

Mathématiques, dessinez-moi la musique

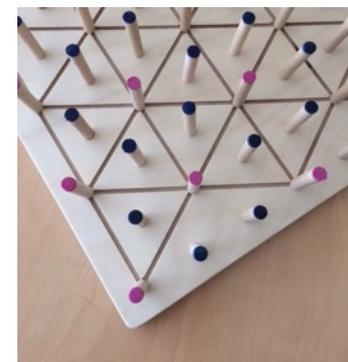
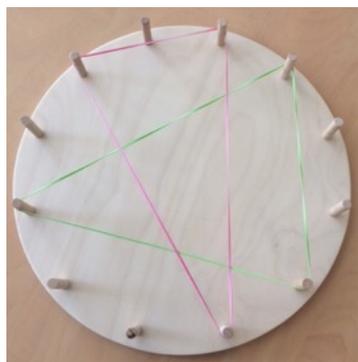
PAF - Lyon

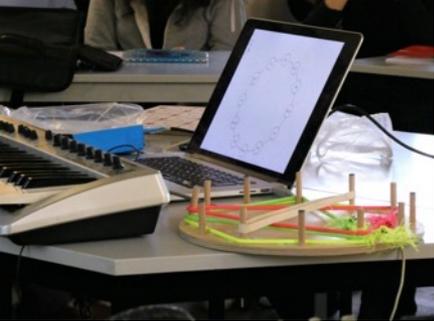
19-20 mai 2022

Moreno ANDREATTA

IRMA/CNRS, Université de Strasbourg
& Ircam/CNRS, Sorbonne Université

www.morenoandreatta.com





Jardin des sciences
Université de Strasbourg

Alsascience, 6-12 mai 2019
Fête de la science, octobre 2020

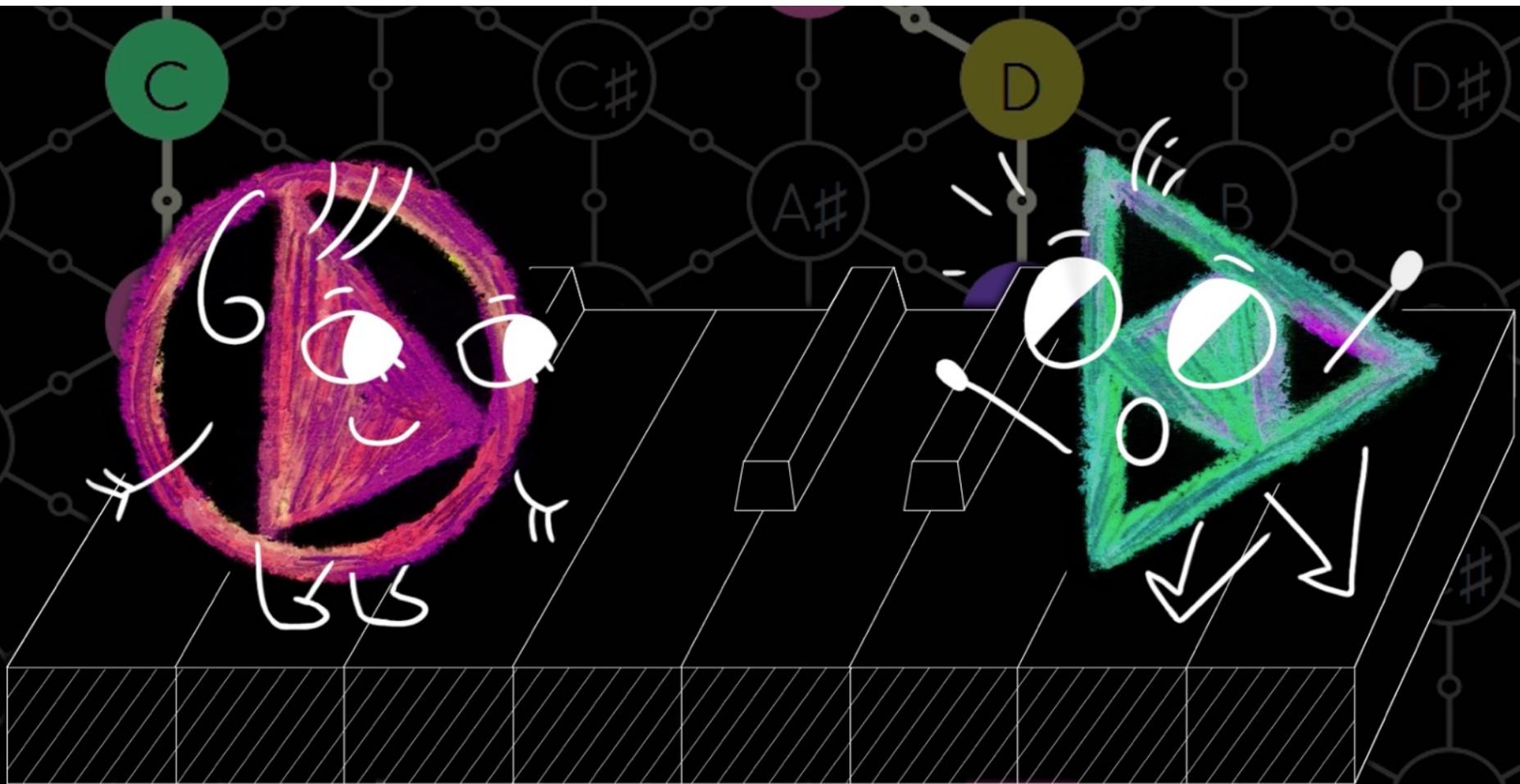


A black and white photograph of a classroom. In the foreground, several rows of computer workstations are visible, with students sitting at desks. Some students are looking towards the front of the room. In the background, a whiteboard displays a large, colorful poster. The poster has a black background with various geometric shapes and patterns drawn in bright colors like cyan, magenta, and yellow. The text on the poster is written in a white, hand-drawn font. A man, presumably the teacher, is standing on the right side of the whiteboard, gesturing with his hands as if presenting. The overall atmosphere is one of an interactive learning environment.

**MATHÉMATIQUES,
DESSINEZ-MOI
LA MUSIQUE**

Moreno Andreatta et Marie Marty
Atelier pédagogique

« Musique et mathématiques »: un film pédagogique

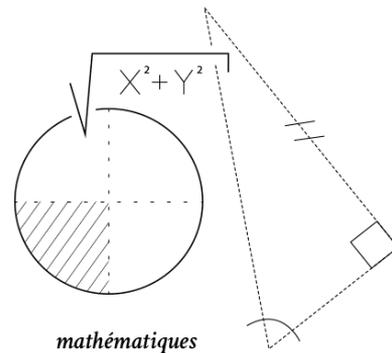
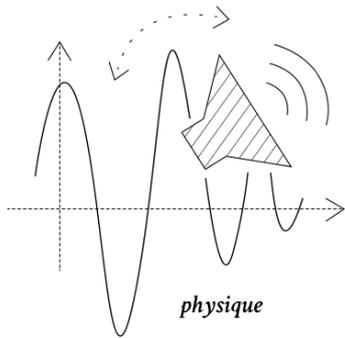
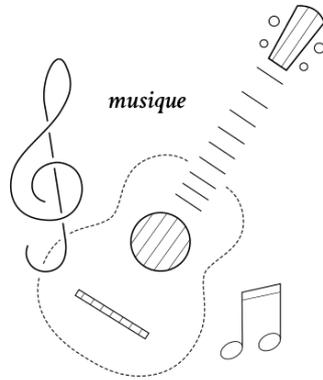


➔ www.morenoandreatta.com



AuDiMATH
AUTOUR DE LA DIFFUSION
DES MATHÉMATIQUES

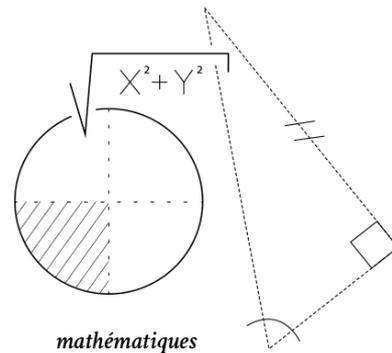
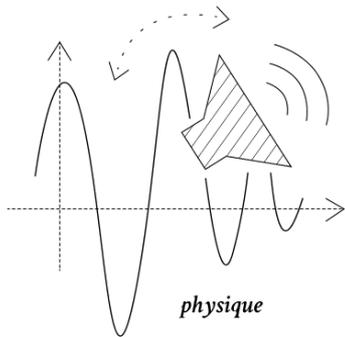
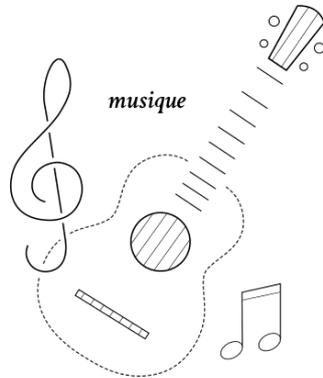
La musique entre les maths, la physique et l'info



« Mathémusique » dans le programme de l'Education Nationale (enseignement scientifique, 1^{ère} générale)

L'être humain perçoit le monde à l'aide de **signaux** dont certains sont de nature sonore. De l'Antiquité jusqu'à nos jours, il a combiné les sons de manière harmonieuse pour en faire un art, la musique, qui entretient des liens privilégiés avec **les mathématiques**. **L'informatique** permet aujourd'hui de numériser les sons et la musique. La compréhension des mécanismes auditifs s'inscrit dans une perspective d'éducation à la santé.

La musique entre les maths, la physique et l'info



« Mathémusique » dans le programme de l'Education Nationale

(spécialité musique cycle terminal)

Deux champs de questionnement :

1. Le son, la musique, l'espace et le temps

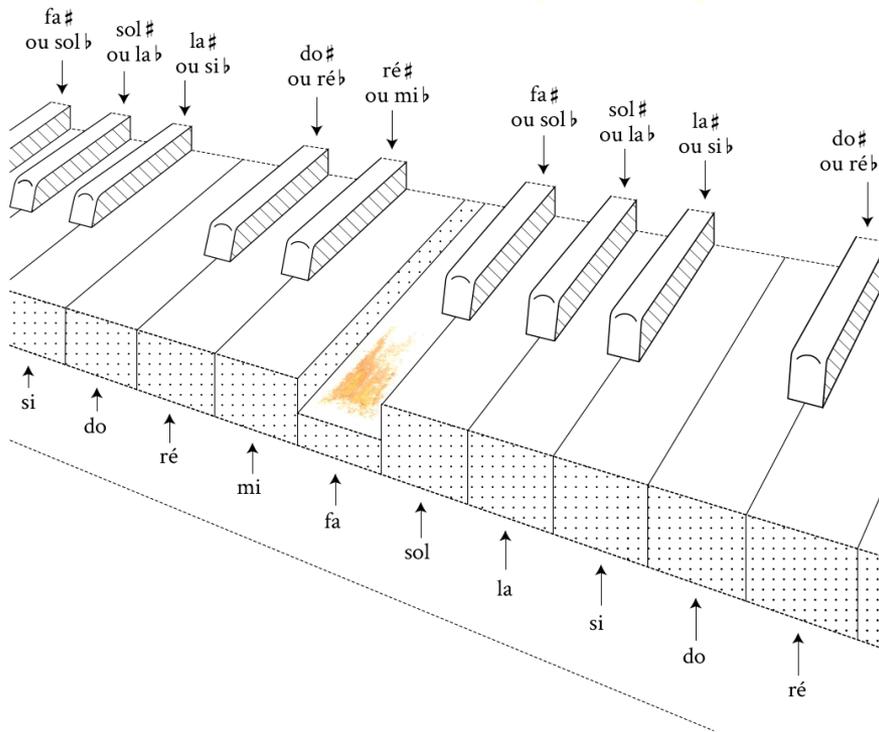
- La musique art du temps ou de l'espace ?
- La forme musicale (musique savante et populaire)
- Approches algorithmiques en composition
- Les proportions et les modèles des gammes
- Les proportions et les modèles des rythmes

2. La musique, l'homme et la société

- La chanson comme pratique musicale
- Les rapports entre musique et littérature (le cas de la poésie mise en chanson)

Petit lexique de concepts musicaux

NOTE



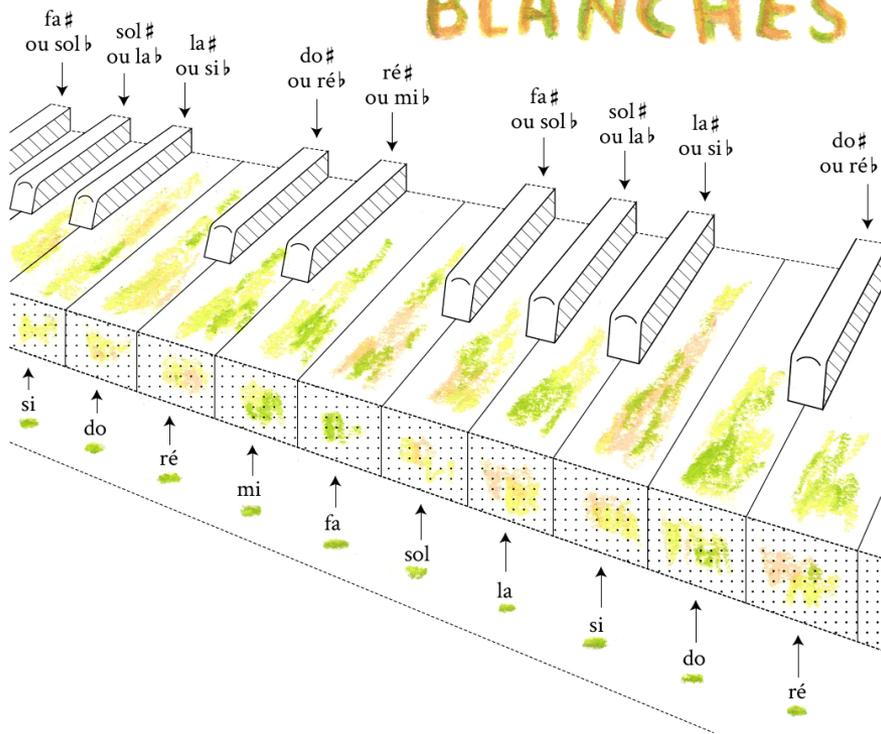
La note

En musique, une note désigne soit un **symbole** permettant de représenter la **hauteur** et la **durée** relative d'un son, soit la hauteur elle-même d'un son.

(<https://www.lire-les-notes.com/>)

Petit lexique de concepts musicaux

TOUCHES BLANCHES

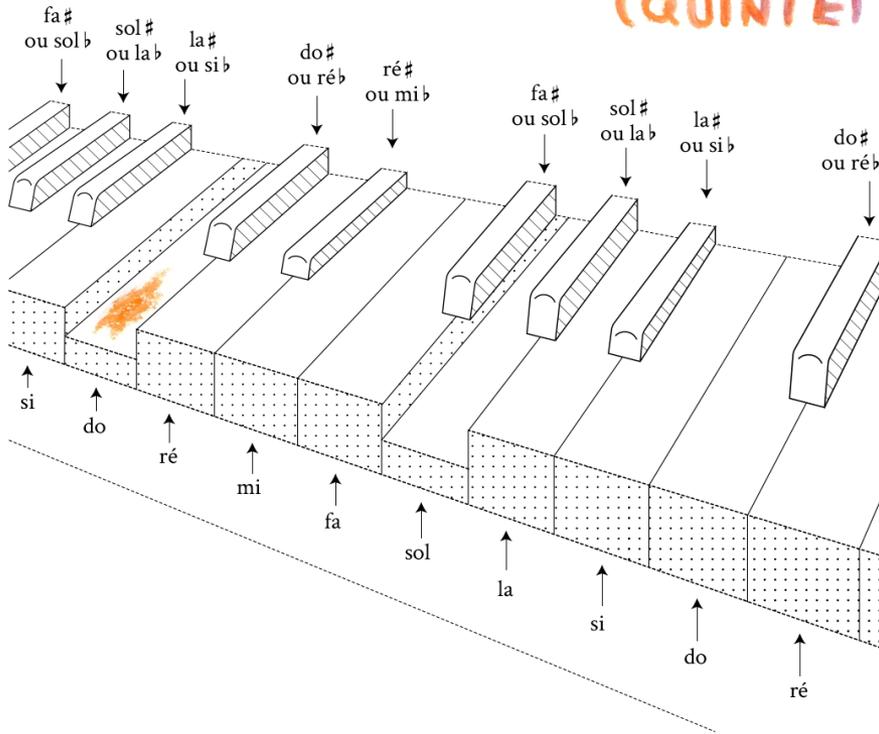


Touches blanches et noires

Le piano est constitué de deux ensembles de notes, à savoir l'ensemble des **touches blanches** et l'ensemble des **touches noires**. Ces deux ensembles sont **disjoints**. Que-ce que cela veut dire ?

Petit lexique de concepts musicaux

INTERVALLE (QUINTE)

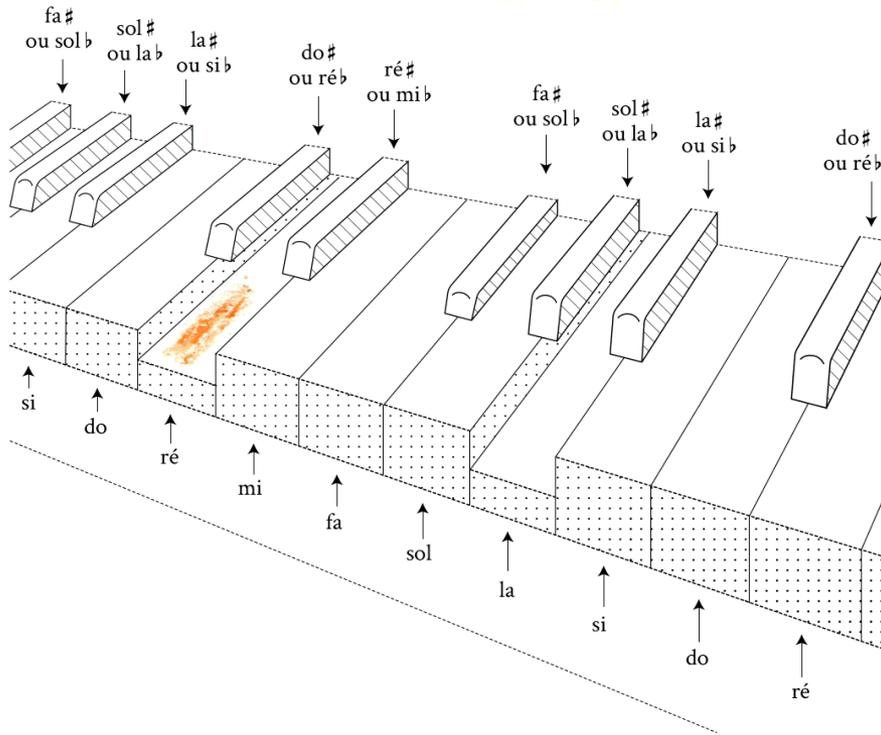


L'intervalle

Un intervalle est une **distance** entre les notes d'une gamme. Par exemple la **quinte** est l'intervalle qui correspond à une distance de 5 pas sur les touches blanches du piano (ou 7 demi-tons si l'on considère aussi les touches noires).

Petit lexique de concepts musicaux

ACCORD

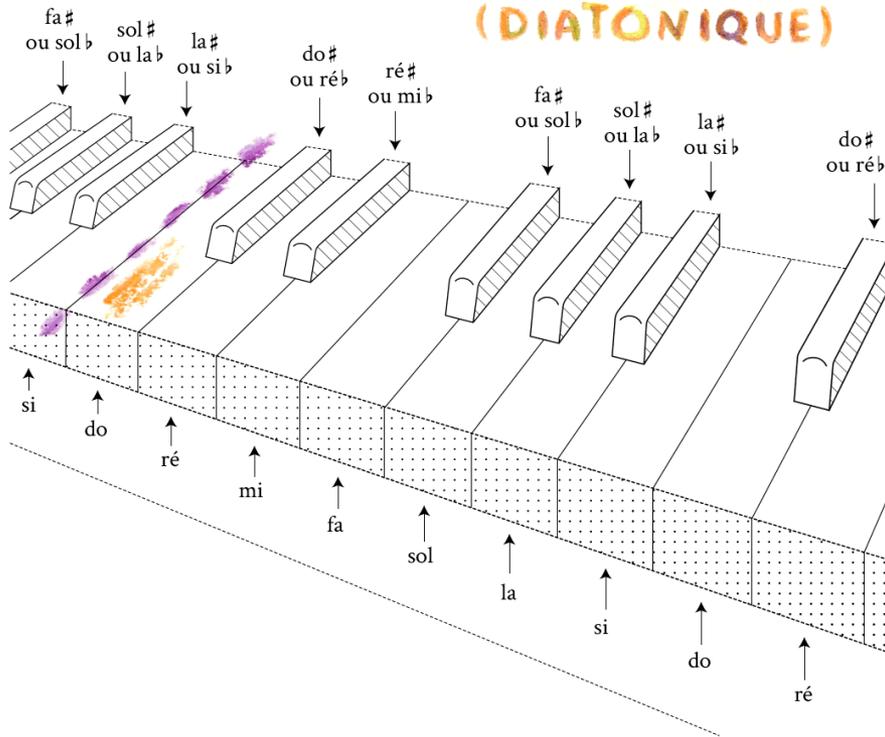


L'accord

Un accord est une **superposition** de plusieurs notes. Par exemple les trois notes en figure constituent l'accord de **ré majeur**.

Petit lexique de concepts musicaux

GAMME (DIATONIQUE)

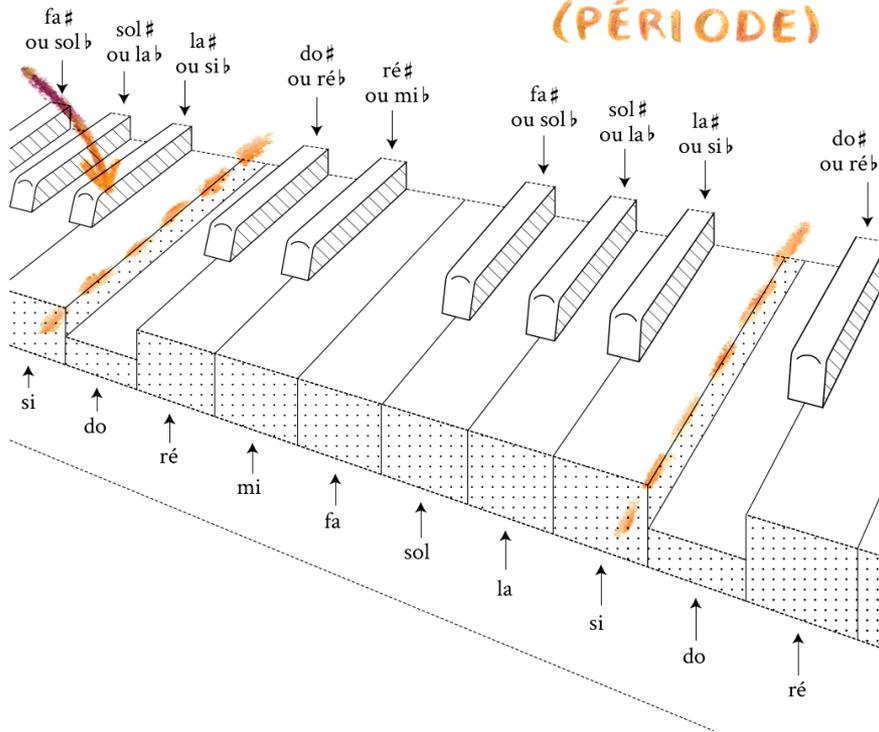


La gamme

Une gamme est une succession ordonnée de notes de musique. Par exemple les touches blanches constituent la **gamme diatonique** et les touches noires forment la **gamme pentatonique**.

Petit lexique de concepts musicaux

OCTAVE (PÉRIODE)

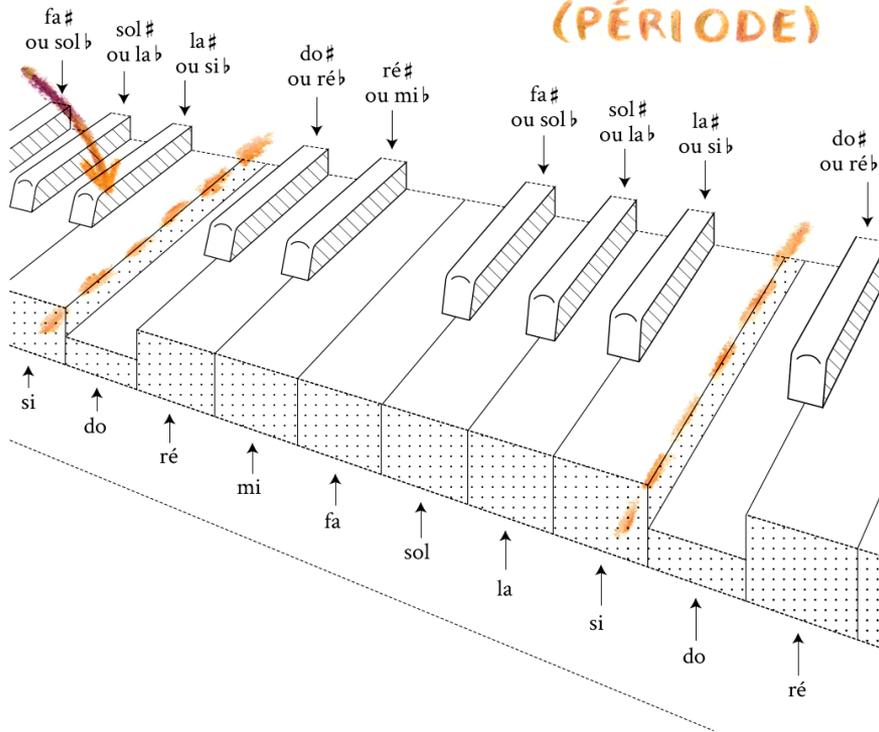


L'octave

L'octave est l'**intervalle** entre deux notes à distance de 12 demi-tons. D'un point de vue physique, l'intervalle d'octave correspond à **doubler la fréquence** d'une note (c'est-à-dire le nombre de vibrations par second de l'onde sonore associée à la note de musique).

