

Les maths dans la musique...

...la musique des maths !



Moreno Andreatta

IRMA & GREAM, Université de Strasbourg

IRCAM / CNRS UMR 9912 / Sorbonne Université

Equipe Représentations Musicales

Le projet SMIR : les maths dans et pour les musiques actuelles

Approches
« *audio* »



Modèles
algébriques



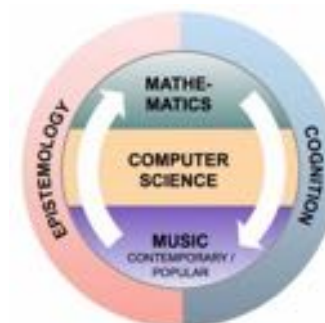
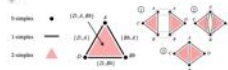
Modèles
topologiques

Modèles
catégoriels

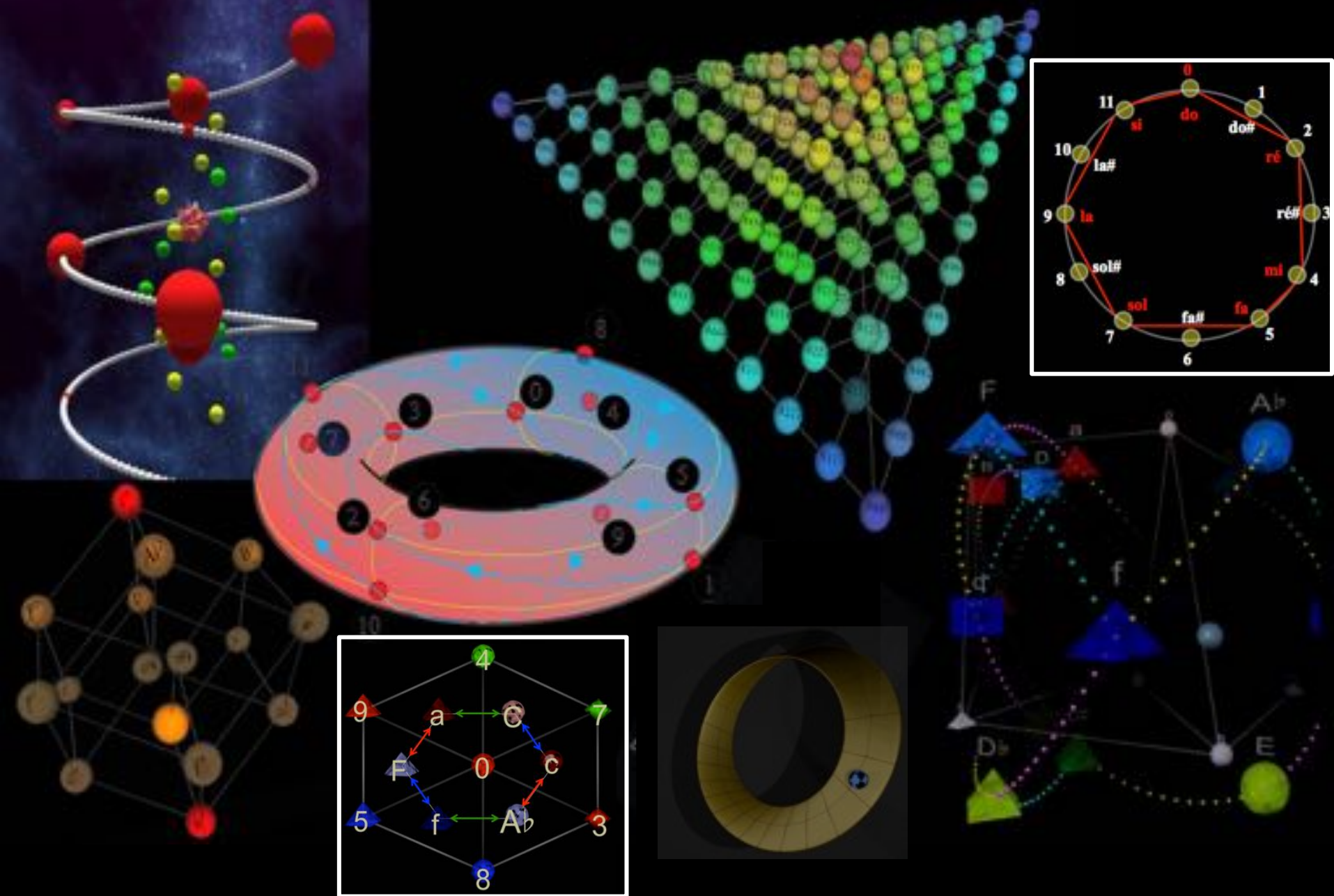
Modèles computationnels

Modèles cognitifs

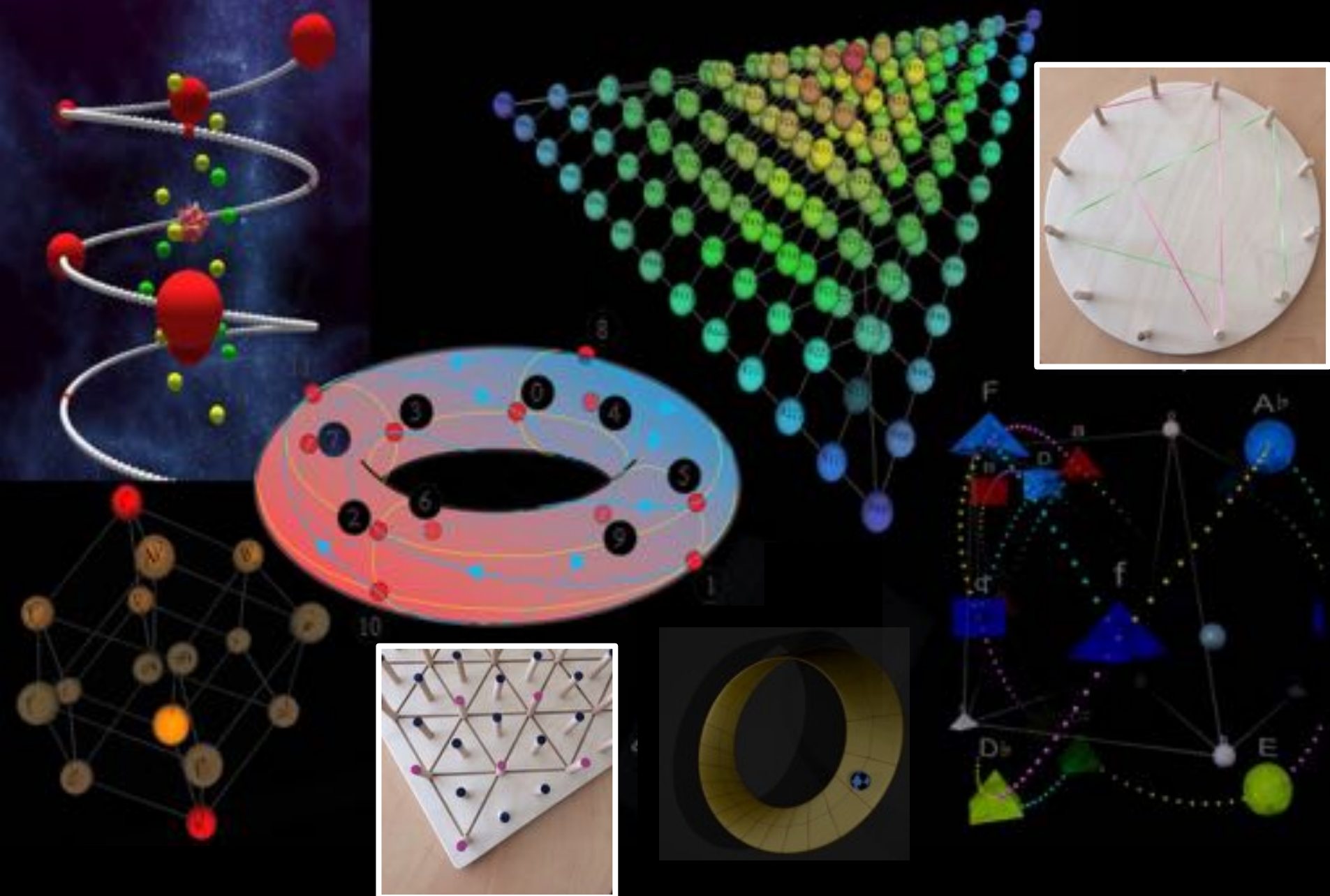
Approches « *symboliques* »



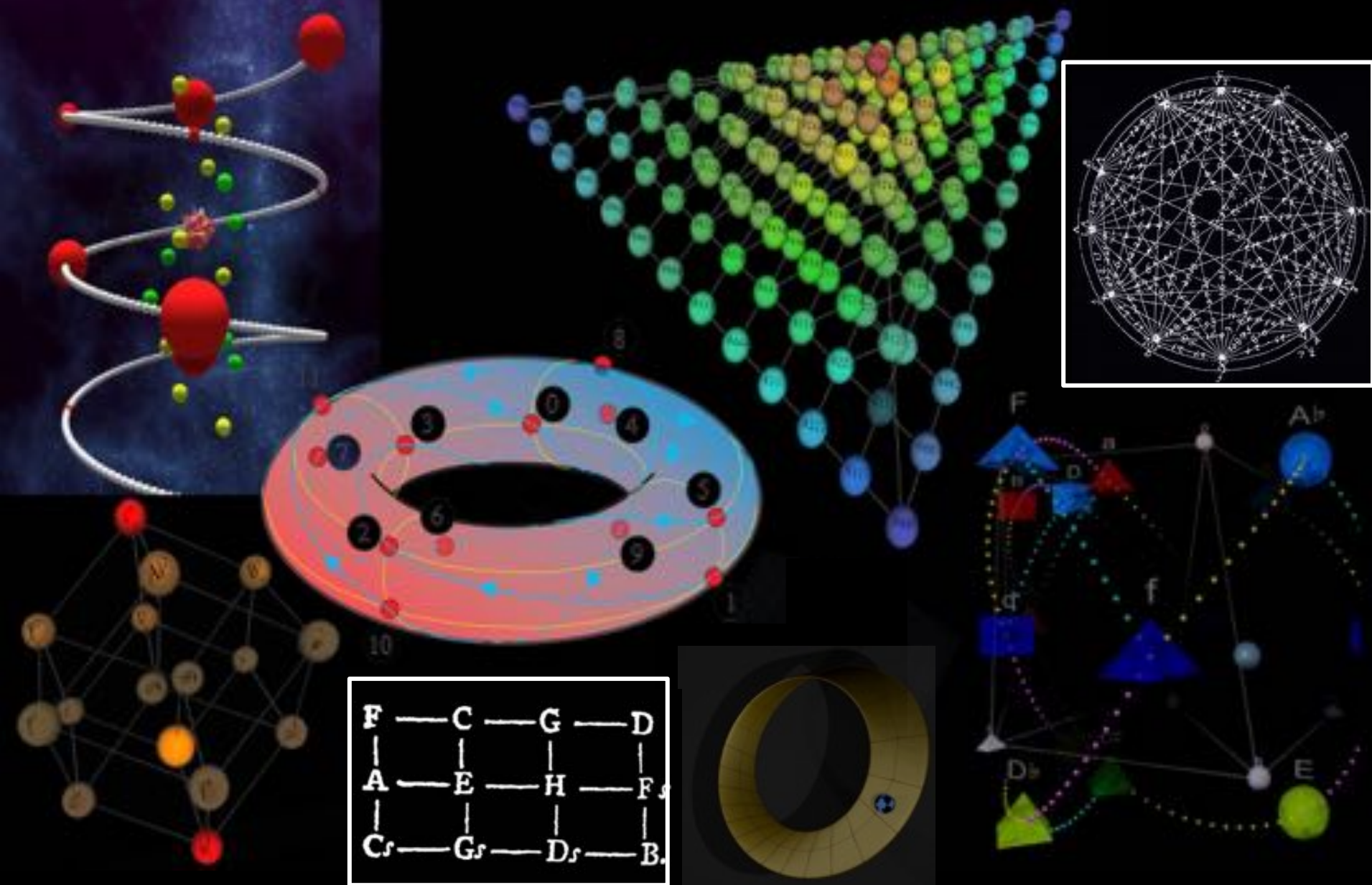
La galaxie des espaces « mathémusicaux »...



