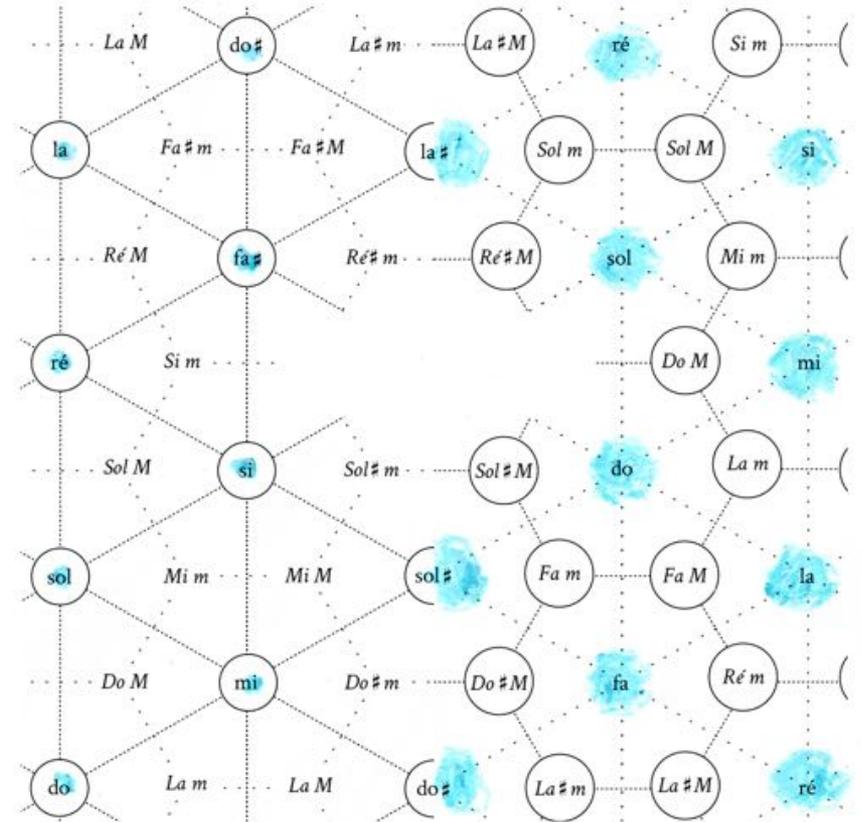
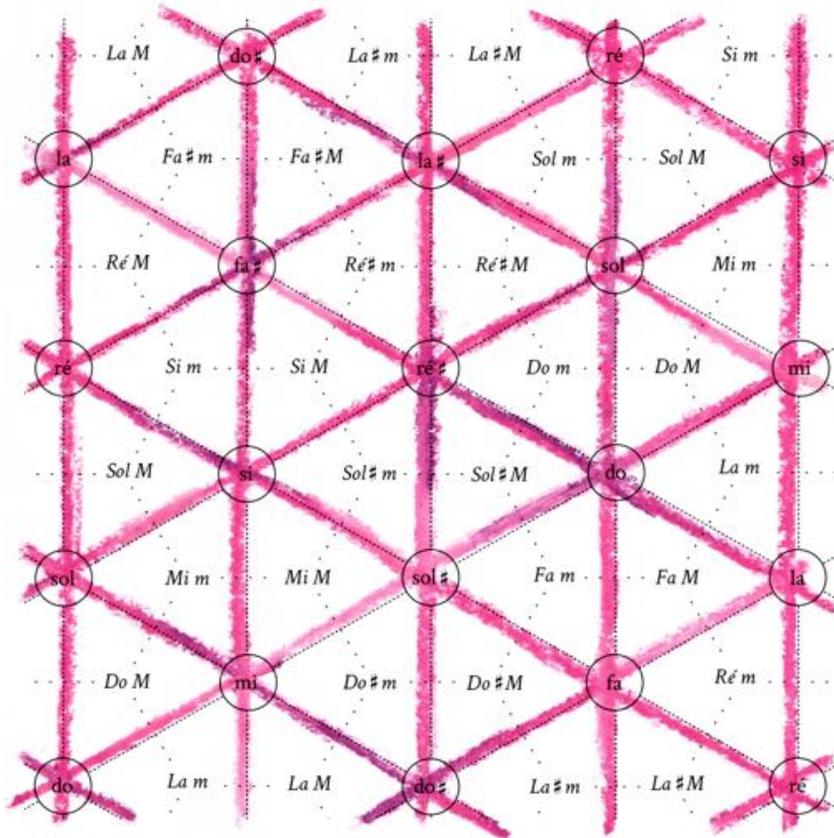
# Les deux facettes du système Tonnetz