Petit lexique de concepts musicaux

OCTAVE (PÉRIODE)



L'octave

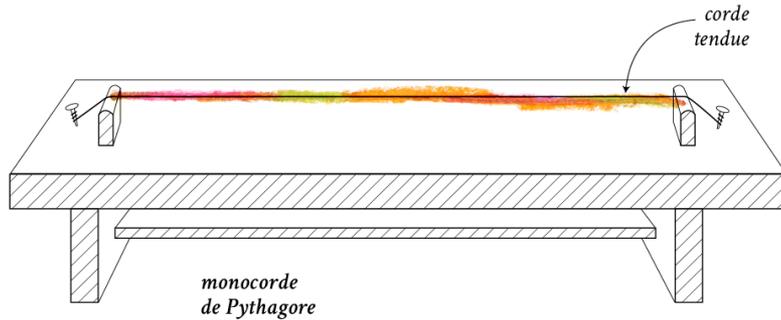
L'octave est l'**intervalle** entre deux notes à distance de 12 demi-tons. D'un point de vue physique, l'intervalle d'octave correspond à **doubler la fréquence** d'une note (c'est-à-dire le nombre de vibrations par second de l'onde sonore associée à la note de musique).

Proportions et gammes musicales

Pythagore et le monocorde



Les intervalles selon le monocorde



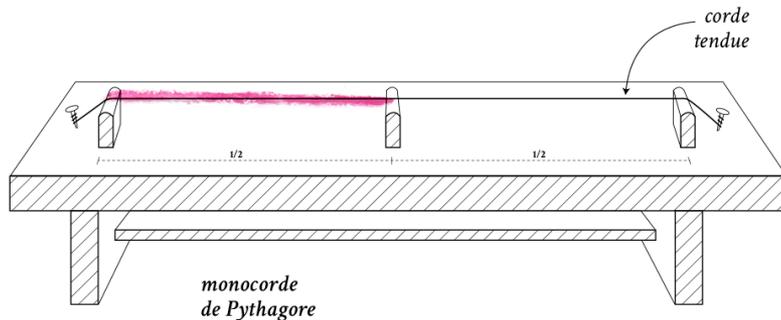
VOICI UNE NOTE

Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à $1/1$ donc 1 !

Les intervalles selon le monocorde



Longueur
de la corde

Rapport
de fréquence

Intervalle
correspondant

1/2

2

OCTAVE

Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à $1/1$ donc 1 !

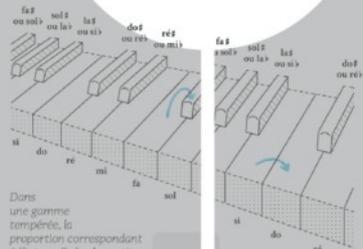
Si le rapport de longueur de la corde est égal à $1/2$, son rapport de fréquence sera égal à $1/(1/2)$ donc 2, ce qu'on appelle l'intervalle d'**octave**

Les intervalles selon le monocorde

QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquences correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :

2 octave

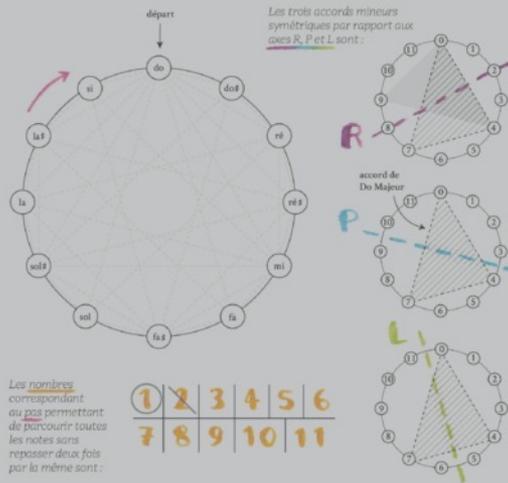


Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

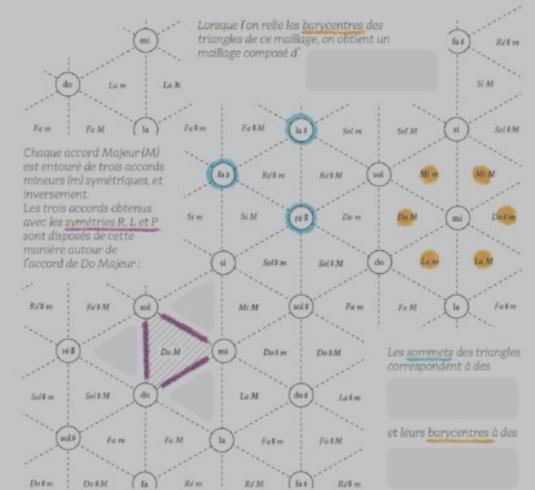
D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

LE SYSTÈME CIRCULAIRE

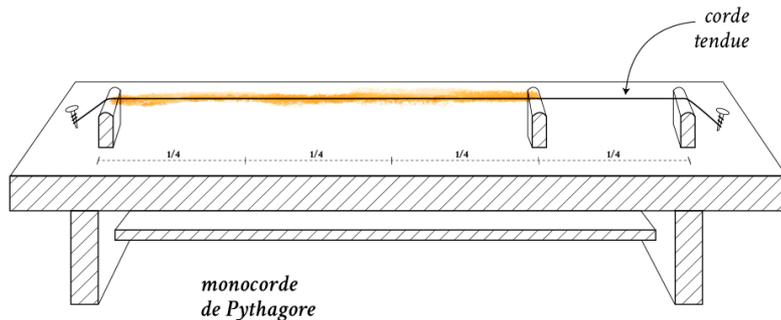


LE SYSTÈME TONNETZ



Après avoir mesuré la longueur des segments de corde colorés par rapport à la longueur totale de la corde, en déduire le rapport de fréquence qui y correspond

Les intervalles selon le monocorde



Longueur
de la corde

Rapport
de fréquence

Intervalle
correspondant

$3/4$

$4/3$

QUARTE

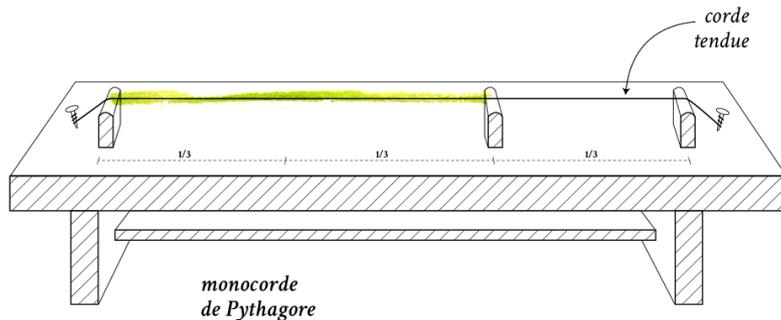
Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à $1/1$ donc 1 !

Si le rapport de longueur de la corde est égal à $3/4$, son rapport de fréquence sera égal à $1/(3/4)$ donc $4/3$, ce qu'on appelle l'intervalle de **quarte.**

Les intervalles selon le monocorde



Longueur
de la corde

2/3

Rapport
de fréquence

3/2

Intervalle
correspondant

QUINTE

Le monocorde est un instrument contenant une unique corde tendue et une caisse de résonance.

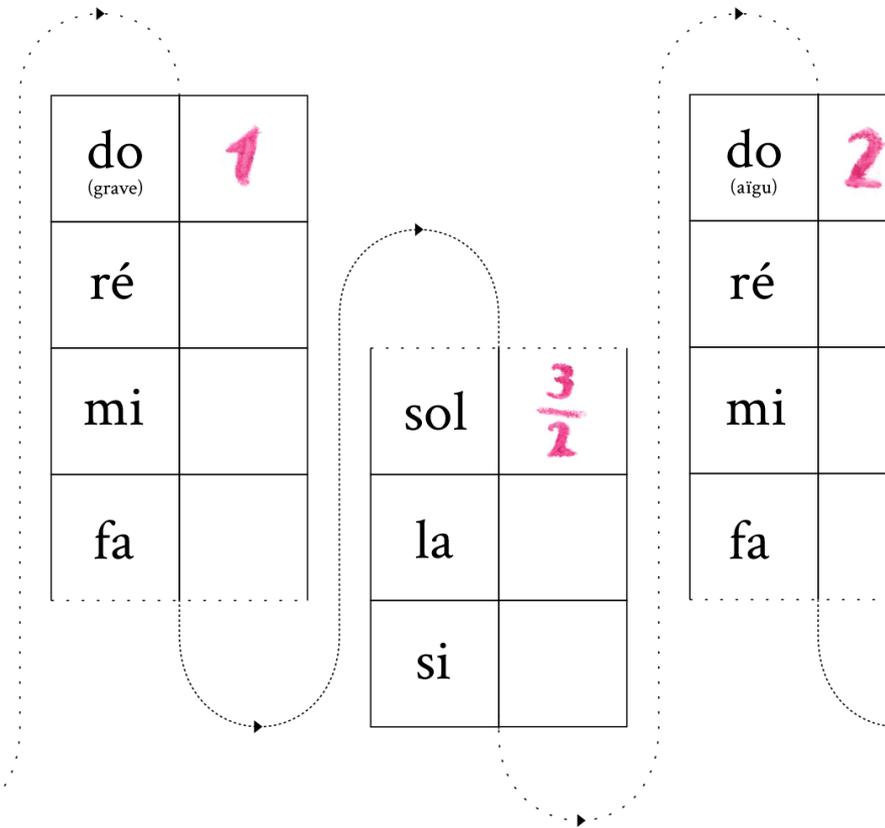
Plus cette corde est courte, plus le son obtenu en la pinçant est aigu, car la **fréquence du son est inversement proportionnelle à la longueur de la corde.**

Ainsi, si le rapport de longueur de la corde est égal à 1 (comme ici), son rapport de fréquence sera égal à $1/1$ donc 1 !

Si le rapport de longueur de la corde est égal à $2/3$, son rapport de fréquence sera égal à $1/(2/3)$ donc $3/2$, ce qu'on appelle l'intervalle de **quinte.**

**Comment construire une gamme à partir de la
quinte (juste) ?**

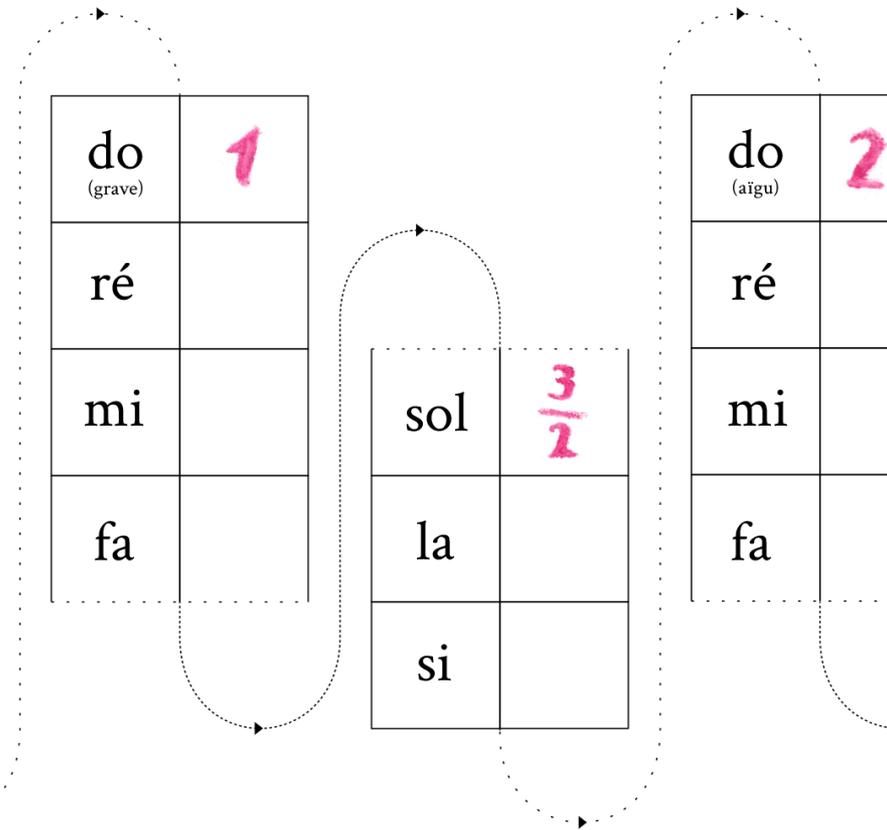
De quinte en quinte...



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

De quinte en quinte...



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

De quinte en quinte...

QUELQUES NOTIONS

La rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :

2 octave

Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

LE SYSTÈME CIRCULAIRE

D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

Les nombres correspondant au pas permettant de parcourir toutes les notes sans repasser deux fois par la même sont :

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |

Les trois accords mineurs symétriques par rapport aux axes R, P et L sont :

accord de Do Majeur

LE SYSTÈME TONNETZ

Lorsque l'on relie les barycentres des triangles de ce maillage, on obtient un maillage composé d' :

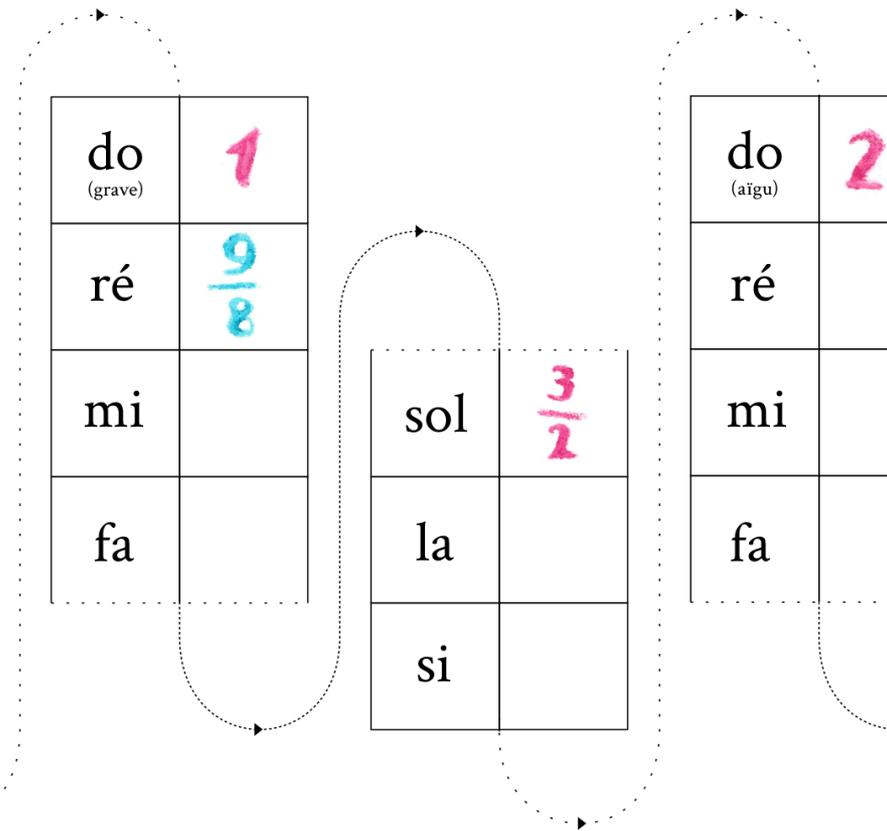
Chaque accord Majeur (M) est entouré de trois accords mineurs (m) symétriques, et inversement. Les trois accords obtenus avec les symétries R, L et P sont disposés de cette manière autour de l'accord de Do Majeur :

Les sommets des triangles correspondent à des :

et leurs barycentres à des :

D'après l'intervalle de quinte de Pythagore, calculer les rapports de fréquence des différentes notes de la gamme

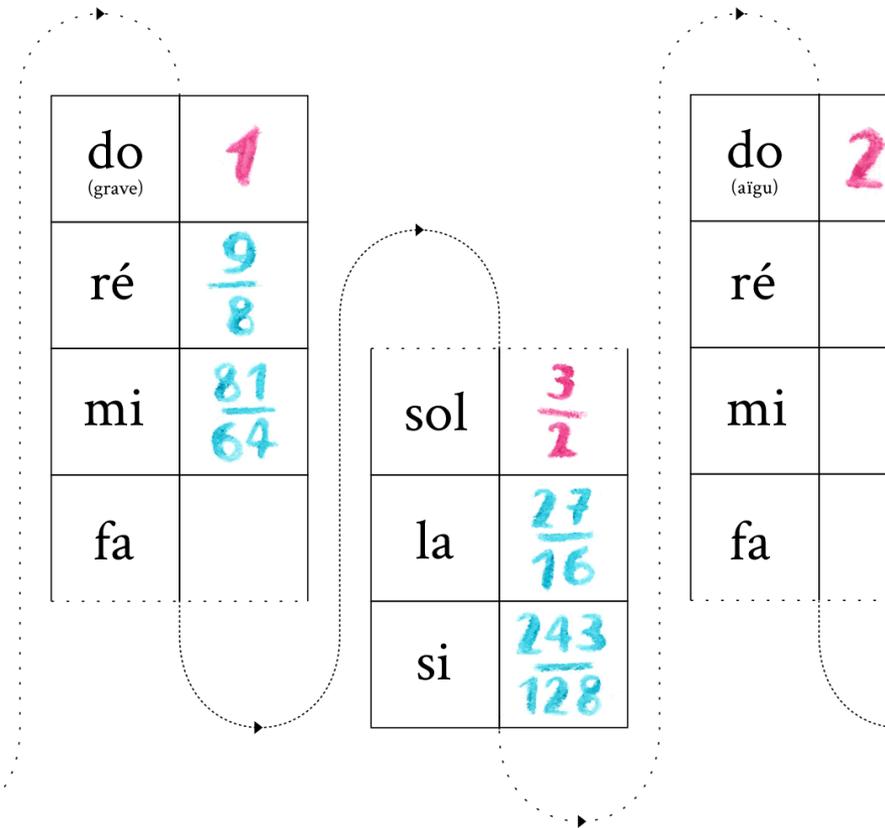
Le cycle des quintes et le tempérament pythagorien



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

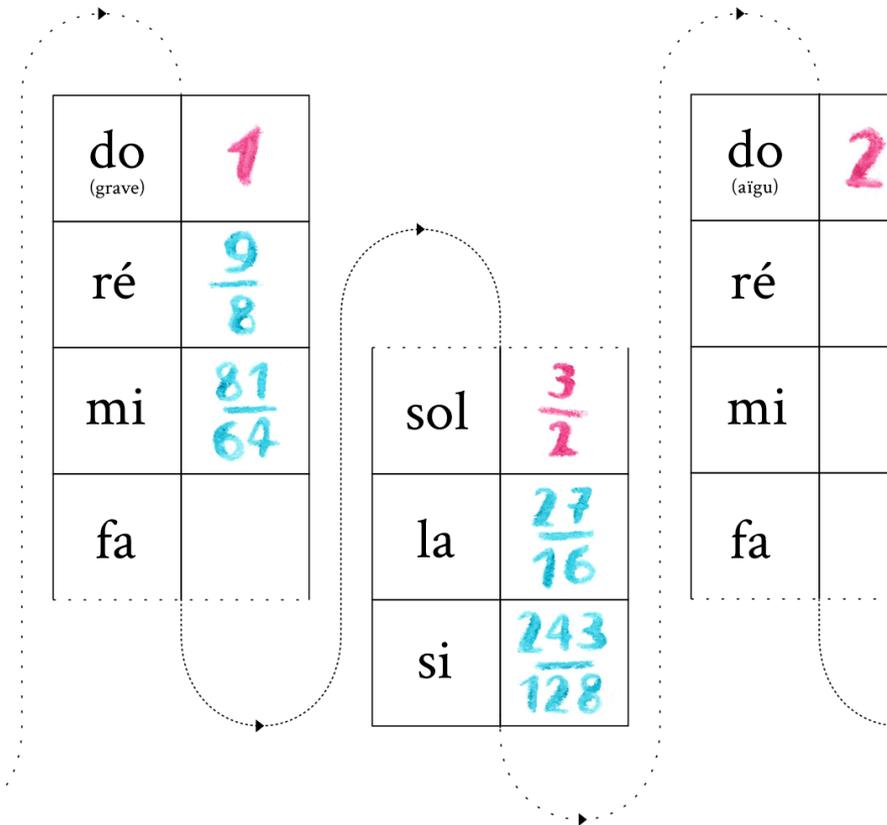
Le cycle des quintes et le tempérament pythagorien



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

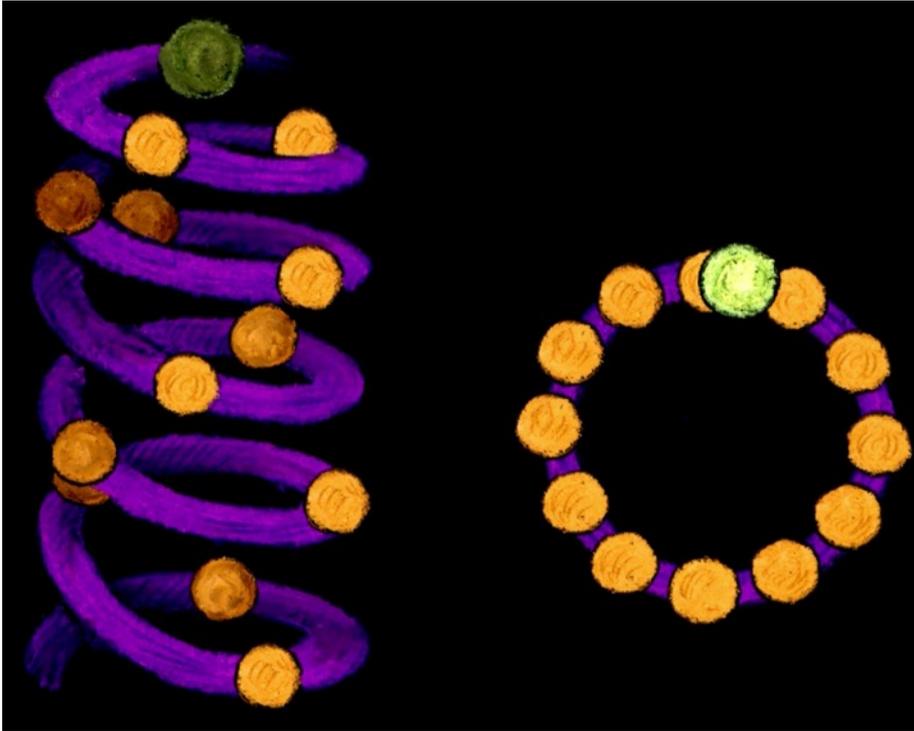
Le cycle des quintes et le tempérament pythagorien



Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement mathématique pour prouver que le cycle des quintes est infini.

De quinte en quinte... à l'infini !



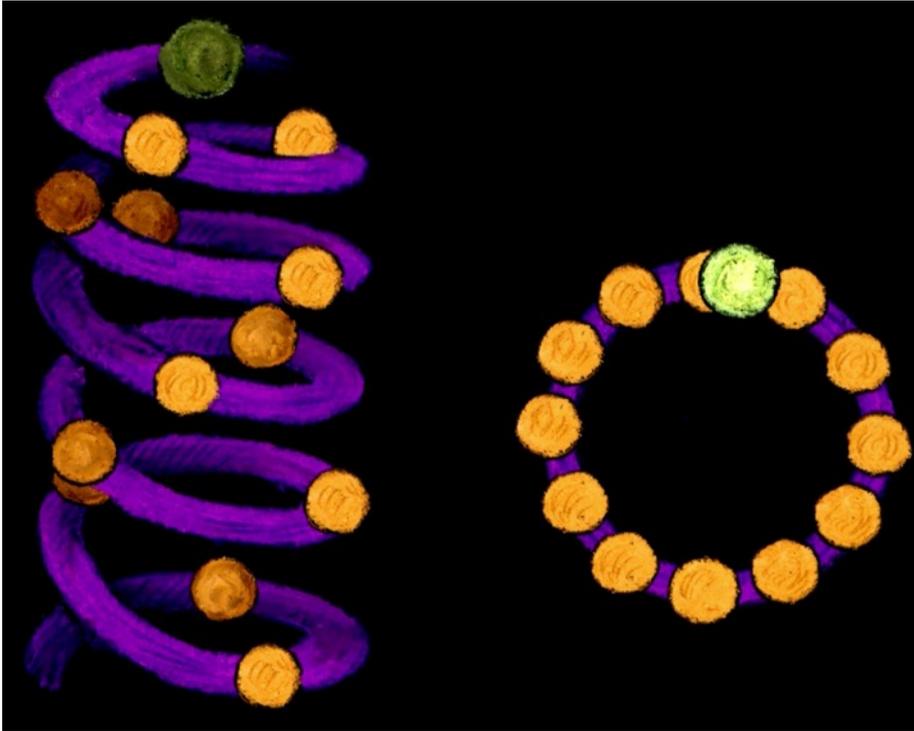
Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.

