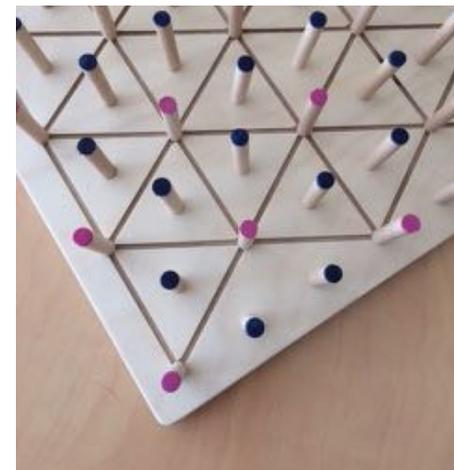


# Math'n Pop : algèbre et géométrie au service de la chanson



Moreno Andreatta

IRMA & GREAM, Université de Strasbourg

IRCAM / CNRS UMR 9912 / Sorbonne Université

Equipe Représentations Musicales

# Le projet SMIR : les maths dans et pour les musiques actuelles

Approches  
« audio »

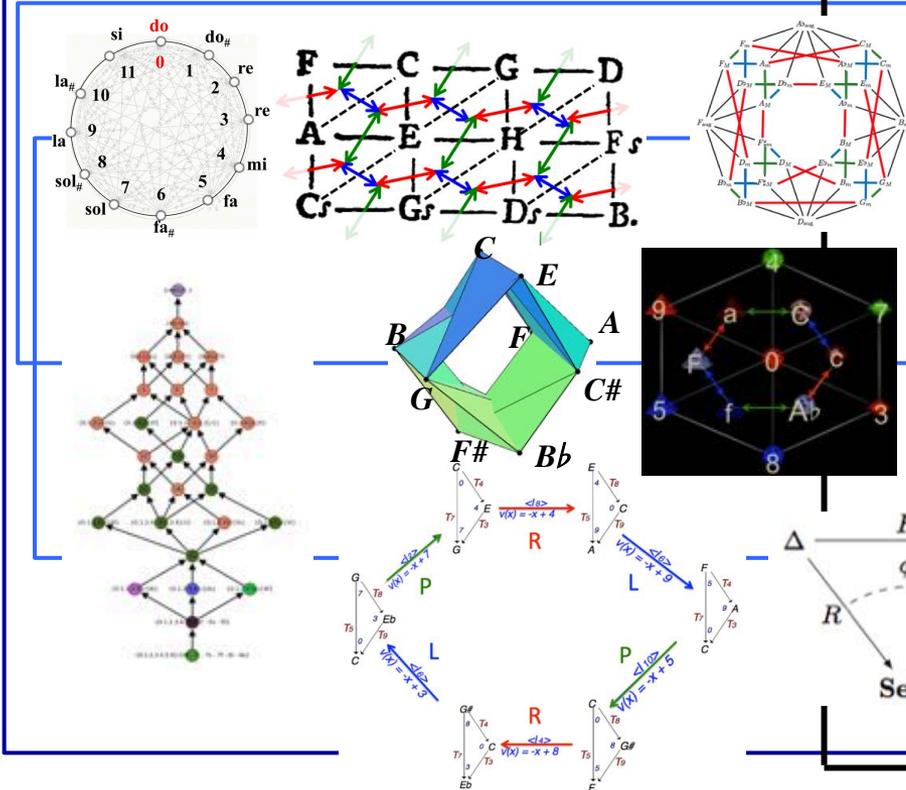


Modèles  
algébriques



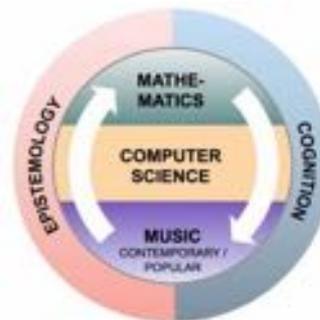
Modèles  
topologiques

Modèles  
catégoriels



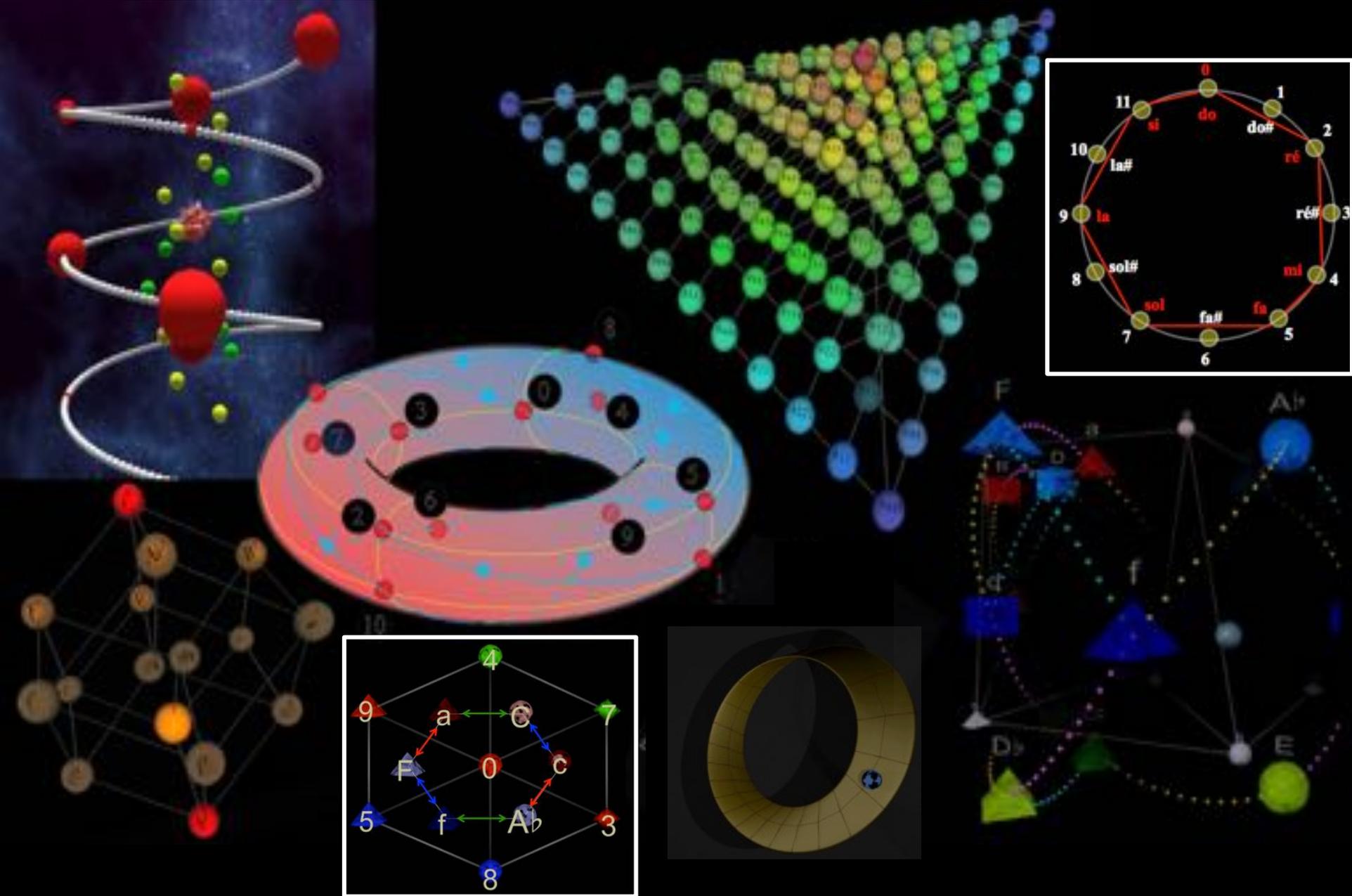
Modèles computationnels

Modèles cognitifs

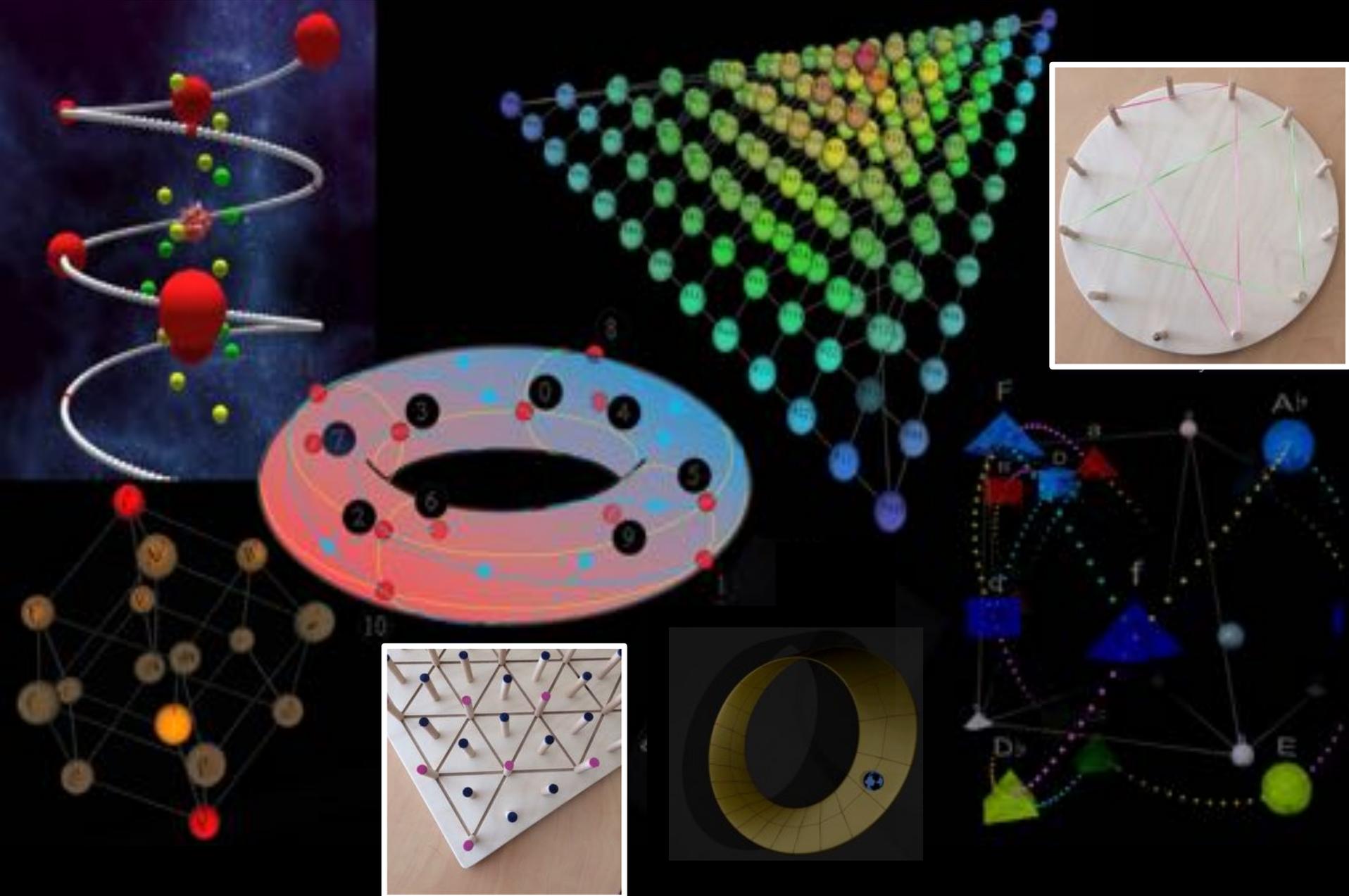


Approches « symboliques »