# Les deux facettes du système Tonnetz





# Une chanson qui se balade en zig-zag dans l'espace

## Le Blé en Herbe



(Polo/Moreno/Dieu)

Plonger comme un enfant, cheveux au vent

Sous l'océan du blé en herbe

Marée d'épis couleur d'amande

Qui tendent à caresser le ciel

Algues tendres de mille plages

Frôlant le ventre des nuages

Cheveux de pluie, dos de poissons

Qui frissonnent à l'unisson

Suivre le bord des continents

Dans l'océan du blé en herbe

Pêcher le corail du pavot

Dans le sang des coquelicots

Croiser matin dans l'herbe folle

Deux tourterelles qui s'envolent

Suivre les jeux des hirondelles

Sur le paysage éternel

Nager comme un enfant, cheveux au vent

Sous l'océan

Du blé en herbe

Marée de fruits au goût amer

Acide et salée comme la mer

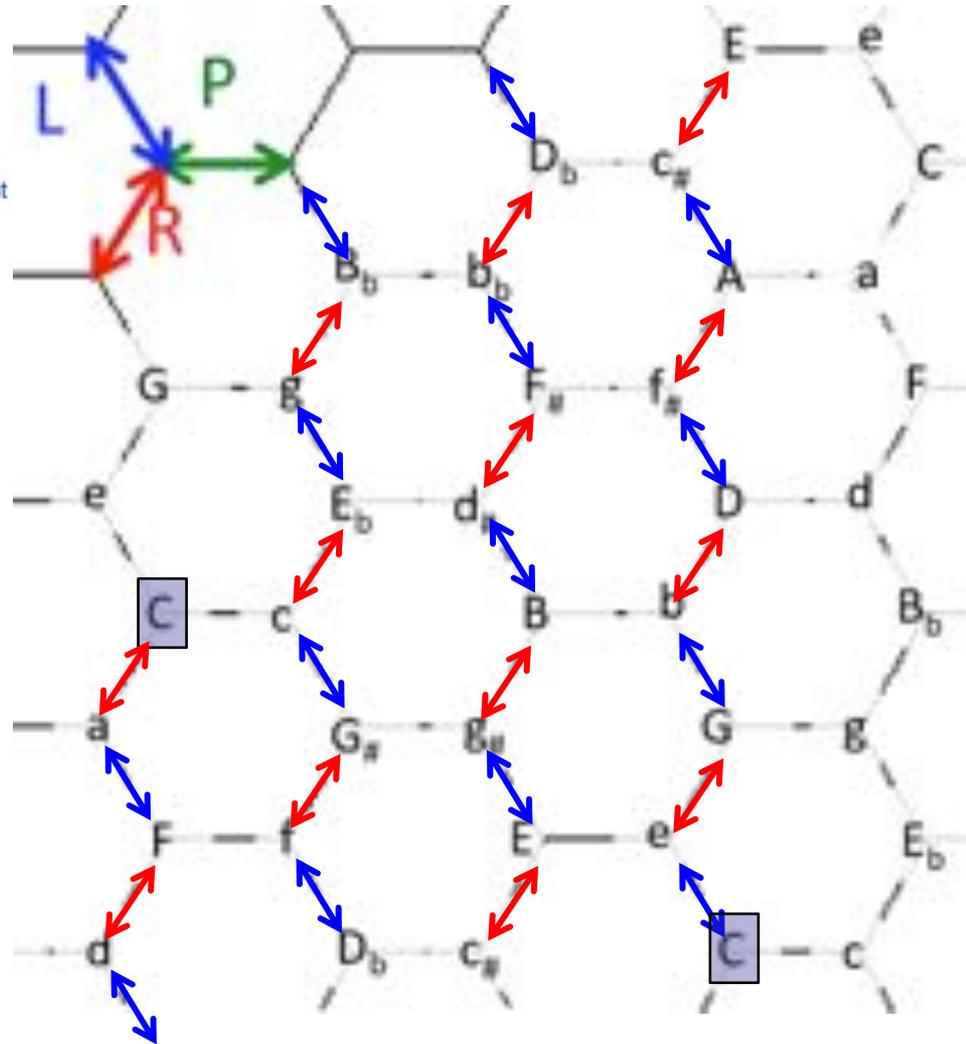
Vers l'îlot d'un petit village

Vers un château d'eau sur la plage

Quand tout s'éteint avant l'orage

Quand se lève le vent du large

Sur le blé vert



**CABARET HAMILTONIEN**

FABRICE QUÉDY  
Formalises dans la musique savante

MORENO ANDREATTA  
Mentoratrices appliquées à la musique

POLO PIERRE LAMY  
Écriture appliquée aux formes musicales

Alexis - Voix, guitare, écriture  
Augustin - Voix, claviers, écriture  
Clara - Voix, guitare, écriture  
Emilie - Voix, mandoline, écriture  
Séverine - Voix, alto, écriture  
Thomas - Voix, claviers, écriture

Écrire sous la contrainte...  
TACHER DU PAPIER SOUS  
L'OBLIGATION DE FAIRE  
QUELQUE CHOSE...