Mettre en place un raisonnement

mathématique pour

prouver que le cycle des quintes est infini.

De quinte en quinte... à l'infini !

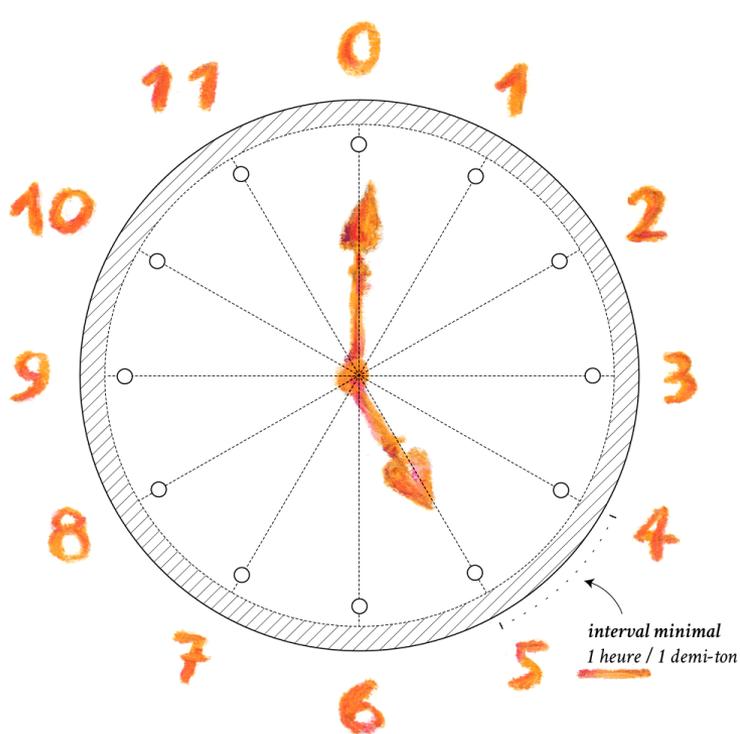
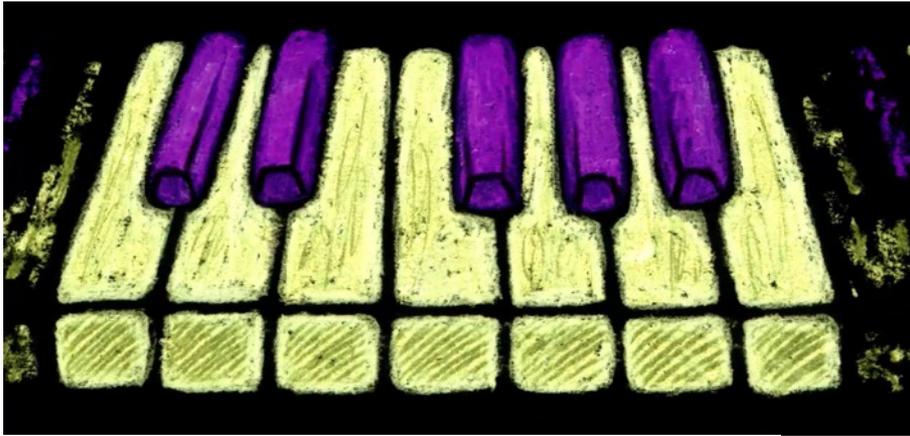


La preuve par l'absurde : supposons qu'un multiple de la quinte est égal à un multiple de l'octave et montrons que cela conduit à une contradiction.

Calculer des puissances et des quotients en lien avec le **cycle des quintes**.
Mettre en place un raisonnement mathématique pour **prouver que le cycle des quintes est infini**.

Du piano au cercle

Le cadran d'horloge musical et les accords



Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de ré **majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation.

A quoi correspond le demi-ton tempéré ?

Nombres irrationnels et tempérament égal

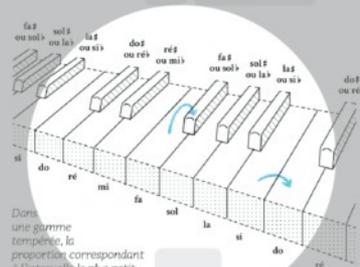
QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :



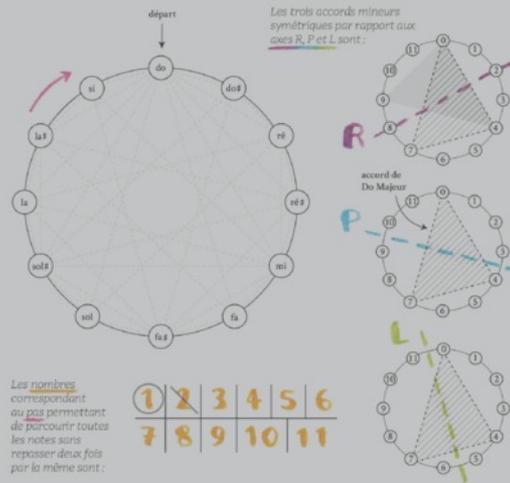
D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

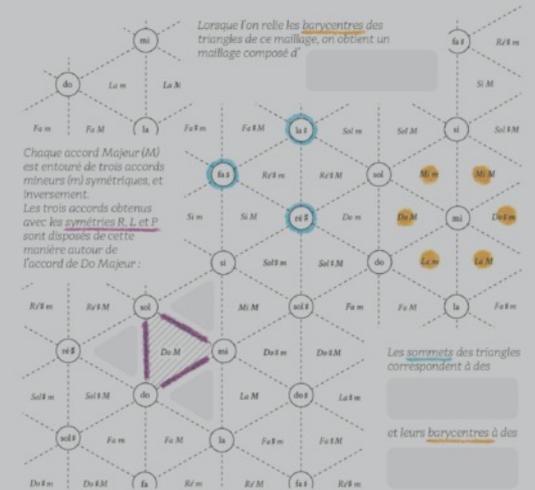


Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

LE SYSTÈME CIRCULAIRE

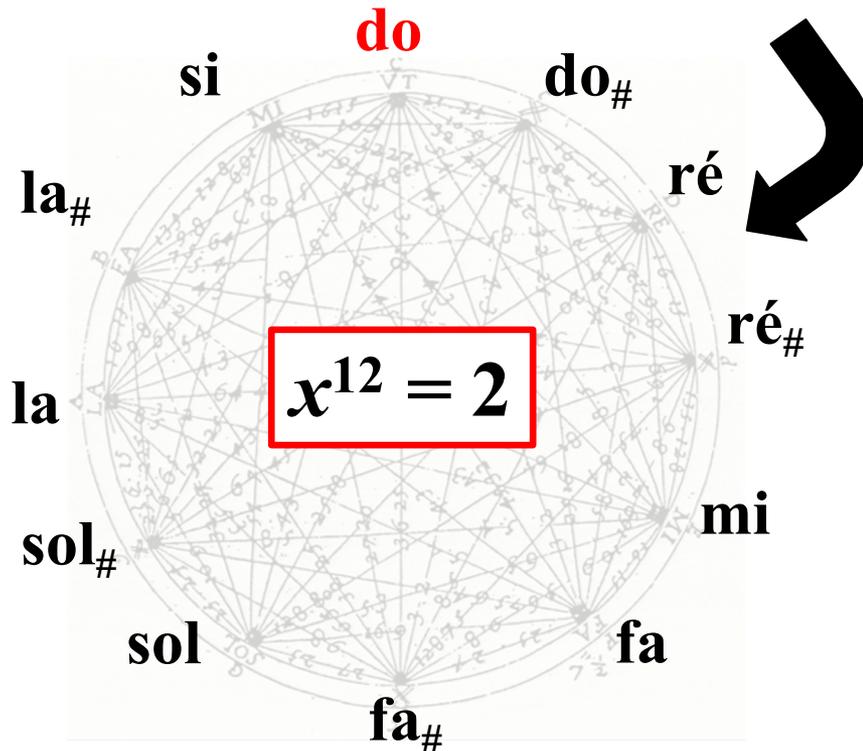
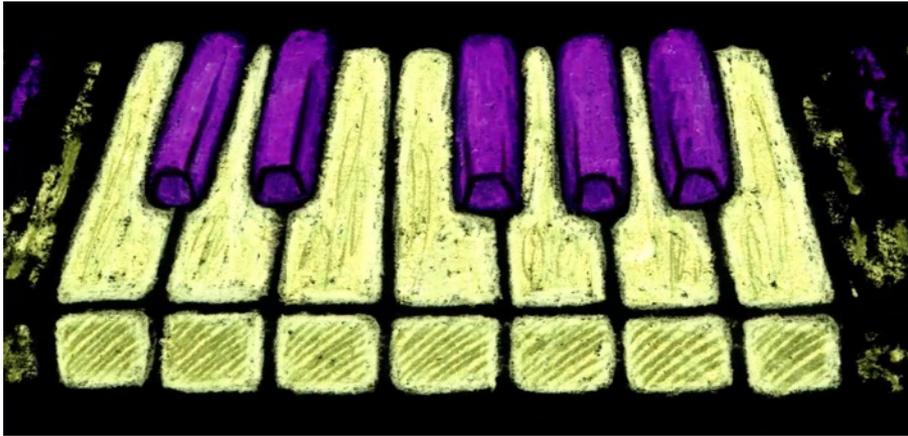


LE SYSTÈME TONNETZ



Calculer le nombre irrationnel qui correspond au demi-ton tempéré du piano

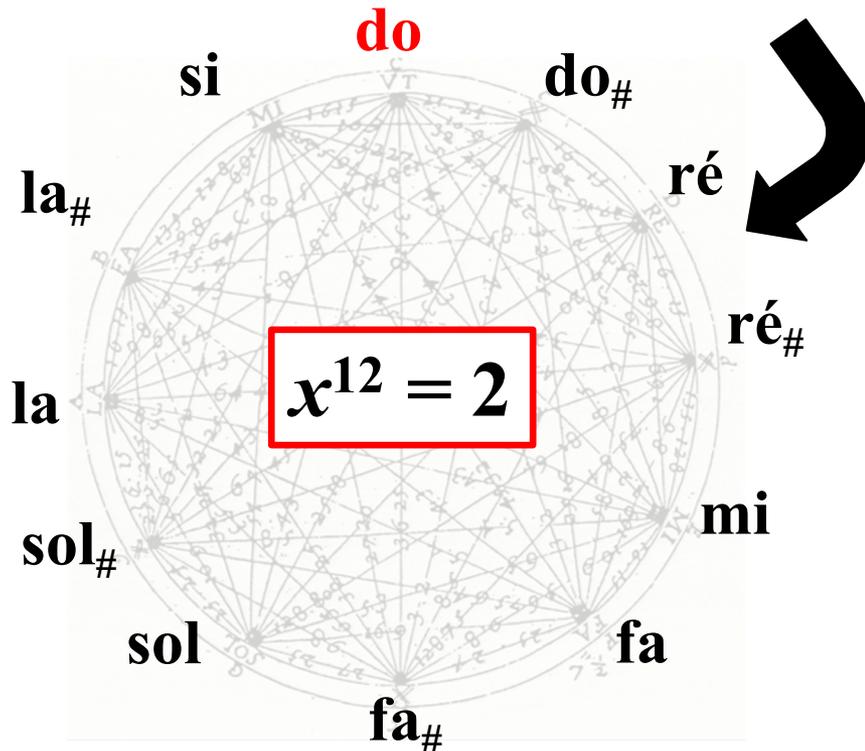
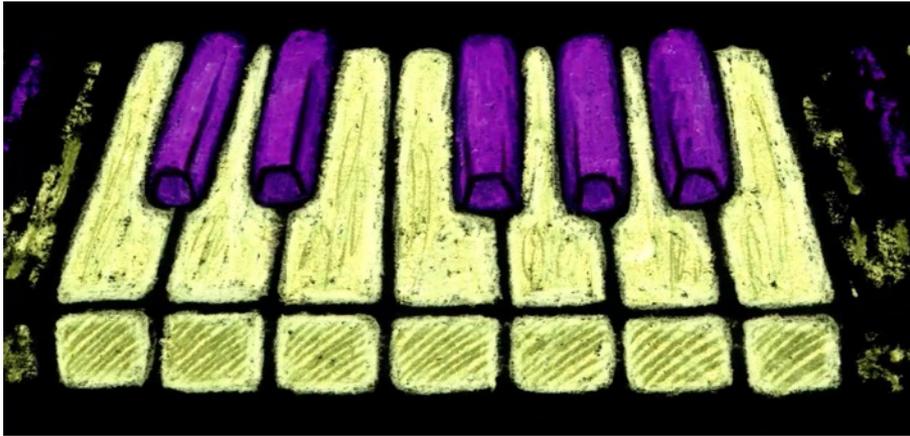
Le tempérament égal : un compromis « combinatoire »



La connaissance des nombres irrationnels a permis, au XVII^e siècle, de construire des gammes à intervalles égaux.

L'introduction des gammes « au tempérament égal » permet de comprendre en quoi la découverte des nombres irrationnels a des applications en dehors du champ mathématique.

Le tempérament égal : un compromis « combinatoire »

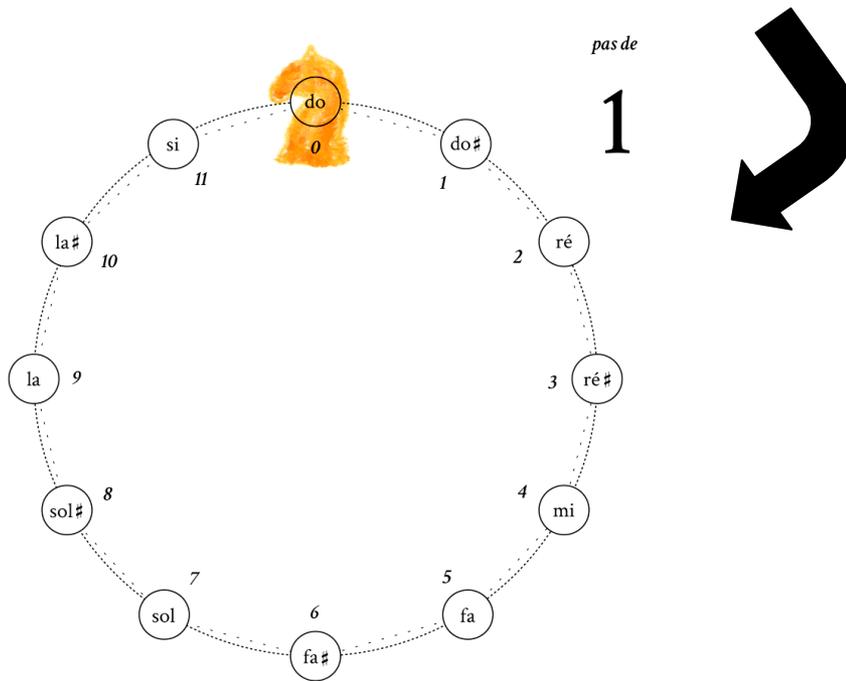
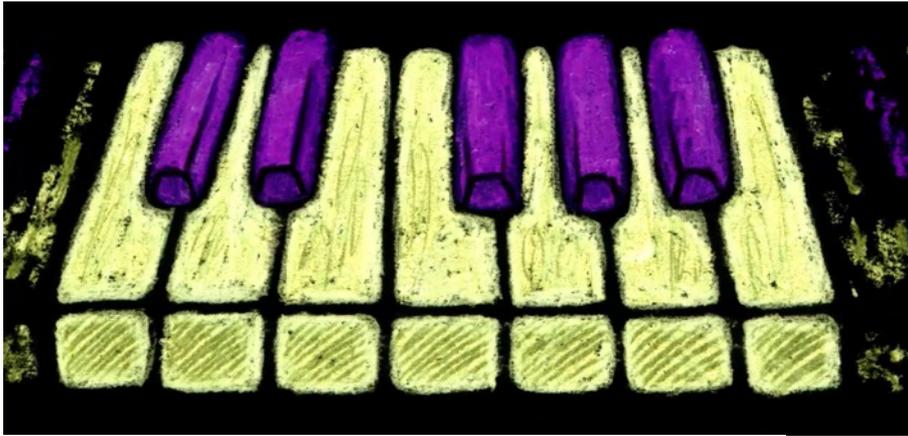


La connaissance des nombres irrationnels a permis, au XVII^e siècle, de construire des gammes à intervalles égaux.

L'introduction des gammes « au tempérament égal » permet de comprendre en quoi la découverte des nombres irrationnels a des applications en dehors du champ mathématique.

Utiliser la racine douzième de 2 pour partager l'octave en douze intervalles égaux.

Intervalles générateurs du tempérament égal

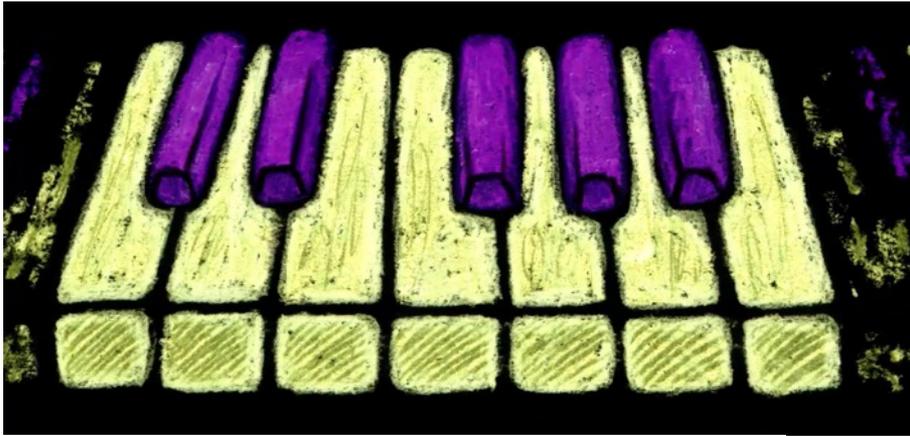


Avec quel pas peut-on engendrer toutes les notes de la gamme tempérée ?

Sans doute ça marche avec le demi-ton donc à pas de 1 car cet intervalle x correspond précisément à la racine douzième de 2 et :

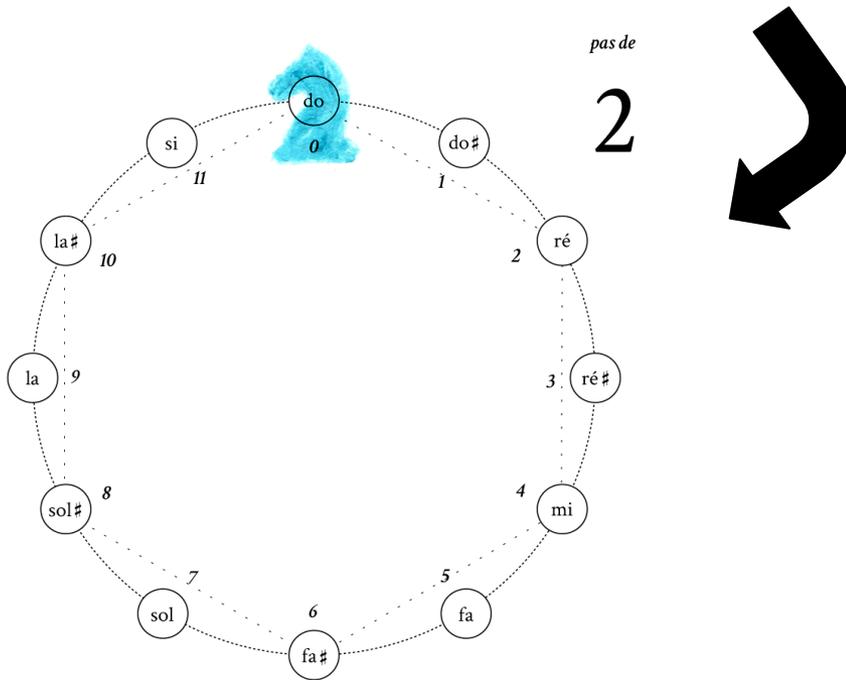
$$x^{12} = 2$$

Intervalles générateurs du tempérament égal



Avec quel pas peut-on engendrer toutes les notes de la gamme tempérée ?

Avec l'intervalle de **ton** ça ne marche pas car au bout de 6 répétitions on retombe sur l'octave et donc on boucle sans pouvoir engendrer les autres notes de la gamme.

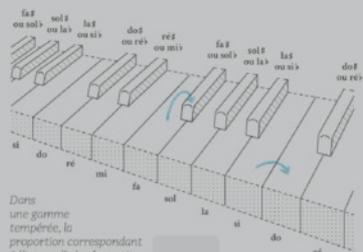


Intervalles générateurs du tempérament égal

QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :

2 octave

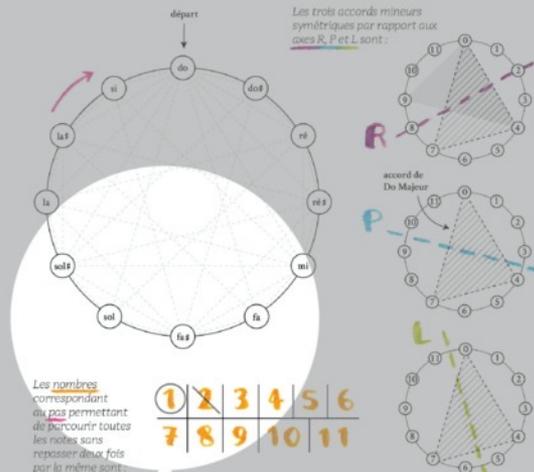


Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

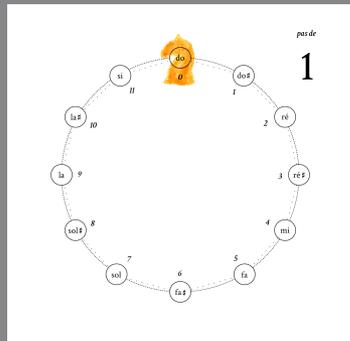
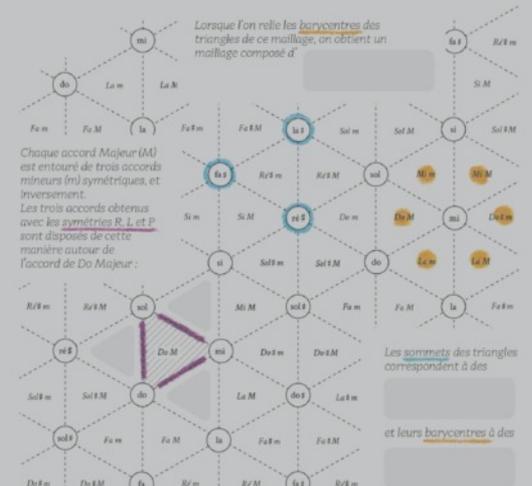
D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

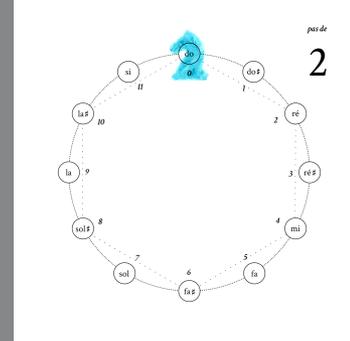
LE SYSTÈME CIRCULAIRE



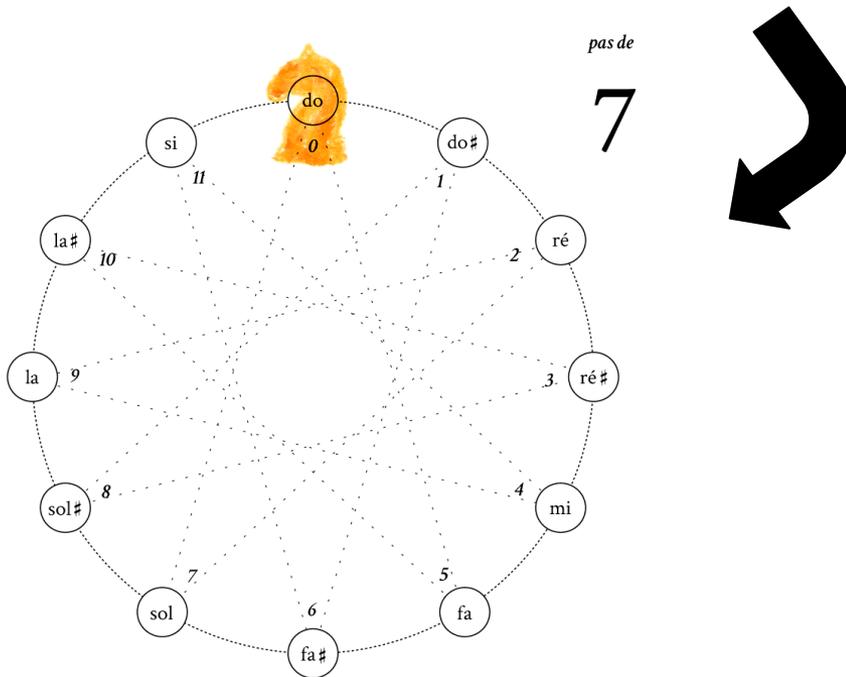
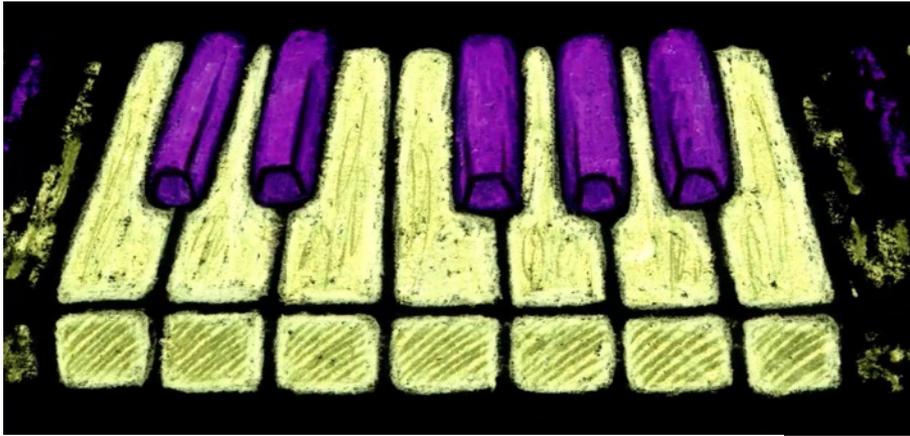
LE SYSTÈME TONNETZ