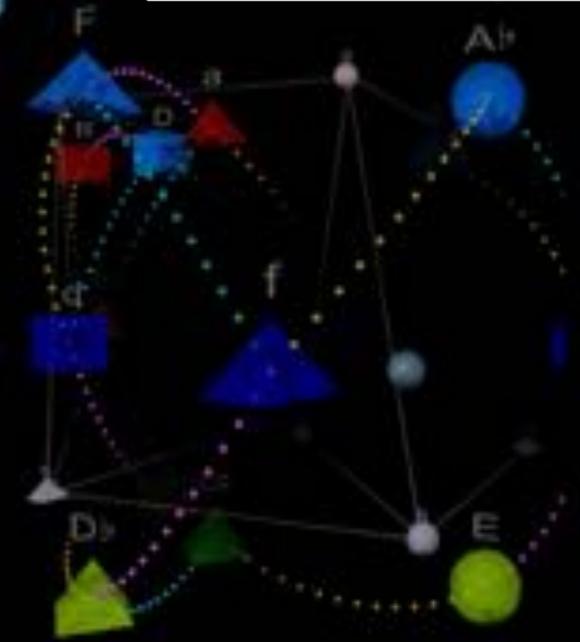
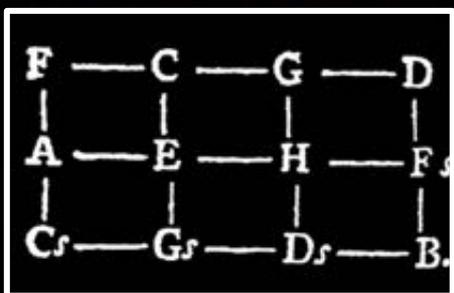
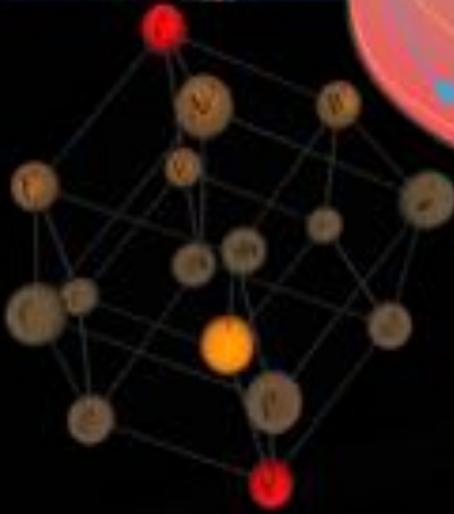
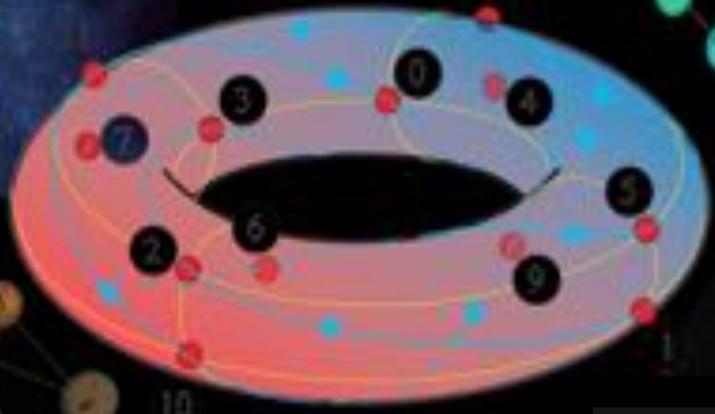
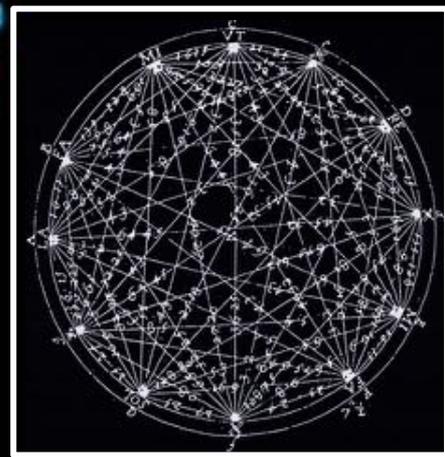
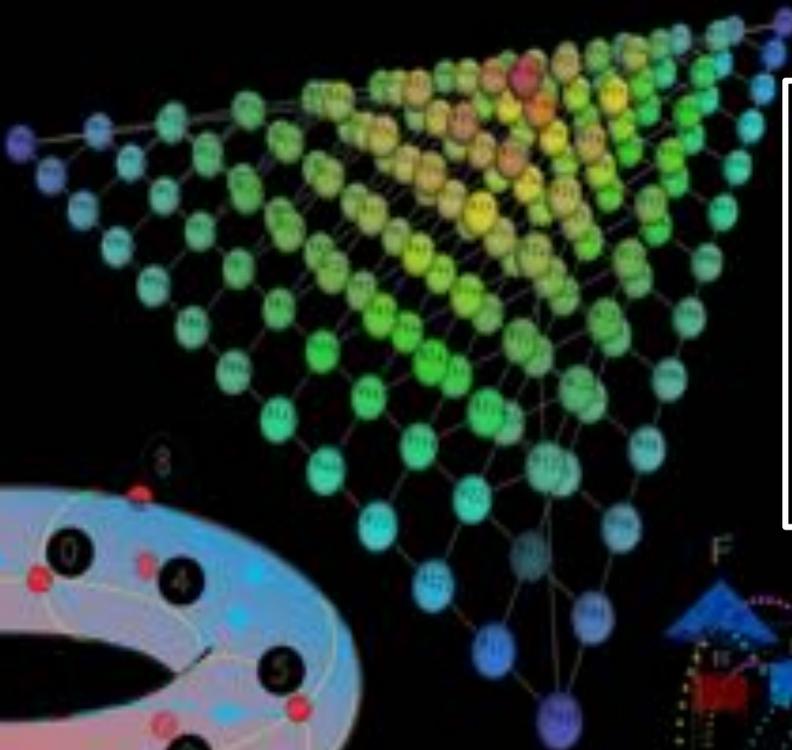
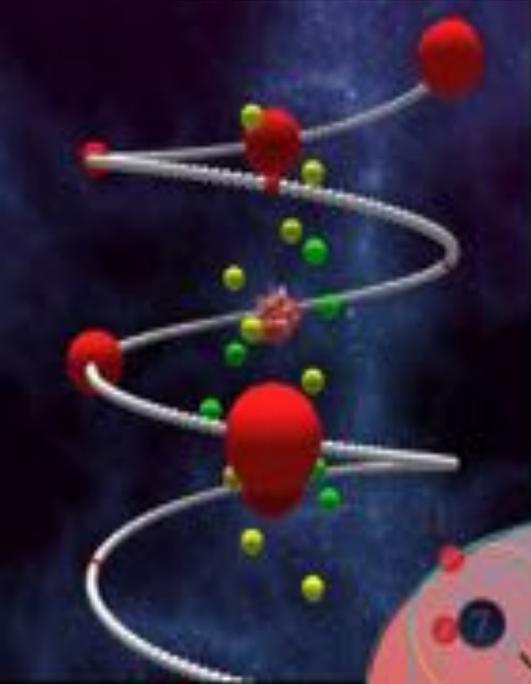
# La galaxie des espaces « mathémusicaux »...



# La galaxie des espaces « mathémusicaux »...



# La galaxie des espaces « mathémusicaux »...



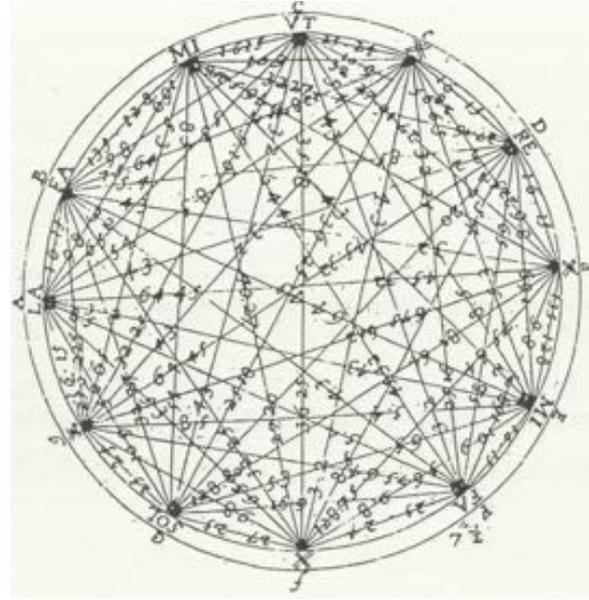
# Mersenne et la naissance de la combinatoire



# Mersenne et la naissance de la combinatoire

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

## LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.



Marin Mersenne

*Tabula Combinationis ab 1 ad 22.*

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361380
X	3613800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178291200
XV	1307674368000
XVI	20912789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	121648100408811000
XX	2431301008176640000
XXI	5090941171709440000
XXII.	1114000717777607480000

*Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.*



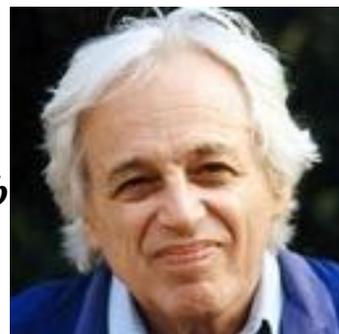
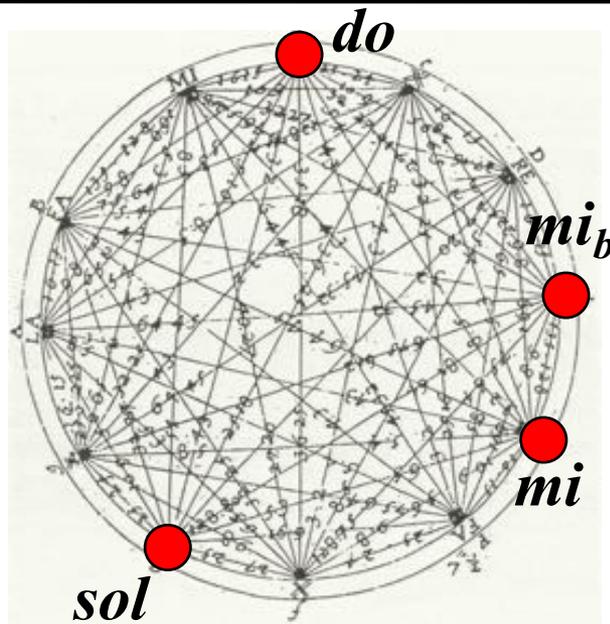
# Avec quatre notes on peut faire de la musique !

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

## LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

*Tabula Combinationis ab 1 ad 22.*

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178120000
XV	1307674968000
XVI	20911789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	121648100408810000
XX	24313010081766400000
XXI	50909411717094400000
XXII	111400071777607480000



*Six Bagatelles*  
(G. Ligeti, 1953)

*Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.*

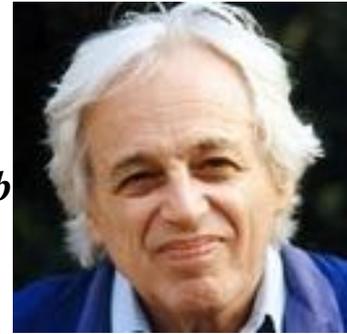
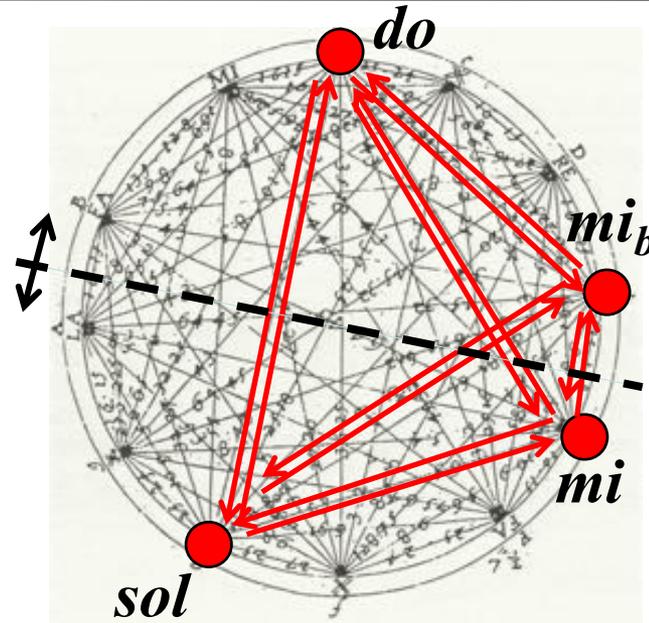
# A la recherche des symétries cachées dans la musique

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

## LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabula Combinationis ab 1 ad 22.

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361380
X	3613800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178120000
XV	1307674968000
XVI	20912789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	12164100408810000
XX	2431301008176640000
XXI	5090941871709440000
XXII	1114000717777607480000



*Six Bagatelles*  
(G. Ligeti, 1953)

*Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.*

Musical score for "Varietas, seu Combinatio quatuor notarum" by György Ligeti, showing 24 numbered measures of rhythmic patterns.