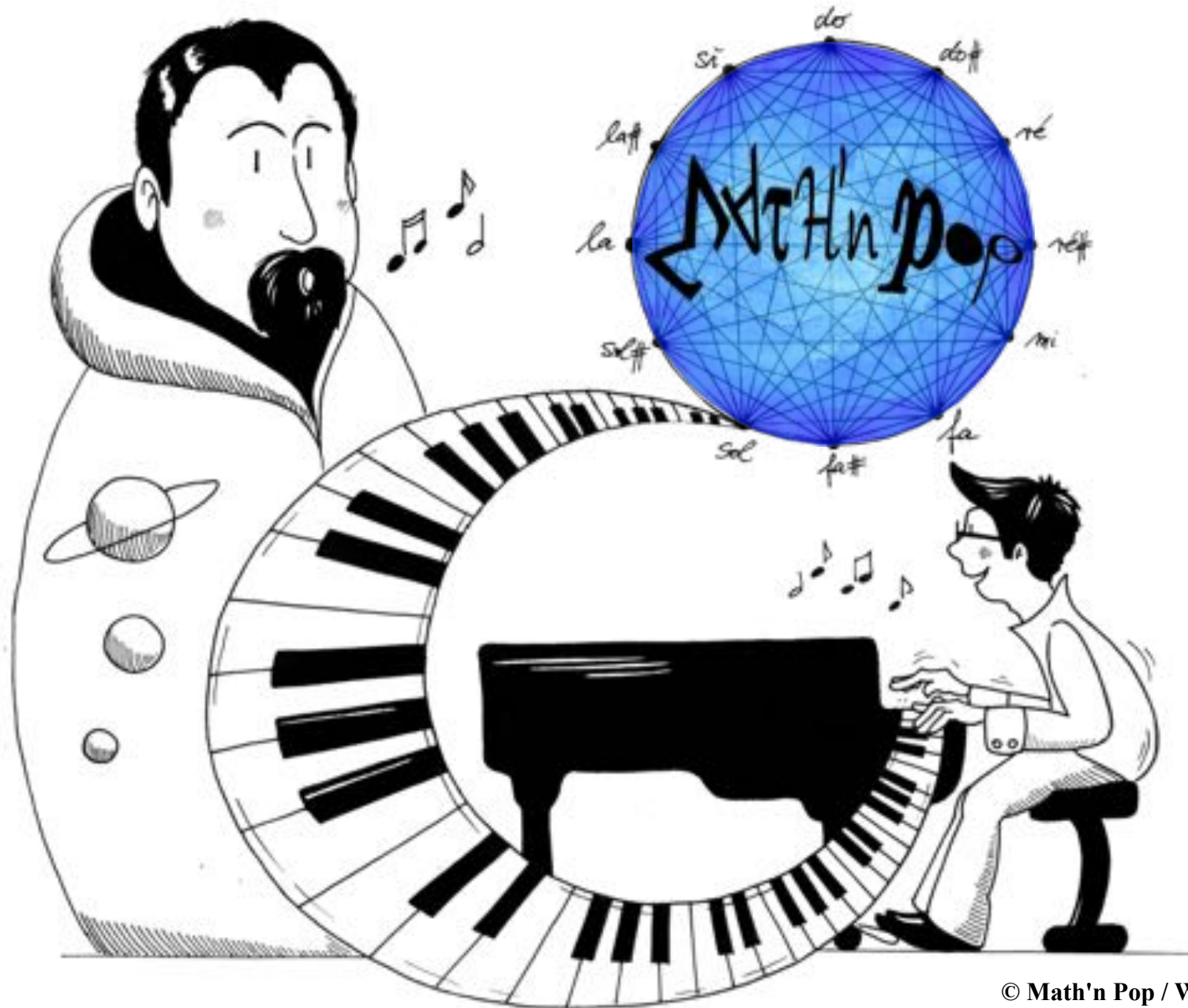
La galaxie des espaces « mathémusicaux »...



La galaxie des espaces « mathémusicaux »...



Mersenne et la naissance de la combinatoire



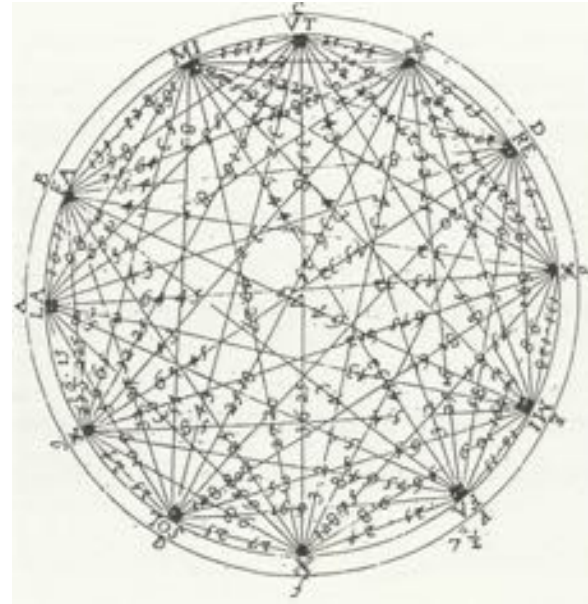
Mersenne et la naissance de la combinatoire

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabula Combinationis ab 1 ad 22.

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	5040
VIII	40310
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127016800
XIV	87178129100
XV	1307674368000
XVI	20911789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	12164810040881000
XX	2431301008176640000
XXI	5090941871709440000
XXII.	1114000717777607680000



Marin Mersenne



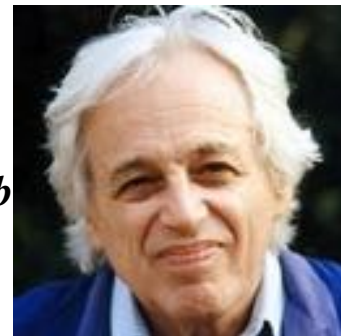
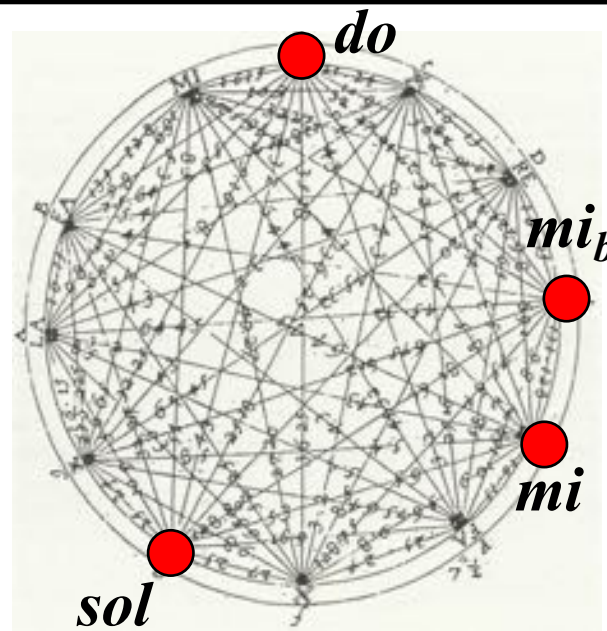
Avec quatre notes on peut faire de la musique !

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabula Combinationis ab 1 ad 22.

I	1
II	1
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	5040
VIII	40310
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6117010800
XIV	87178191000
XV	1307674968000
XVI	20911789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	11164810040881000
XX	2431301008176640000
XXI	5090941871709440000
XXII.	1114000717777607680000



Six Bagatelles
(G. Ligeti, 1953)



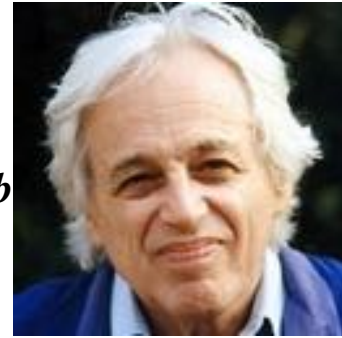
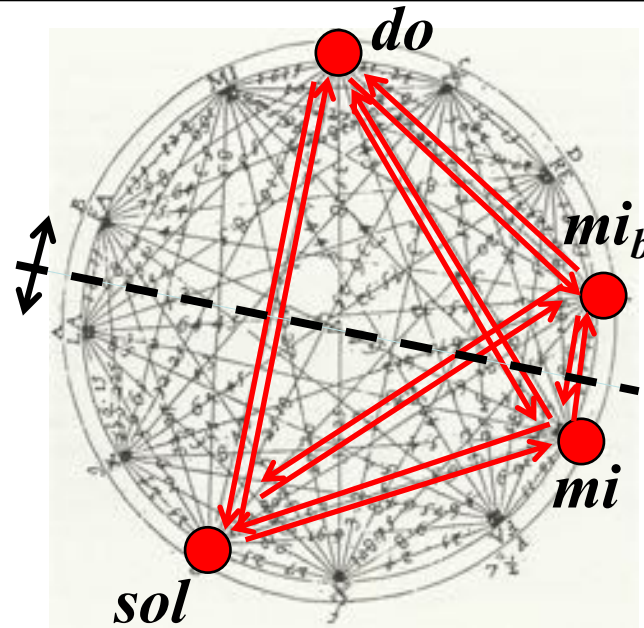
A la recherche des symétries cachées dans la musique

II 4. Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648

LIBER SEPTIMVS. DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabula Combinationis ab 1 ad 22.