SALIR DU BOIS CONDITIONNÉ  
AVEC LE DEVOIR MORAL DE  
TRANSFORMER UN OBJET  
INDEFINI...

SAMEDI 27 FÉVRIER 2016 à 11h  
AMPHI PARIS SCIENCE ET LETTRES  
22 rue de St-Jacques  
75005 Paris

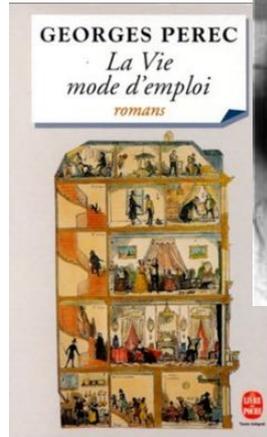
ENTRÉE LIBRE

PSL\*  
PARIS SCIENCE ET LETTRES

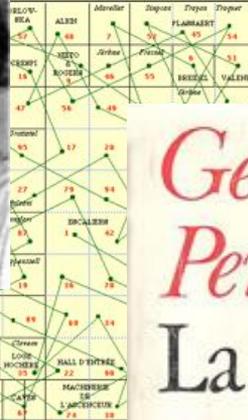
# Les contraintes dans l'art : l'OuLiPo (Ouvroir de Littérature Potentielle)



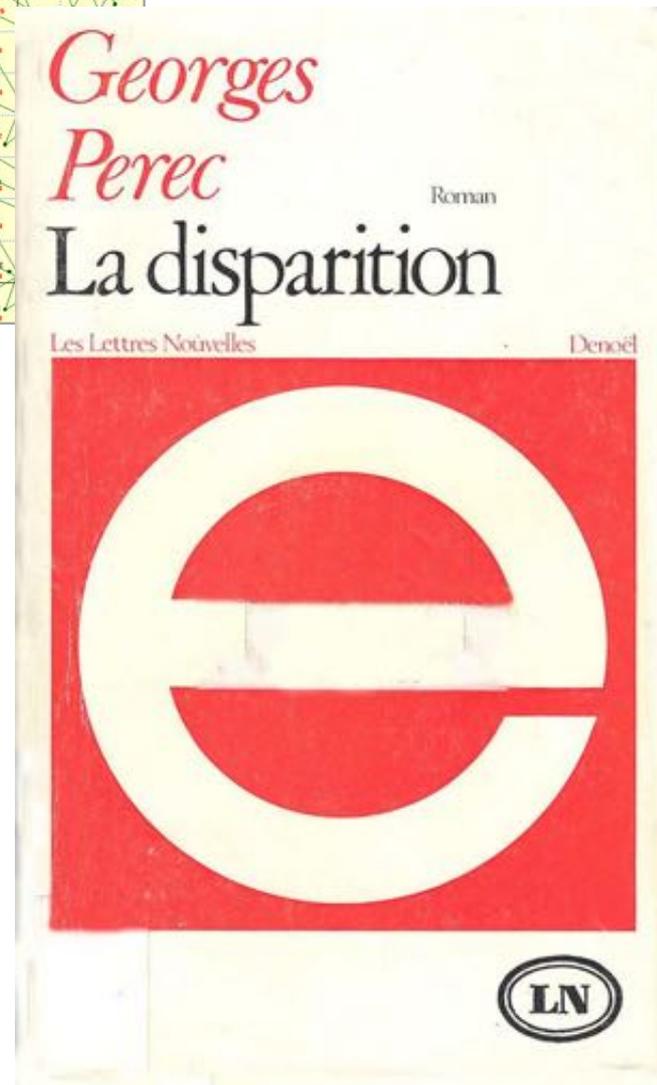
*Cent mille milliards de poèmes, 1961*



**Georges Perec**



*La vie mode d'emploi,*



**Raymond Queneau**

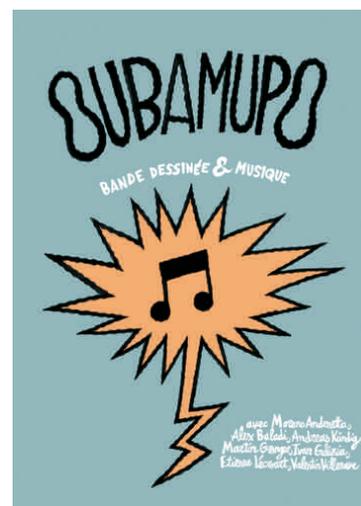
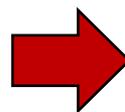