En utilisant le cercle dessiné sur le dépliant, trouvez quels nombres permettent au cavalier de parcourir toutes les notes et revenir au point de départ



Intervalles générateurs du tempérament égal

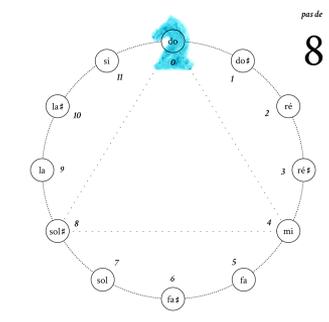
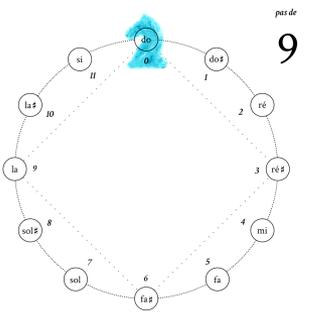
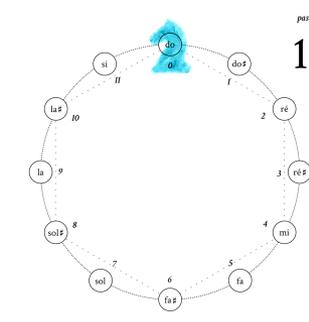
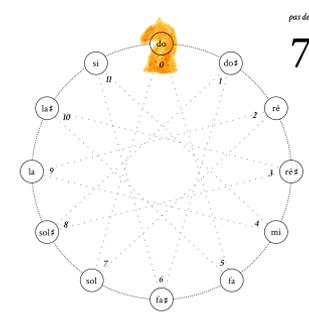
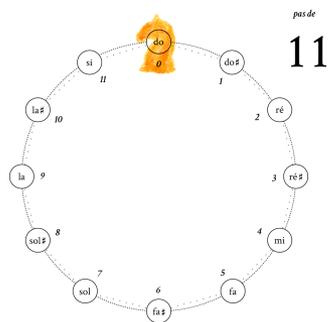
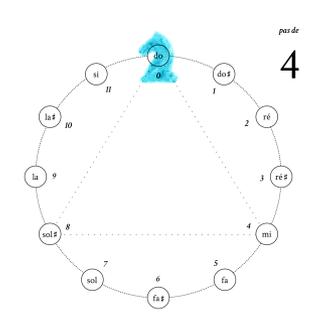
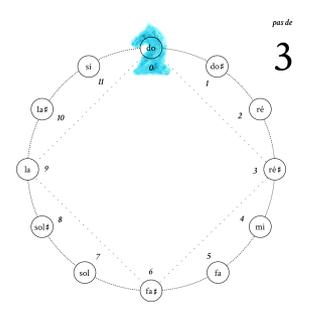
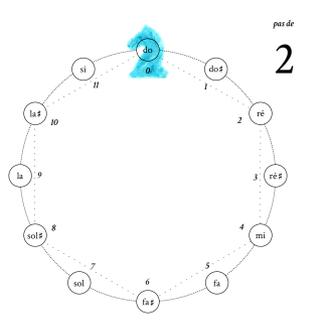
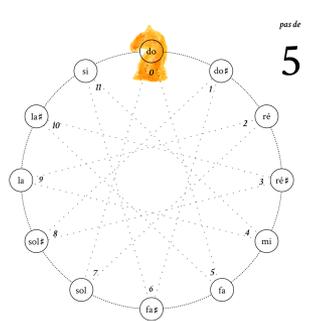
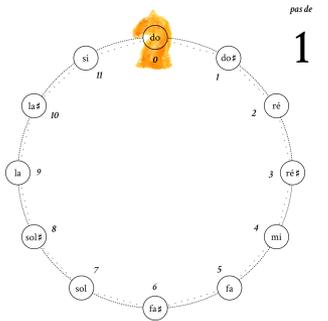


Avec quel pas peut-on engendrer toutes les notes de la gamme tempérée ?

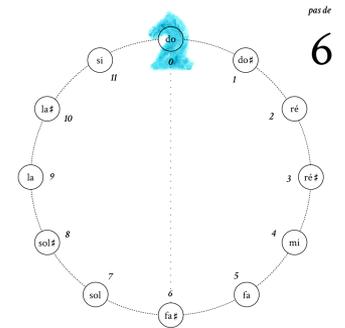
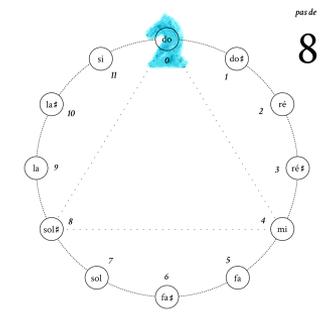
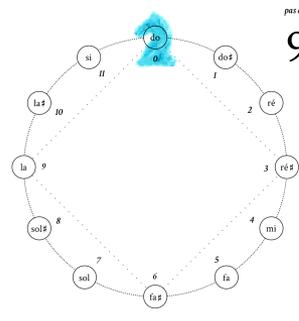
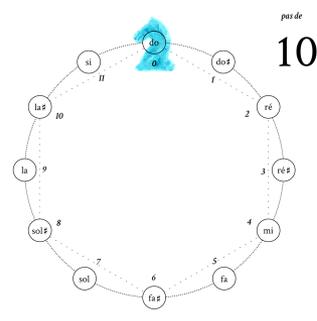
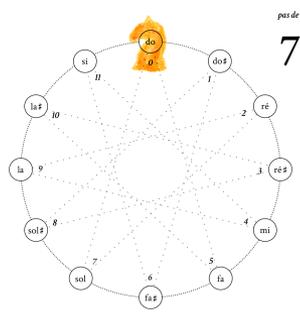
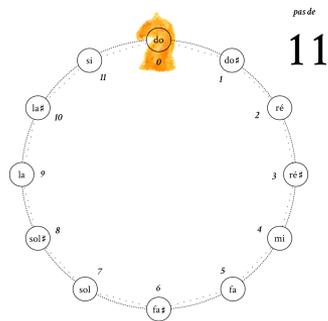
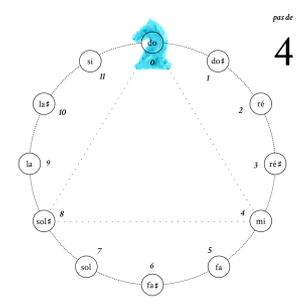
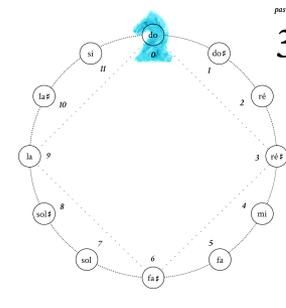
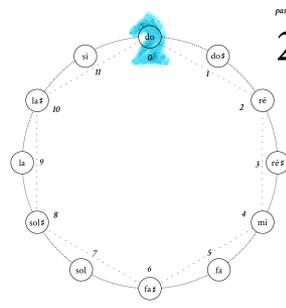
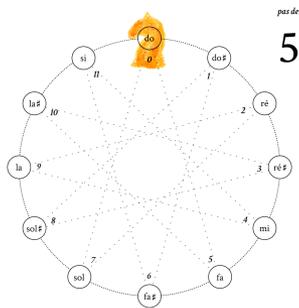
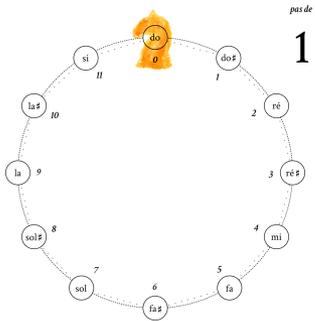
Ca marche avec l'intervalle de **quinte** car la spirale des quinte se renferme dans un cercle pour le tempérament égal.

Et les autres intervalles ?

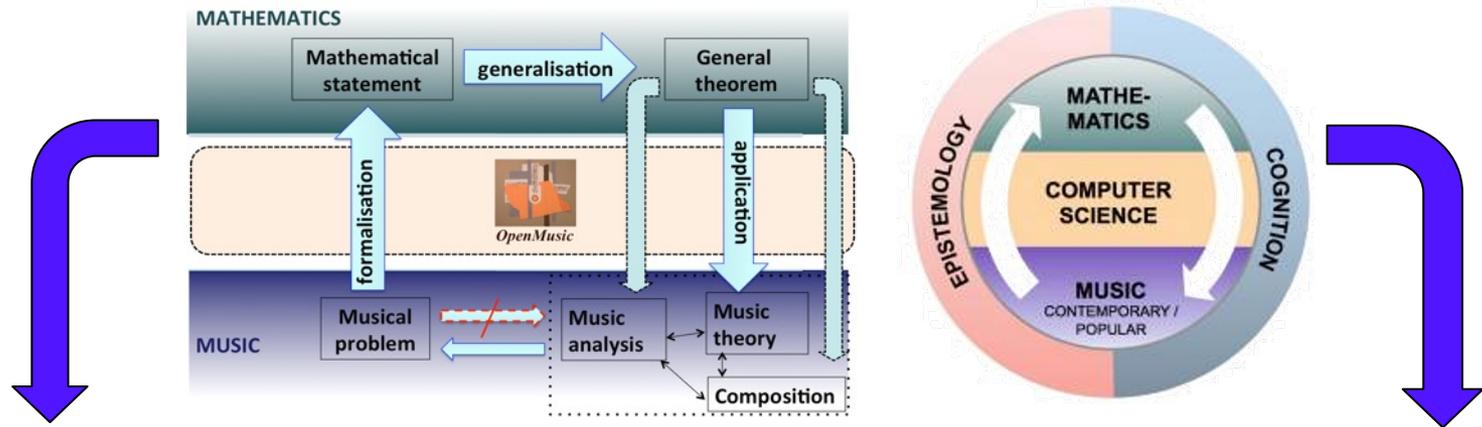
Intervalles générateurs du tempérament égal



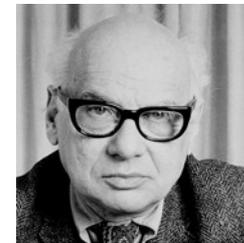
Intervalles générateurs du tempérament égal



Un petit théorème d'algèbre combinatoire

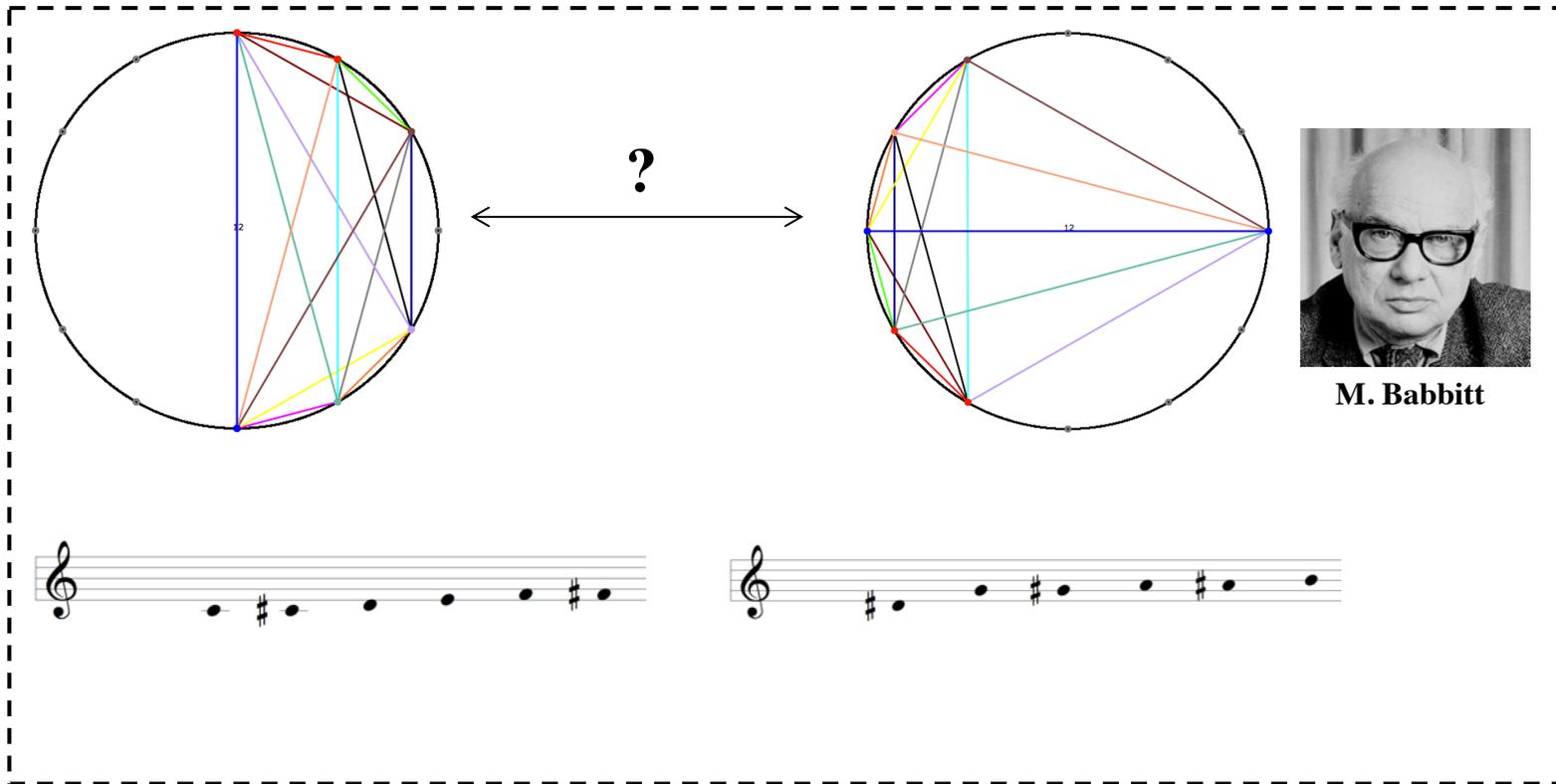
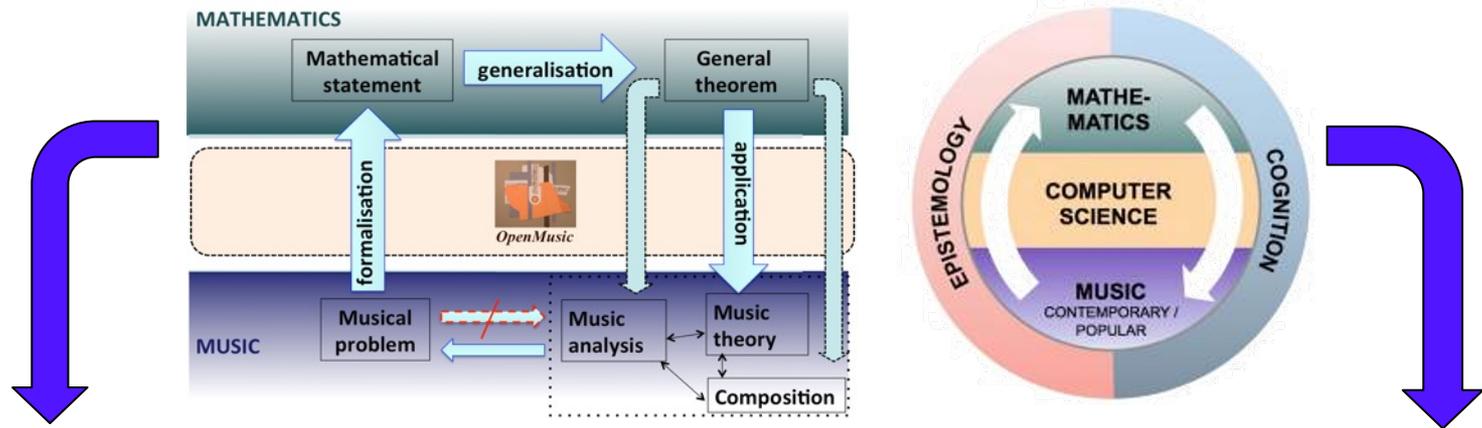


A musical score snippet is shown within a dashed box. It consists of two staves of music. The first staff has a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The notes are: G4, A4, B4, C5, D5, E5, F#5. The second staff has a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The notes are: G4, A4, B4, C5, D5, E5, F#5. A double-headed arrow with a question mark above it connects the two staves, suggesting a question about the relationship between the two musical phrases.