# Le piano : douze notes = douze nombres

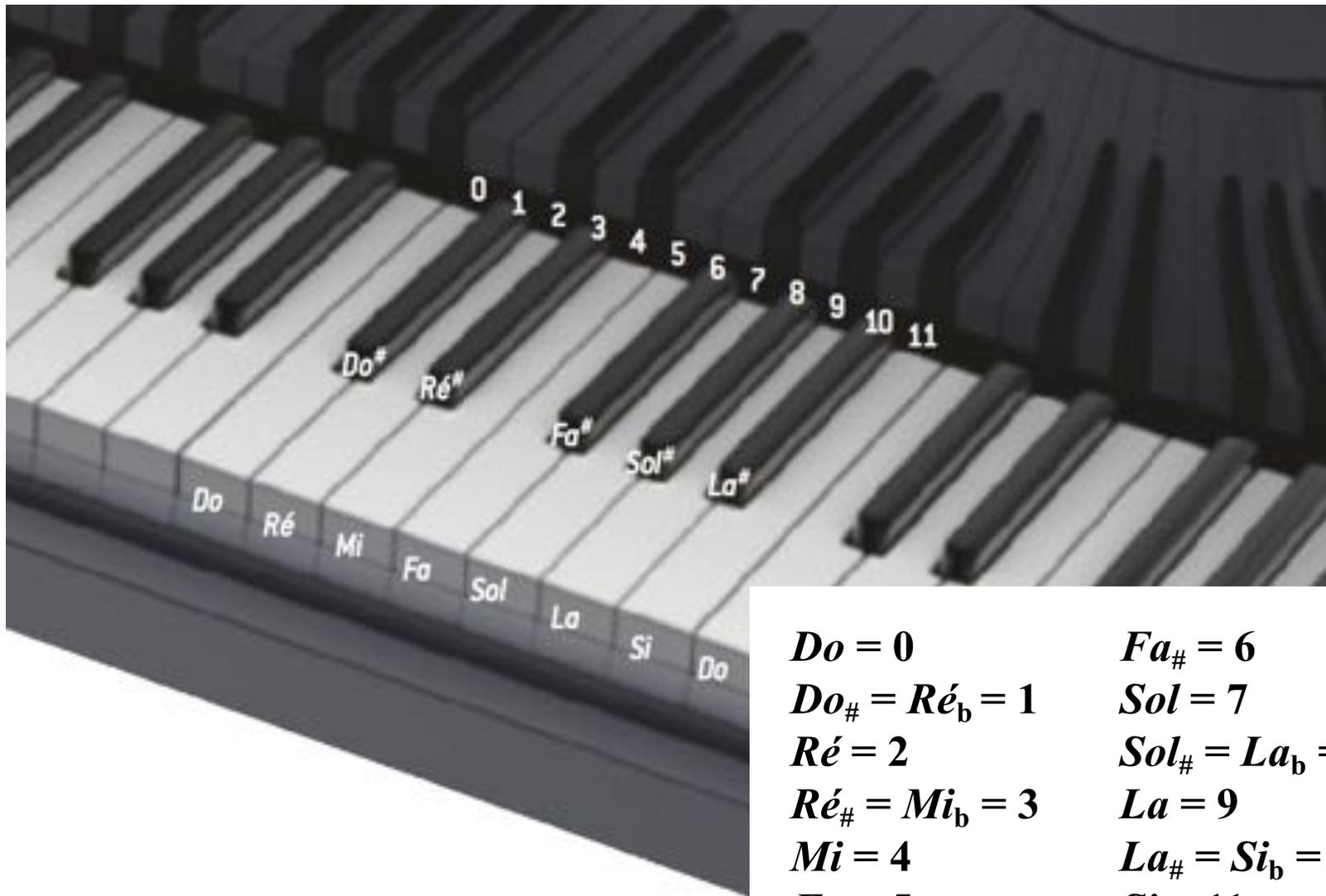
---



# Le piano : douze notes = douze nombres



# Le piano : douze notes = douze nombres



*Do* = 0

*Do*<sub>#</sub> = *Ré*<sub>b</sub> = 1

*Ré* = 2

*Ré*<sub>#</sub> = *Mi*<sub>b</sub> = 3

*Mi* = 4

*Fa* = 5

*Fa*<sub>#</sub> = 6

*Sol* = 7

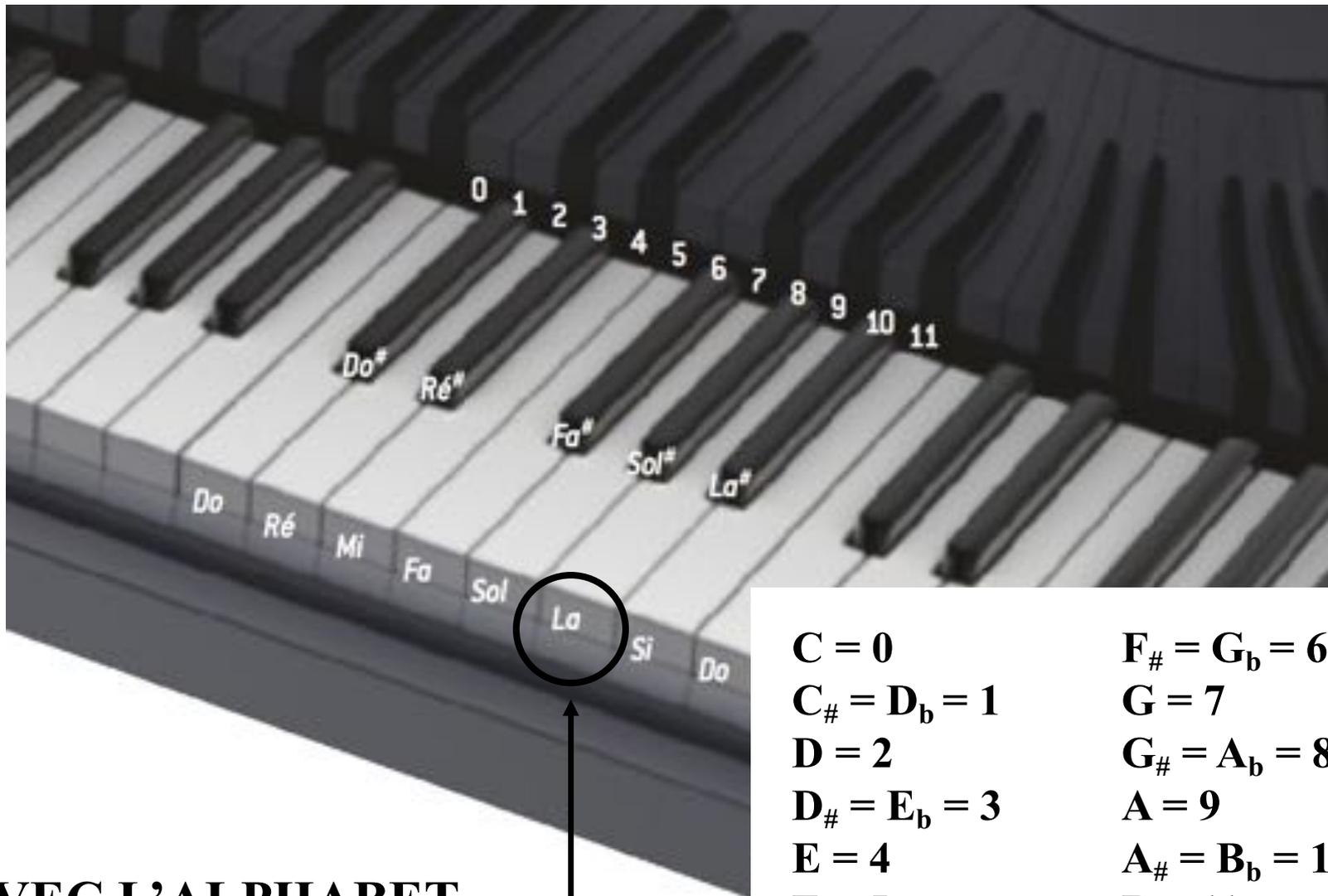
*Sol*<sub>#</sub> = *La*<sub>b</sub> = 8

*La* = 9

*La*<sub>#</sub> = *Si*<sub>b</sub> = 10

*Si* = 11

# Le piano : douze notes = douze nombres



**AVEC L'ALPHABET**  
**A partir du *la* = A**

**C = 0**

**C<sub>#</sub> = D<sub>b</sub> = 1**

**D = 2**

**D<sub>#</sub> = E<sub>b</sub> = 3**

**E = 4**

**F = 5**

**F<sub>#</sub> = G<sub>b</sub> = 6**

**G = 7**

**G<sub>#</sub> = A<sub>b</sub> = 8**

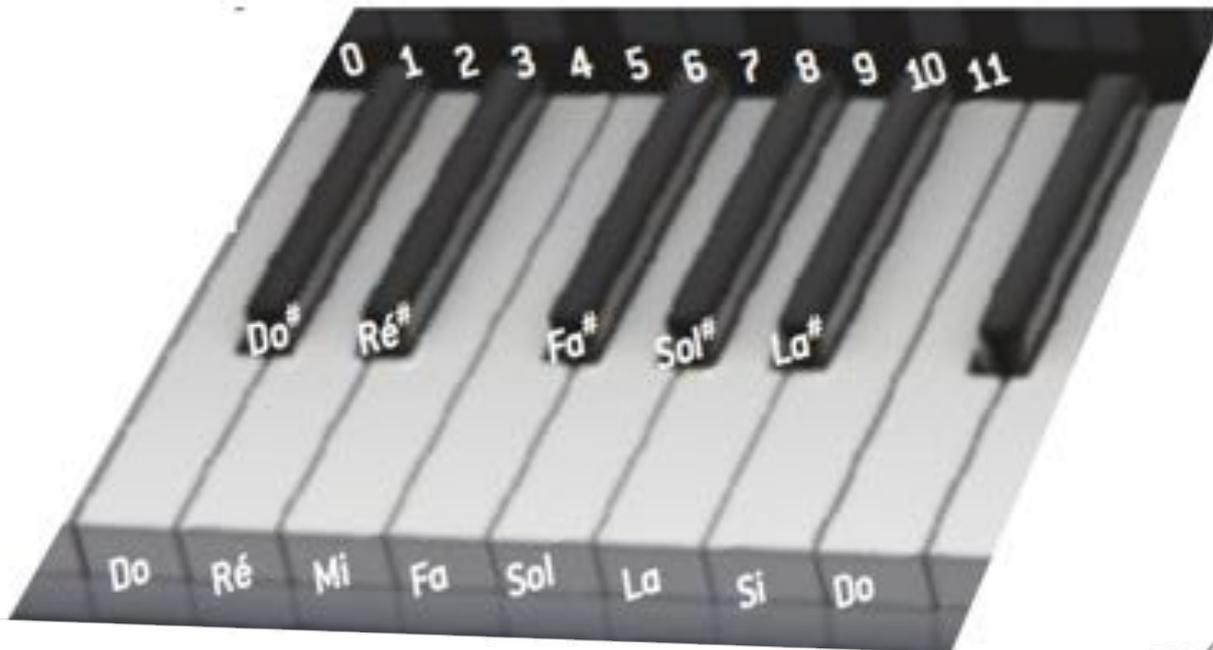
**A = 9**

**A<sub>#</sub> = B<sub>b</sub> = 10**

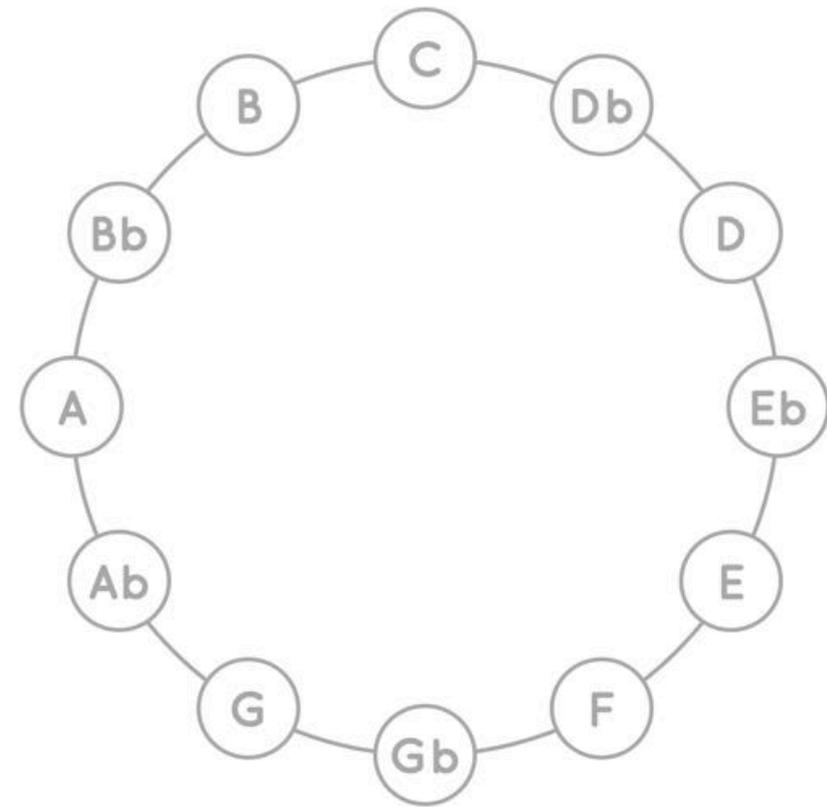
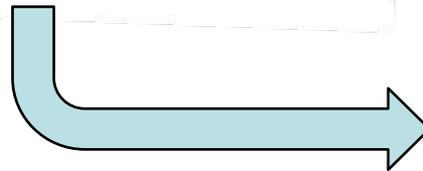
**B = 11**

# Du piano à l'horloge musicale (notation anglo-saxonne)

➔ DEMO



**C = 0**  
**C# = Db = 1**  
**D = 2**  
**D# = Eb = 3**  
**E = 4**  
**F = 5**  
**F# = Gb = 6**  
**G = 7**  
**G# = Ab = 8**  
**A = 9**  
**A# = Bb = 10**  
**B = 11**



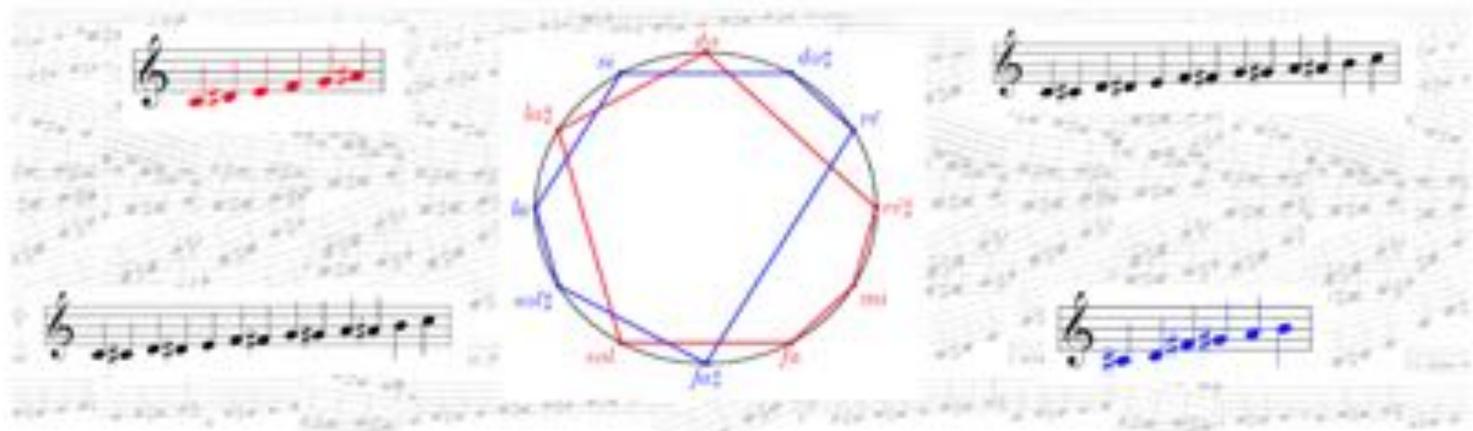
Images et visualisation

[Retour à la rubrique](#)

# MATHÉMUSIQUE : INTRODUCTION AU THÉORÈME DE L'HEXACORDE

Pierre boule

Le 29 octobre 2019 - Écrit par Corentin Bayette



Le *théorème de l'hexacorde* est un théorème issu d'un problème musical et qui peut se démontrer de multiples façons. Nous proposons dans cet article une description de sa découverte et d'une approche mathématique de la musique permettant de comprendre l'une de ses démonstrations parmi les plus récentes et intuitives. Après un bref rappel historique, nous proposons de définir formellement les notes et les intervalles musicaux pour ensuite pouvoir énoncer et démontrer le théorème de l'hexacorde. Quelques notions mathématiques plus avancées sont également données dans les dépliants et en fin d'article pour ceux qui souhaitent aller un peu plus loin.