**Italo Calvino**

*Le Château des destins croisés, 1969*



# De l'OuLiPo à l'OuMuPo (ouvroir de musique potentielle)



La BnF présente  
**Oubapo/Oumupo**  
 Avec Élise Haddad, Valentin Villenave, Etienne Lécroart, Martin Granger et Moreno Andreatta  
 jeudi 9 novembre 2017  
 (BnF) Les jeudis de l'Oulipo



Valentin Villenave



Mike Solomon



Jean-François  
 Piette



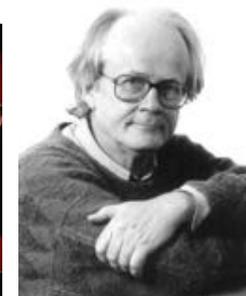
Martin  
 Granger



Joseph Boisseau

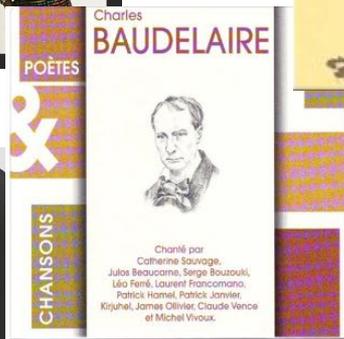
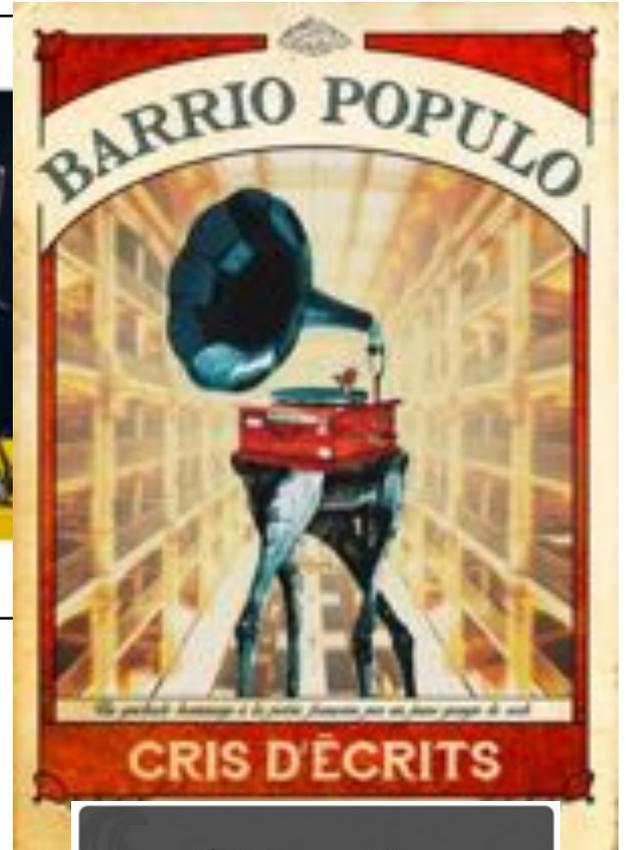


Moreno Andreatta

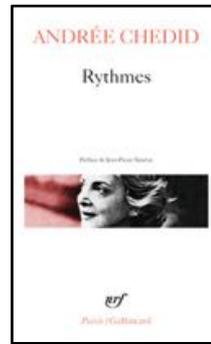


Tom Johnson

# La poésie mise en chanson comme cas d'étude



# De la poésie à la chanson : stratégies compositionnelles



**A part** (Andrée Chedid, poème tiré du recueil *Rhymes*  
 Collection Poésie/Gallimard (n. 527), Gallimard, 2018)

À part le temps  
 Et ses rouages  
 À part la terre  
 En éruptions  
 À part le ciel  
 Pétrisseur de nuages  
 À part l'ennemi  
 Qui génère l'ennemi

À part le désamour  
 Qui ronge l'illusion  
 À part la durée  
 Qui moisit nos visages