I	1
II	1
III	6
IV	24
V	110
VI	710
VII	3040
VIII	40310
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127010800
XIV	87178191000
XV	1307674968000
XVI	20911789888000
XVII	315687418096000
XVIII	6401373705718000
XIX	111648100408810000
XX	24313010081766400000
XXI	50909418717094400000
XXII	11140007177776076800000



Six Bagatelles
(G. Ligeti, 1953)



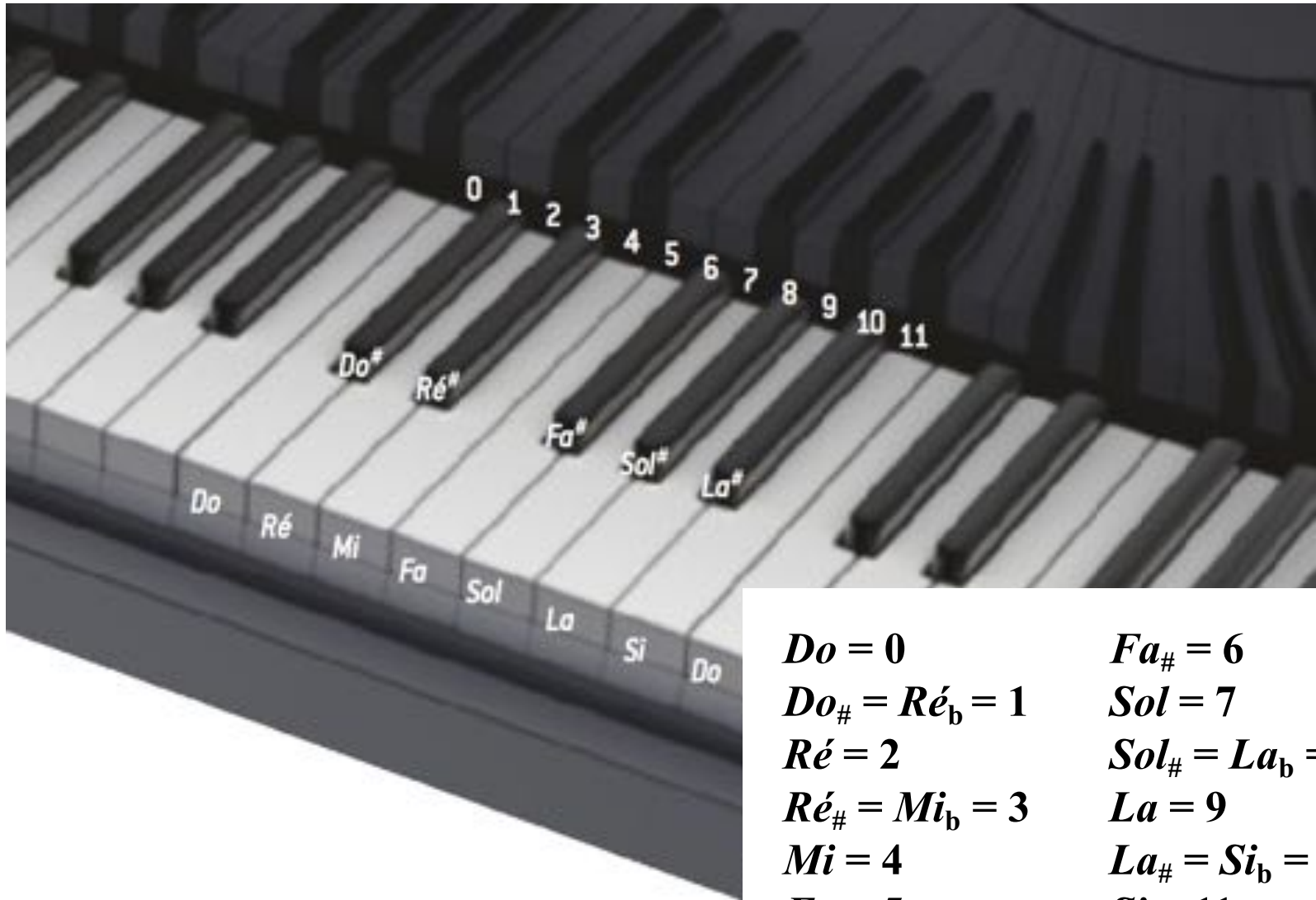
Le piano : douze notes = douze nombres



Le piano : douze notes = douze nombres



Le piano : douze notes = douze nombres



Do = 0

Do# = Ré_b = 1

Ré = 2

Ré# = Mi_b = 3

Mi = 4

Fa = 5

Fa# = 6

Sol = 7

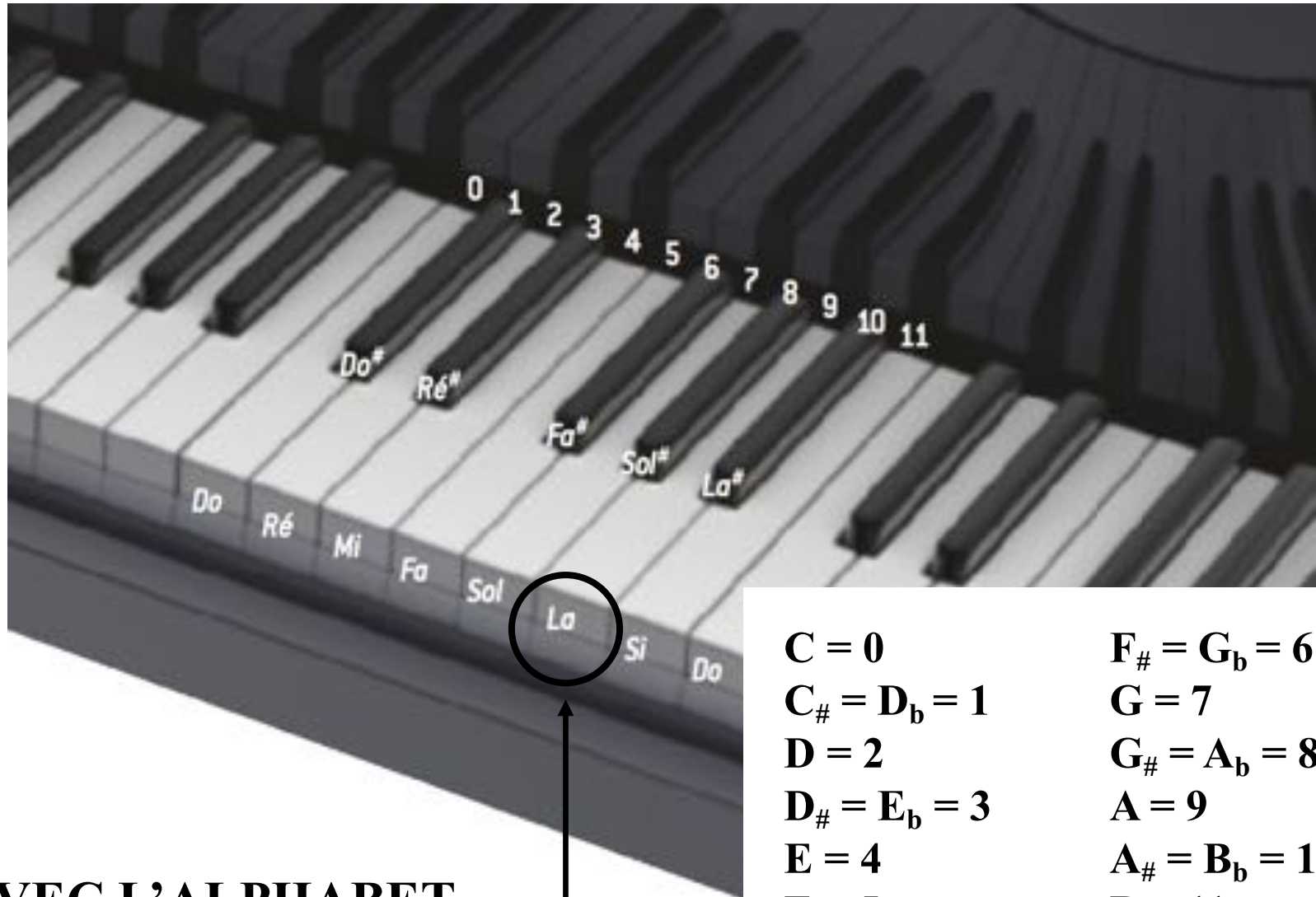
Sol# = La_b = 8

La = 9

La# = Si_b = 10

Si = 11

Le piano : douze notes = douze nombres



AVEC L'ALPHABET
A partir du *la* = A

$$C = 0$$

$$C_{\#} = D_b = 1$$

$$D = 2$$

$$D_{\#} = E_b = 3$$

$$E = 4$$

$$F = 5$$

$$F_{\#} = G_b = 6$$

$$G = 7$$

$$G_{\#} = A_b = 8$$

$$A = 9$$

$$A_{\#} = B_b = 10$$

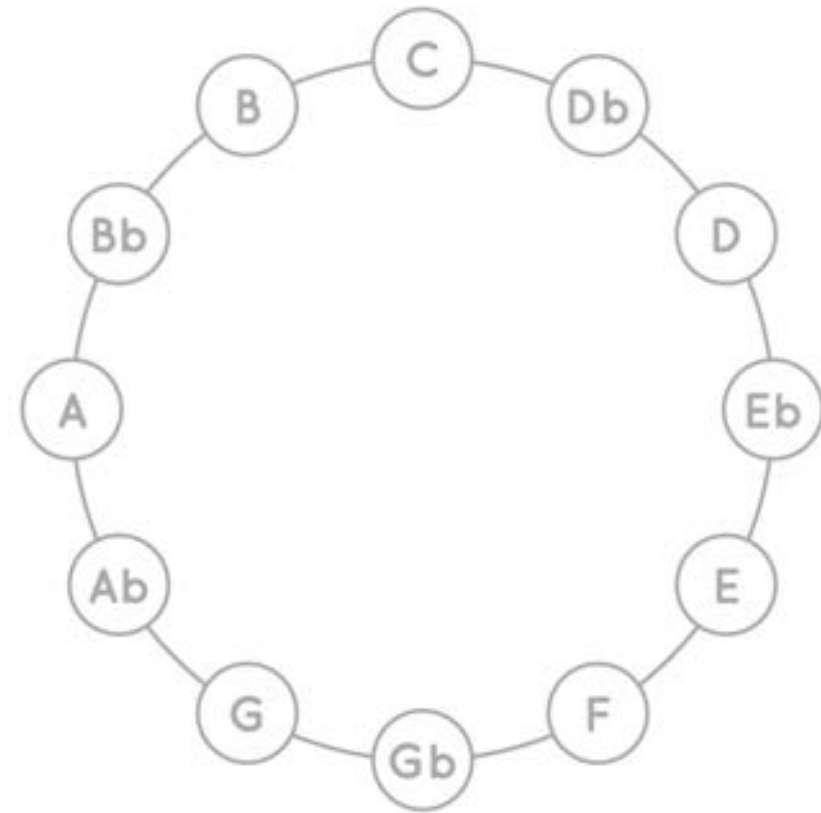
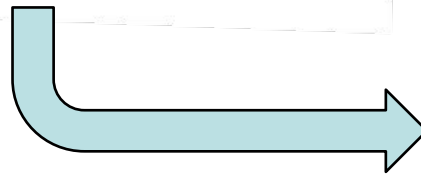
$$B = 11$$

Du piano à l'horloge musicale (notation anglo-saxonne)