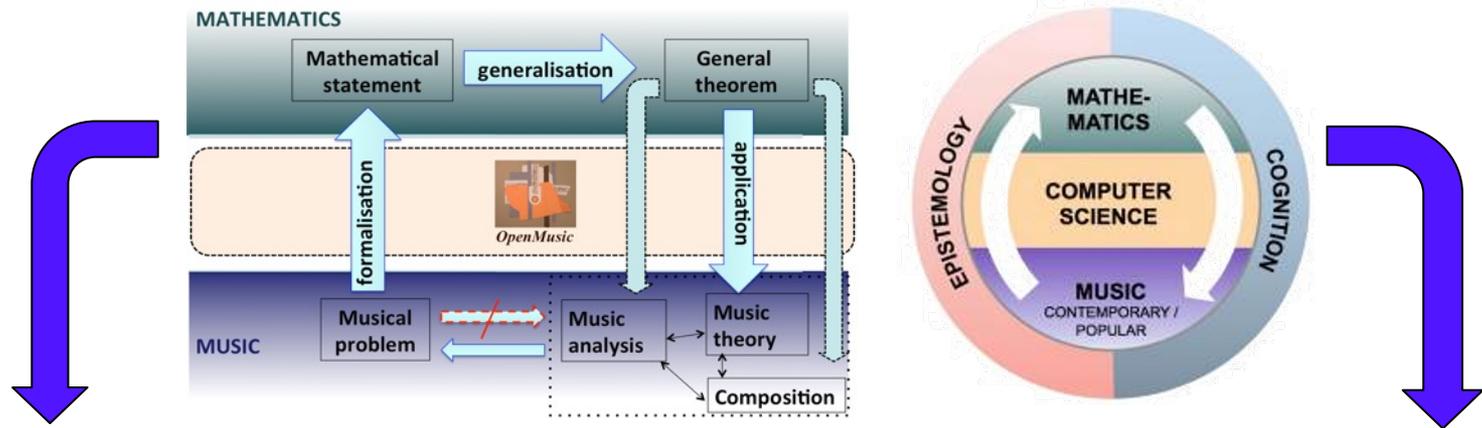


M. Babbitt

Un petit théorème d'algèbre combinatoire



Un petit théorème d'algèbre combinatoire



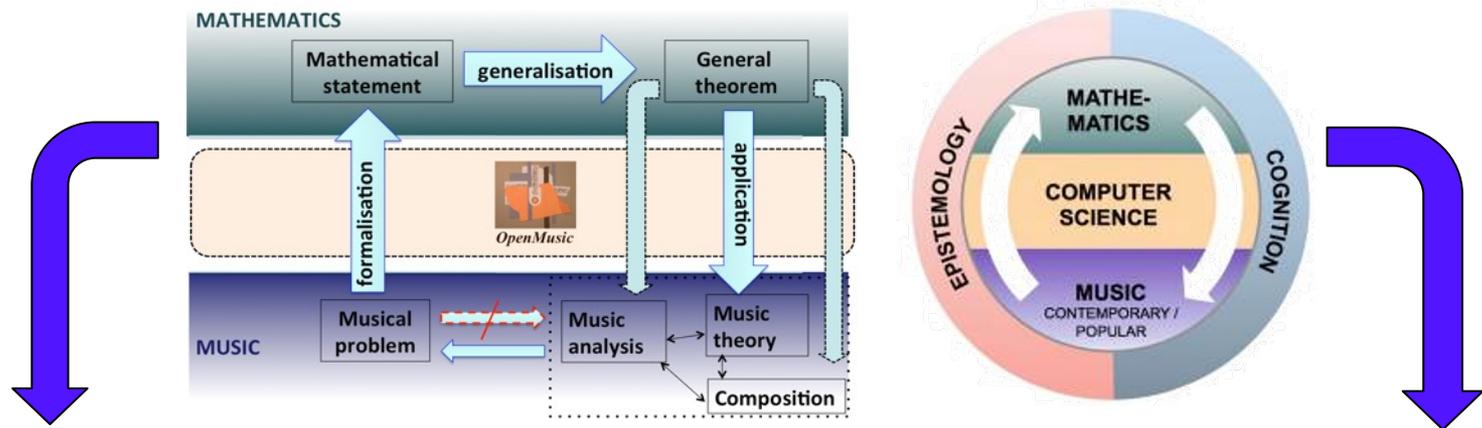
\approx

Théorème de l'hexacorde

M. Babbitt

Un hexacorde et son complémentaire ont le même contenu intervallaire

Un petit théorème d'algèbre combinatoire



HOMOMETRIE

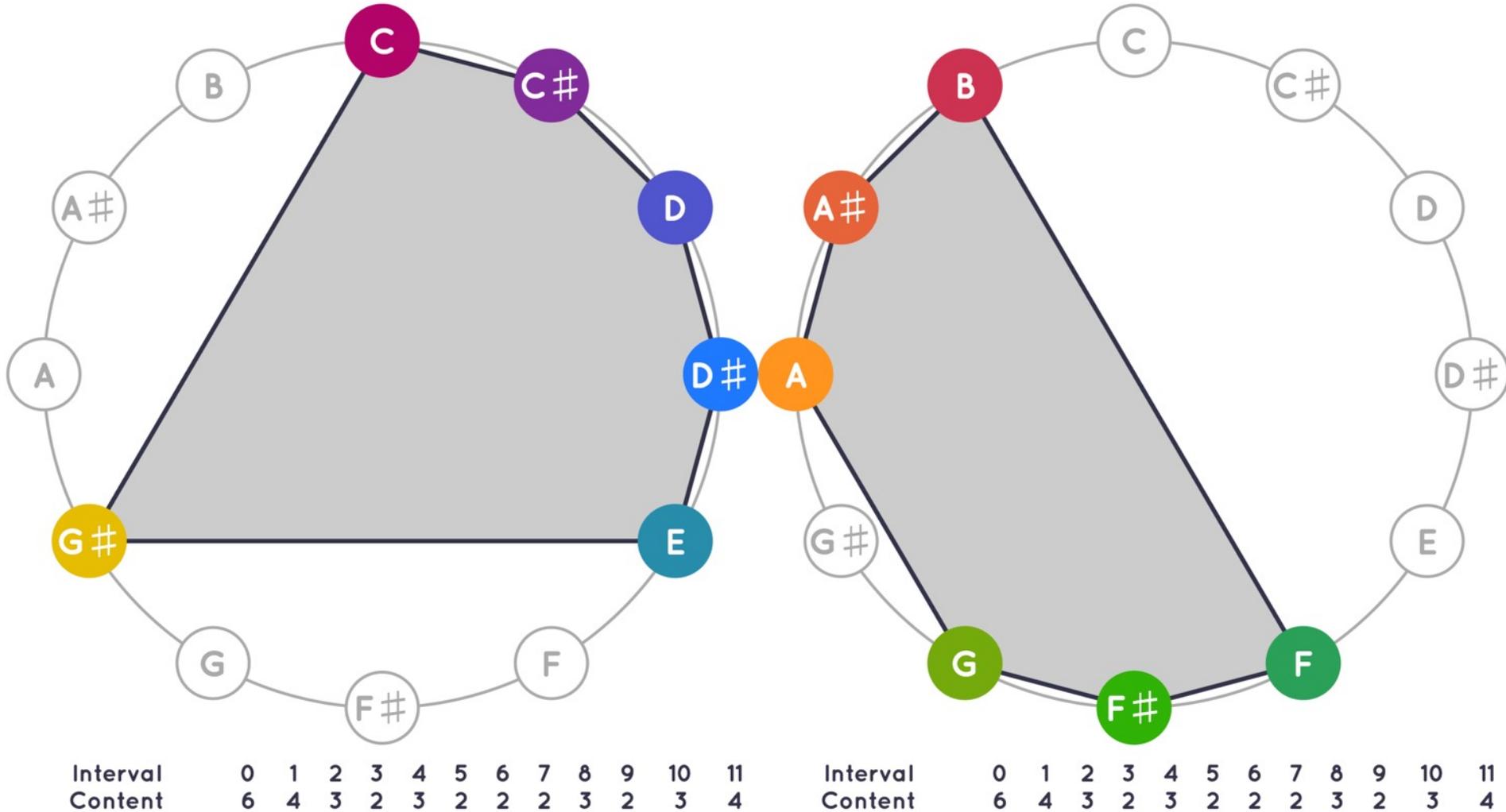
←→

Théorème de l'hexacorde

M. Babbitt

Un hexacorde et son complémentaire ont le même contenu intervallaire

Un environnement web pour le théorème de Babbitt

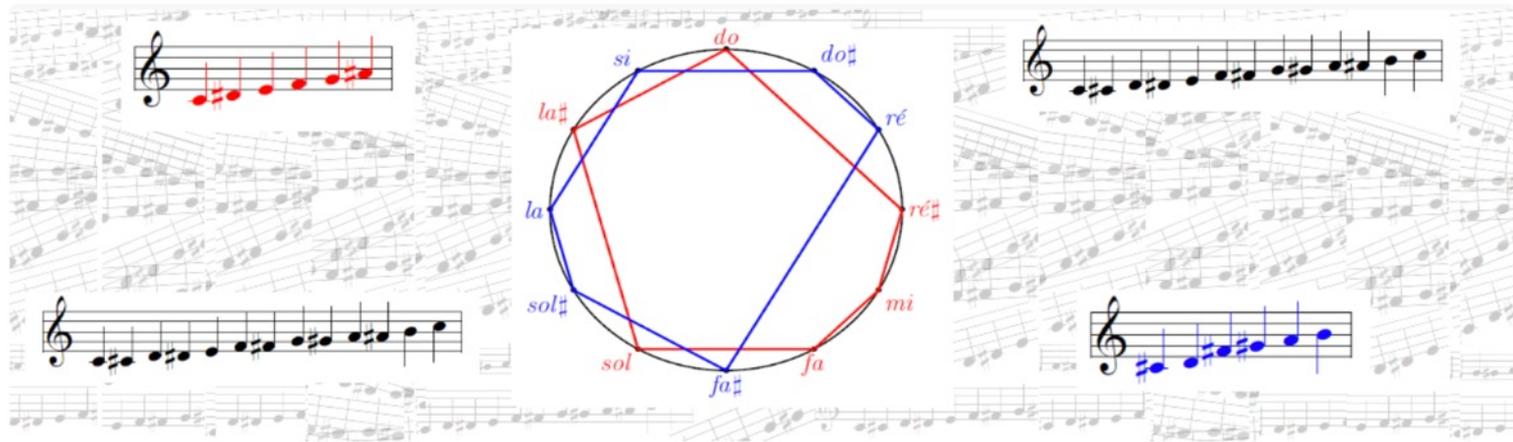


➔ <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/hexachordTheorem>

MATHÉMUSIQUE : INTRODUCTION AU THÉORÈME DE L'HEXACORDE

Piste bleue

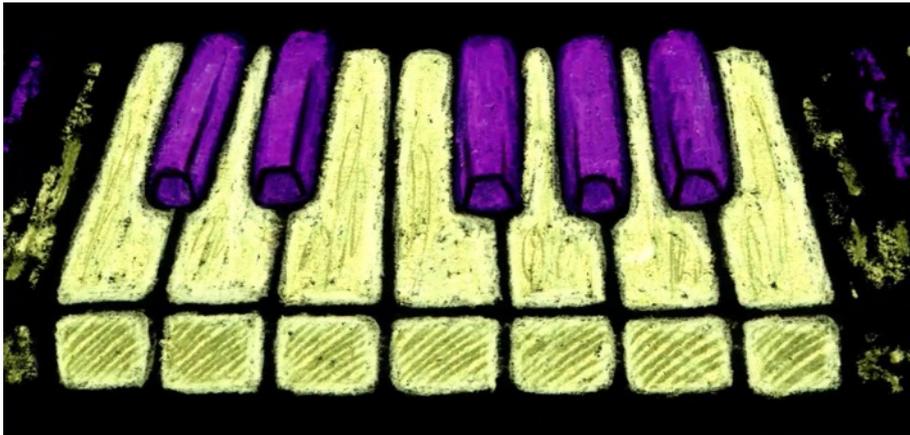
Le 29 octobre 2019 - Ecrit par Corentin Bayette



Le *théorème de l'hexacorde* est un théorème issu d'un problème musical et qui peut se démontrer de multiples façons. Nous proposons dans cet article une description de sa découverte et d'une approche mathématique de la musique permettant de comprendre l'une de ses démonstrations parmi les plus récentes et intuitives. Après un bref rappel historique, nous proposons de définir formellement les notes et les intervalles musicaux pour ensuite pouvoir énoncer et démontrer le théorème de l'hexacorde. Quelques notions mathématiques plus avancées sont également données dans les dépliants et en fin d'article pour ceux qui souhaitent aller un peu plus loin.

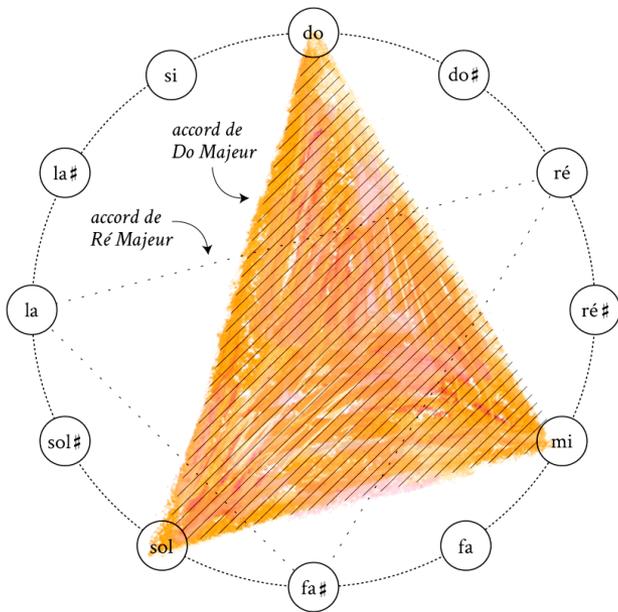
**Comment transformer les accords dans le
cercle ?**

Les transpositions musicales sont des rotations

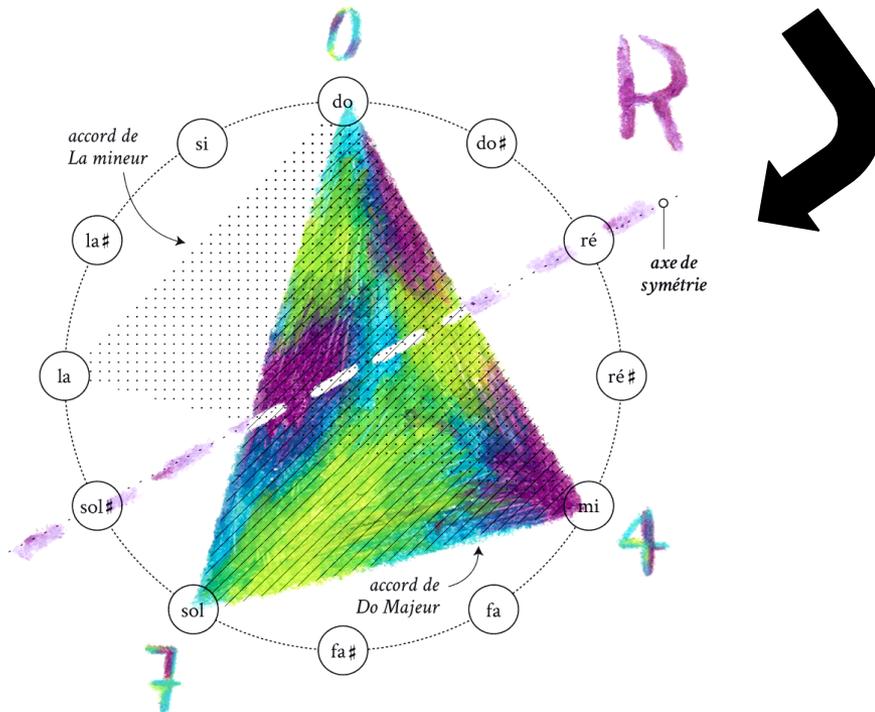
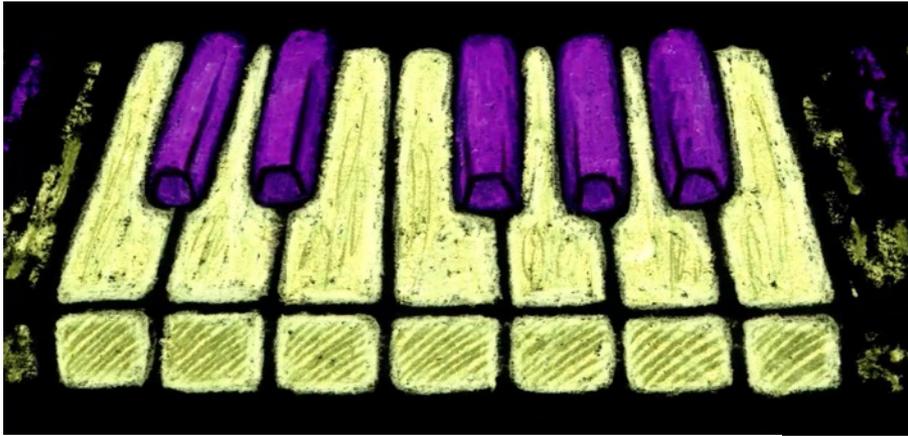
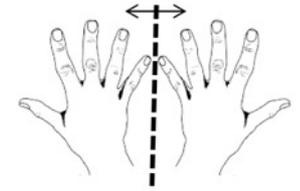


Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de ré **majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.



Un accord majeur et ses symétries



Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de **ré majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.

L'**accord mineur** est le symétrique de l'accord majeur ! Celui-ci s'appelle par exemple le **relatif** (d'où la lettre **R**)

Un accord majeur et ses symétries

QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :

2 octave

Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

LE SYSTÈME CIRCULAIRE

D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | | |
|-----|---------|-----|
| DO | (grave) | 1 |
| RÉ | | |
| MI | | |
| FA | | |
| SOL | | 3/2 |
| LA | | |
| SI | | |
| DO | (aigu) | 2 |

Les nombres correspondant au pas permettant de parcourir toutes les notes sans repasser deux fois par la même sont :

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

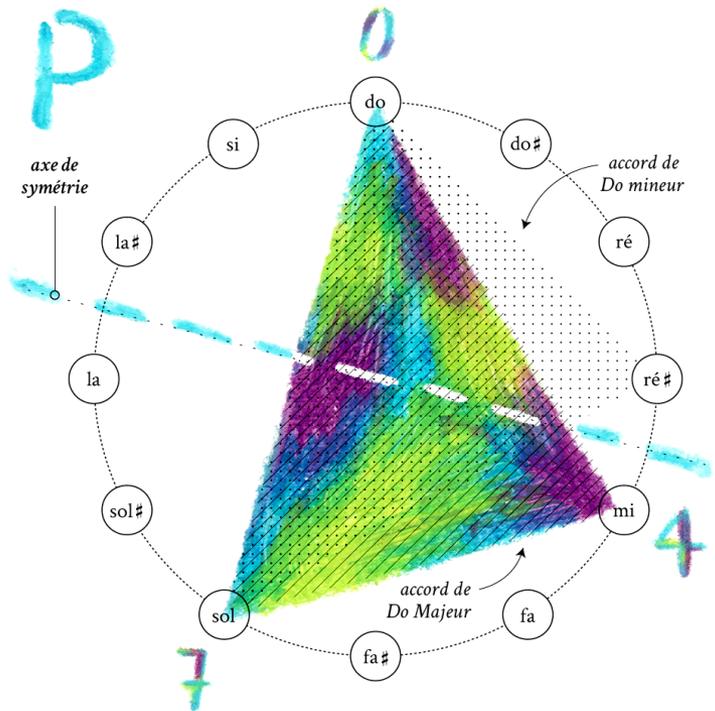
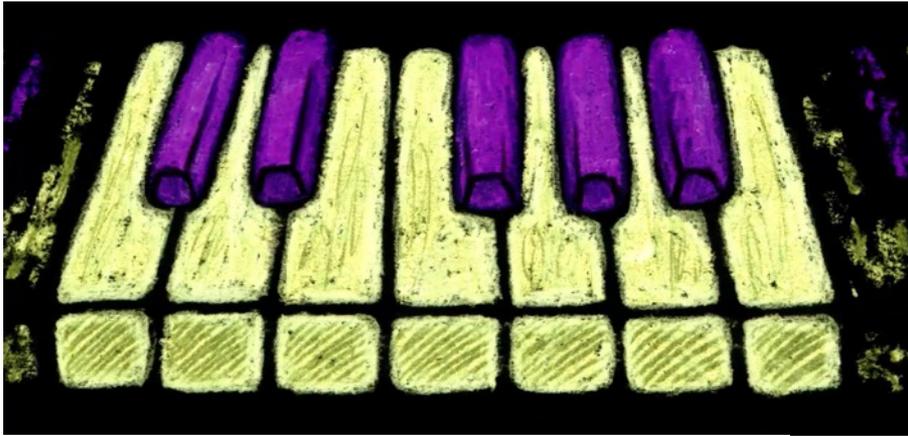
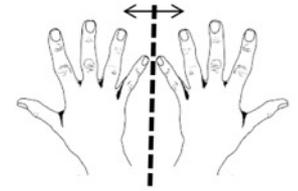
LE SYSTÈME TONNETZ

Lorsque l'on relie les barycentres des triangles de ce maillage, on obtient un maillage composé d' :

Chaque accord Majeur (M) est entouré de trois accords mineurs (m) symétriques, et inversement. Les trois accords obtenus avec les symétries R, L et P sont disposés de cette manière autour de l'accord de Do Majeur :

Dessinez les accords mineurs symétriques de l'accord de do majeur par rapport aux axes P et L indiqués en figure ?

Un accord majeur et ses symétries

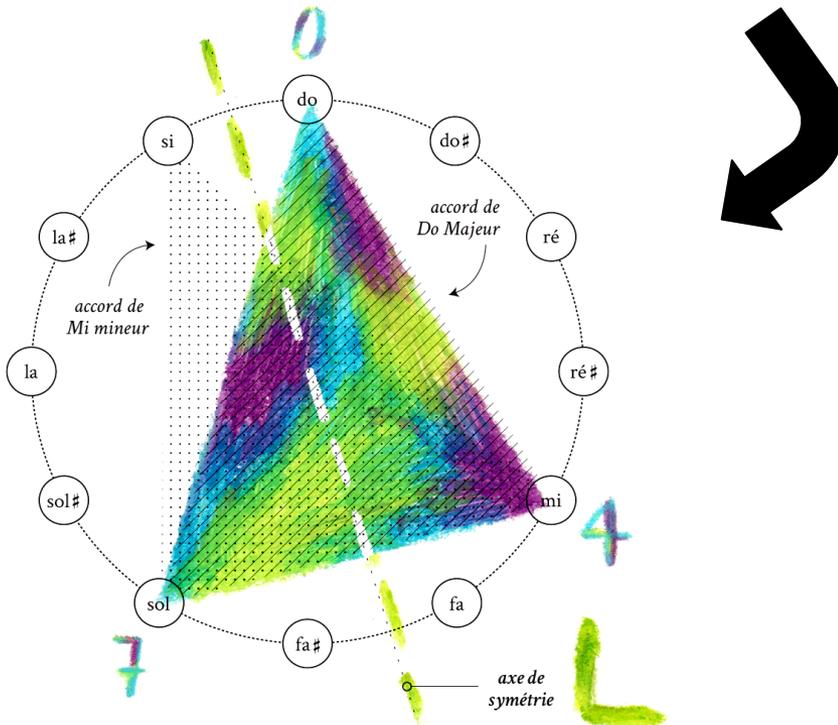
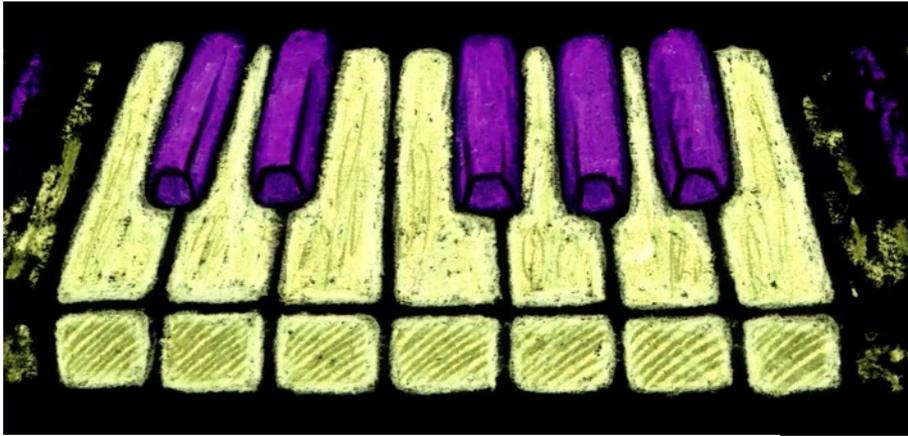
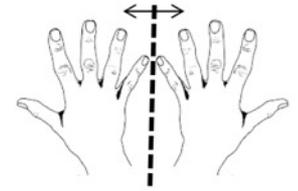


Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de **ré majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.

L'accord **mineur** est le symétrique de l'accord majeur ! Celui-ci s'appelle en revanche le **parallèle** (d'où la lettre **P**)

Un accord majeur et ses symétries



Un accord est un polygone inscrit dans le cercle

L'accord de **ré majeur** correspond par exemple au triangle dessinée dans cette animation et obtenu à partir de l'accord de **do majeur** en le transposant d'un ton.

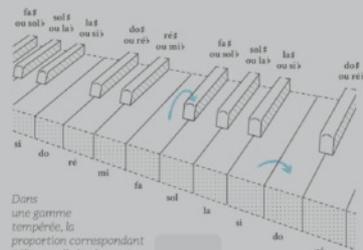
L'accord **mineur** est le symétrique de l'accord majeur ! Celui-ci a un nom compliqué et on l'indiquera avec **L**.

Comment visualiser les symétries dans le plan ?

Le système Tonnetz et ses symétries

QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :

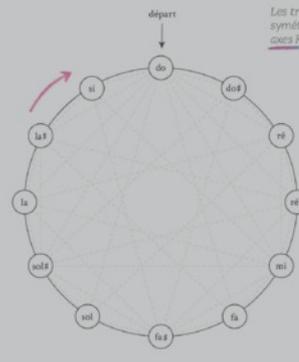


Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

LE SYSTÈME CIRCULAIRE



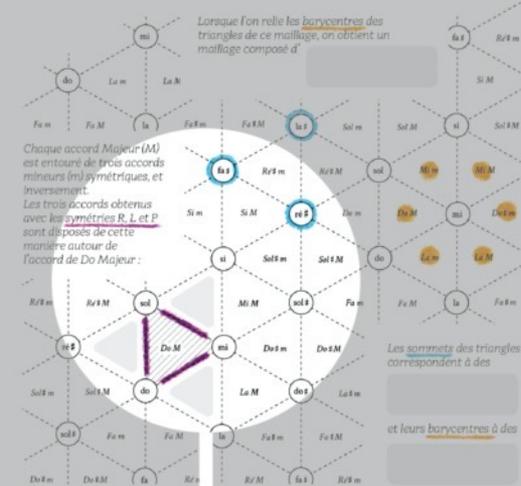
Les trois accords mineurs symétriques par rapport aux axes R, P et L sont :



Les nombres correspondant au pas permettant de parcourir toutes les notes sans repasser deux fois par la même sont :

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |

LE SYSTÈME TONNETZ



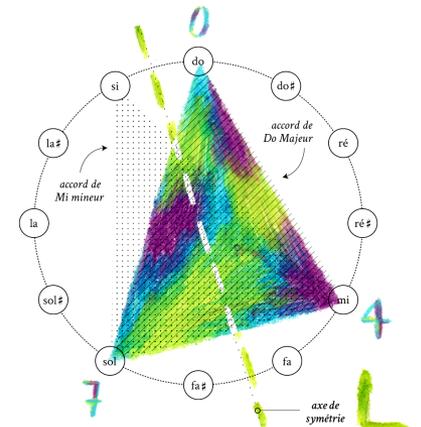
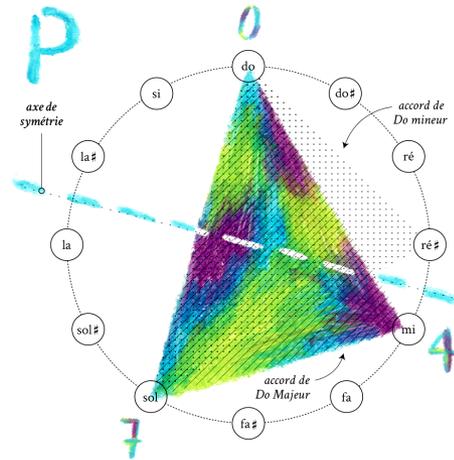
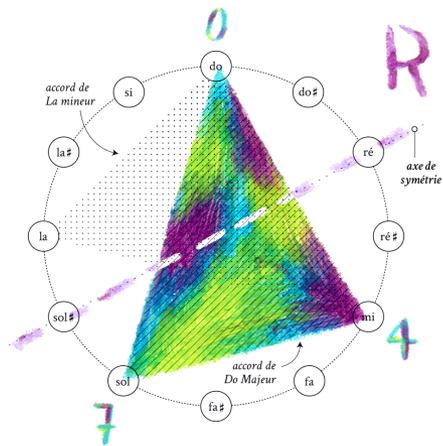
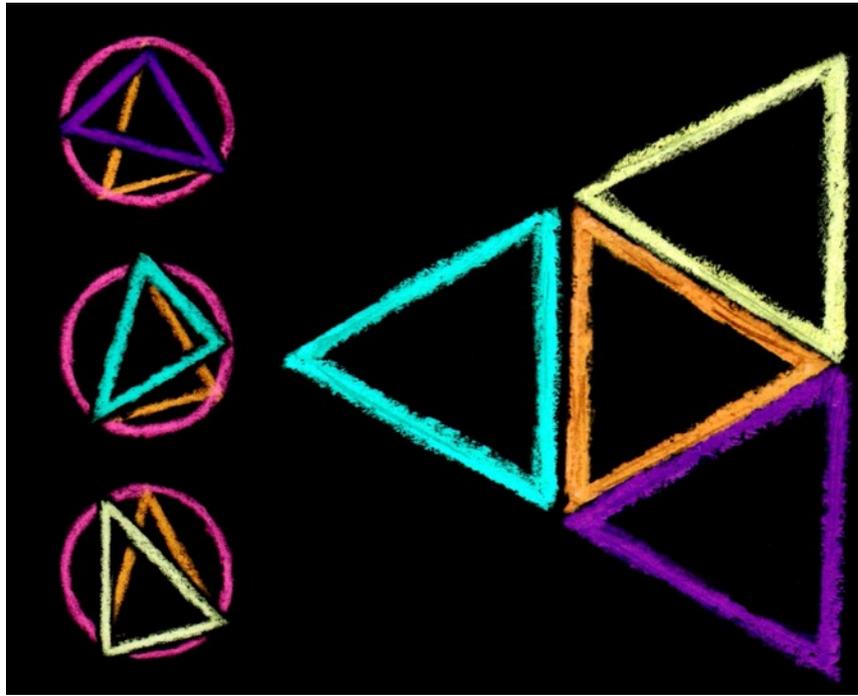
Chaque accord Majeur (IM) est entouré de trois accords mineurs (Im) symétriques et inversement. Les trois accords obtenus avec les symétries R, L et P sont disposés de cette manière autour de l'accord de Do Majeur :

Les sommets des triangles correspondent à des et leurs barycentres à des



Retrouvez où se placent les accords mineurs symétriques de l'accord majeur dans le Tonnetz

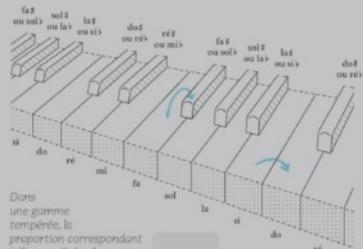
Le système Tonnetz et ses symétries



Les deux facettes du système Tonnetz

QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :



Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

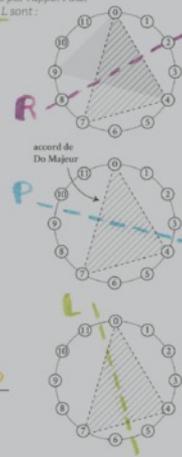
D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

LE SYSTÈME CIRCULAIRE



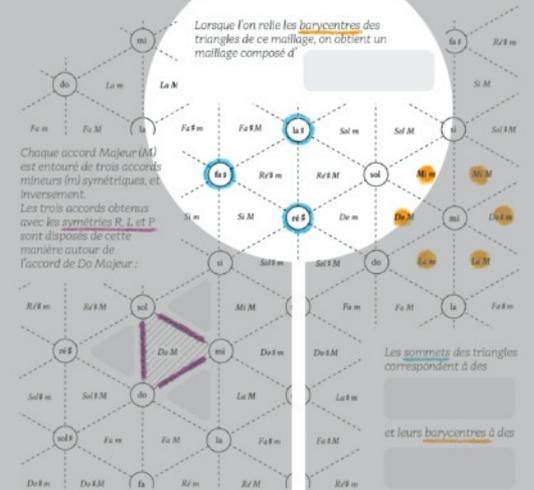
Les trois accords mineurs symétriques par rapport aux axes R, P et L sont :



Les nombres correspondant au pas permettant de parcourir toutes les notes sans repasser deux fois par la même sont :