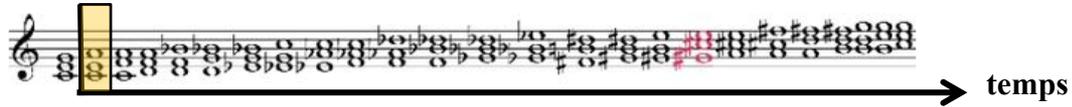
À part les fléaux  
 À part la tyrannie  
 À part l'ombre et le crime  
 Nos batailles nos outrages

Je te célèbre ô Vie  
 Entre cavités et songes  
 Intervalle convoité  
 Entre le vide et le rien





# De la poésie à la chanson via les maths



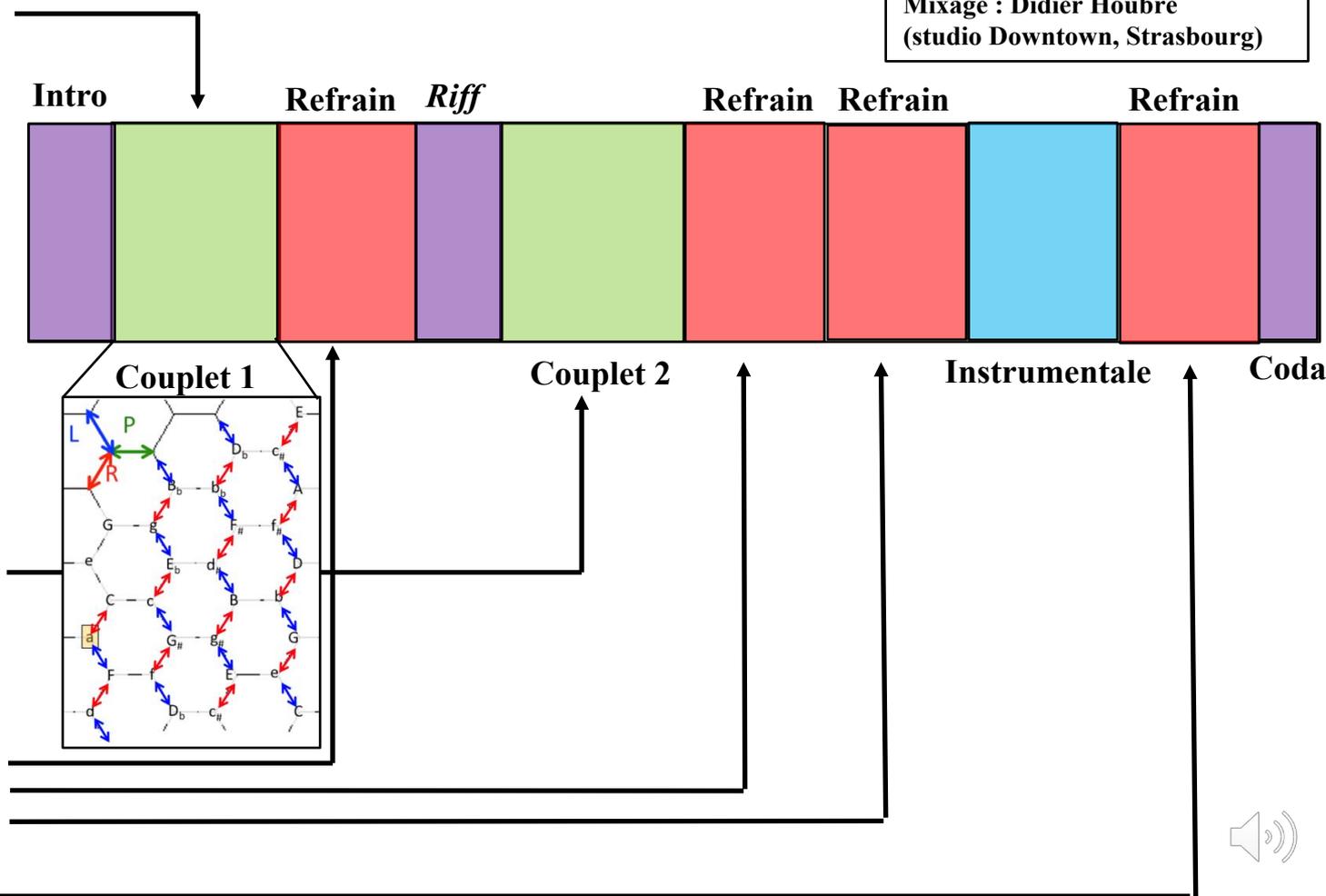
**A part** (Andrée Chédid, poème tiré du recueil *Rythmes* Collection Poésie/Gallimard (n. 527), Gallimard, 2018)

**Composition : Moreno Andreatta**  
**Arrangement : Benoît Messinger**  
**Mixage : Didier Houbre**  
(studio Downtown, Strasbourg)