➔ DEMO



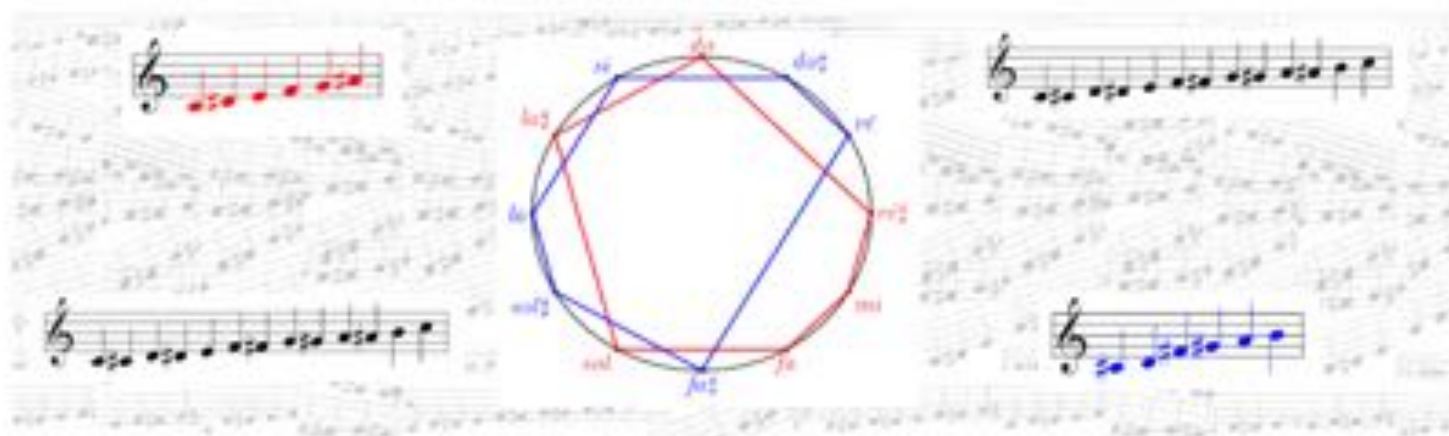
C = 0
C_# = D_b = 1
D = 2
D_# = E_b = 3
E = 4
F = 5
F_# = G_b = 6
G = 7
G_# = A_b = 8
A = 9
A_# = B_b = 10
B = 11



MATHÉMUSIQUE : INTRODUCTION AU THÉORÈME DE L'HEXACORDE

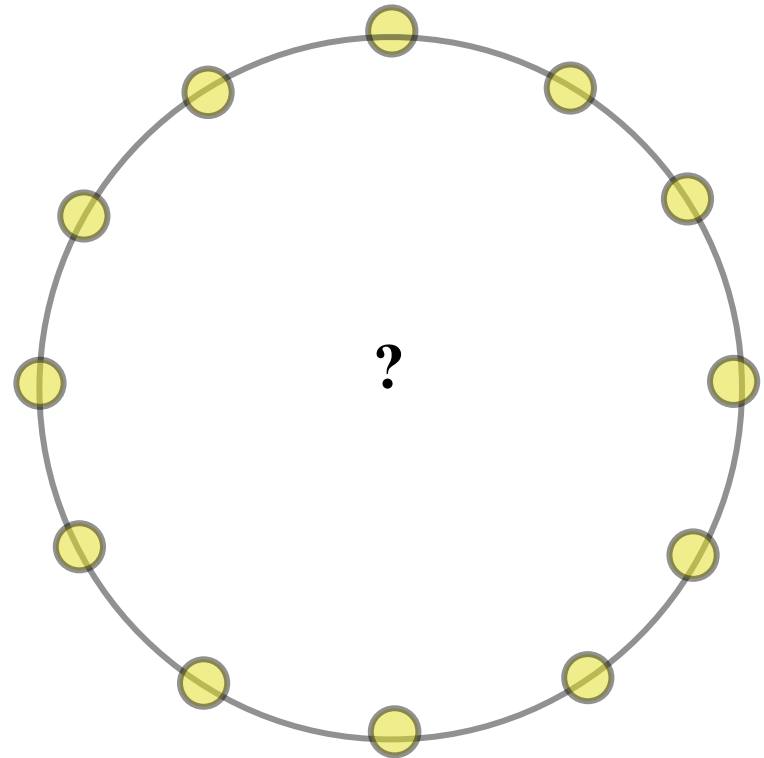
Piece bleue

Le 29 octobre 2019 - Écrit par Corentin Bayette



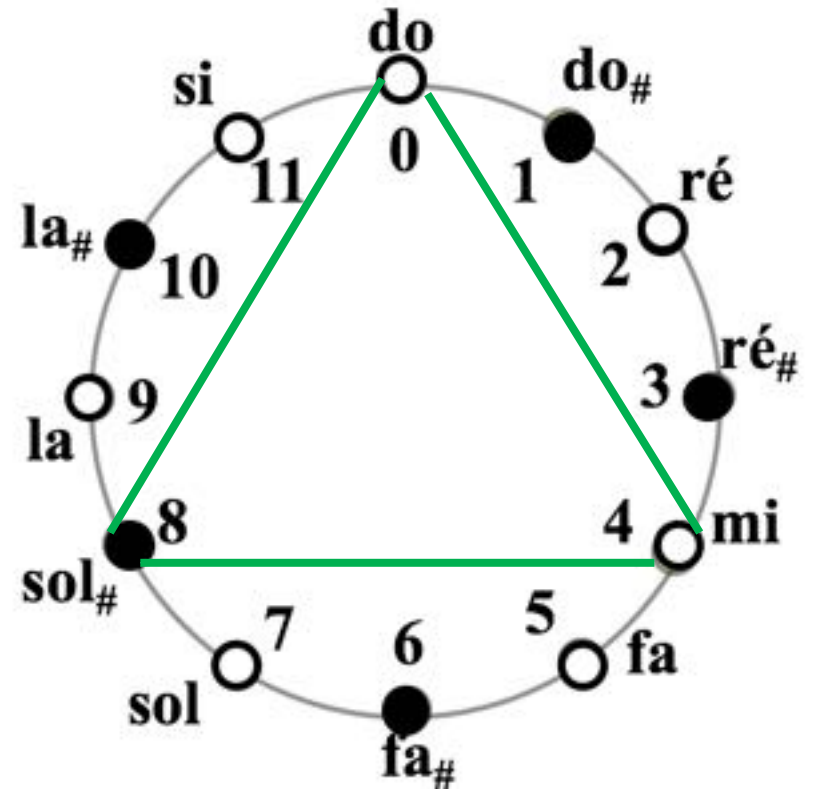
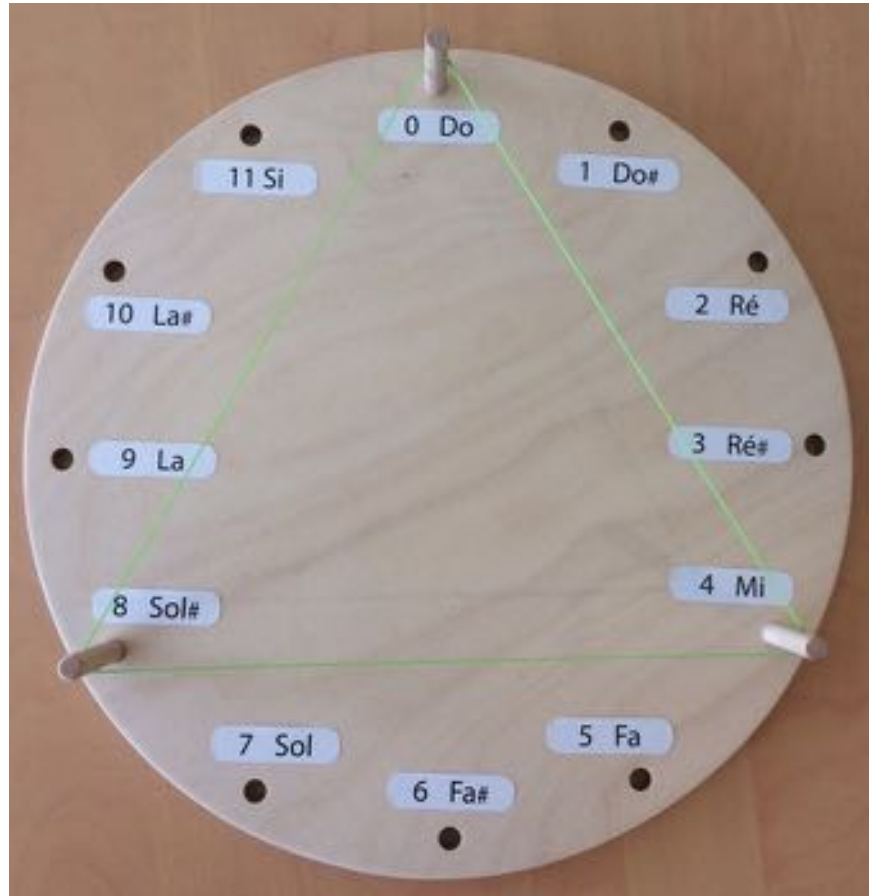
Le *théorème de l'hexacorde* est un théorème issu d'un problème musical et qui peut se démontrer de multiples façons. Nous proposons dans cet article une description de sa découverte et d'une approche mathématique de la musique permettant de comprendre l'une de ses démonstrations parmi les plus récentes et intuitives. Après un bref rappel historique, nous proposons de définir formellement les notes et les intervalles musicaux pour ensuite pouvoir énoncer et démontrer le théorème de l'hexacorde. Quelques notions mathématiques plus avancées sont également données dans les dépliants et en fin d'article pour ceux qui souhaitent aller un peu plus loin.

A vous de jouer...