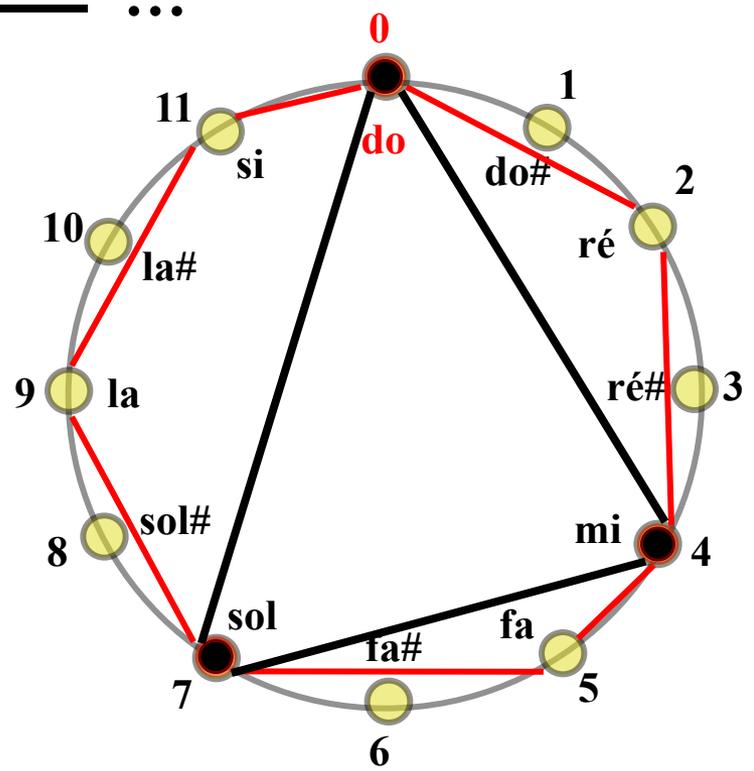
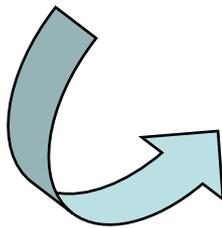
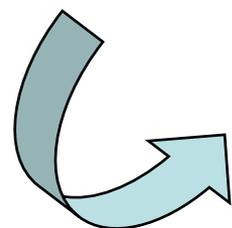
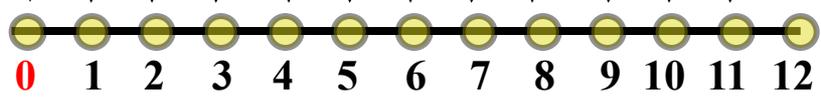
# Les rotations sont des additions...



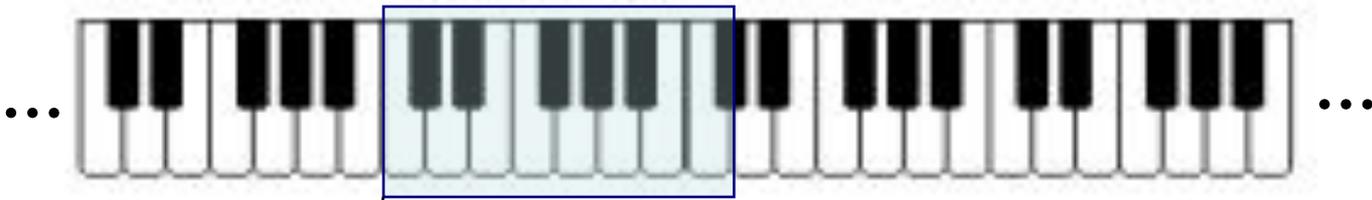
$$\text{Do maj} = \{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\} + 1$$



do do# ré ré# mi fa fa# sol sol# la la# si do



# Les rotations sont des additions...

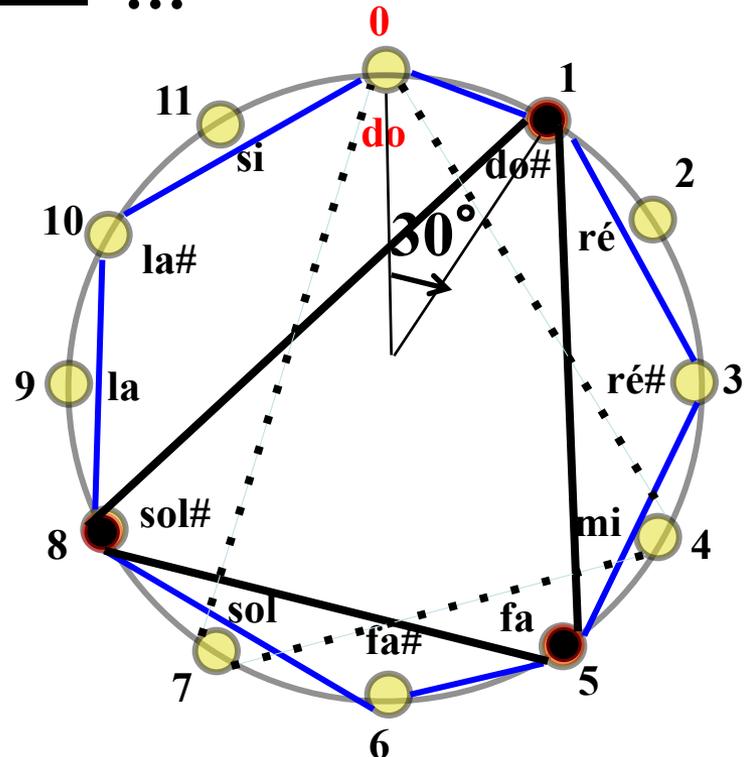


$$Do\# \text{ maj} = \{1, 3, 5, 6, 8, 10, 0\}$$

... do do# ré ré# mi fa fa# sol sol# la la# si do ...



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



... ou des transpositions !



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**

**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** **Ré**  
**La** **Si-**

Feel the magic in the air. Allez, allez, allez  
 Levez les mains en l'air. Allez, allez, allez (x2)

(x4 avec toutes les voix)

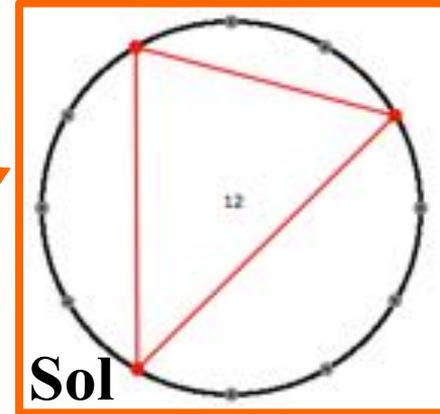
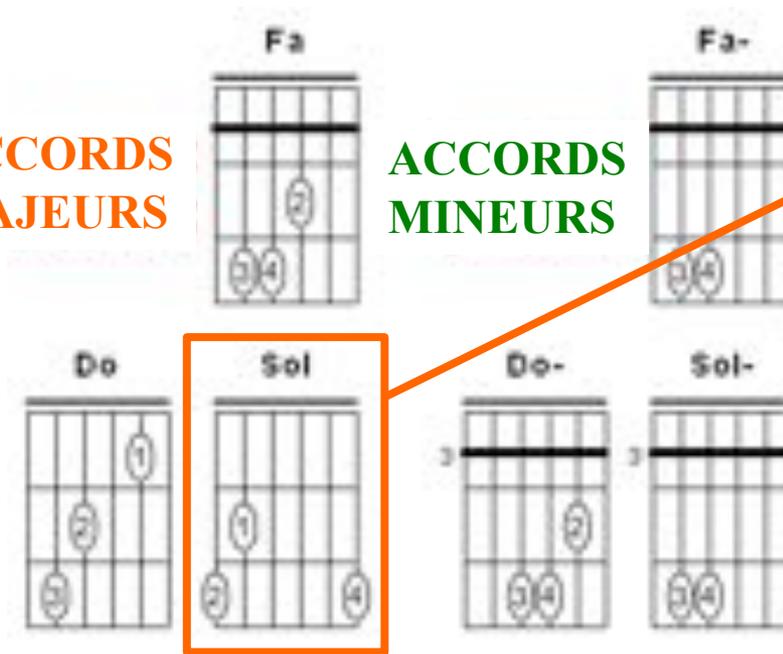
**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** Ré  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez  
**La** **Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

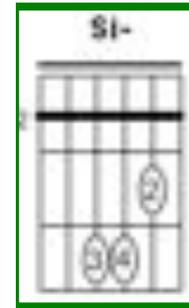
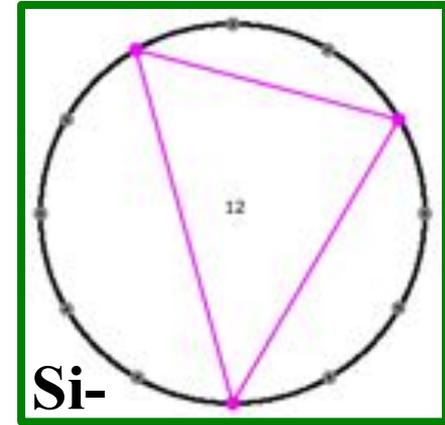
**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

**Sol**  
 Feel the magic in the air ...

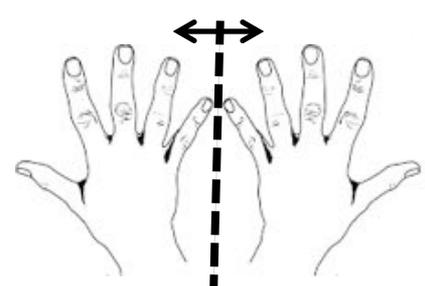
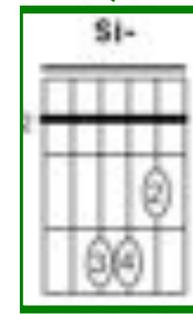
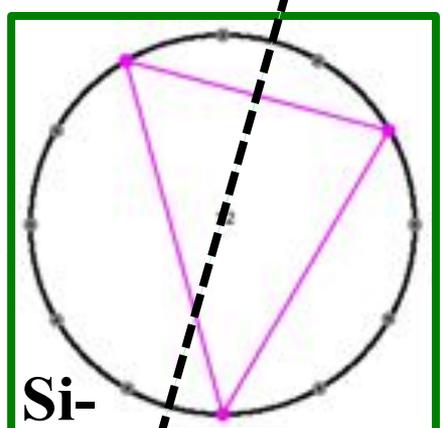
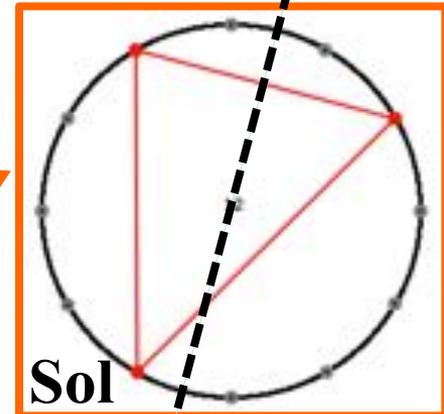
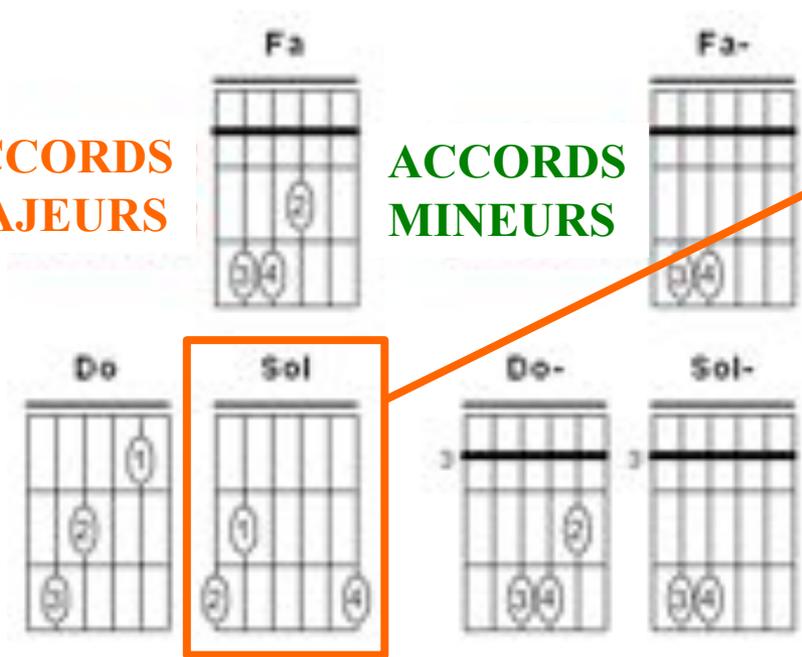
**Comment  
 passe-t-on  
 d'un accord  
 majeur à un  
 accord  
 mineur ?**





**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**On passe d'un accord majeur à un accord mineur à travers une symétrie !**

**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** **Ré**  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez  
**La** **Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