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |

LE SYSTÈME TONNETZ



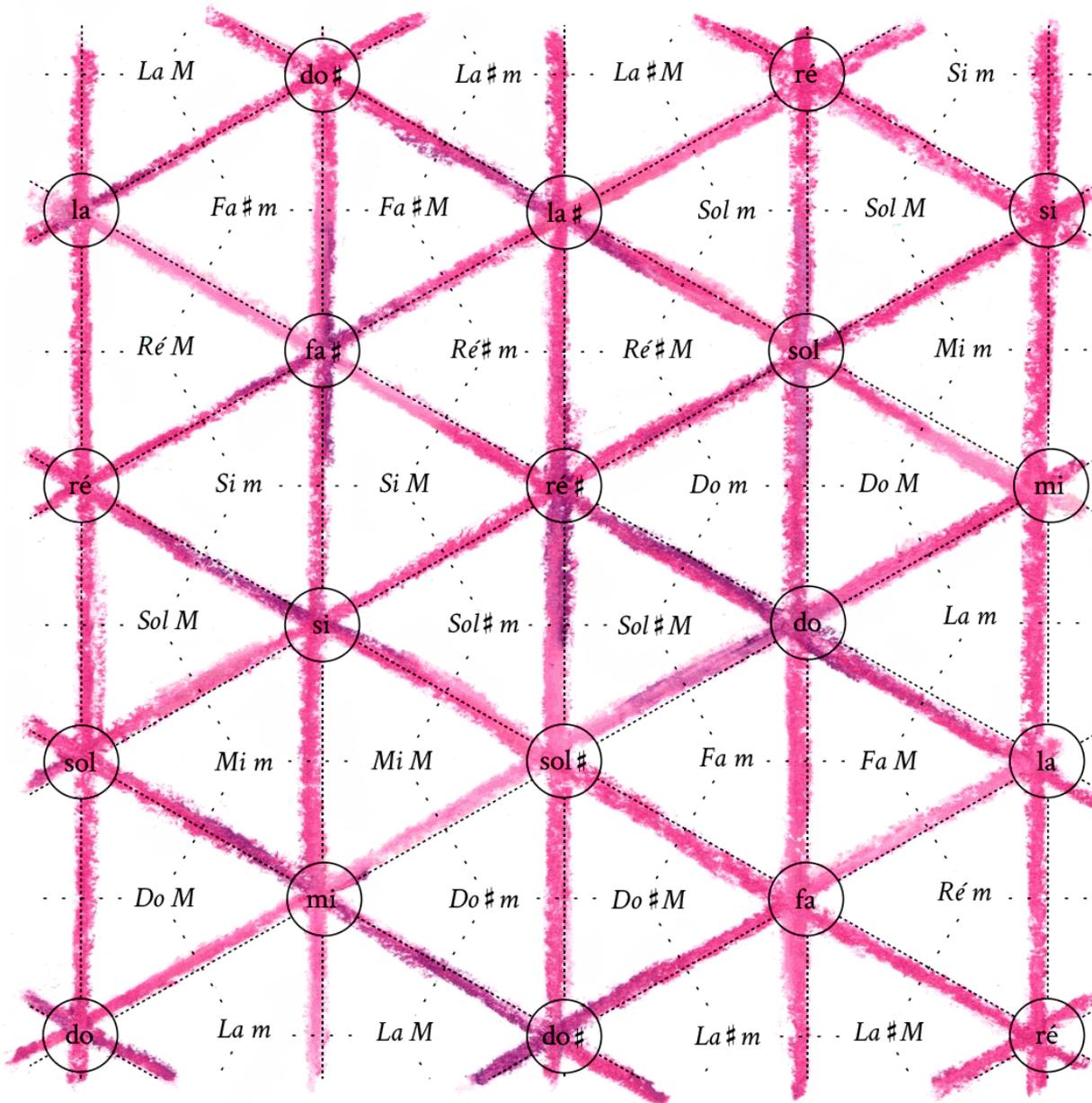
Lorsque l'on relie les barycentres des triangles de ce maillage, on obtient un maillage composé d' :

Chaque accord Majeur (M) est entouré de trois accords mineurs (m) symétriques, et inversement. Les trois accords obtenus avec les symétries R, L et P sont disposés de cette manière autour de l'accord de Do Majeur :

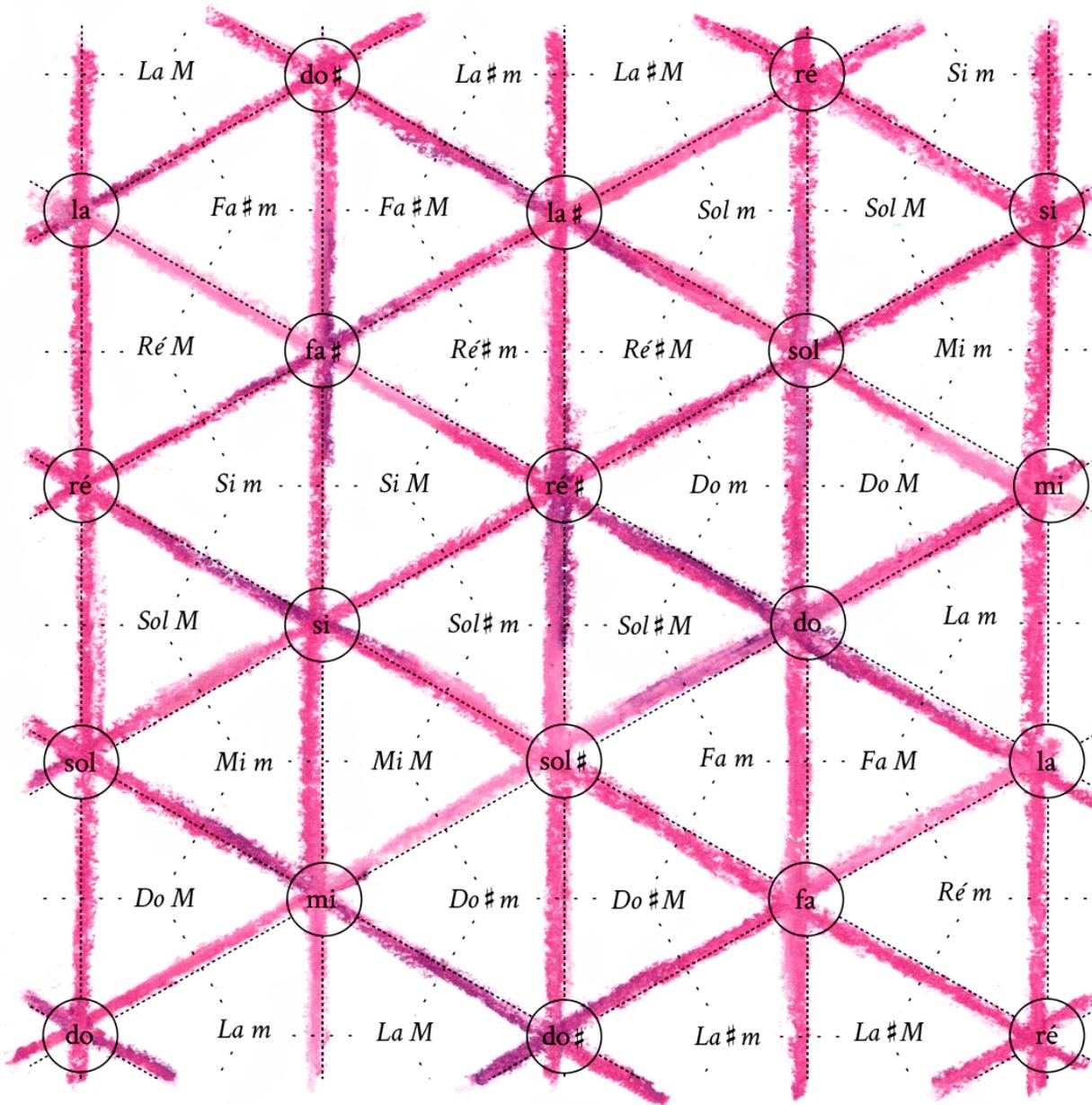
Les sommets des triangles correspondent à des :
et leurs barycentres à des :

Complétez le texte

Les deux facettes du système Tonnetz



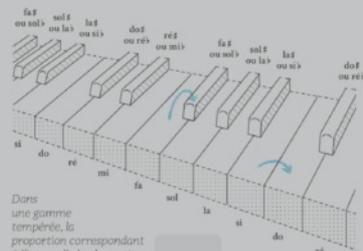
Les deux facettes du système Tonnetz



Les deux facettes du système Tonnetz

QUELQUES NOTIONS

Le rapport de fréquence correspondant à cette longueur de corde et l'intervalle qui y est associé sont :

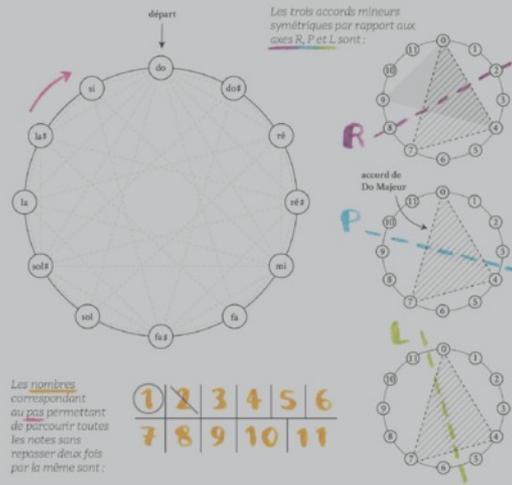


Dans une gamme tempérée, la proportion correspondant à l'intervalle le plus petit (un demi-ton) est égale à :

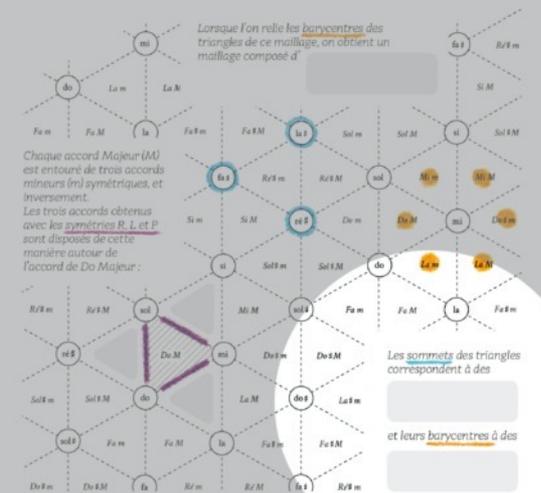
D'après les intervalles de Pythagore, les rapports de fréquence correspondant à ces notes sont égaux à :

| | |
|------------|-----|
| DO (grave) | 1 |
| RÉ | |
| MI | |
| FA | |
| SOL | 3/2 |
| LA | |
| SI | |
| DO (aigu) | 2 |

LE SYSTÈME CIRCULAIRE

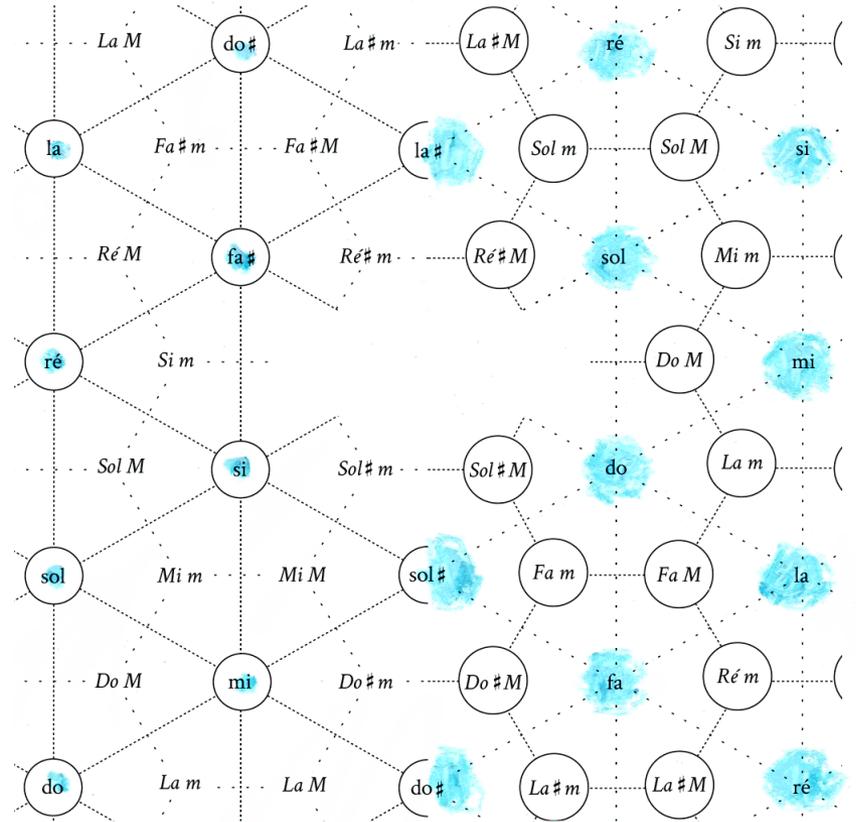
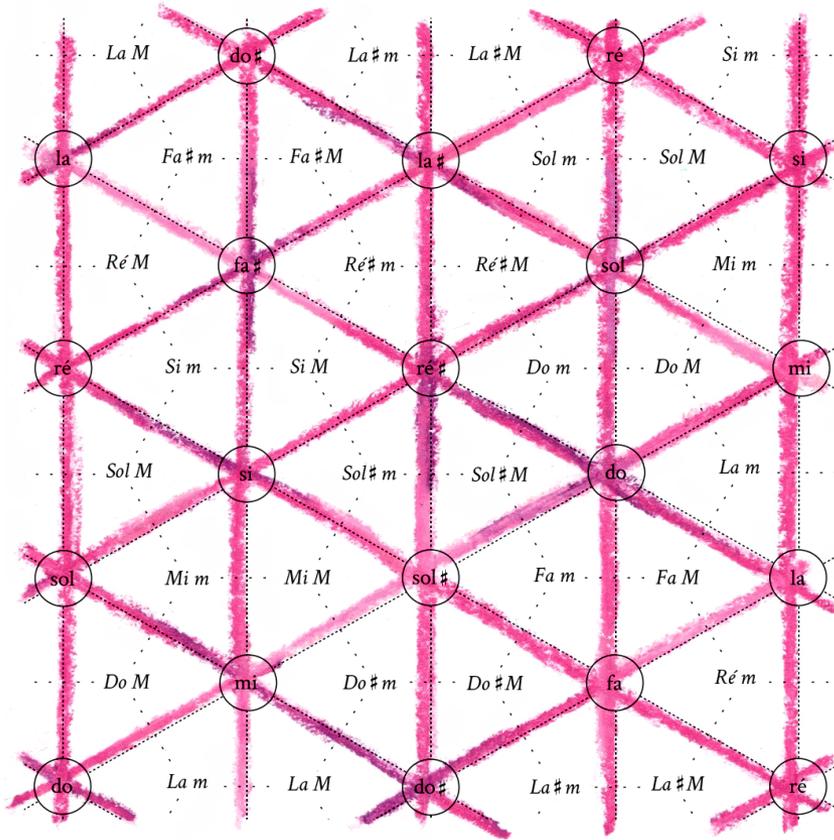


LE SYSTÈME TONNETZ

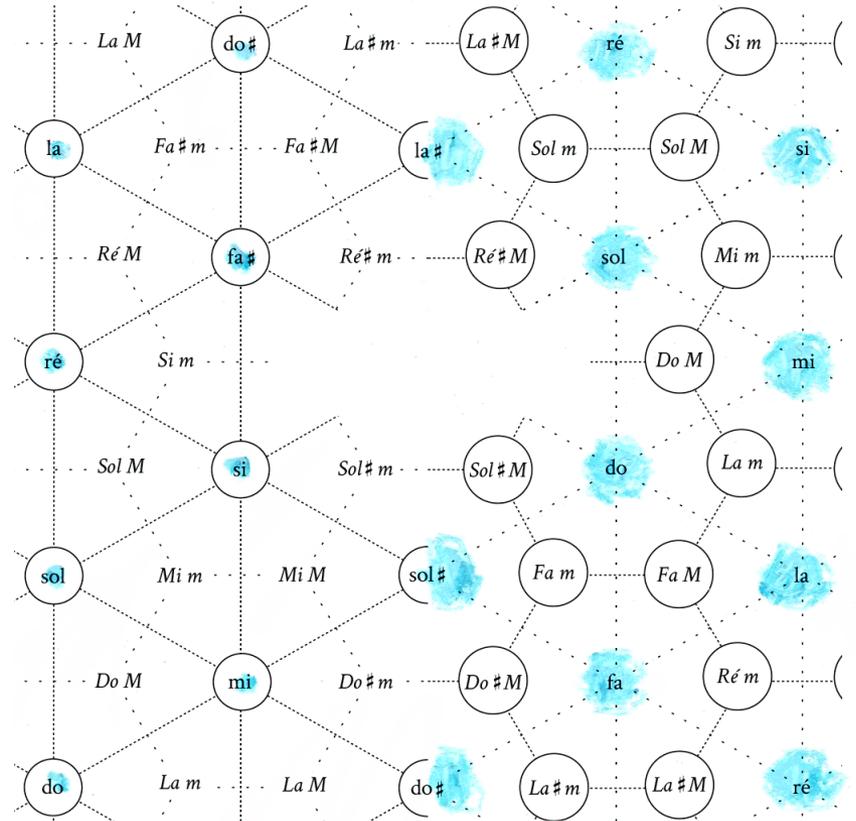
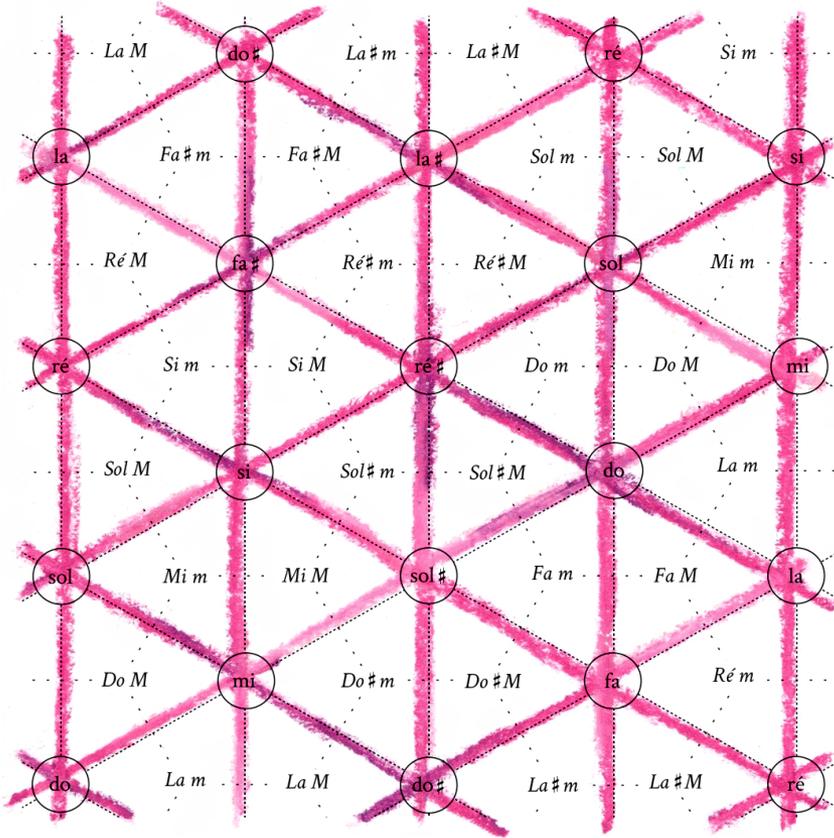


Complétez le texte

Les deux facettes du système Tonnetz



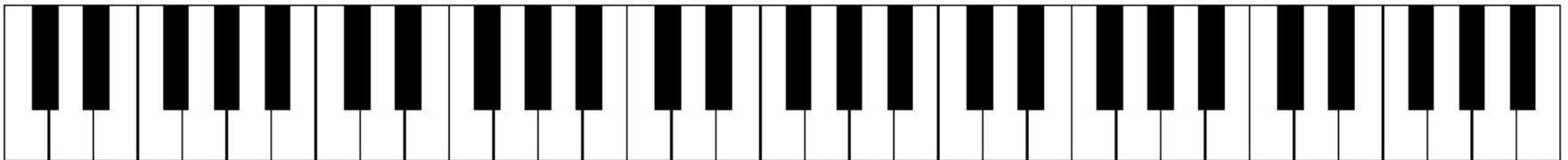
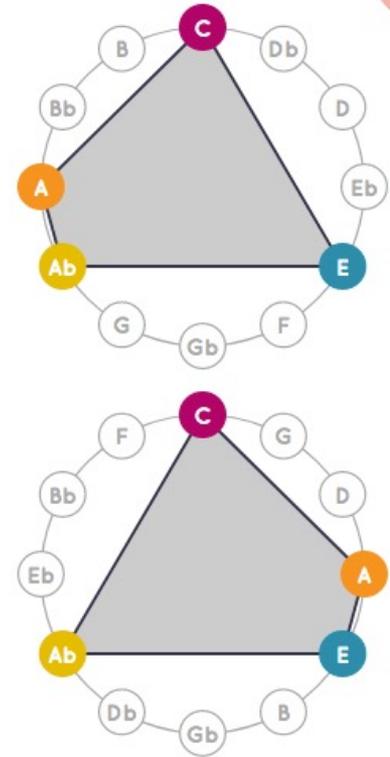
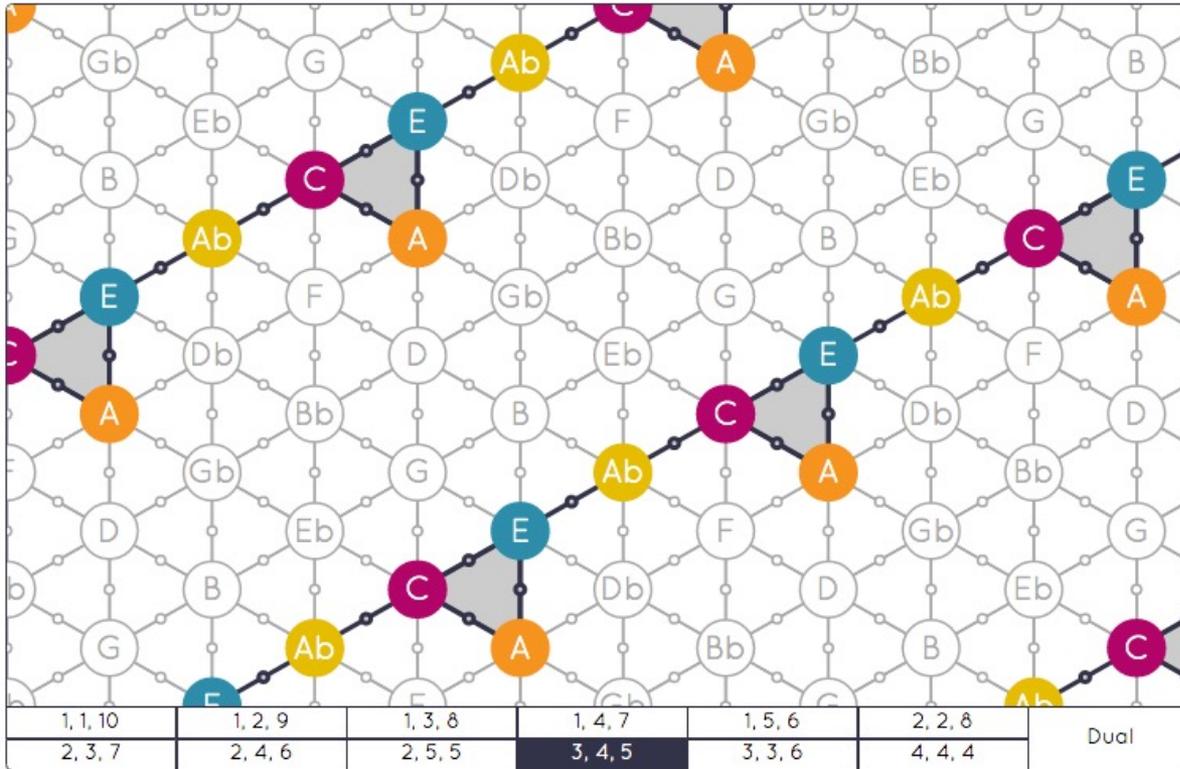
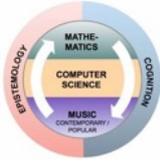
Les deux facettes du système Tonnetz



DUALITÉ

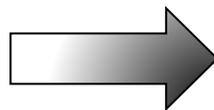
THE TONNETZ

ONE KEY - MANY REPRESENTATIONS

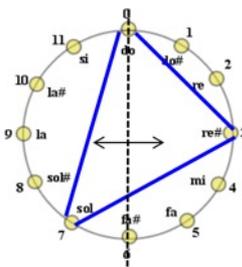
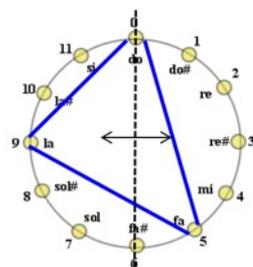