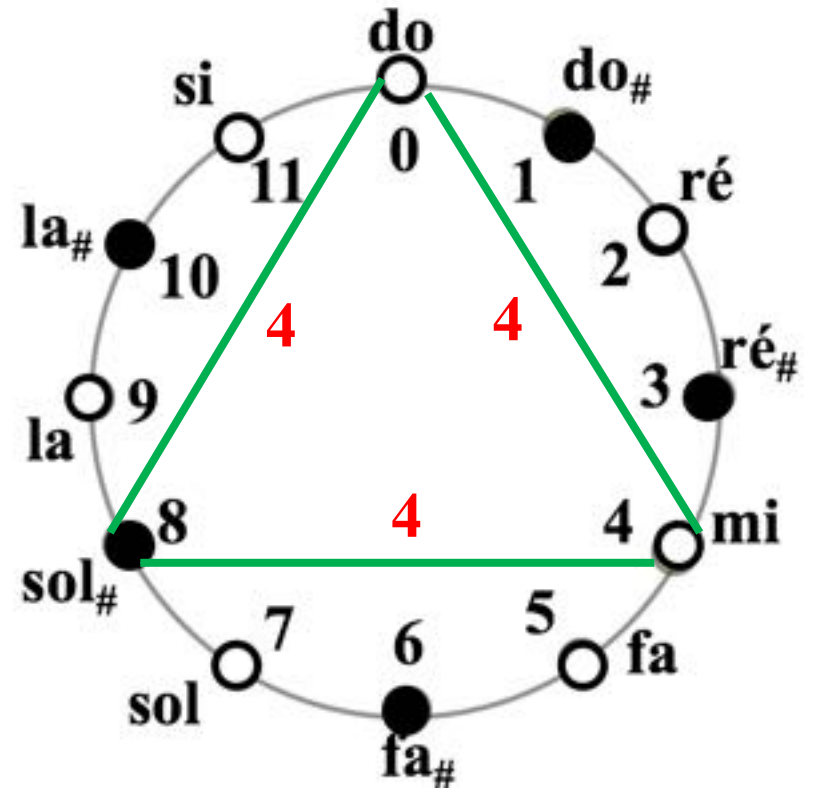
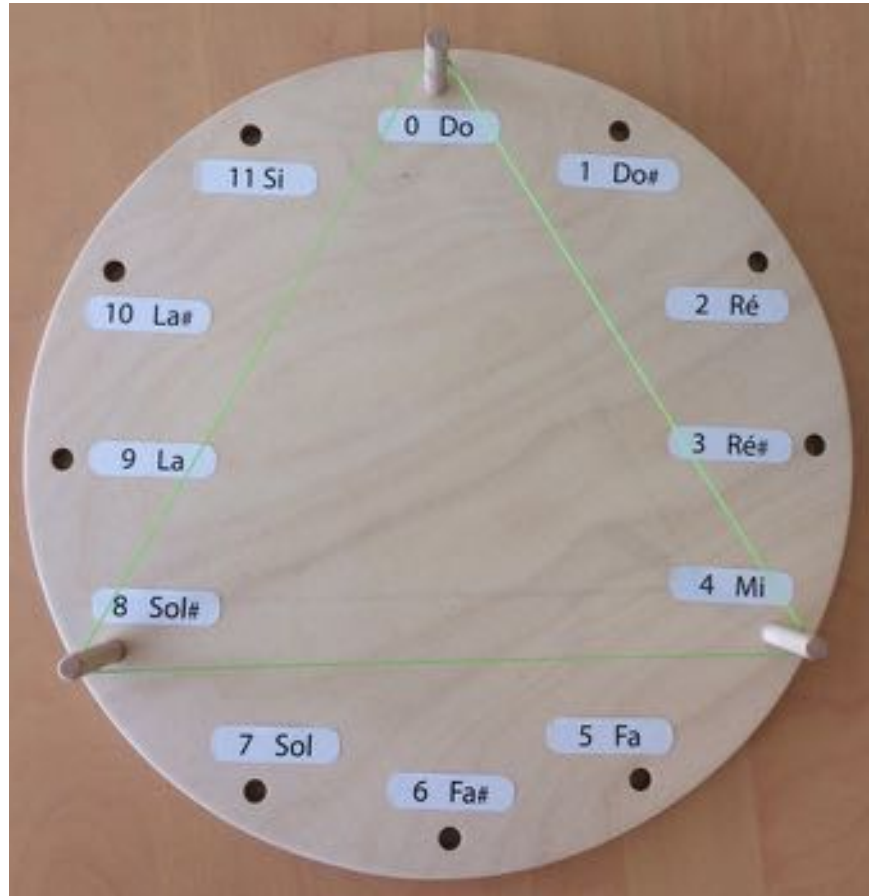


Quelle est la musique d'un triangle équilatéral ?

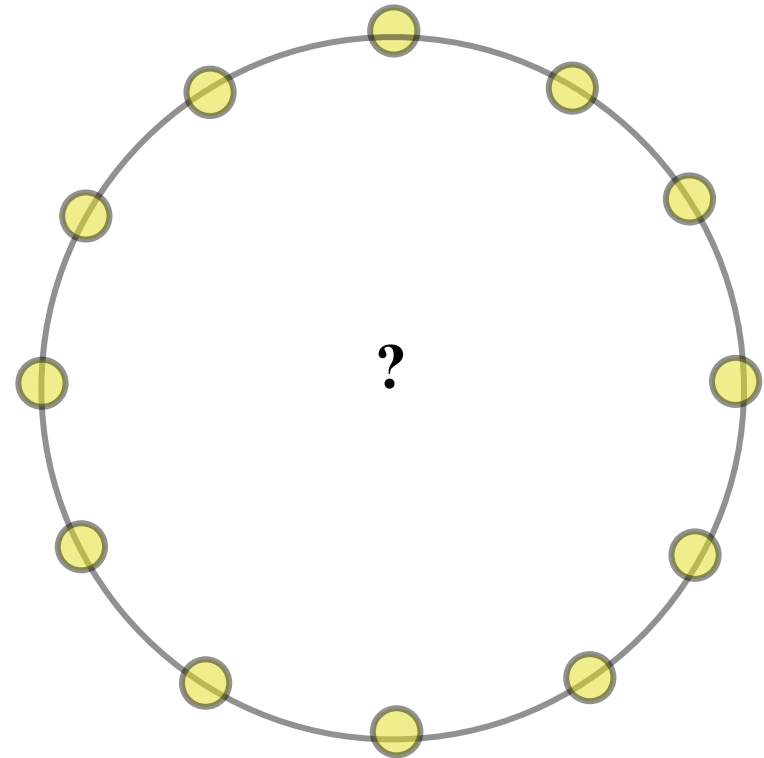
Le triangle équilatéral = l'accord augmenté



Le triangle équilatéral = l'accord augmenté ou (4, 4, 4)

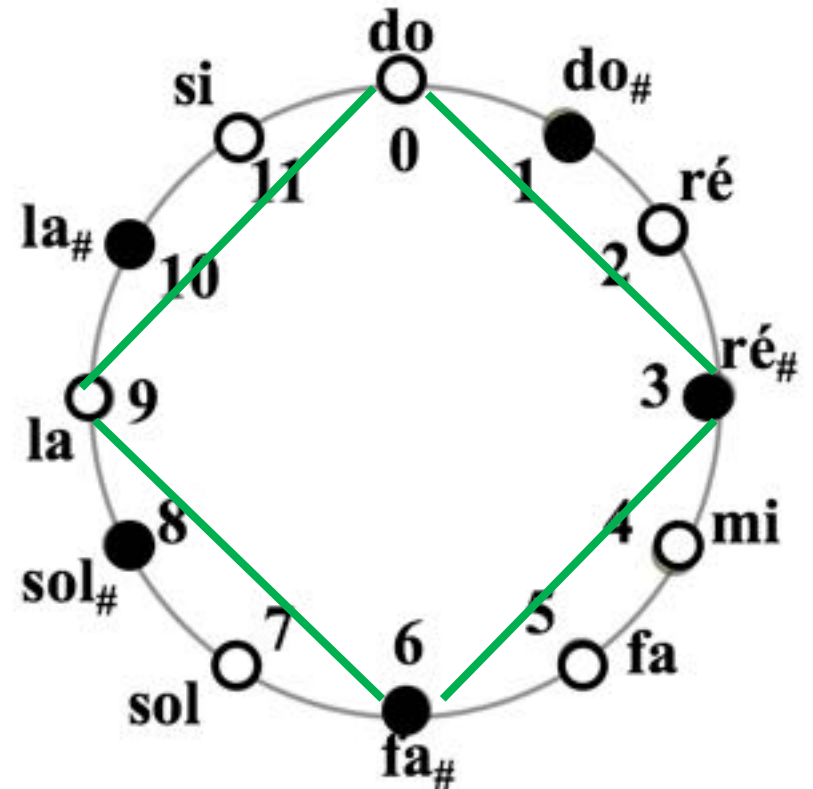
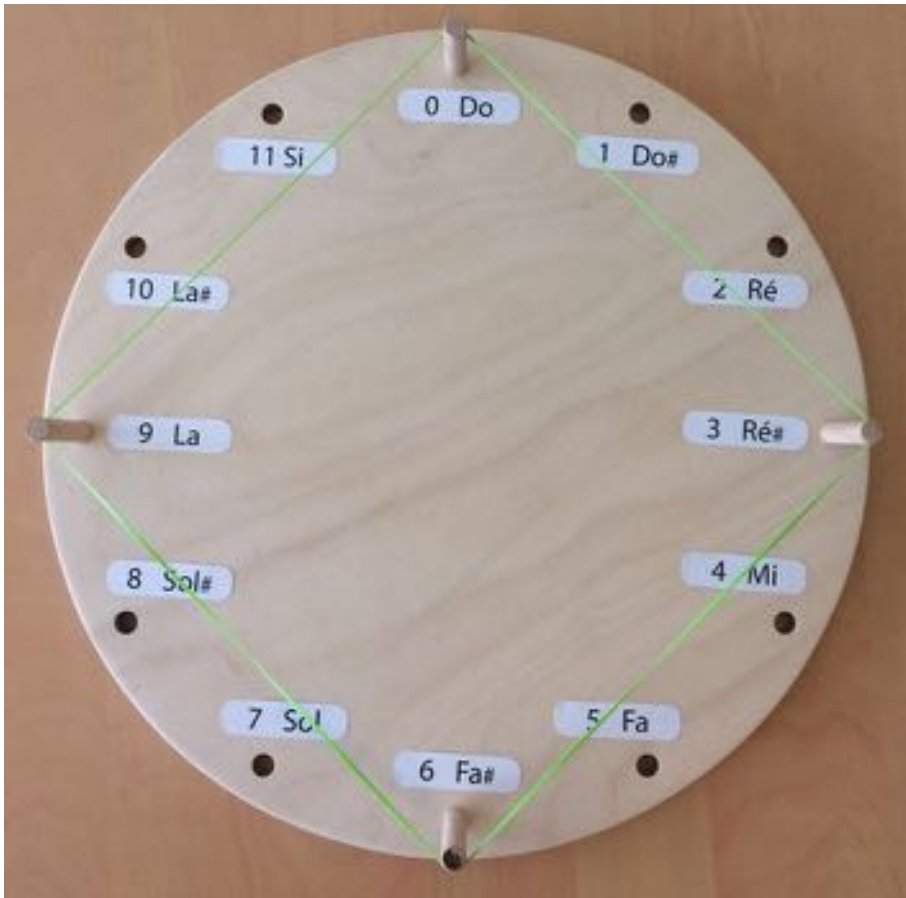


A vous de jouer...