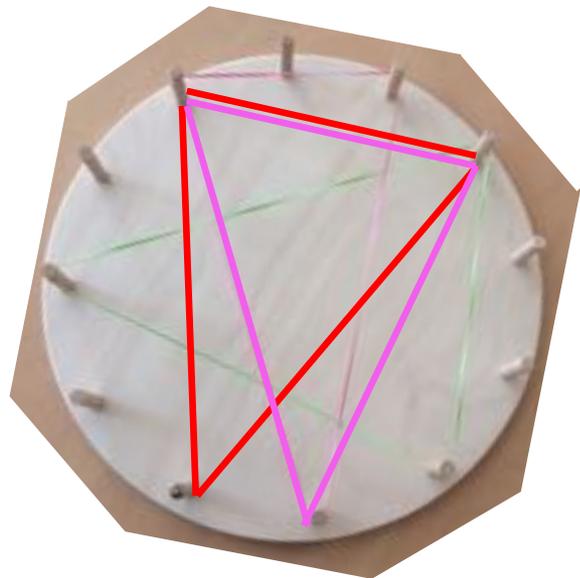
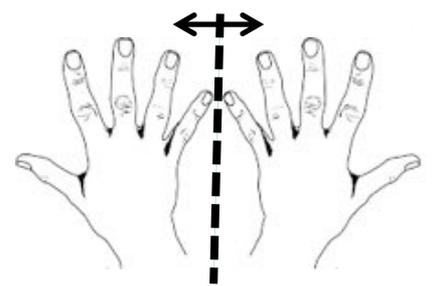
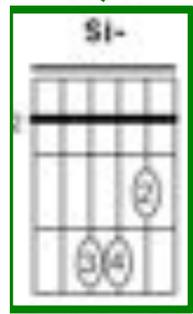
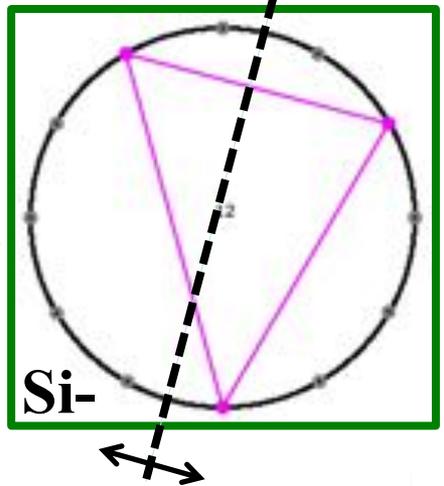
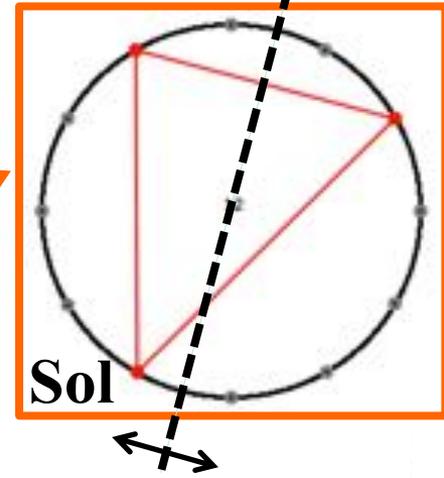
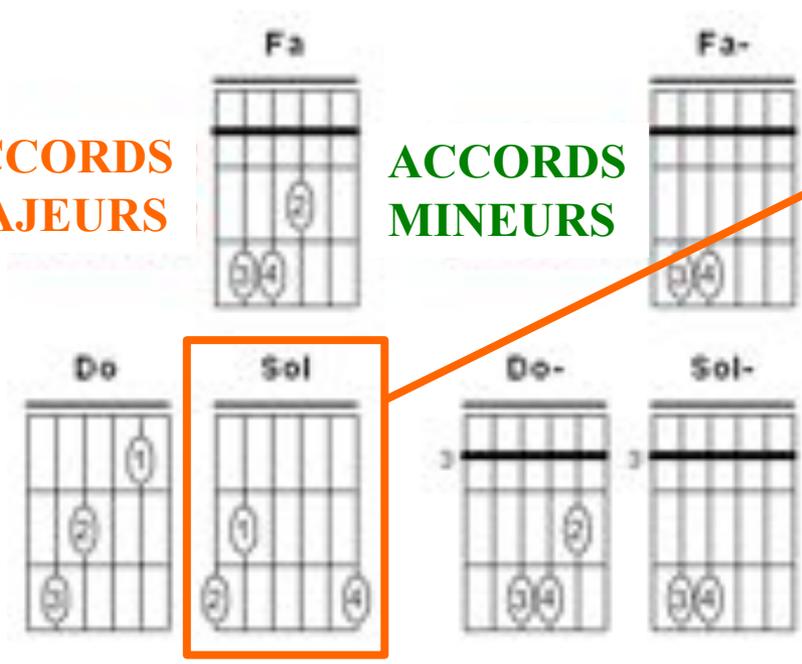
**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**MAGIC IN THE AIR**

**Sol Ré**  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez

**La Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés

**La Si-**  
 Comme toujours ça va aller

**Sol Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo

**La Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

**La Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie

**Sol Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

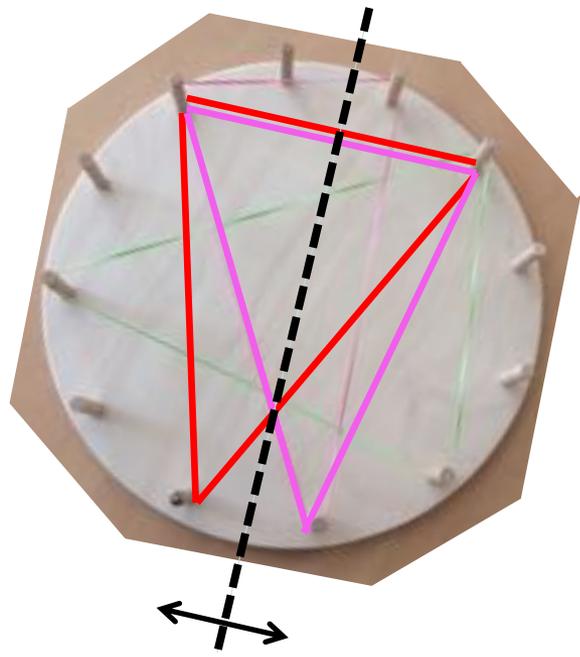
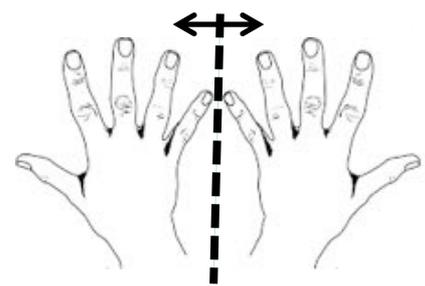
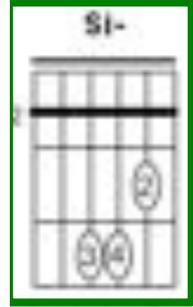
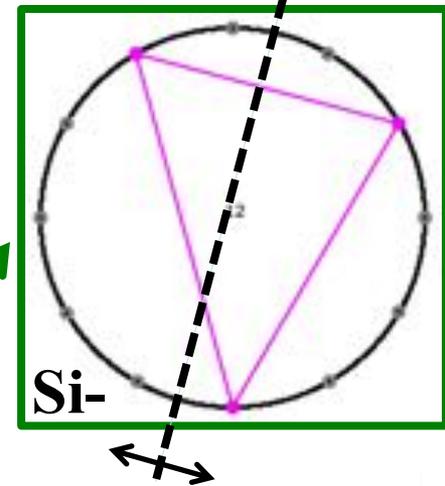
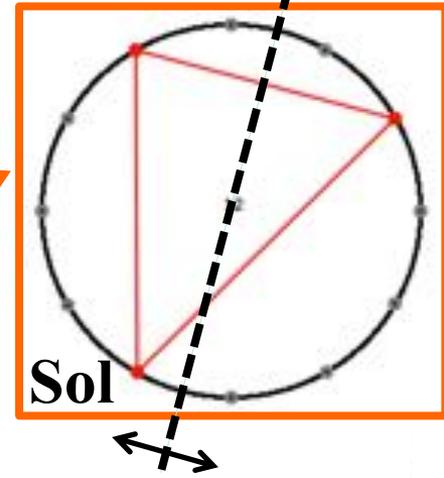
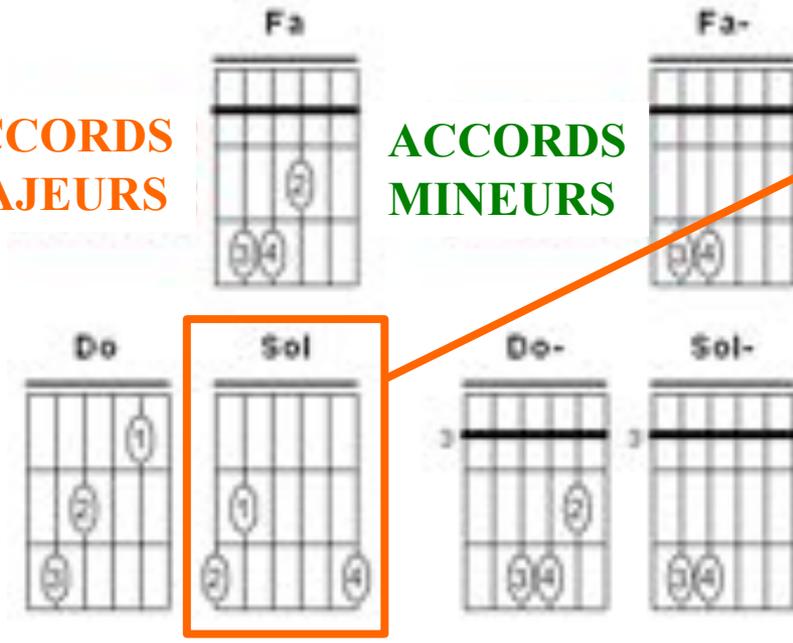
**La Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

**Sol**  
 Feel the magic in the air ...



**ACCORDS MAJEURS**

**ACCORDS MINEURS**



**MAGIC IN THE AIR**

**Sol** **Ré**  
 Feel the magic in the air, Allez, allez, allez  
**La** **Si-**  
 Levez les mains en l'air Allez, allez, allez  
 (x2)

(x4 avec toutes les voix)

**Ré**  
 Comme d'habitude on est calés  
**La** **Si-**  
 Comme toujours ça va aller  
**Sol** **Ré**  
 On sème l'ambiance à gogo  
**La** **Si-**  
 Tous ensemble on fait le show

**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Viens faire la folie  
**Sol** **Ré**  
 On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci  
**La** **Si-**  
 Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh  
**Sol**  
 Feel the magic in the air ...

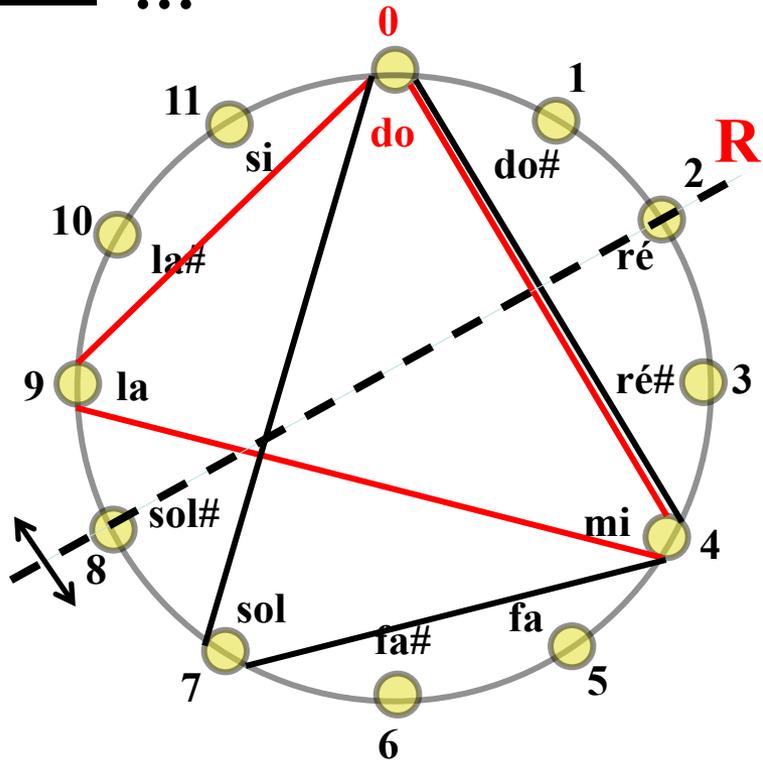
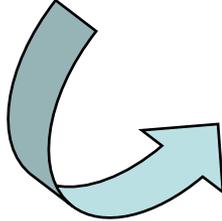
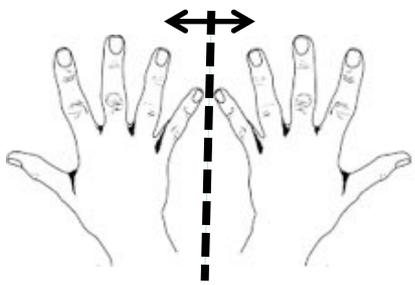
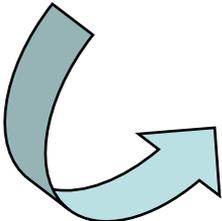
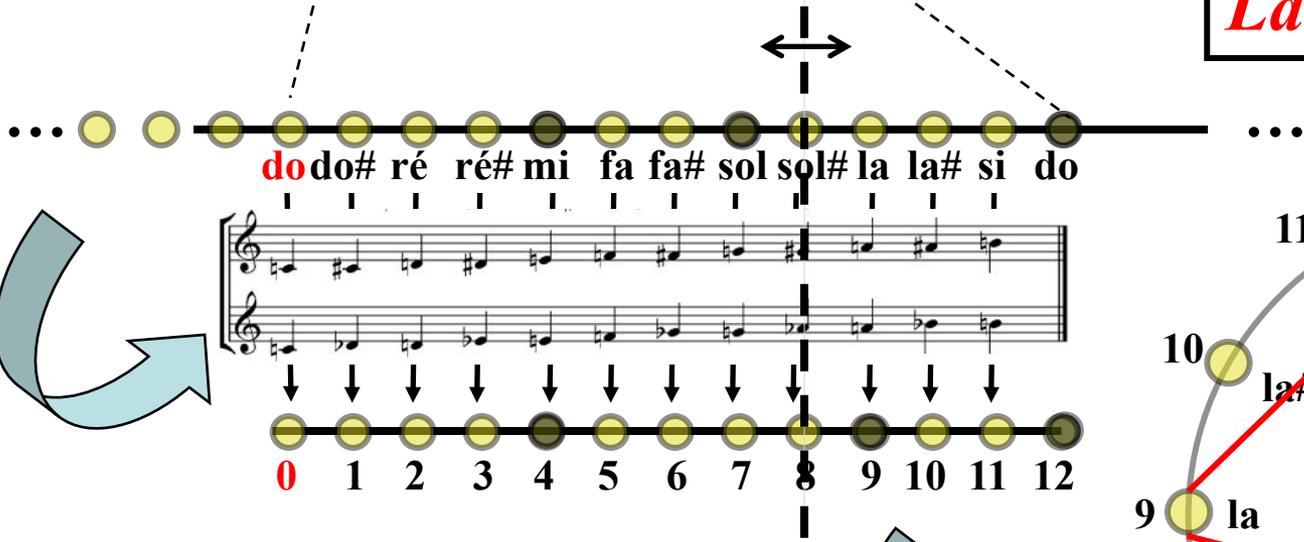
# Les inversions sont des symétries axiales