À part le temps  
Et ses rouages  
À part la terre  
En éruptions  
À part le ciel  
Pétrisseur de nuages  
À part l'ennemi  
Qui génère l'ennemi

À part le désamour  
Qui ronge l'illusion  
À part la durée  
Qui moisit nos visages  
  
À part les fléaux  
À part la tyrannie  
À part l'ombre et le crime  
Nos batailles nos outrages

Je te célèbre ô Vie  
Entre cavités et songes  
Intervalle convoité  
Entre le vide et le rien



# De la poésie à la chanson : stratégies compositionnelles



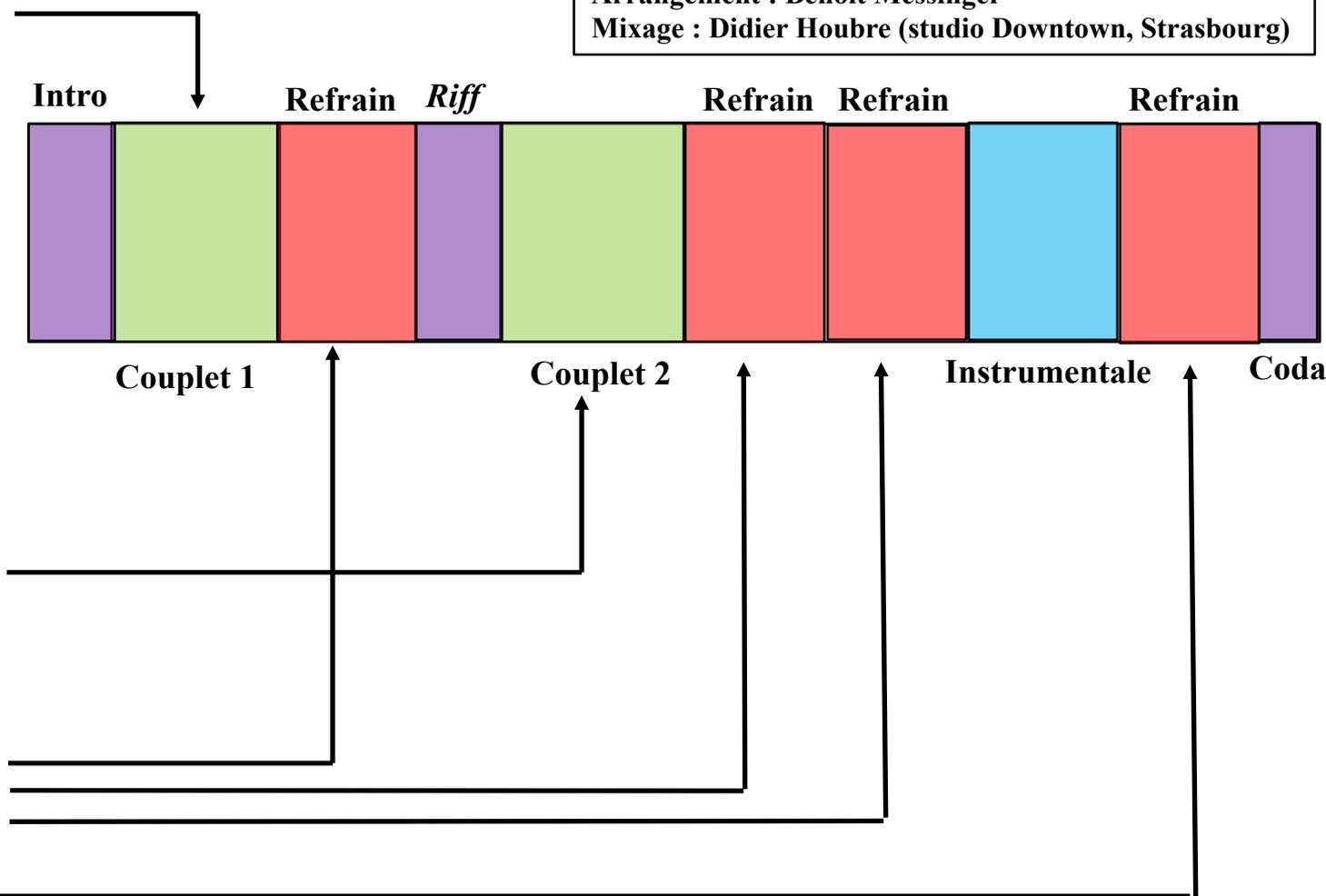
**A part** (Andrée Chedid, poème tiré du recueil *Rythmes* Collection Poésie/Gallimard (n. 527), Gallimard, 2018)