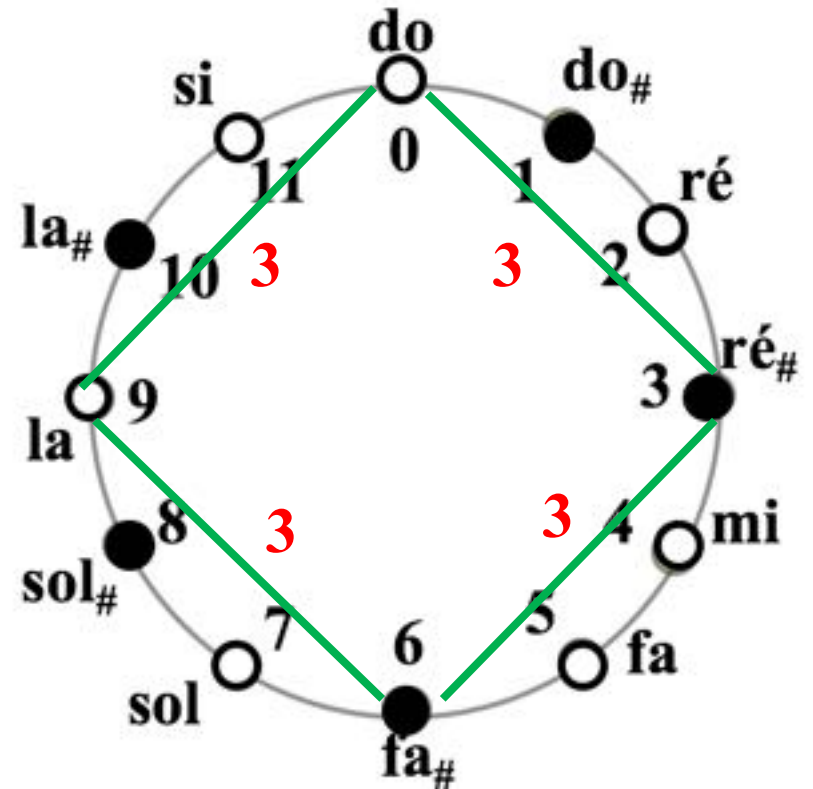
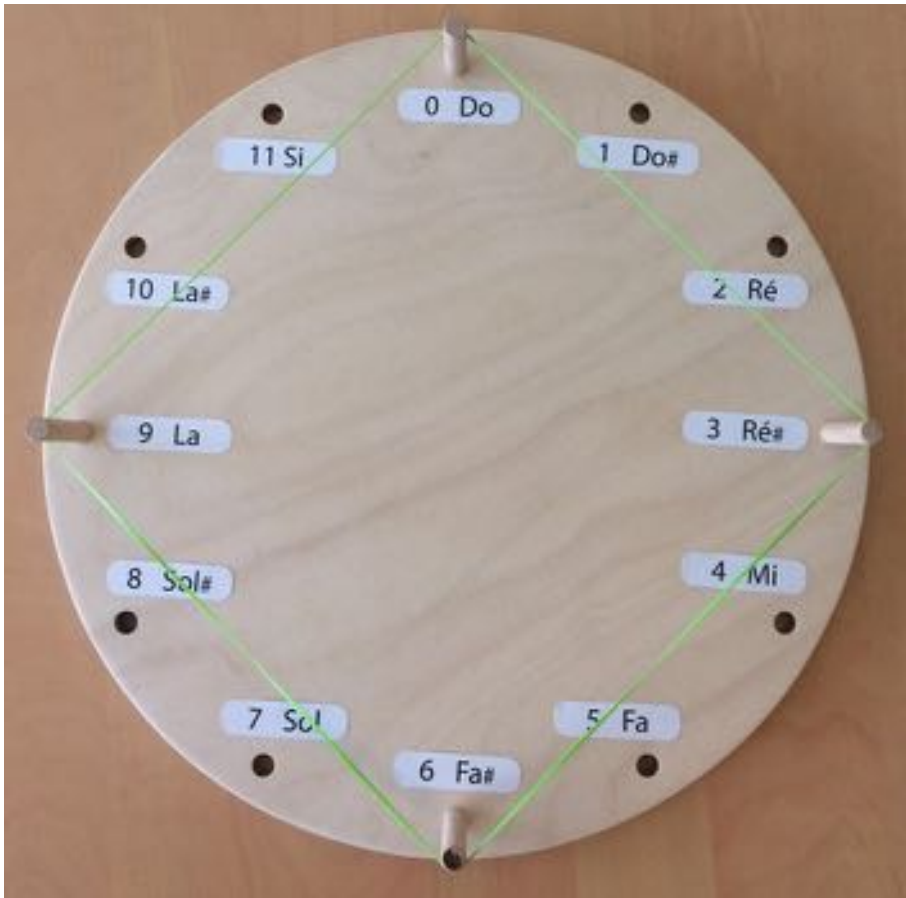


Quelle est la musique d'un carré ?

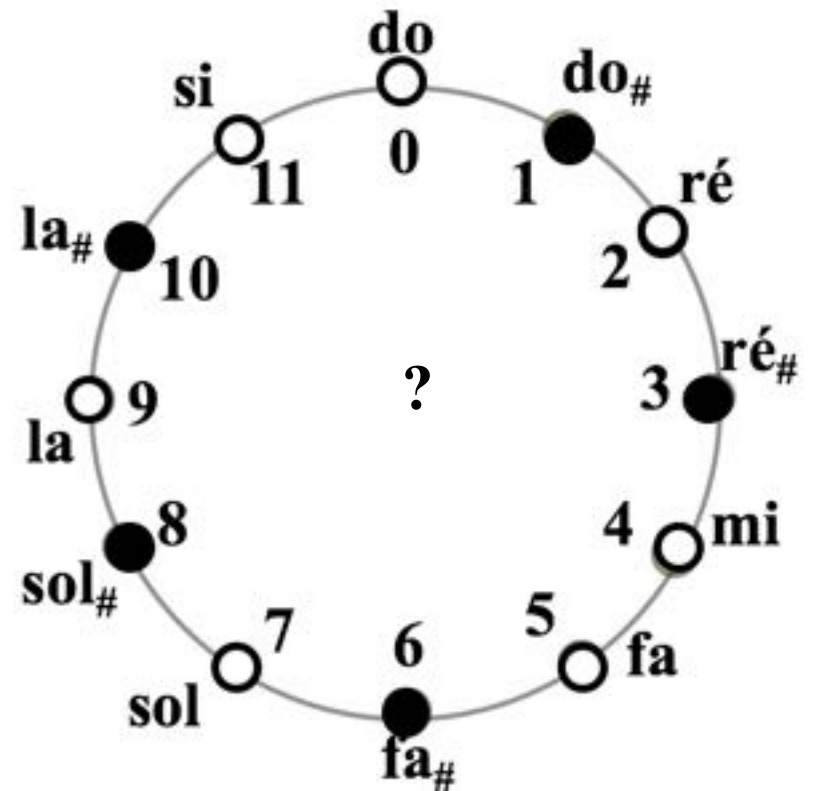
Le carré = l'accord diminué



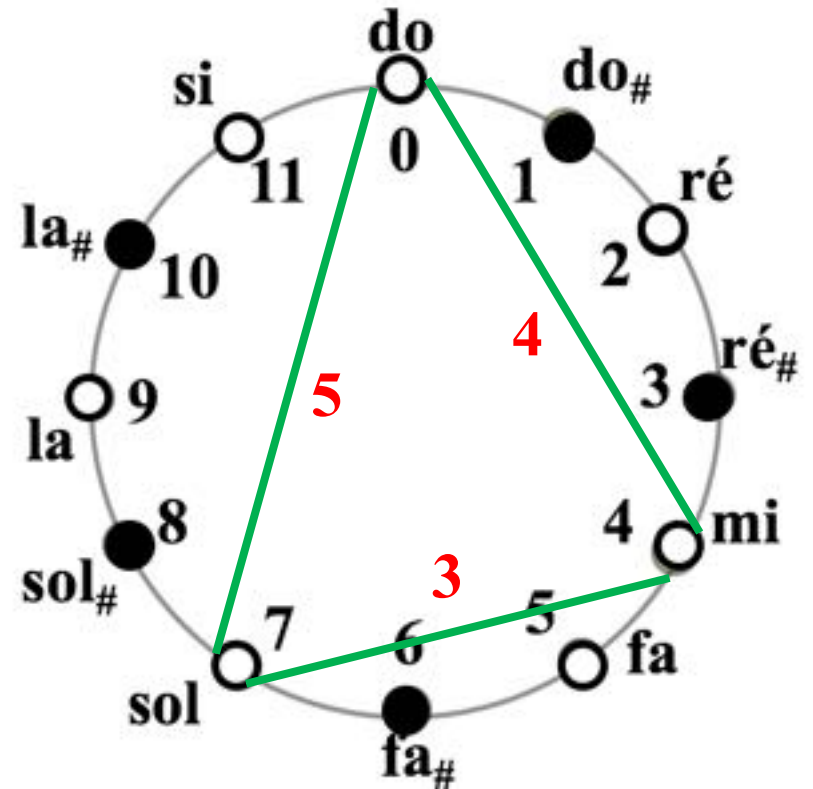
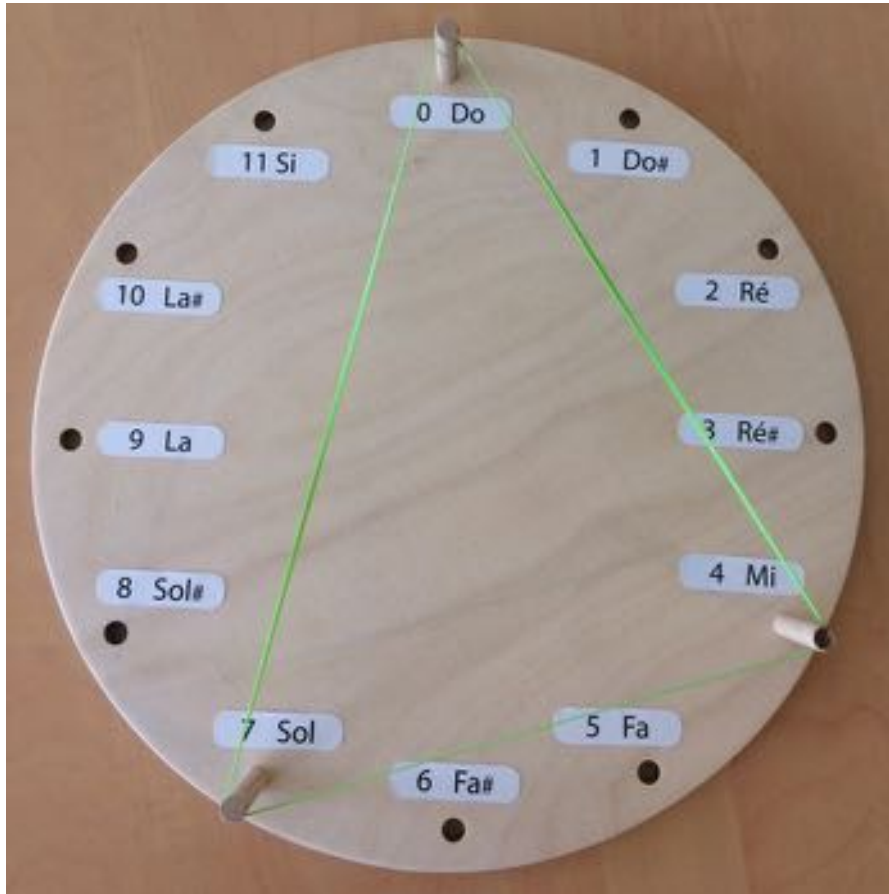
Le carré = l'accord diminué ou (3, 3, 3, 3)



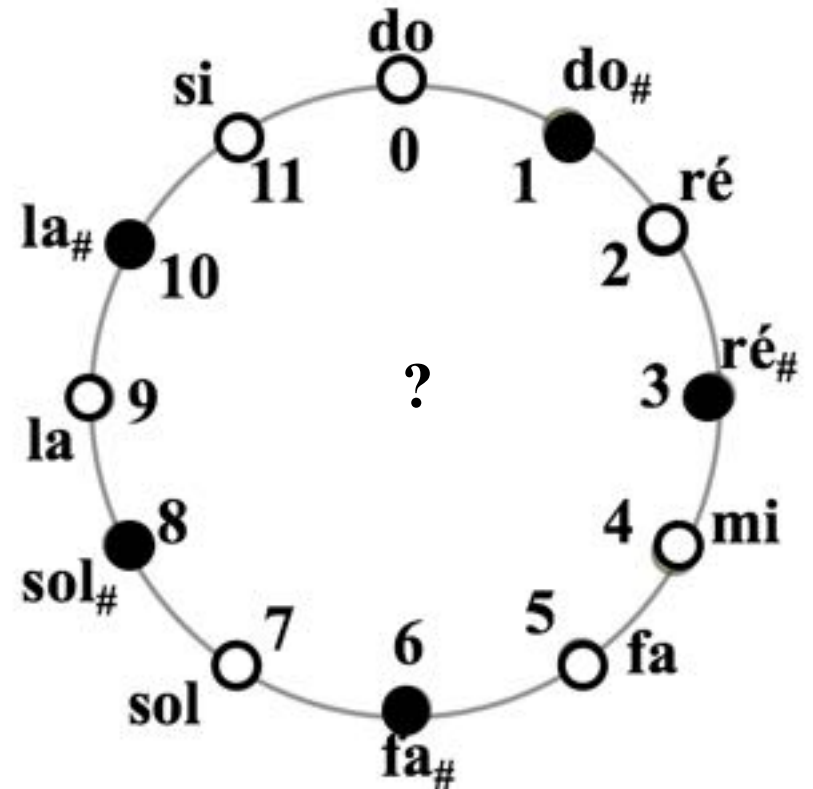
Dessine-moi l'accord majeur ou (4, 3, 5)