➔ <https://morenoandreatta.com/software/>

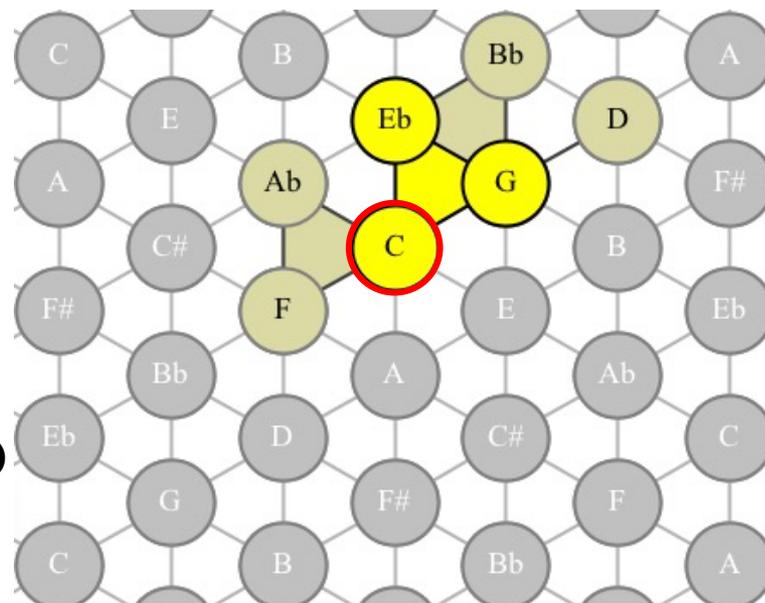
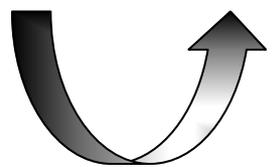
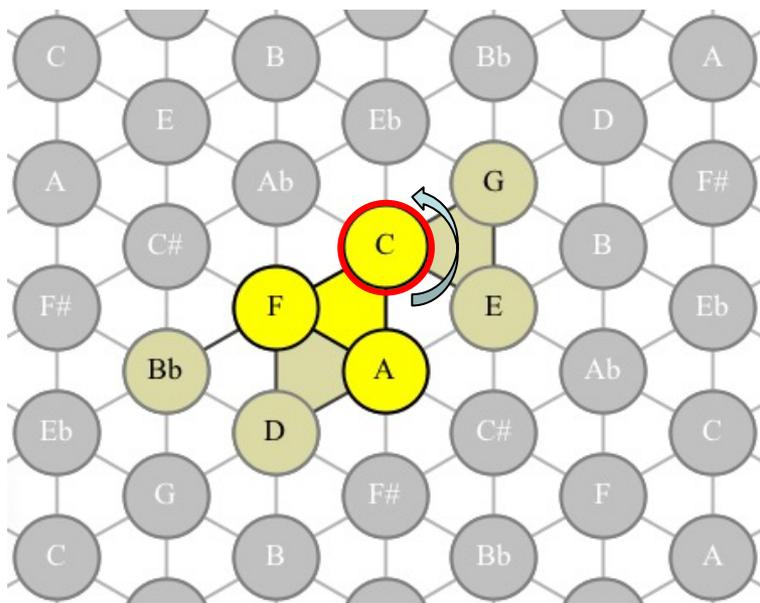
L'harmonie négative ou la dualité majeur/mineur



Accord
majeur

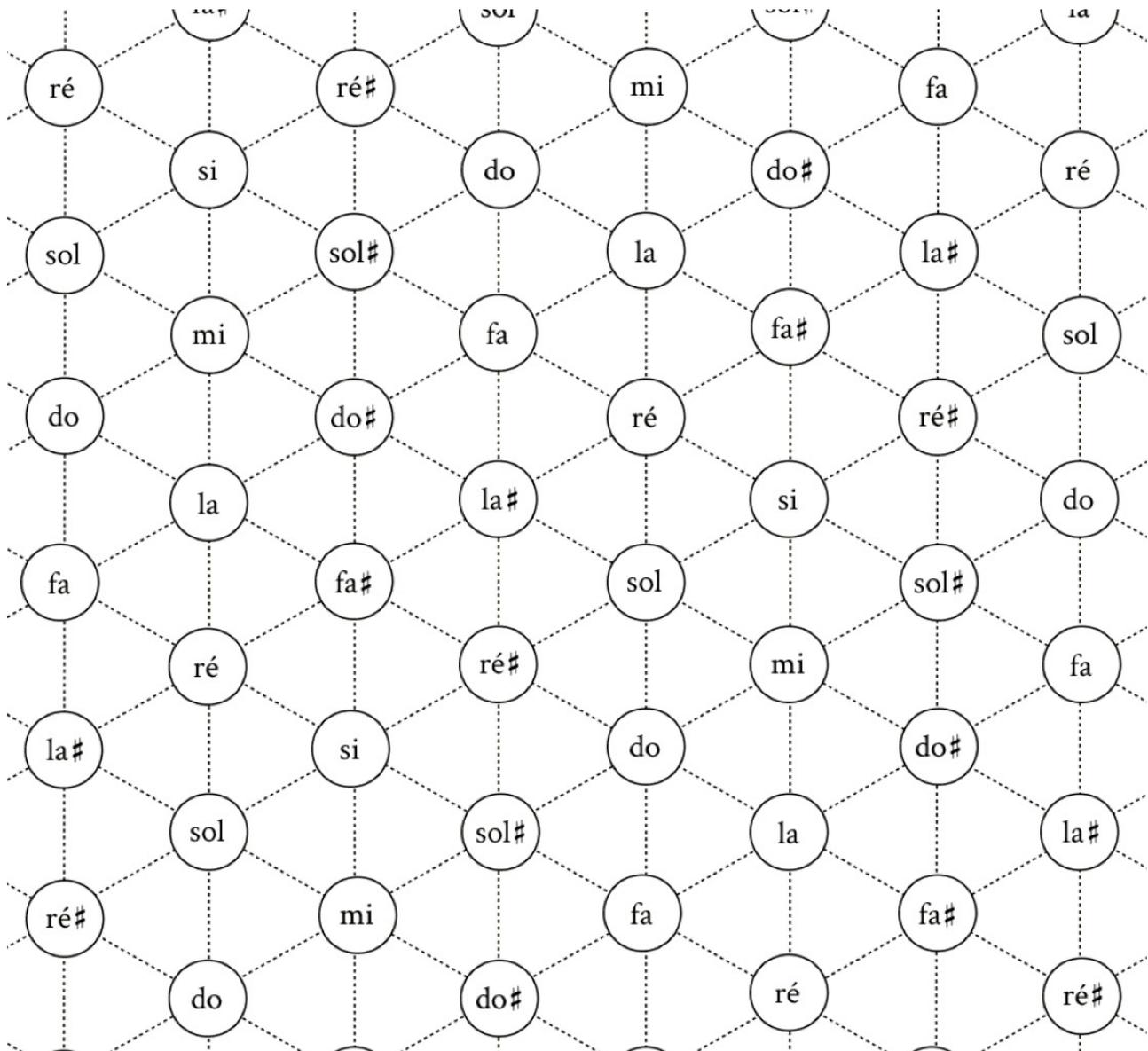


Accord
mineur

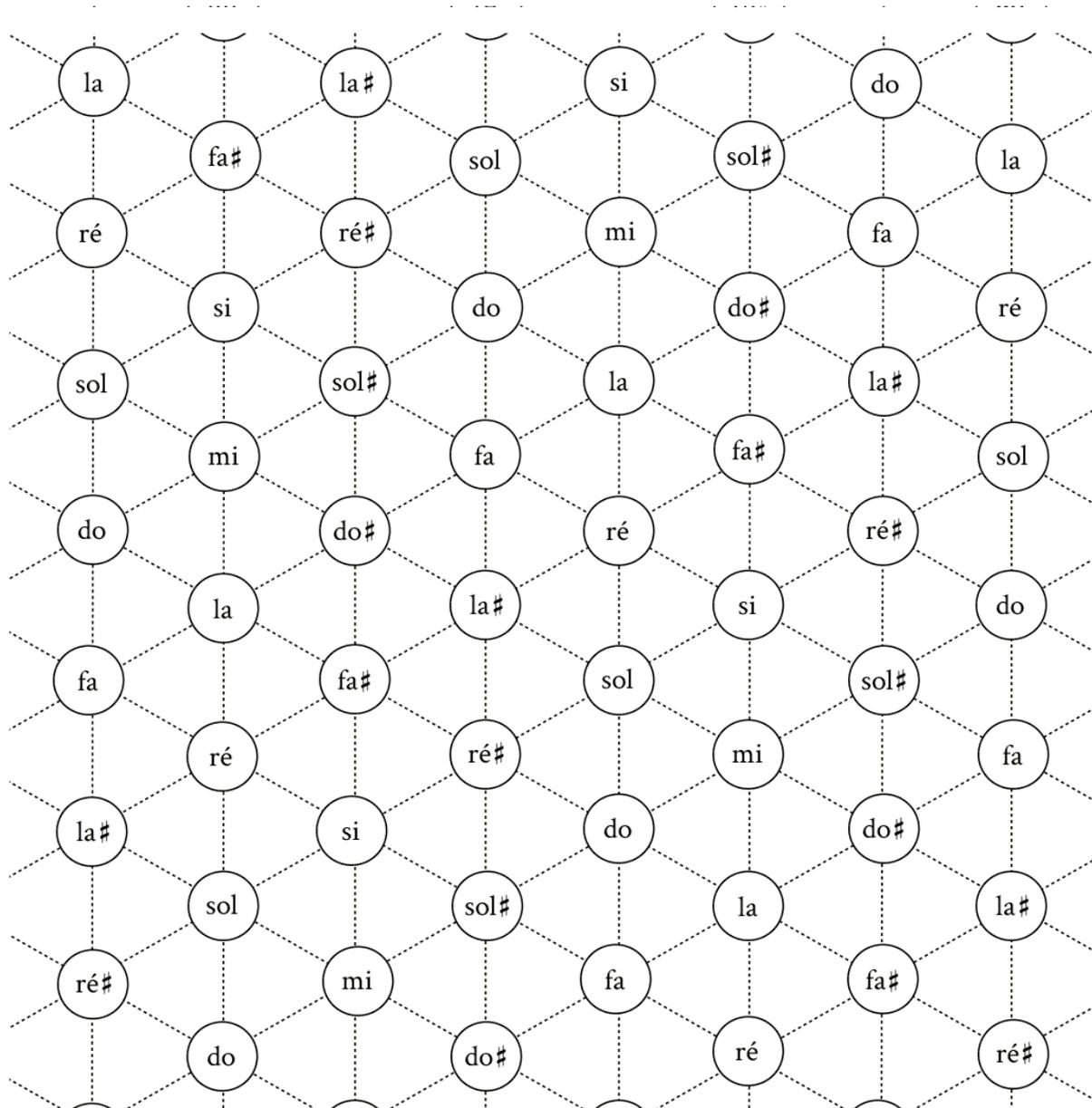


Pour aller plus loin...

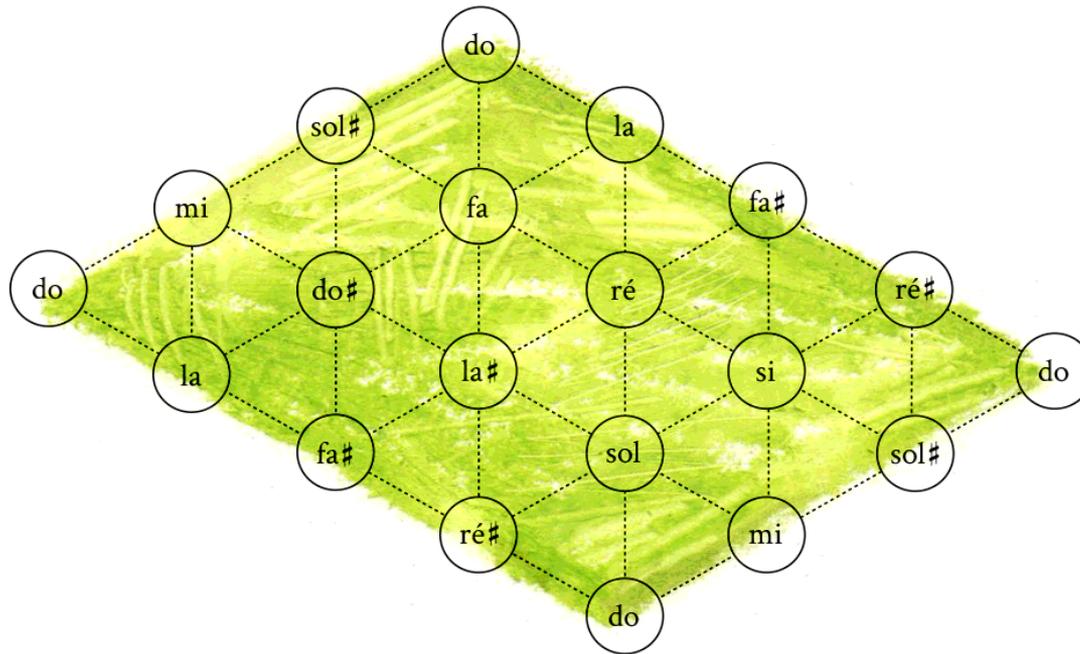
Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



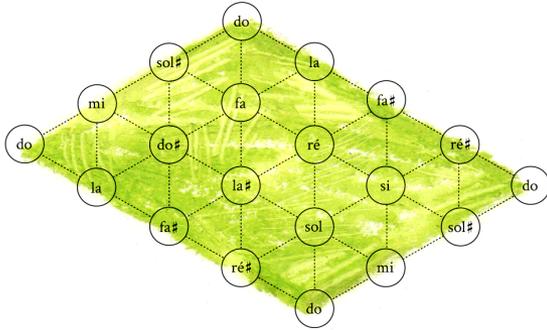
Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



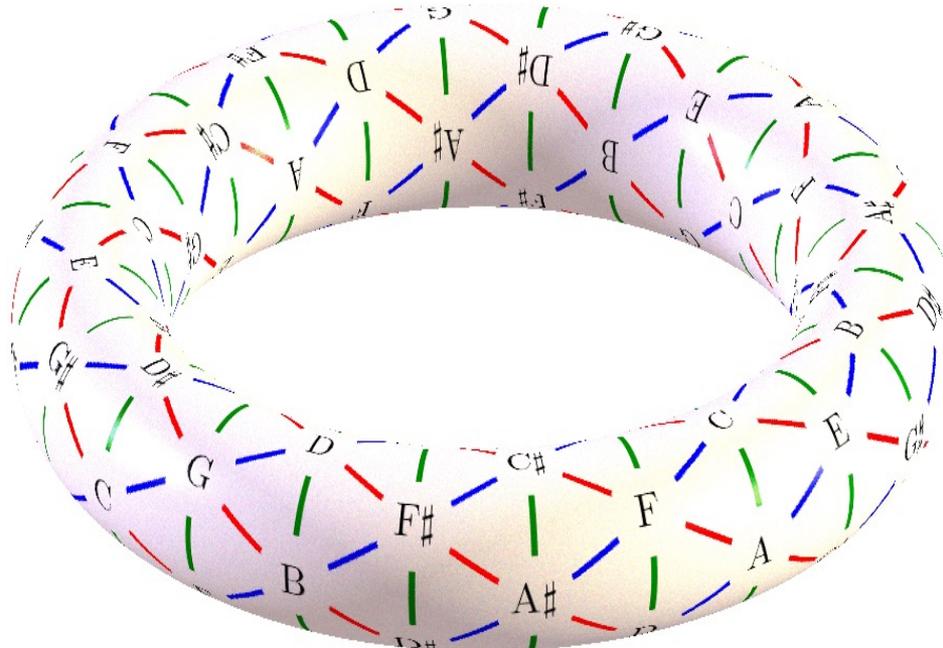
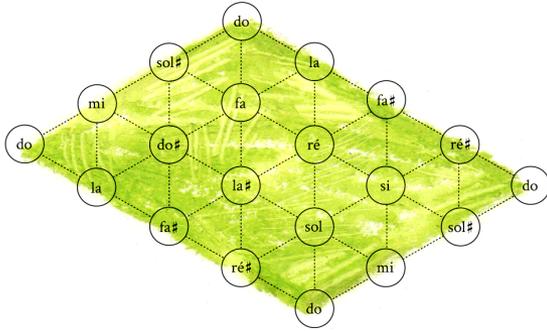
Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



Quelle est la forme géométrique du Tonnetz ?



Une chanson qui se balade en zig-zag dans l'espace

Le Blé en Herbe



(Polo/Moreno/Dieu)

Plonger comme un enfant, cheveux au vent

Croiser matin dans l'herbe folle

Sous l'océan du blé en herbe

Deux tourterelles qui s'envolent

Marée d'épis couleur d'amande

Suivre les jeux des hirondelles

Qui tendent à caresser le ciel

Sur le paysage éternel

Nager comme un enfant, cheveux au vent

Algues tendres de mille pages

Sous l'océan

Frôlant le ventre des nuages

Du blé en herbe

Cheveux de pluie, dos de poissons

Marée de fruits au goût amer

Acide et salée comme la mer

Suivre le bord des continents

Vers l'îlot d'un petit village

Dans l'océan du blé en herbe

Vers un château d'eau sur la plage

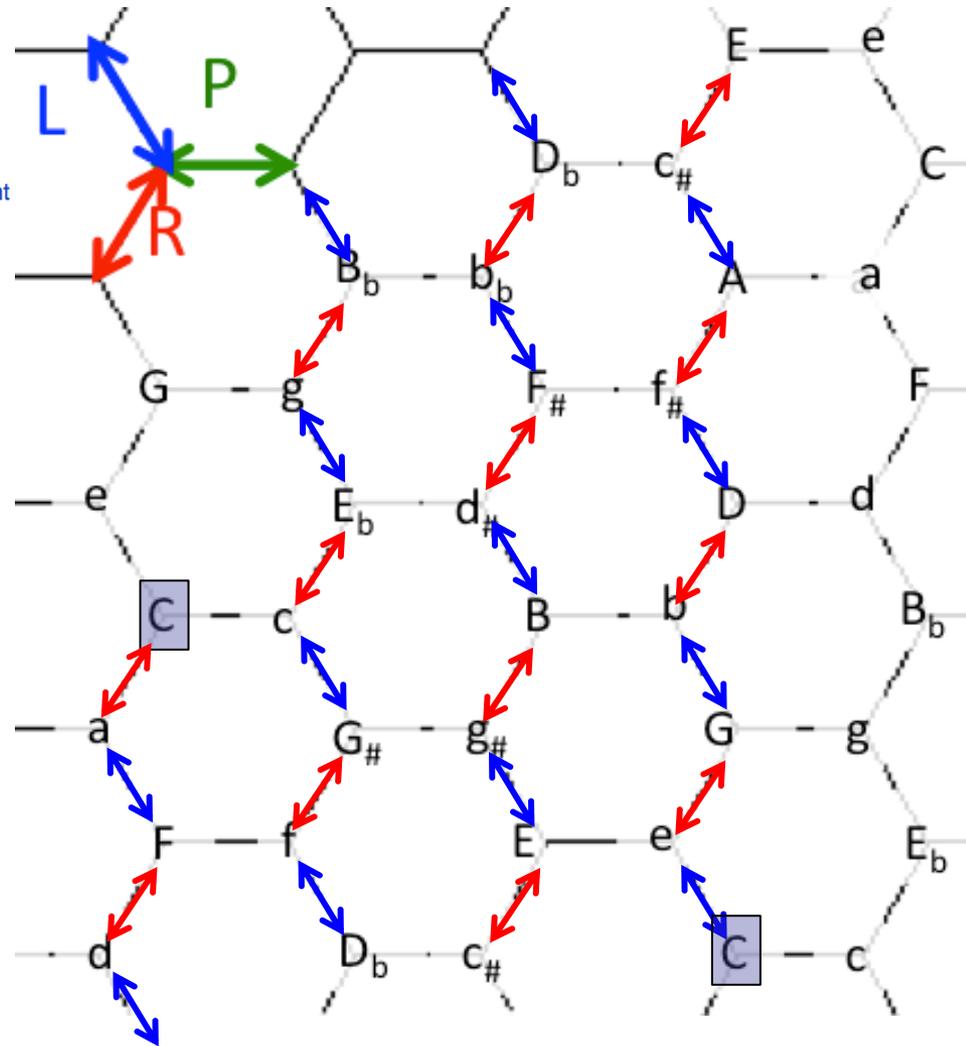
Pêcher le corail du pavot

Quand tout s'éteint avant l'orage

Quand se lève le vent du large

Dans le sang des coquelicots

Sur le blé vert





CABARET HAMILTONIEN

FABRICE QUÉDY
Formalises dans la musique smart

MORENO ANDREATTA
Mentoratrices appliquées à la musique

POLO PIERRE LAMY
Écriture appliquée aux formes musicales

Alexis - Violon, guitare, écriture
Augustin - Violon, claviers, écriture
Clara - Violon, guitare, écriture
Emilie - Violon, mandoline, écriture
Soline - Violon, flûte, écriture
Thomas - Violon, claviers, écriture

Écrire sous la contrainte...
TACHER DU PAPIER SOUS
L'OBLIGATION DE FAIRE
QUELQUE CHOSE...

SALIR DU BOIS CONDITIONNÉ
AVEC LE DEVOIR MORAL DE
TRANSFORMER UN OBJET
INDEFINI...

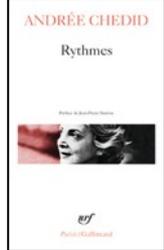
SAMEDI 27 FEVRIER 2016 à 11H
AMPHI PARIS SCIENCE ET LETTRES
22 bis rue de Valenciennes
75005 PARIS

ENTRÉE LIBRE





De la poésie à la chanson via les maths



A part (Andrée Chédid, poème tiré du recueil *Rythmes* Collection Poésie/Gallimard (n. 527), Gallimard, 2018)

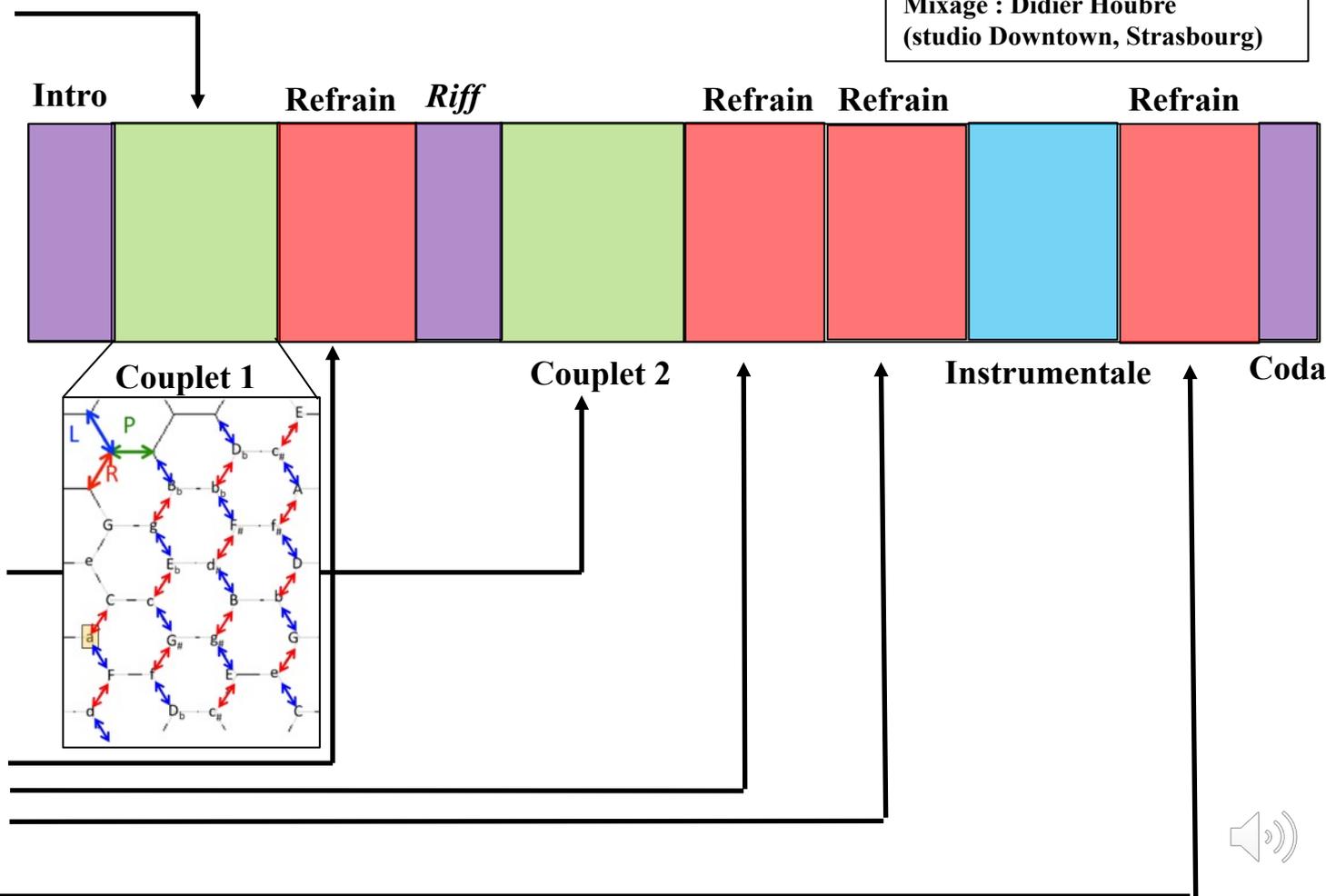
Composition : Moreno Andreatta
Arrangement : Benoît Messinger
Mixage : Didier Houbre
 (studio Downtown, Strasbourg)

À part le temps
 Et ses rouages
 À part la terre
 En éruptions
 À part le ciel
 Pétrisseur de nuages
 À part l'ennemi
 Qui génère l'ennemi