Composition : Moreno Andreatta  
 Arrangement : Benoît Messinger  
 Mixage : Didier Houbre (studio Downtown, Strasbourg)

À part le temps  
 Et ses rouages  
 À part la terre  
 En éruptions  
 À part le ciel  
 Pétrisseur de nuages  
 À part l'ennemi  
 Qui génère l'ennemi

À part le désamour  
 Qui ronge l'illusion  
 À part la durée  
 Qui moisit nos visages  
  
 À part les fléaux  
 À part la tyrannie  
 À part l'ombre et le crime  
 Nos batailles nos outrages

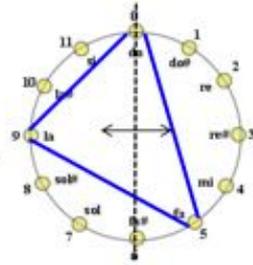
Je te célèbre ô Vie  
 Entre cavités et songes  
 Intervalle convoité  
 Entre le vide et le rien



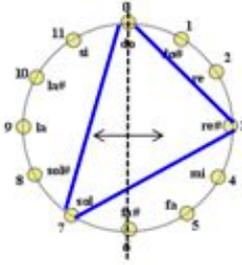
# L'harmonie négative ou la dualité majeur/mineur



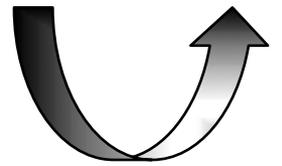
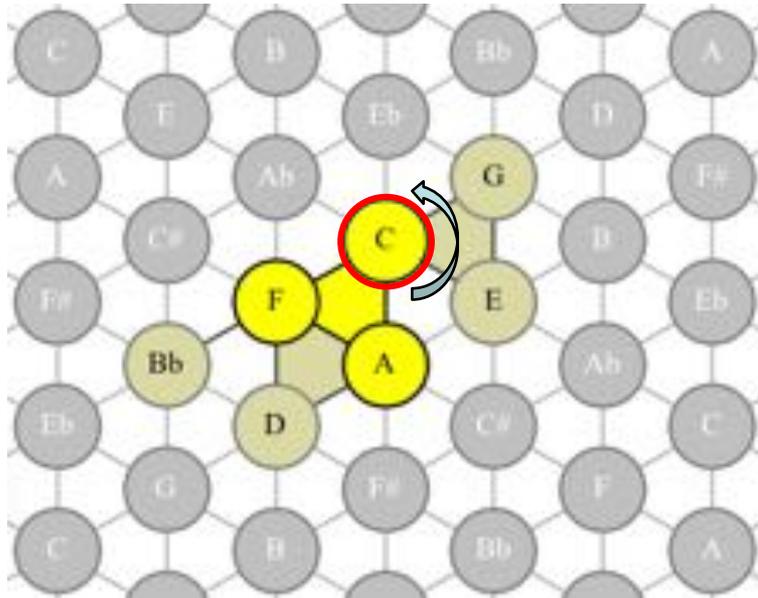
**Accord  
majeur**