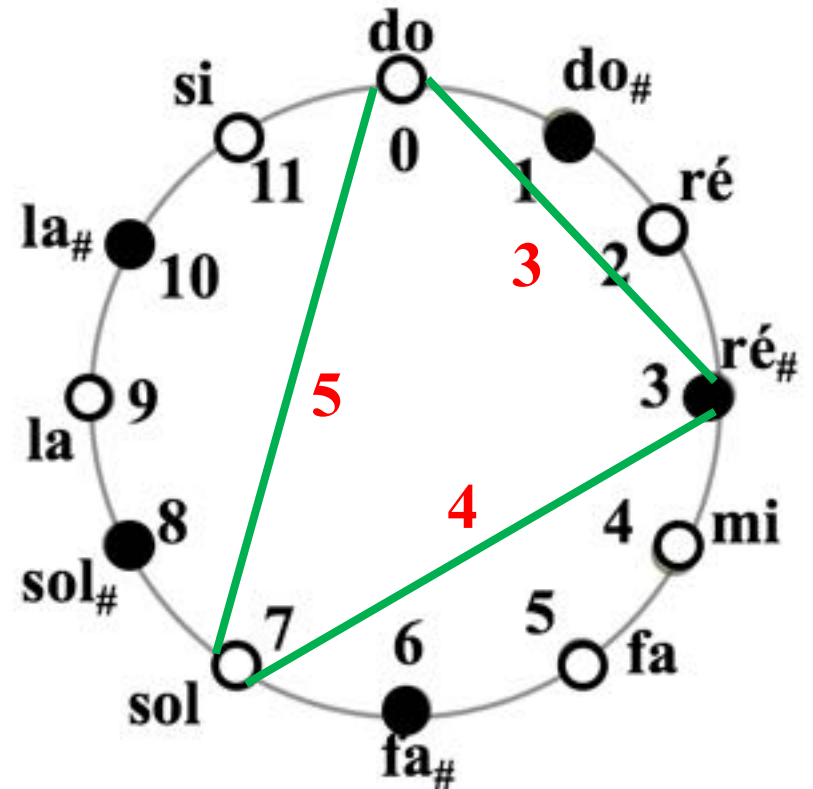
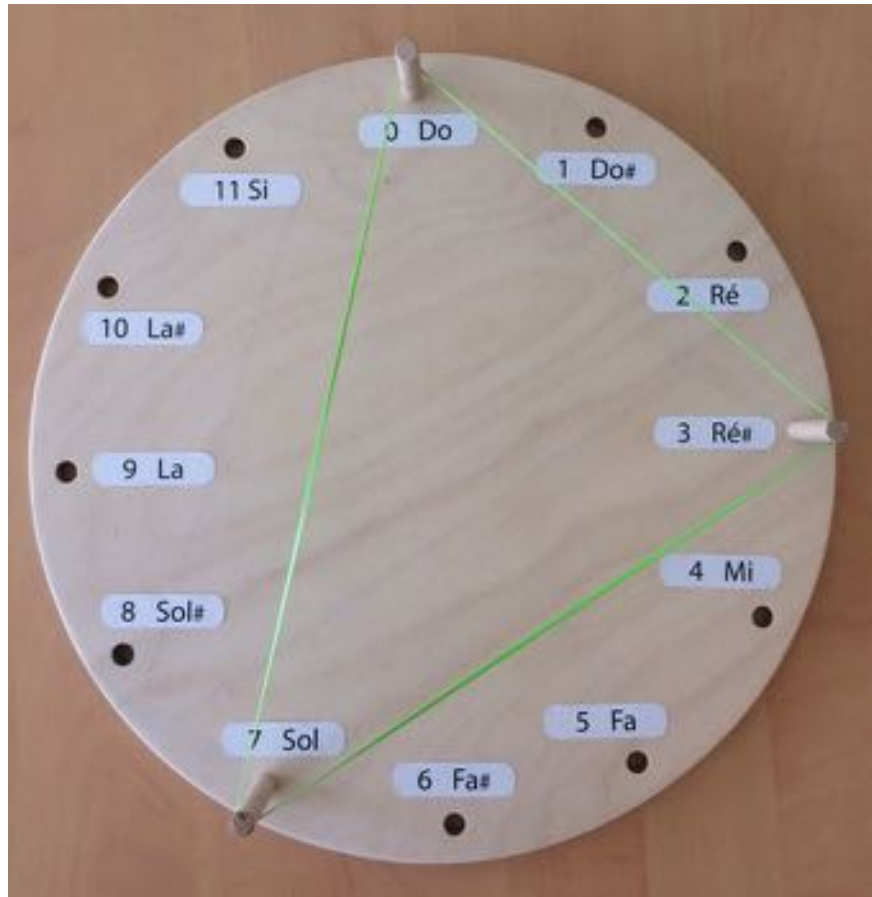
Dessine-moi l'accord majeur ou (4, 3, 5)



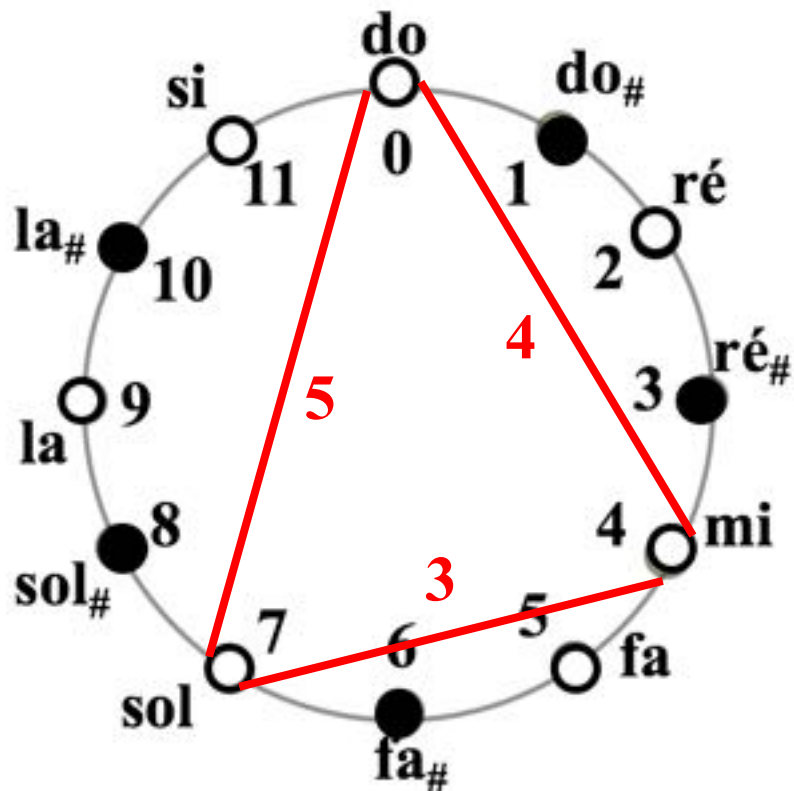
Dessine-moi l'accord mineur ou (3, 4, 5)



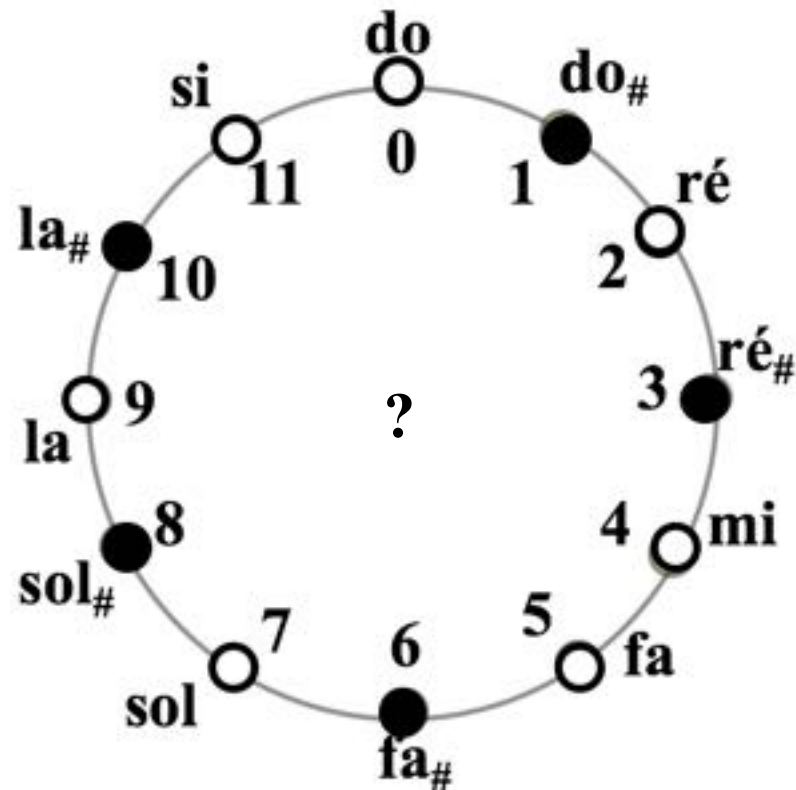
Dessine-moi l'accord mineur ou (3, 4, 5)