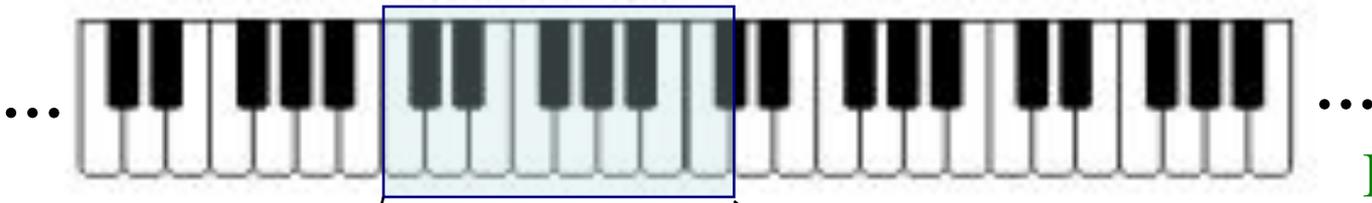
**R** comme **relatif**

*Do* maj = {0,4,7}

*La* min = {0,4,9}



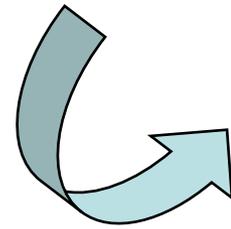
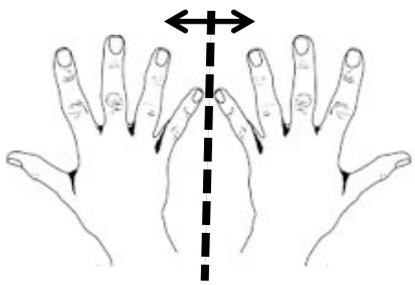
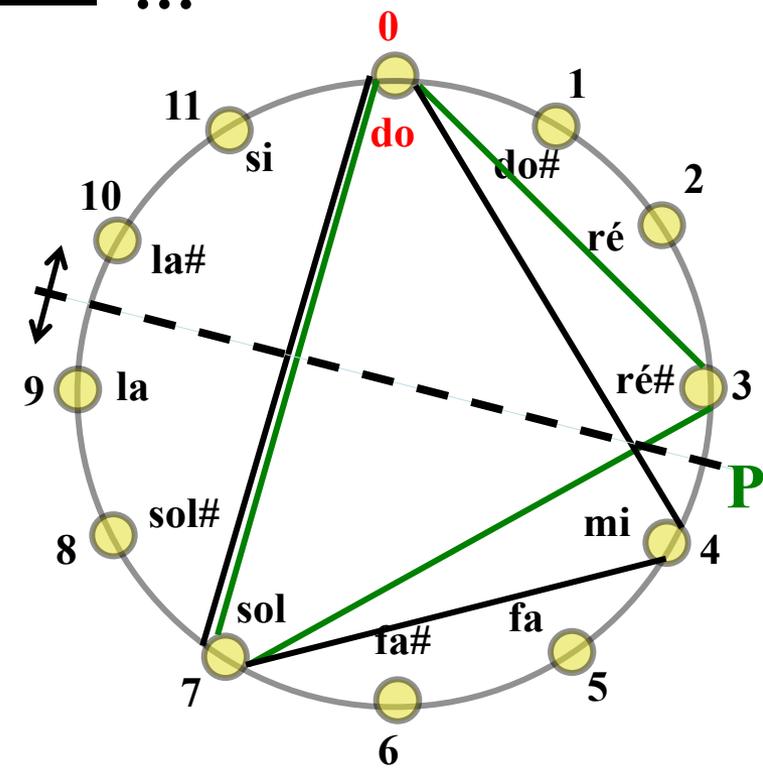
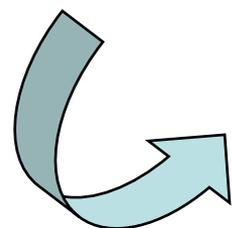
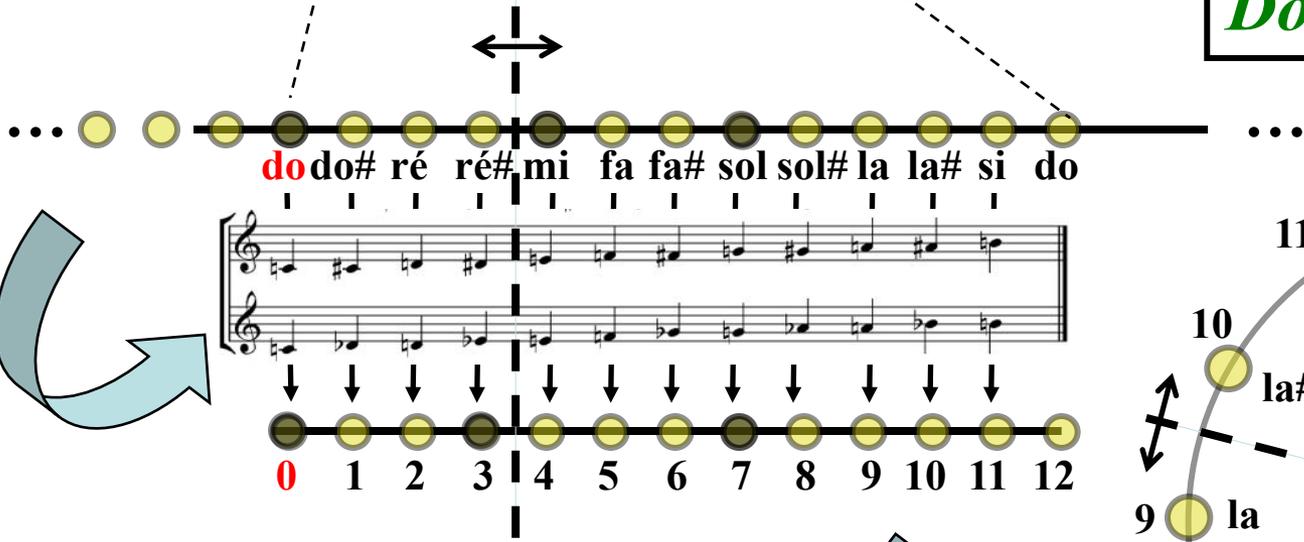
# Les inversions sont des symétries axiales



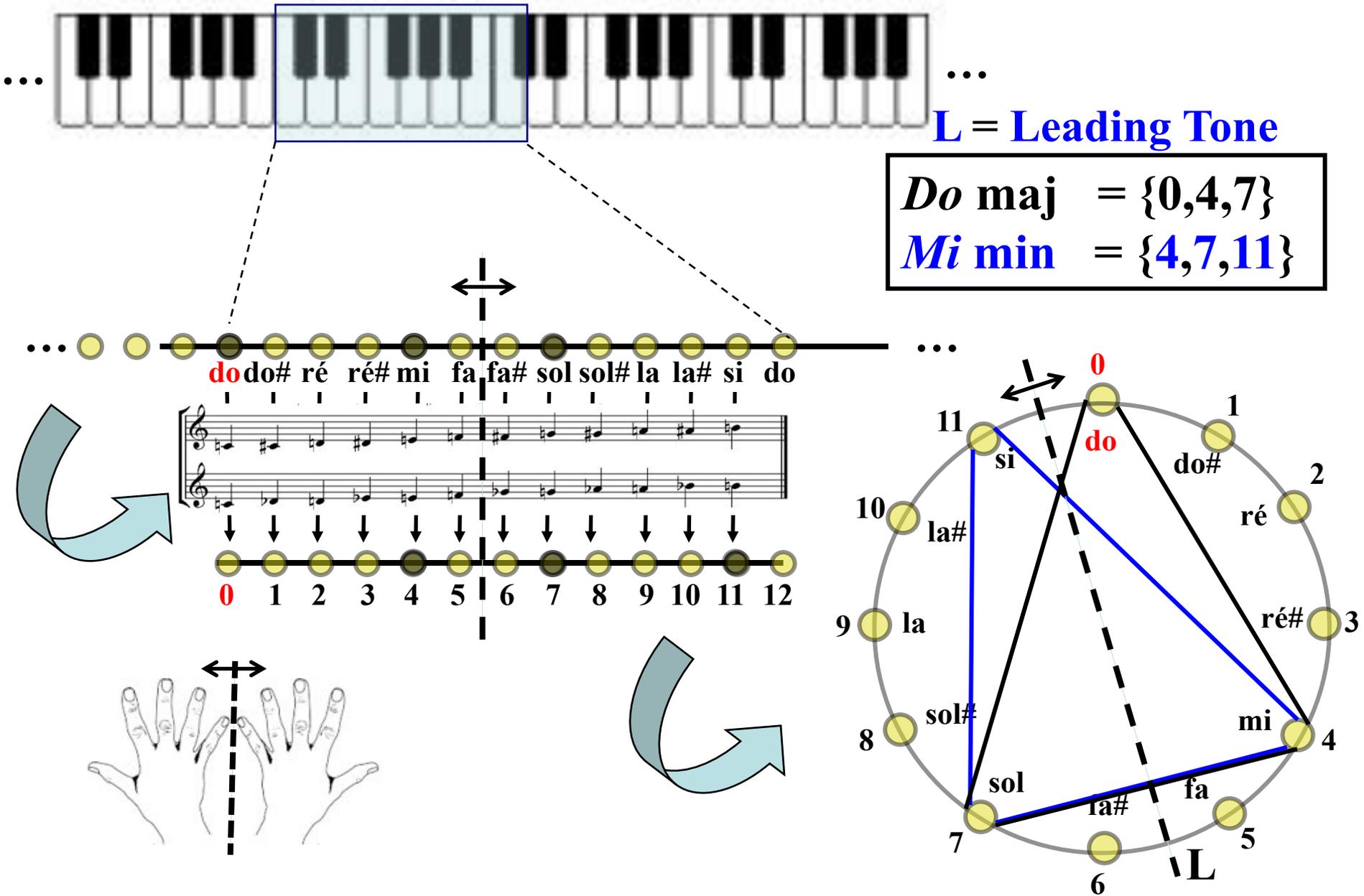
**P** comme **parallèle**

*Do* maj = {0,4,7}

*Do* min = {0,3,7}



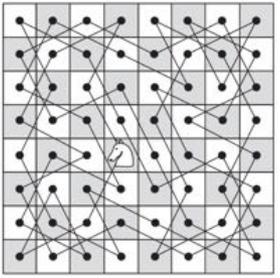
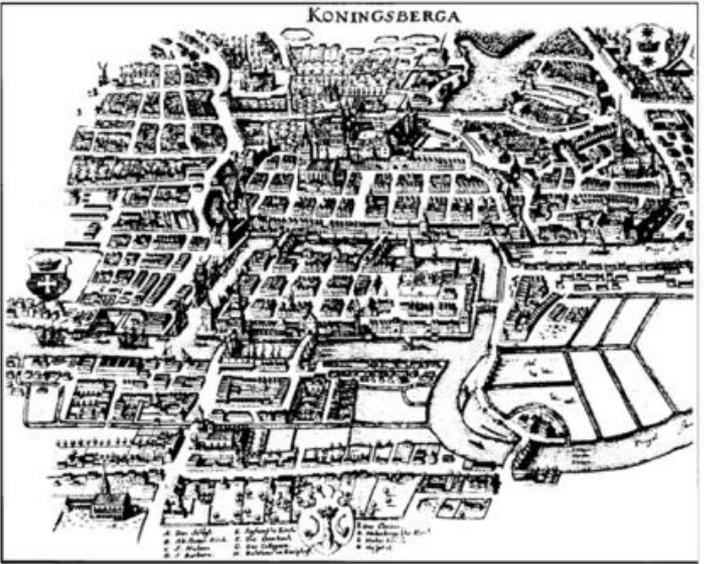
# Les inversions sont des symétries axiales



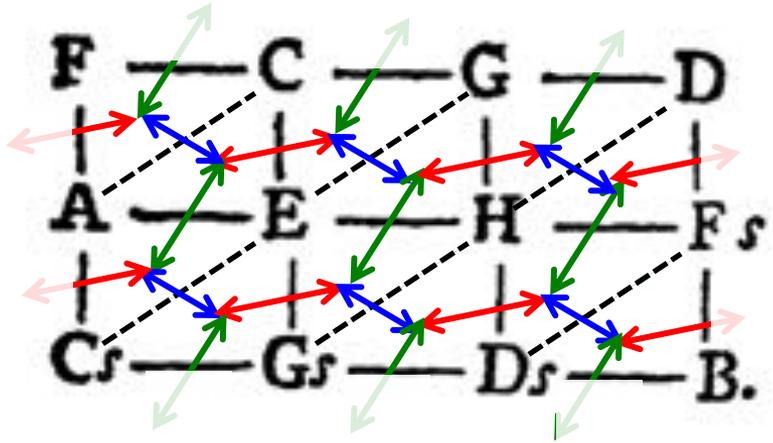
# Euler et la naissance de la théorie des graphes



# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)