À part le désamour
 Qui ronge l'illusion
 À part la durée
 Qui moisit nos visages

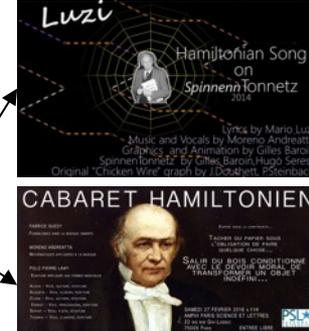
À part les fléaux
 À part la tyrannie
 À part l'ombre et le crime
 Nos batailles nos outrages

Je te célèbre ô Vie
 Entre cavités et songes
 Intervalle convoité
 Entre le vide et le rien



La collection des 28 cycles hamiltoniens « redondants »

1. C-Cm-Ab-Abm-E-C#m-A-Am-F-Fm-C#-Bbm-F#-F#m-D-Dm-Bb-Gm-Eb-Ebm-B-Bm-G-Em--PLPLRL
2. C-Cm-Ab-Fm-C#-C#m-A-Am-F-Dm-Bb-Bbm-F#-F#m-D-Bm-G-Gm-Eb-Ebm-B-Abm-E-Em--PLRLPL
3. C-Cm-Eb-Ebm-F#-F#m-A-C#m-E-Em-G-Gm-Bb-Bbm-C#-Fm-Ab-Abm-B-Bm-D-Dm-F-Am--PRPRPLRL
4. C-Cm-Eb-Ebm-F#-Bbm-C#-C#m-E-Em-G-Gm-Bb-Dm-F-Fm-Ab-Abm-B-Bm-D-F#m-A-Am--PRPRLRPR
5. C-Cm-Eb-Ebm-F#-Bbm-C#-Fm-Ab-Abm-B-Bm-D-F#m-A-C#m-E-Em-G-Gm-Bb-Dm-F-Am--PRPRLRLR
6. C-Cm-Eb-Gm-Bb-Bbm-C#-C#m-E-Em-G-Bm-D-Dm-F-Fm-Ab-Abm-B-Ebm-F#-F#m-A-Am--PRLRPRPR
7. C-Cm-Eb-Gm-Bb-Bbm-C#-Fm-Ab-Abm-B-Ebm-F#-F#m-A-C#m-E-Em-G-Bm-D-Dm-F-Am--PRLR
8. C-Cm-Eb-Gm-Bb-Dm-F-Fm-Ab-Abm-B-Ebm-F#-Bbm-C#-C#m-E-Em-G-Bm-D-F#m-A-Am--PRLRLRPR
9. C-Em-E-Abm-Ab-Cm-Eb-Gm-G-Bm-B-Ebm-F#-Bbm-Bb-Dm-D-F#m-A-C#m-C#-Fm-F-Am--LPLPLR
10. C-Em-E-Abm-B-Ebm-Eb-Gm-G-Bm-D-F#m-F#-Bbm-Bb-Dm-F-Am-A-C#m-C#-Fm-Ab-Cm--LPLRLP
11. C-Em-G-Gm-Bb-Bbm-C#-C#m-E-Abm-B-Bm-D-Dm-F-Fm-Ab-Cm-Eb-Ebm-F#-F#m-A-Am--LRPRPRPR
12. C-Em-G-Gm-Bb-Bbm-C#-Fm-Ab-Cm-Eb-Ebm-F#-F#m-A-C#m-E-Abm-B-Bm-D-Dm-F-Am--LRPRPLRL
13. C-Em-G-Gm-Bb-Dm-F-Fm-Ab-Cm-Eb-Ebm-F#-Bbm-C#-C#m-E-Abm-B-Bm-D-F#m-A-Am--LRPR
14. C-Em-G-Bm-B-Ebm-Eb-Gm-Bb-Dm-D-F#m-F#-Bbm-C#-Fm-F-Am-A-C#m-E-Abm-Ab-Cm--LRLPLP
15. C-Em-G-Bm-D-Dm-F-Fm-Ab-Cm-Eb-Gm-Bb-Bbm-C#-C#m-E-Abm-B-Ebm-F#-F#m-A-Am--LRLRPRPR
16. C-Em-G-Bm-D-F#m-A-C#m-E-Abm-B-Ebm-F#-Bbm-C#-Fm-Ab-Cm-Eb-Gm-Bb-Dm-F-Am--LR
17. C-Am-A-F#m-F#-Ebm-Eb-Cm-Ab-Fm-F-Dm-D-Bm-B-Abm-E-C#m-C#-Bbm-Bb-Gm-G-Em--RPRPRPRL
18. C-Am-A-F#m-F#-Ebm-B-Abm-Ab-Fm-F-Dm-D-Bm-G-Em-E-C#m-C#-Bbm-Bb-Gm-Eb-Cm--RPRPLRLP
19. C-Am-A-F#m-F#-Ebm-B-Abm-E-C#m-C#-Bbm-Bb-Gm-Eb-Cm-Ab-Fm-F-Dm-D-Bm-G-Em--RPRPLRL
20. C-Am-A-F#m-D-Bm-B-Abm-Ab-Fm-F-Dm-Bb-Gm-G-Em-E-C#m-C#-Bbm-F#-Ebm-Eb-Cm--RPRLRPRP
21. C-Am-A-F#m-D-Bm-B-Abm-E-C#m-C#-Bbm-F#-Ebm-Eb-Cm-Ab-Fm-F-Dm-Bb-Gm-G-Em--RPRL
22. C-Am-A-F#m-D-Bm-G-Em-E-C#m-C#-Bbm-F#-Ebm-B-Abm-Ab-Fm-F-Dm-Bb-Gm-Eb-Cm--RPRLRLRP
23. C-Am-F-Fm-C#-C#m-A-F#m-D-Dm-Bb-Bbm-F#-Ebm-B-Bm-G-Gm-Eb-Cm-Ab-Abm-E-Em--RLPLPL
24. C-Am-F-Dm-D-Bm-B-Abm-Ab-Fm-C#-Bbm-Bb-Gm-G-Em-E-C#m-A-F#m-F#-Ebm-Eb-Cm--RLRPRPRP
25. C-Am-F-Dm-D-Bm-B-Abm-E-C#m-A-F#m-F#-Ebm-Eb-Cm-Ab-Fm-C#-Bbm-Bb-Gm-G-Em--RLRPRPRL
26. C-Am-F-Dm-D-Bm-G-Em-E-C#m-A-F#m-F#-Ebm-B-Abm-Ab-Fm-C#-Bbm-Bb-Gm-Eb-Cm--RLRP
27. C-Am-F-Dm-Bb-Gm-G-Em-E-C#m-A-F#m-D-Bm-B-Abm-Ab-Fm-C#-Bbm-F#-Ebm-Eb-Cm--RLRLRPRP
28. C-Am-F-Dm-Bb-Gm-Eb-Cm-Ab-Fm-C#-Bbm-F#-Ebm-B-Abm-E-C#m-A-F#m-D-Bm-G-Em--RL



Le Blé en Herbe

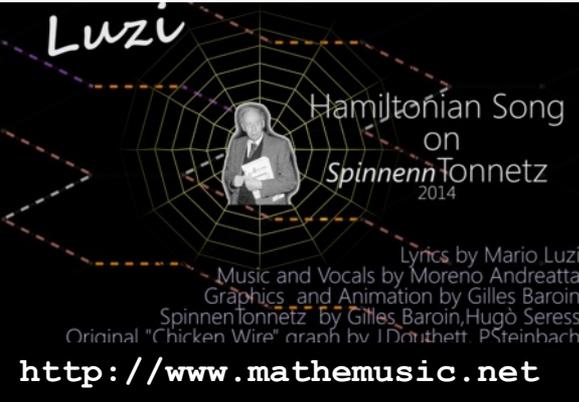


Cycles hamiltoniens avec périodicité interne

8. C-Cm-Eb-Gm-Bb-Dm-F-Fm-Ab-Abm-B-Ebm-F#-Bbm-C#-C#m-E-Em-G-Bm-D-F#m-A-Am--PRLRLRPR
9. C-Em-E-Abm-Ab-Cm-Eb-Gm-G-Bm-B-Ebm-F#-Bbm-Bb-Dm-D-F#m-A-C#m-C#-Fm-F-Am--LPLPLR
10. C-Em-E-Abm-B-Ebm-Eb-Gm-G-Bm-D-F#m-F#-Bbm-Bb-Dm-F-Am-A-C#m-C#-Fm-Ab-Cm--LPLRLP
11. C-Em-G-Gm-Bb-Bbm-C#-C#m-E-Abm-B-Bm-D-Dm-F-Fm-Ab-Cm-Eb-Ebm-F#-F#m-A-Am--LRPRRPR
12. C-Em-G-Gm-Bb-Bbm-C#-Fm-Ab-Cm-Eb-Ebm-F#-F#m-A-C#m-E-Abm-B-Bm-D-Dm-F-Am--LRPRRLR

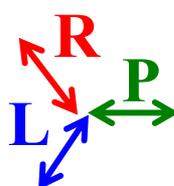
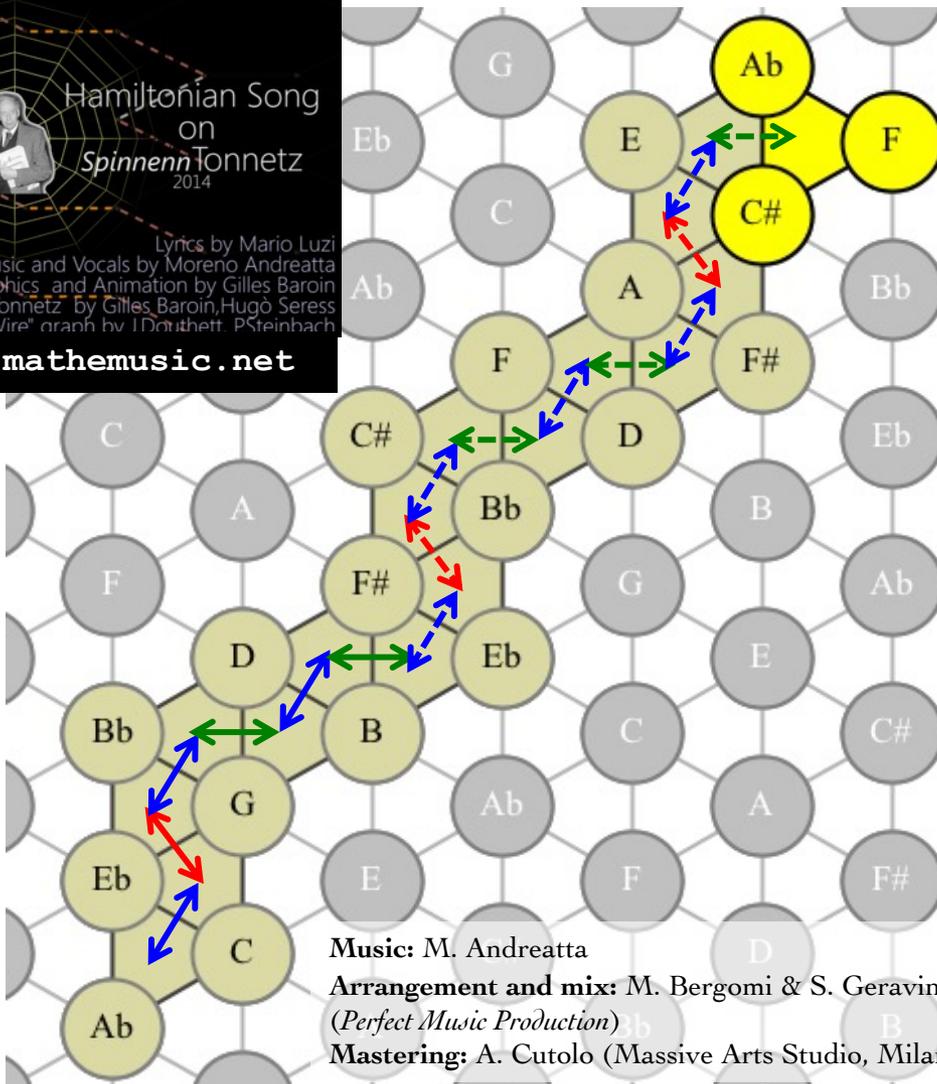
L P L P L R ...
 P L P L R L ...
 L P L R L P ...
 P L R L P L ...

L R L P L P ...
 R L P L P L ...



<http://www.mathemusic.net>

min. 1'02''



La sera non è più la tua canzone
 (Mario Luzi, 1945, in *Poesie sparse*)

La sera non è più la tua canzone,
 è questa roccia d'ombra traforata
 dai lumi e dalle voci senza fine,
 la quiete d'una cosa già pensata.

Ah questa luce viva e chiara viene
 solo da te, sei tu così vicina
 al vero d'una cosa conosciuta,
 per nome hai una parola ch'è passata
 nell'intimo del cuore e s'è perduta.

Caduto è più che un segno della vita,
 riposi, dal viaggio sei tornata
 dentro di te, sei scesa in questa pura
 sostanza così tua, così romita
 nel silenzio dell'essere, (compiuta).

L'aria tace ed il tempo dietro a te
 si leva come un'arida montagna
 dove vaga il tuo spirito e si perde,
 un vento raro scivola e ristagna.

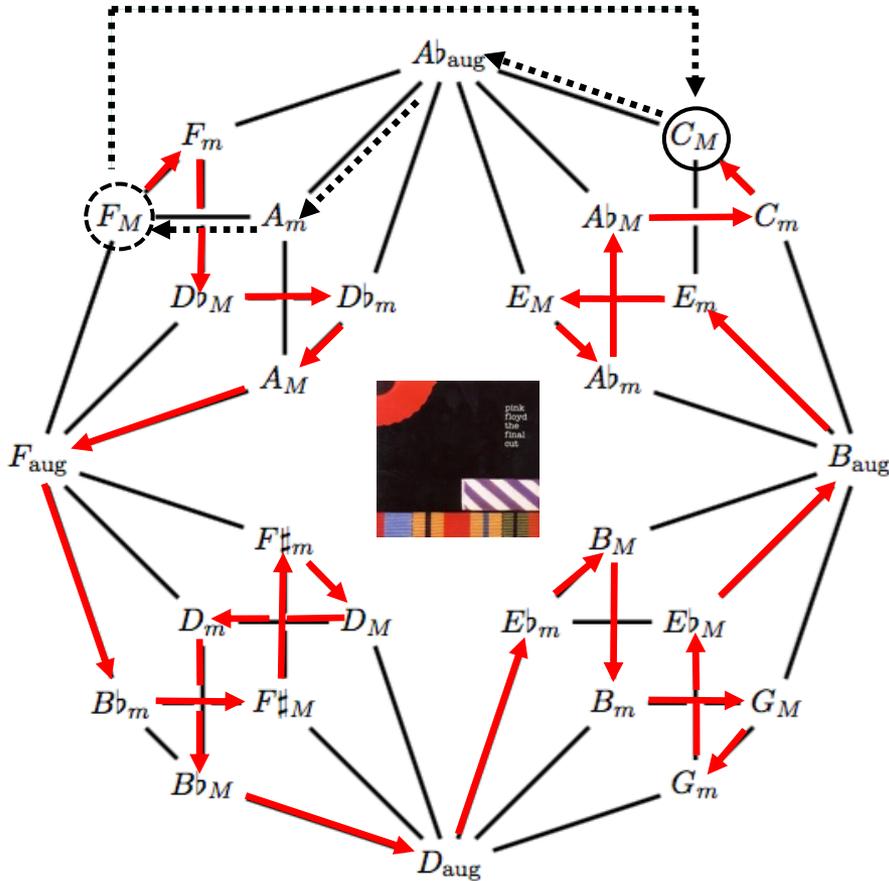
Luzi



Hamiltonian Song
on
Spinnennetz
2014

Lyrics by Mario Luzi
Music and Vocals by Moreno Andreatta
Graphics and Animation by Gilles Baroin
SpinnenTonnetz by Gilles Baroin, Hugò Seress
Original "Chicken Wire" graph by J.Douthett, P.Steinbach

The Gunner's Hamiltonian Dream (a *OuMuPo* experience around Pink-Floyd)



The Gunner's dream (R. Waters, 1983 / M. Andreatta, 2018)

C C+
 Floating down through the clouds
 Am F
 Memories come rushing up to meet me now.
 Fm
 In the space between the heavens
 C# C#m
 and in the corner of some foreign field
 A F+ Bbm
 I had a dream.
 F# F#m D Dm
 I had a dream.
 Bb
 Good-bye Max.
 D+
 Good-bye Ma.
 Ebm B
 After the service when you're walking slowly to the car
 Bm G
 And the silver in her hair shines in the cold November air
 Gm
 You hear the tolling bell
 Eb
 And touch the silk in your lapel
 G+ Em E G#m
 And as the tear drops rise to meet the comfort of the band
 G# Cm
 You take her frail hand
C
 And hold on to the dream.

The three Hamiltonian Cycles (C_M = C, C_m = Cm, C_{aug} = C+)

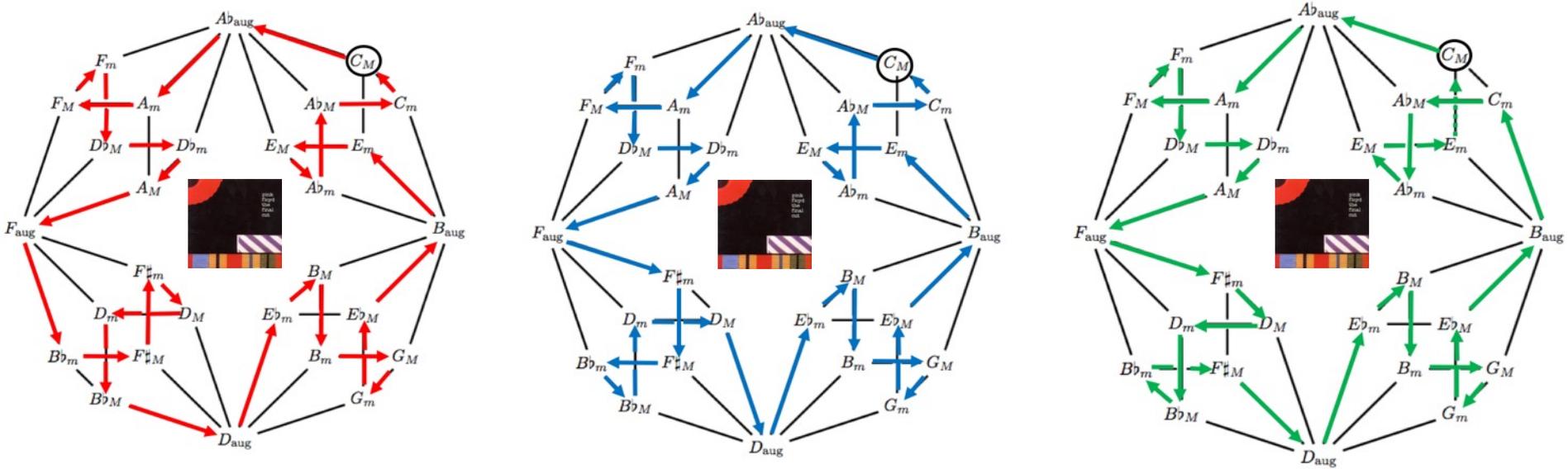
C-->C+-->Am-->F-->Fm-->C#-->C#m-->A-->F+-->Bbm-->F#-->F#m-->D-->Dm-->Bb-->D+-->Ebm-->B-->Bm-->
 -->G-->Gm-->Eb-->G+-->Em-->E-->G#m-->G#-->Cm-->C

C-->C+-->Am-->F-->Fm-->C#-->C#m-->A-->F+-->F#m-->F#-->Bbm-->Bb-->Dm-->D-->D+-->Ebm-->B-->Bm-->
 -->G-->Gm-->Eb-->G+-->Em-->E-->G#m-->G#-->Cm-->C

C-->C+-->Am-->F-->Fm-->C#-->C#m-->A-->F+-->F#m-->D-->Dm-->Bb-->Bbm-->F#-->D+-->Ebm-->B-->Bm-->
 -->G-->Gm-->Eb-->G+-->Cm-->G#-->G#m-->E-->Em-->C



The Gunner's Hamiltonian Dream (a *OuMuPo* experience around Pink-Floyd)

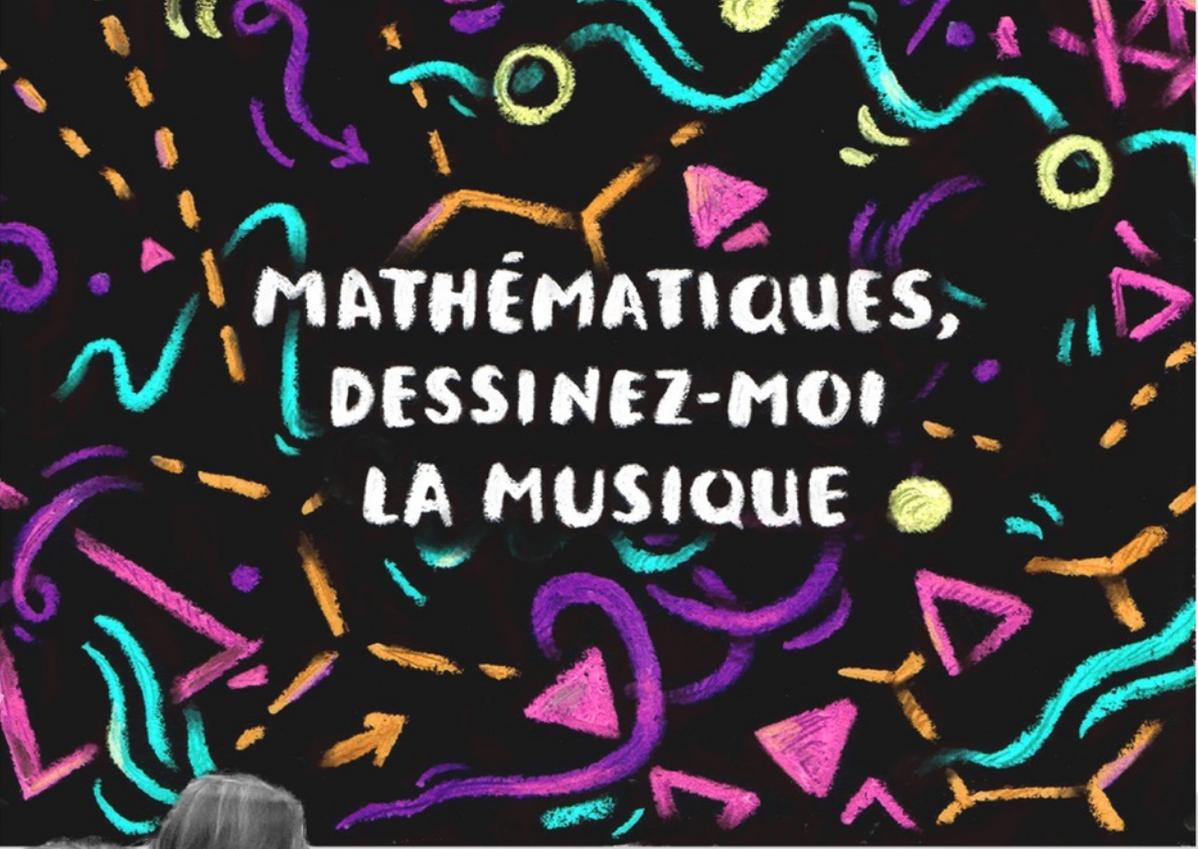


The three Hamiltonian Cycles ($C_M = C$, $C_m = C_m$, $C_{aug} = C+$)

$C \rightarrow C+ \rightarrow A_m \rightarrow F \rightarrow F_m \rightarrow C \rightarrow C_m \rightarrow A \rightarrow F+ \rightarrow B_m \rightarrow F \rightarrow F_m \rightarrow D \rightarrow D_m \rightarrow B_b \rightarrow D+ \rightarrow E_b_m \rightarrow B \rightarrow B_m \rightarrow G \rightarrow G_m \rightarrow E_b \rightarrow G+ \rightarrow E_m \rightarrow E \rightarrow G_m \rightarrow G \rightarrow C_m \rightarrow C$

$C \rightarrow C+ \rightarrow A_m \rightarrow F \rightarrow F_m \rightarrow C \rightarrow C_m \rightarrow A \rightarrow F+ \rightarrow F_m \rightarrow F \rightarrow B_m \rightarrow B_b \rightarrow D_m \rightarrow D \rightarrow D+ \rightarrow E_b_m \rightarrow B \rightarrow B_m \rightarrow G \rightarrow G_m \rightarrow E_b \rightarrow G+ \rightarrow E_m \rightarrow E \rightarrow G_m \rightarrow G \rightarrow C_m \rightarrow C$

$C \rightarrow C+ \rightarrow A_m \rightarrow F \rightarrow F_m \rightarrow C \rightarrow C_m \rightarrow A \rightarrow F+ \rightarrow F_m \rightarrow D \rightarrow D_m \rightarrow B_b \rightarrow B_m \rightarrow F \rightarrow D+ \rightarrow E_b_m \rightarrow B \rightarrow B_m \rightarrow G \rightarrow G_m \rightarrow E_b \rightarrow G+ \rightarrow C_m \rightarrow G \rightarrow G_m \rightarrow E \rightarrow E_m \rightarrow C$



**MATHÉMATIQUES,
DESSINEZ-MOI
LA MUSIQUE**

Contact : andreatta@math.unistra.fr

Des questions ?