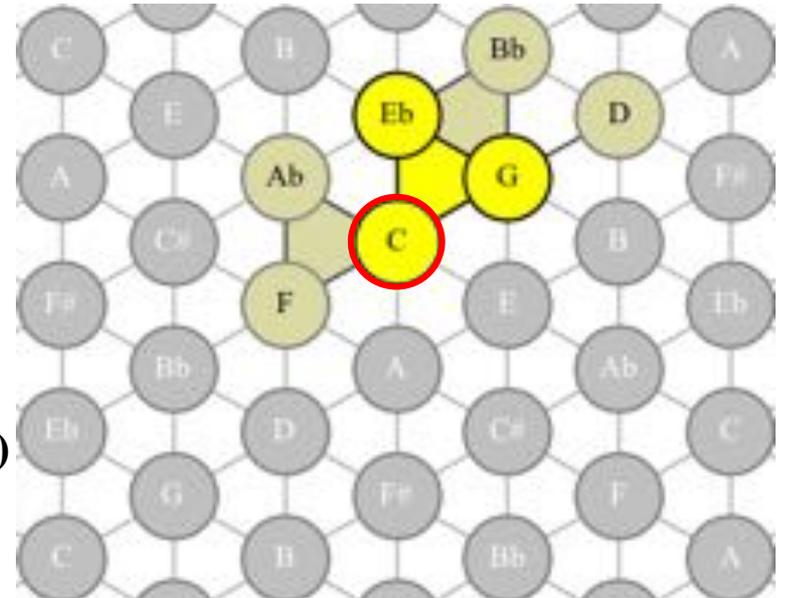
**inversion**



**Accord  
majeur**

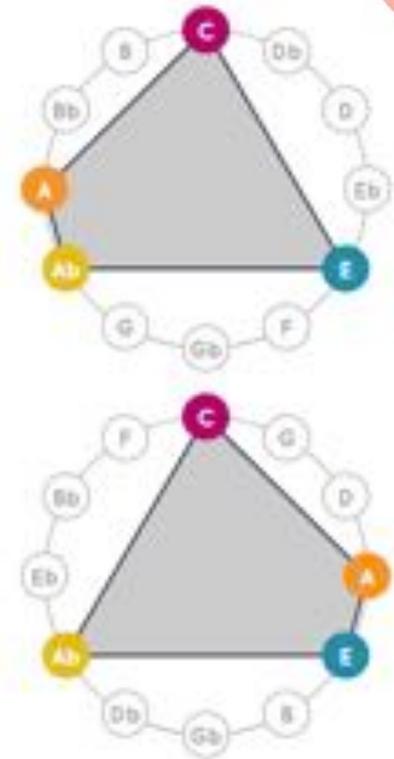
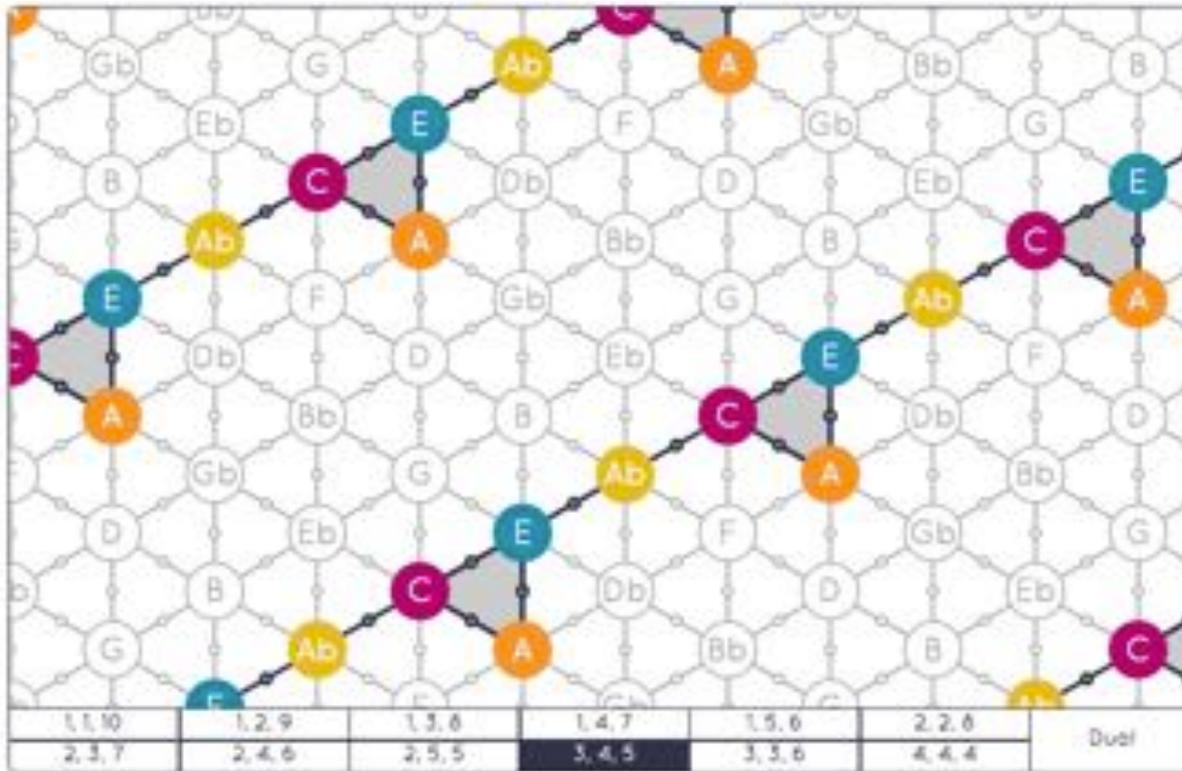
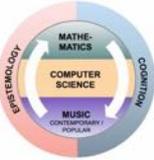


**Rotation  
(autour du do)**



# THE TONNETZ

ONE KEY - MANY REPRESENTATIONS



➔ <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/>





**MATHÉMATIQUES,  
DESSINEZ-MOI  
LA MUSIQUE**

Contact : [andreatta@math.unistra.fr](mailto:andreatta@math.unistra.fr)

*Des questions ?*