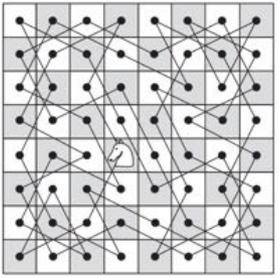
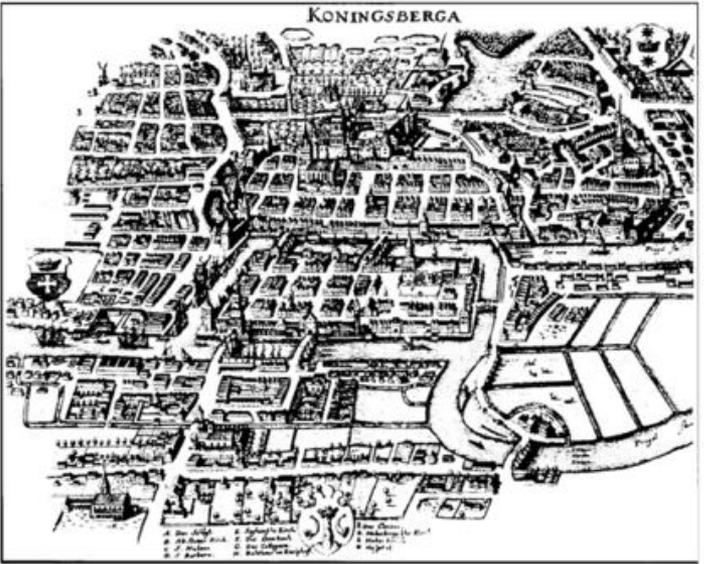
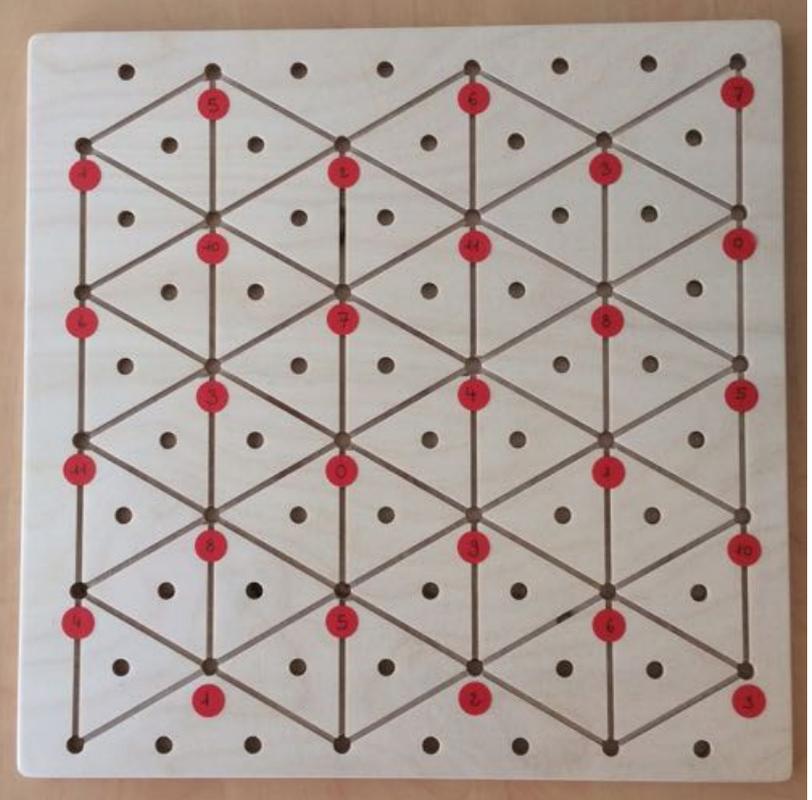


Leonhard Euler

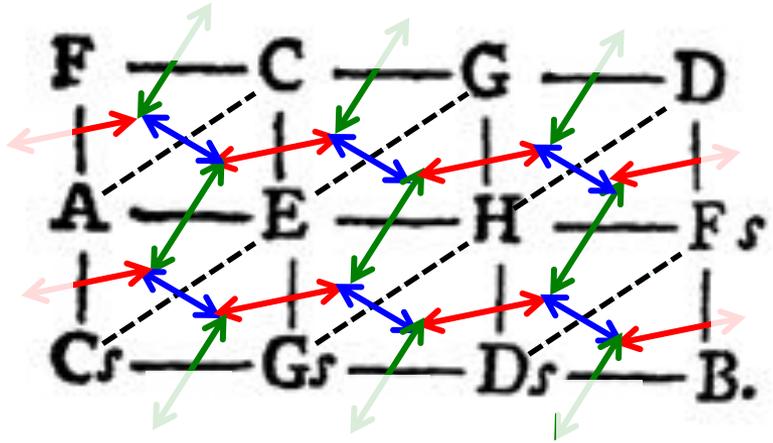


*Speculum Musicum* (1773)

# Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)



Leonhard Euler



*Speculum Musicum* (1773)

➔ DEMO

# Zig-zag et cycles hamiltoniens dans le Tonnetz

## Le Blé en Herbe

(Polo/Moreno/Dieu)

Plonger comme un enfant, cheveux au vent

Sous l'océan du blé en herbe

Marée d'épis couleur d'amande

Qui tendent à caresser le ciel

Algues tendres de mille plages

Frôlant le ventre des nuages

Cheveux de pluie, dos de poissons

Qui frissonnent à l'unisson

Suivre le bord des continents

Dans l'océan du blé en herbe

Pêcher le corail du pavot

Dans le sang des coquelicots

Croiser matin dans l'herbe folle

Deux tourterelles qui s'envolent

Suivre les jeux des hirondelles

Sur le paysage éternel

Nager comme un enfant, cheveux au vent

Sous l'océan

Du blé en herbe

Marée de fruits au goût amer

Acide et salée comme la mer

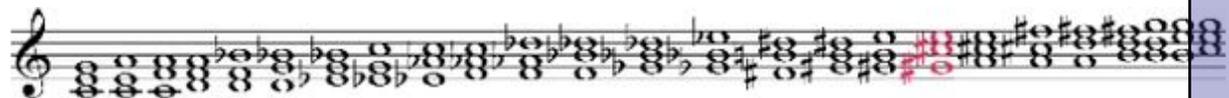
Vers l'îlot d'un petit village

Vers un château d'eau sur la plage

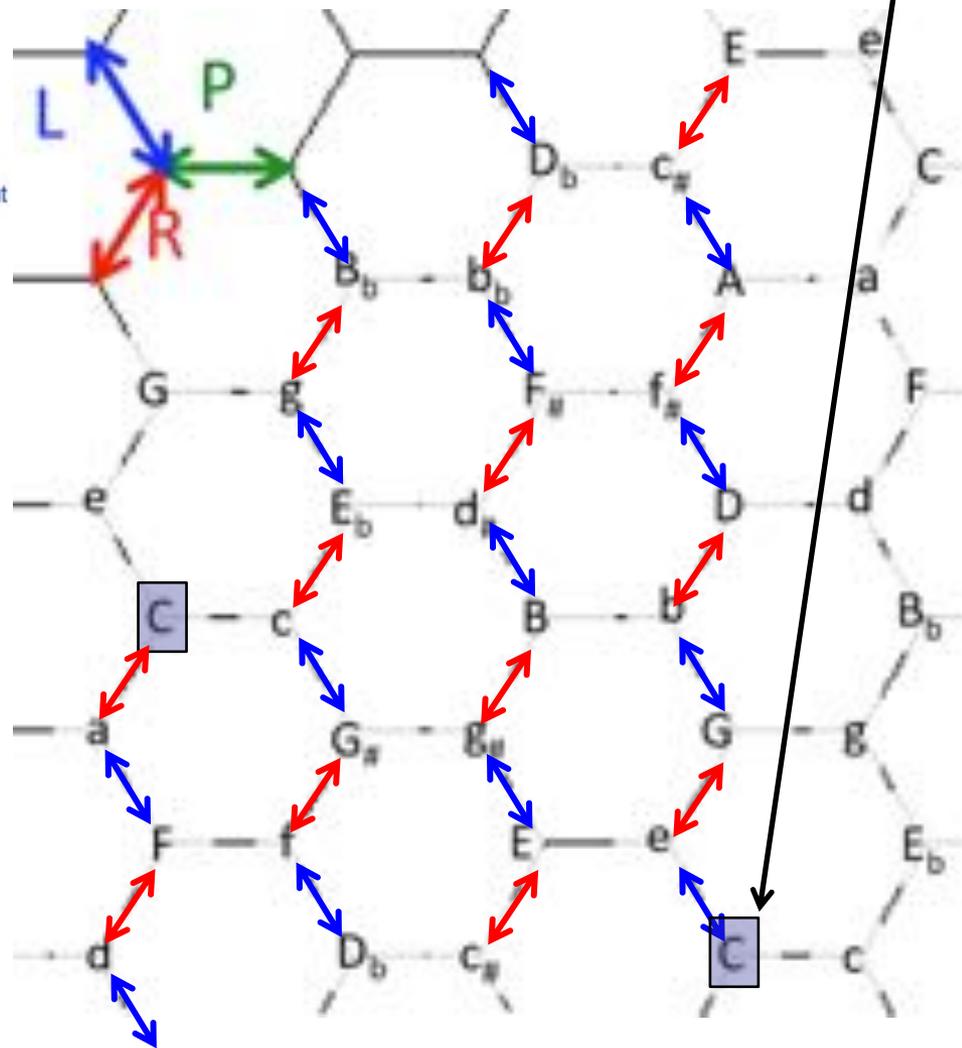
Quand tout s'éteint avant l'orage

Quand se lève le vent du large

Sur le blé vert



← time



Advertisement for 'CABARET HAMILTONIEN'. The image shows two men performing on stage. The text includes the names of the performers and the organizers, as well as the date and location of the event.

**FABRICE QUÉDY**  
Formalises dans la musique savante

**MORENO ANDREATTI**  
Mentoratrices appliquées à la musique

**POLO PIERRE LAMY**  
Écriture appliquée aux formes musicales

Alexis - Voix, guitare, écriture  
Augustin - Voix, claviers, écriture  
Clara - Voix, guitare, écriture  
Emilie - Voix, harmonica, écriture  
Séverine - Voix, alto, écriture  
Thomas - Voix, claviers, écriture

Écrire sous la contrainte...  
TACHER DU PAPIER SOUS  
L'OBLIGATION DE FAIRE  
QUELQUE CHOSE...

SALIR DU BOIS CONDITIONNÉ  
AVEC LE DEVOIR MORAL DE  
TRANSFORMER UN OBJET  
INDEFINI...

SAMEDI 27 FÉVRIER 2016 À 11H  
AMPHI PARIS SCIENCE ET LETTRES  
22 rue de St-Louis  
75005 Paris

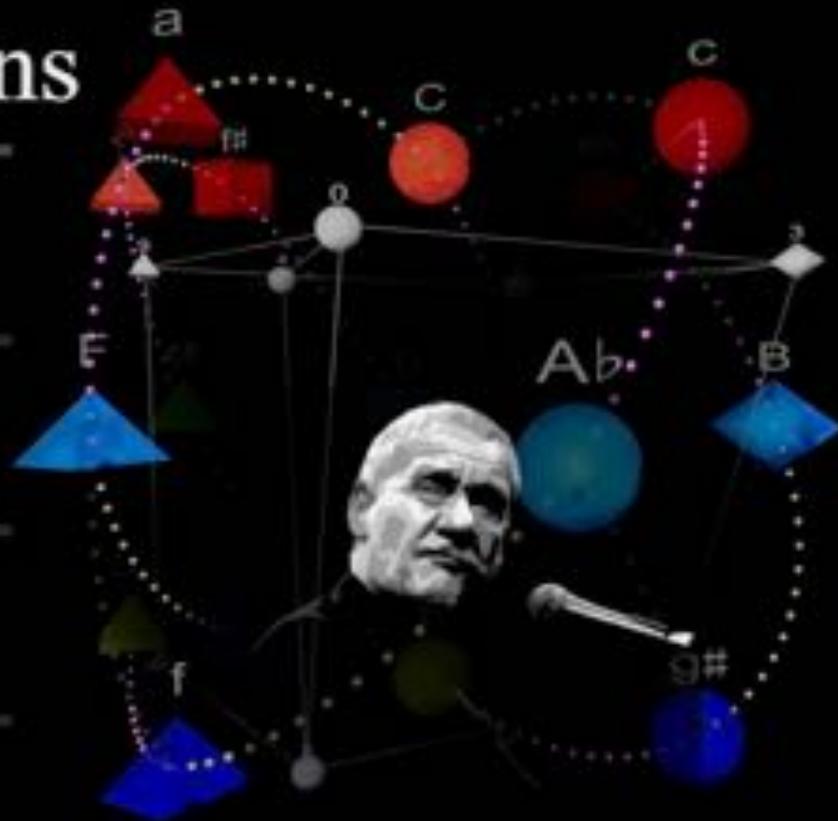
ENTRÉE LIBRE

PSL\*  
PARIS SCIENCE ET LETTRES

# Harmonic Progressions

In Paolo Conte

*Madeleine*



Supervision Moreno Andreatta  
Modelisation Gilles Baroin 2016

[www.mathemusic.net](http://www.mathemusic.net)



**Gilles Baroin**

# La sera non è più la tua canzone : chanson hamiltonienne ‘redondante’

La sera non è più la tua canzone,  
è questa roccia d'ombra traforata  
dai lumi e dalle voci senza fine,  
la quiete d'una cosa già pensata.

Ah questa luce viva e chiara viene  
solo da te, sei tu così vicina  
al vero d'una cosa conosciuta,  
per nome hai una parola ch'è passata  
nell'intimo del cuore e s'è perduta.

Caduto è più che un segno della vita,  
riposi, dal viaggio sei tornata  
dentro di te, sei scesa in questa pura  
sostanza così tua, così romita  
nel silenzio dell'essere, (compiuta).

L'aria tace ed il tempo dietro a te  
si leva come un'arida montagna  
dove vaga il tuo spirito e si perde,  
un vento raro scivola e ristagna.

*Le soir n'est plus ta chanson,  
c'est ce rochet d'ombre transpercé  
par les lumières et les voix sans fin,  
la paix d'une chose déjà pensée.*

*Ah, cette lumière vive et claire vient  
uniquement de toi, tu es si proche  
du vrai d'une chose connue,  
tu as pour nom une parole qui est passée  
dans l'intimité du cœur où elle s'est  
perdue .*

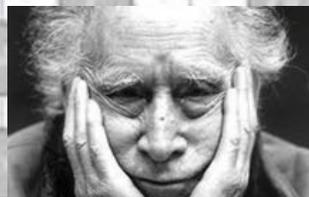
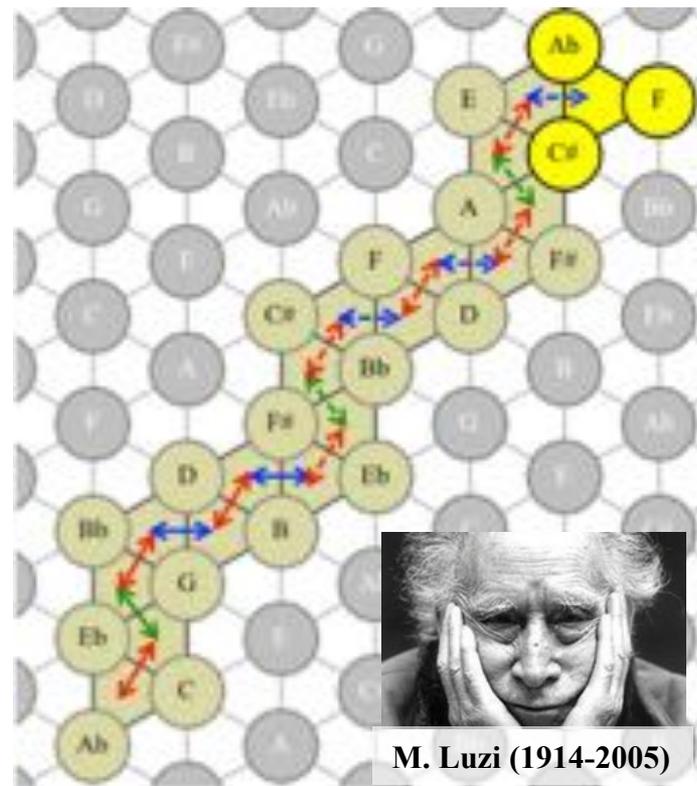
*Tombé est plus qu'un signe de la vie,  
tu te reposes, du voyage tu es revenue  
à l'intérieur de toi même, tu es  
descendue dans cette  
pure substance qui est si tienne,  
si éloignée  
dans le silence de l'être, achevée.*

*L'air se tait et le temps derrière toi  
se lève tel une montagne aride  
où plane ton esprit et se perd,  
un vent rare glisse et stagne.*

(tr. Antonia Soulez, philosophe et poète)

**Musique :** M. Andreatta  
**Arrangements et mixage :** M. Bergomi &  
S. Geravini  
(Perfect Music Production)  
**Mastering :** A. Cutolo (Massive Arts  
Studio, Milan)

min. 1'19"



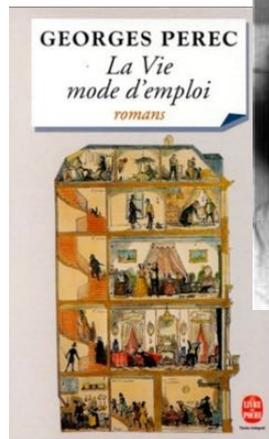
M. Luzi (1914-2005)



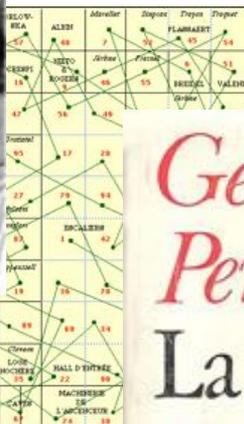
# Les contraintes dans l'art : l'OuLiPo (Ouvroir de Littérature Potentielle)



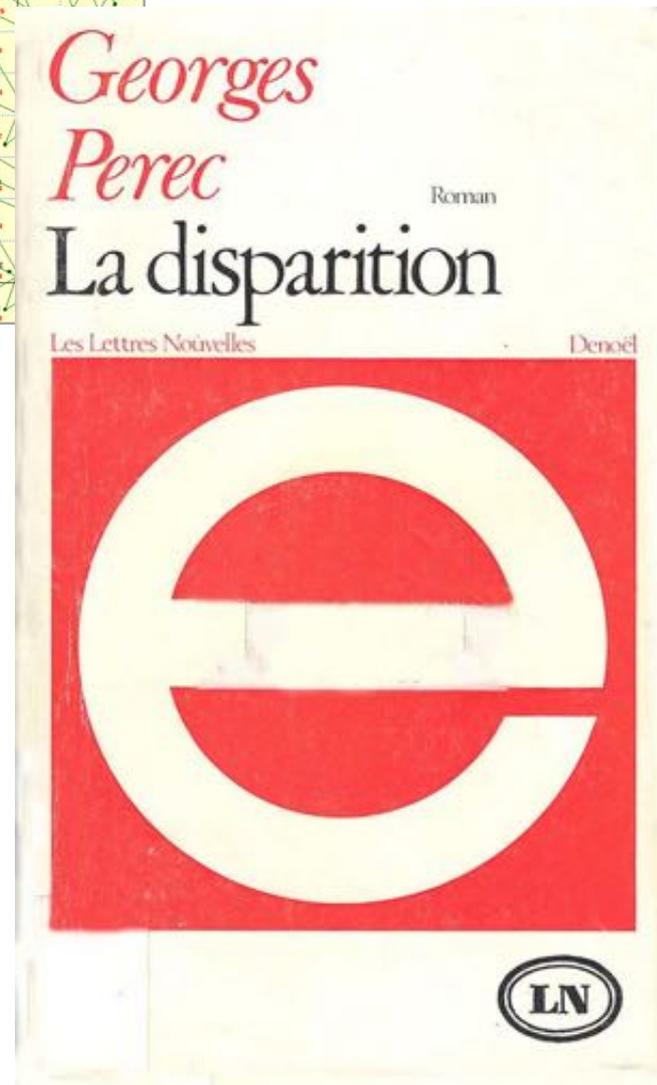
*Cent mille milliards de poèmes, 1961*



**Georges Perec**



*La vie mode d'emploi,*



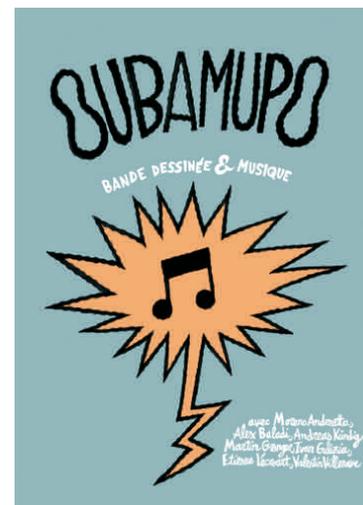
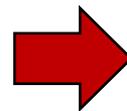
**Raymond Queneau**



**Italo Calvino**

*Le Château des destins croisés, 1969*

# De l'OuLiPo à l'OuMuPo (ouvroir de musique potentielle)



La BnF présente  
**Oubapo/Oumupo**  
 Avec Élise Haddad, Valentin Villenave, Etienne Lécroart, Martin Granger et Moreno Andreatta  
 jeudi 9 novembre 2017  
 (BnF) Les jeudis de l'Oulipo



Valentin Villenave



Mike Solomon



Jean-François  
 Piette



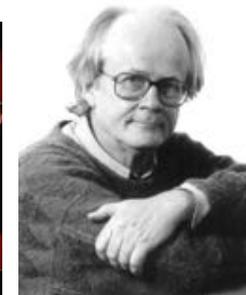
Martin  
 Granger



Joseph Boisseau



Moreno Andreatta



Tom Johnson

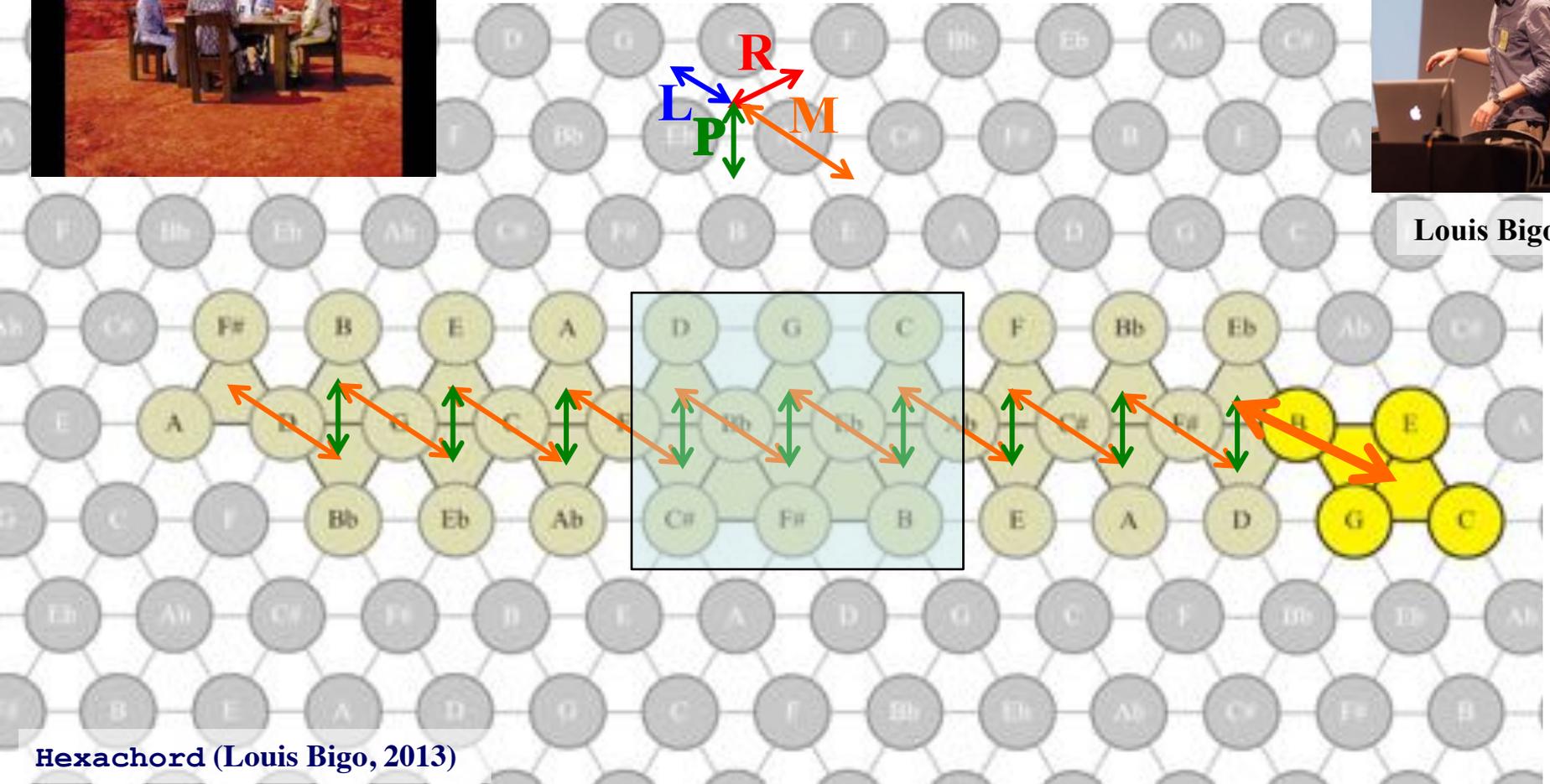
# Symétries et procédés algorithmiques chez *Muse*



“Take a bow” (*Black Holes and Revelations*, 2006)



Louis Bigo

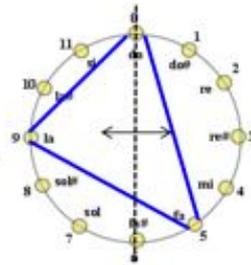




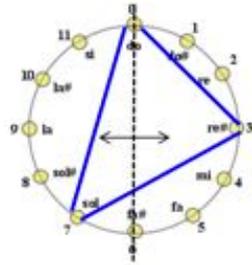
# L'harmonie négative ou la dualité majeur/mineur



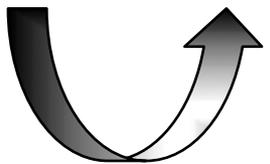
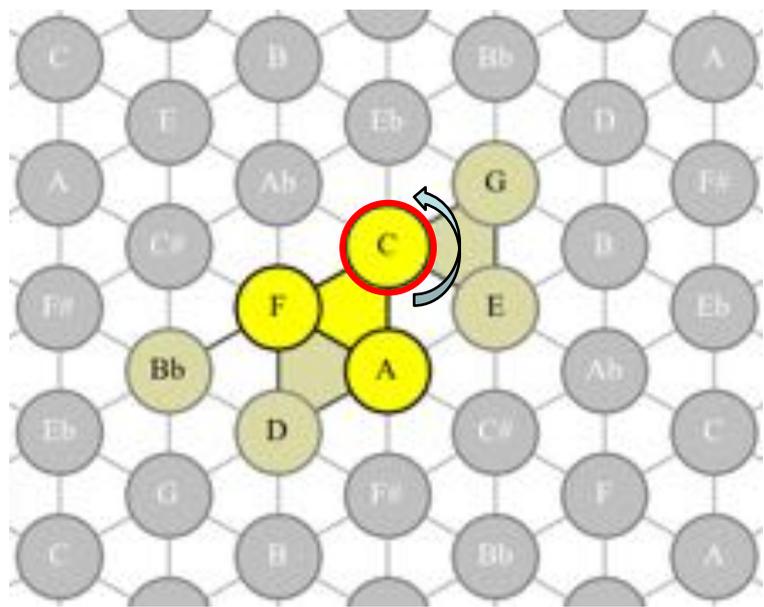
**Accord  
majeur**



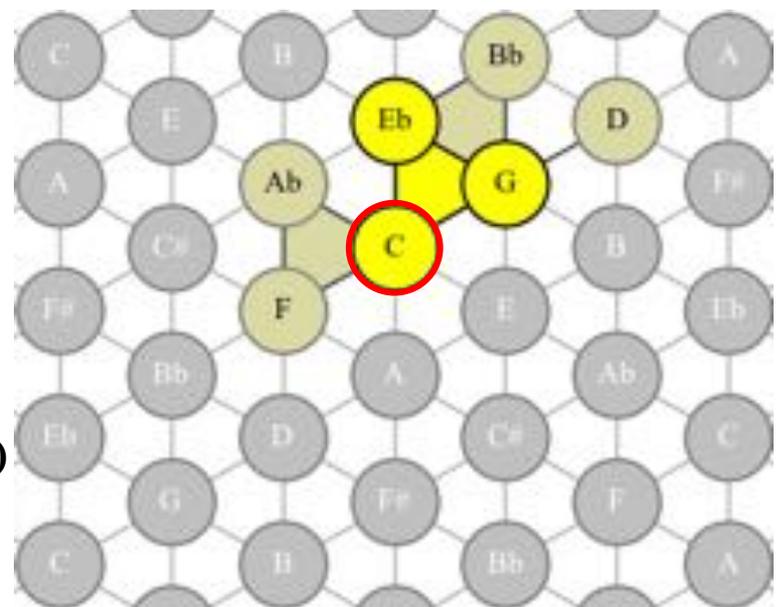
inversion



**Accord  
majeur**



**Rotation  
(autour du do)**





2019  
année des mathématiques  
2020

# Math'n Pop

Conférence  
concert

<https://www.mathnpop.com/>

Merci  
et...

...à  
bientôt  
avec un  
autre  
Math'n  
Pop !