Dessine-moi deux accords majeurs

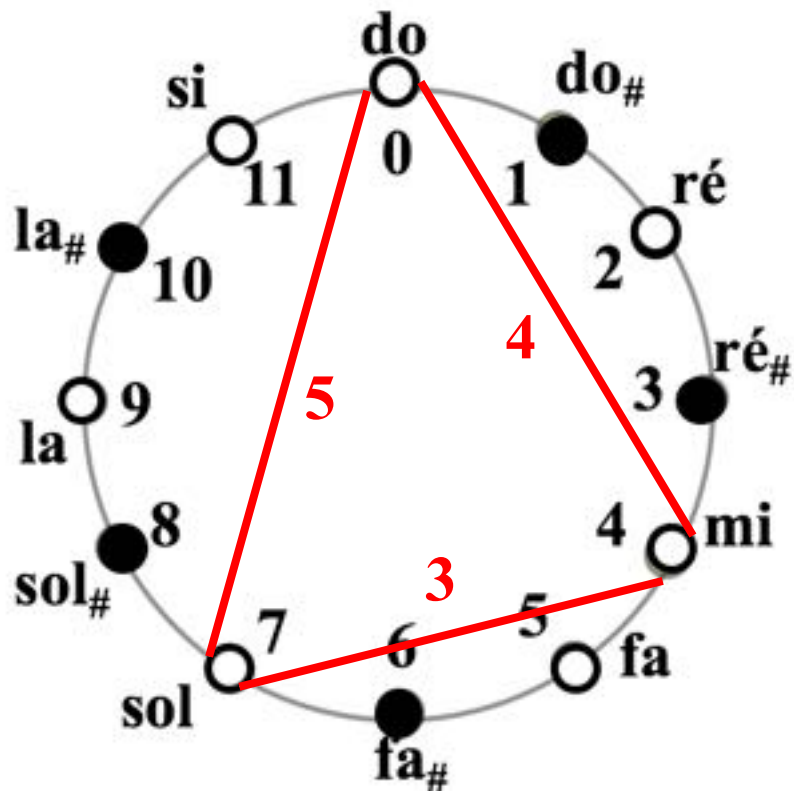


Do majeur

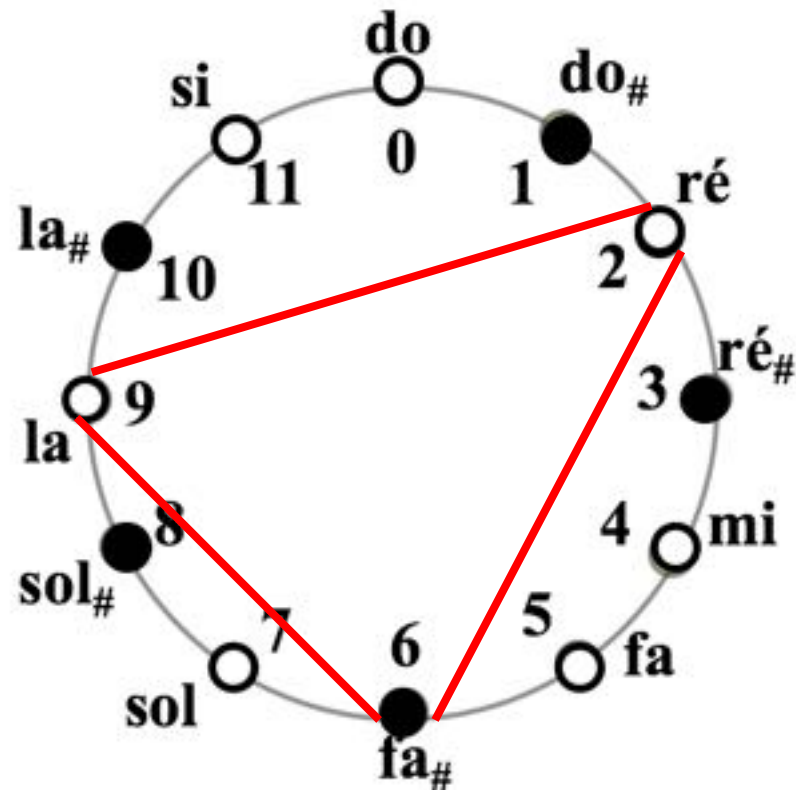


Ré majeur

Dessine-moi deux accords majeurs

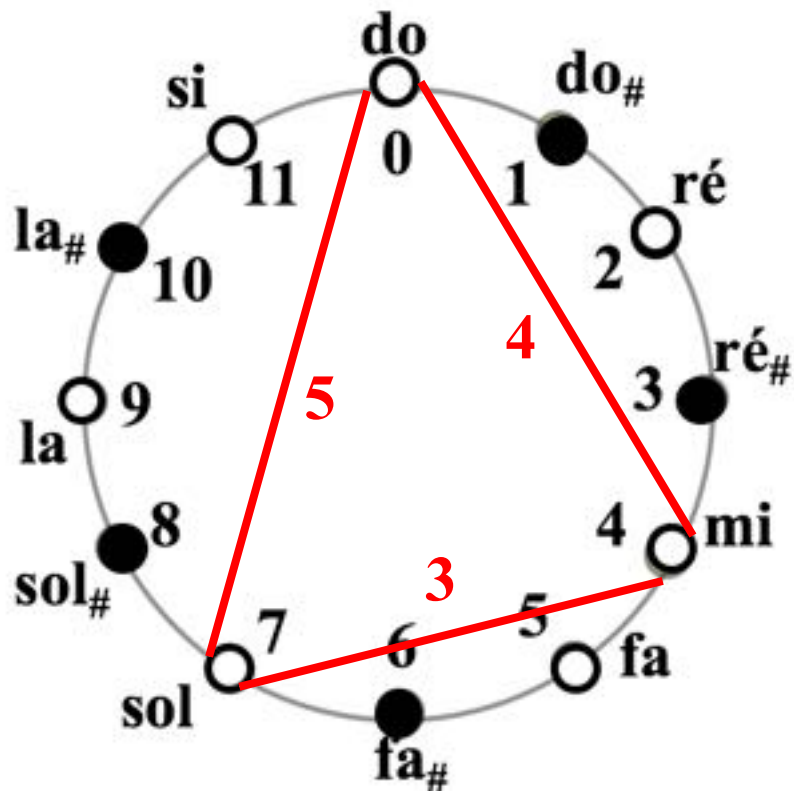


Do majeur

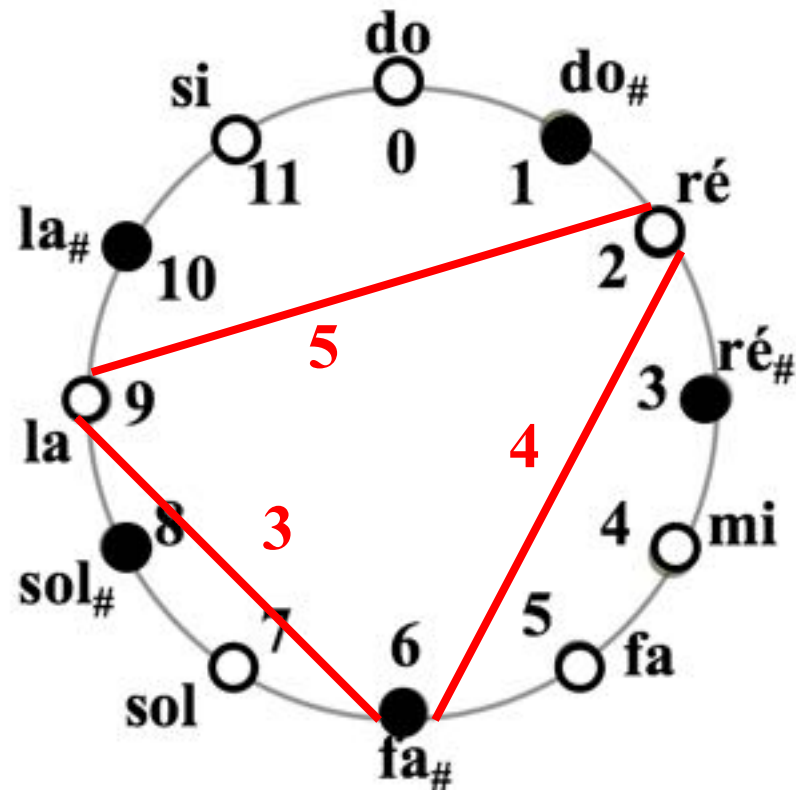


Ré majeur

Dessine-moi deux accords majeurs

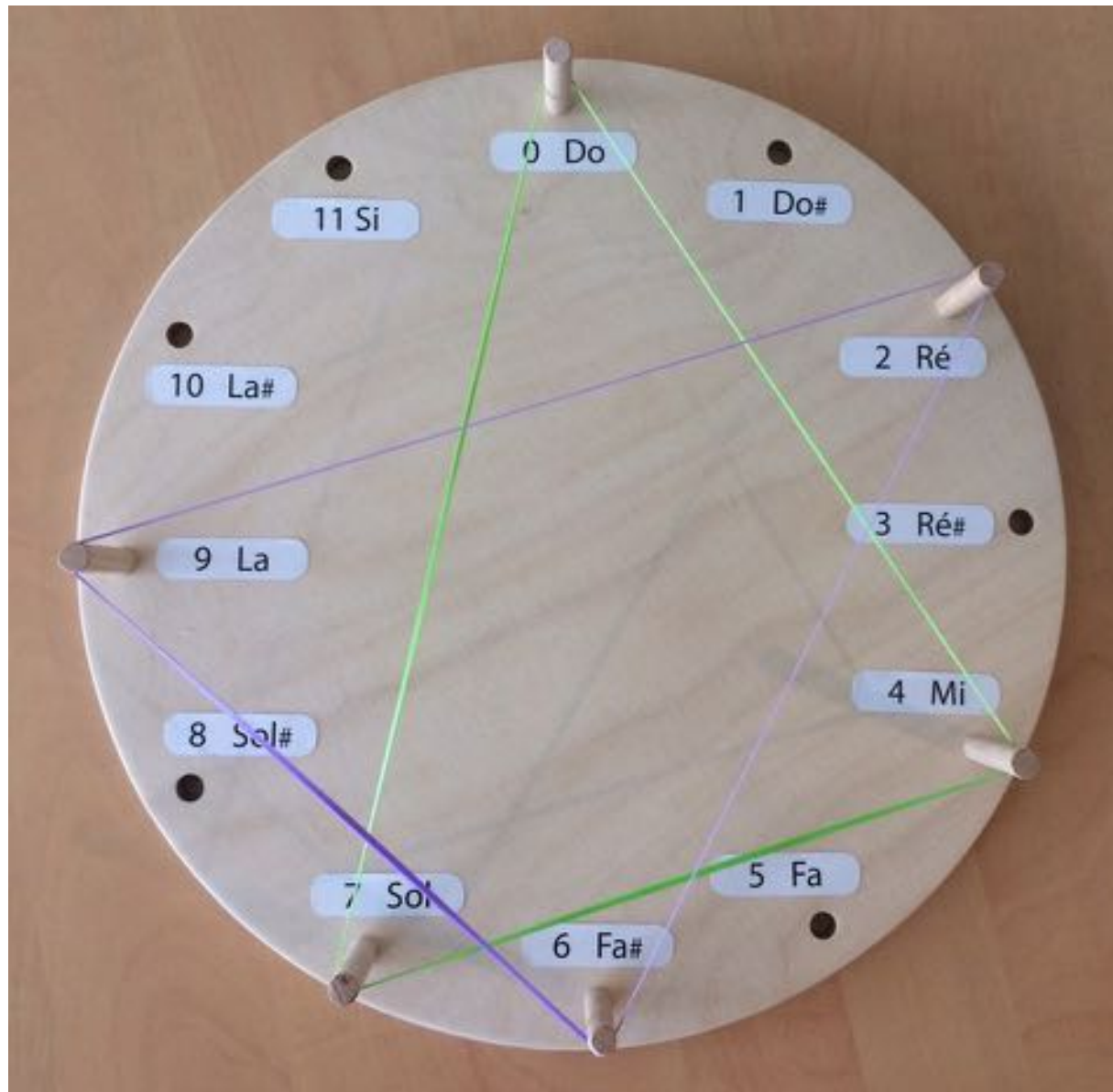


Do majeur

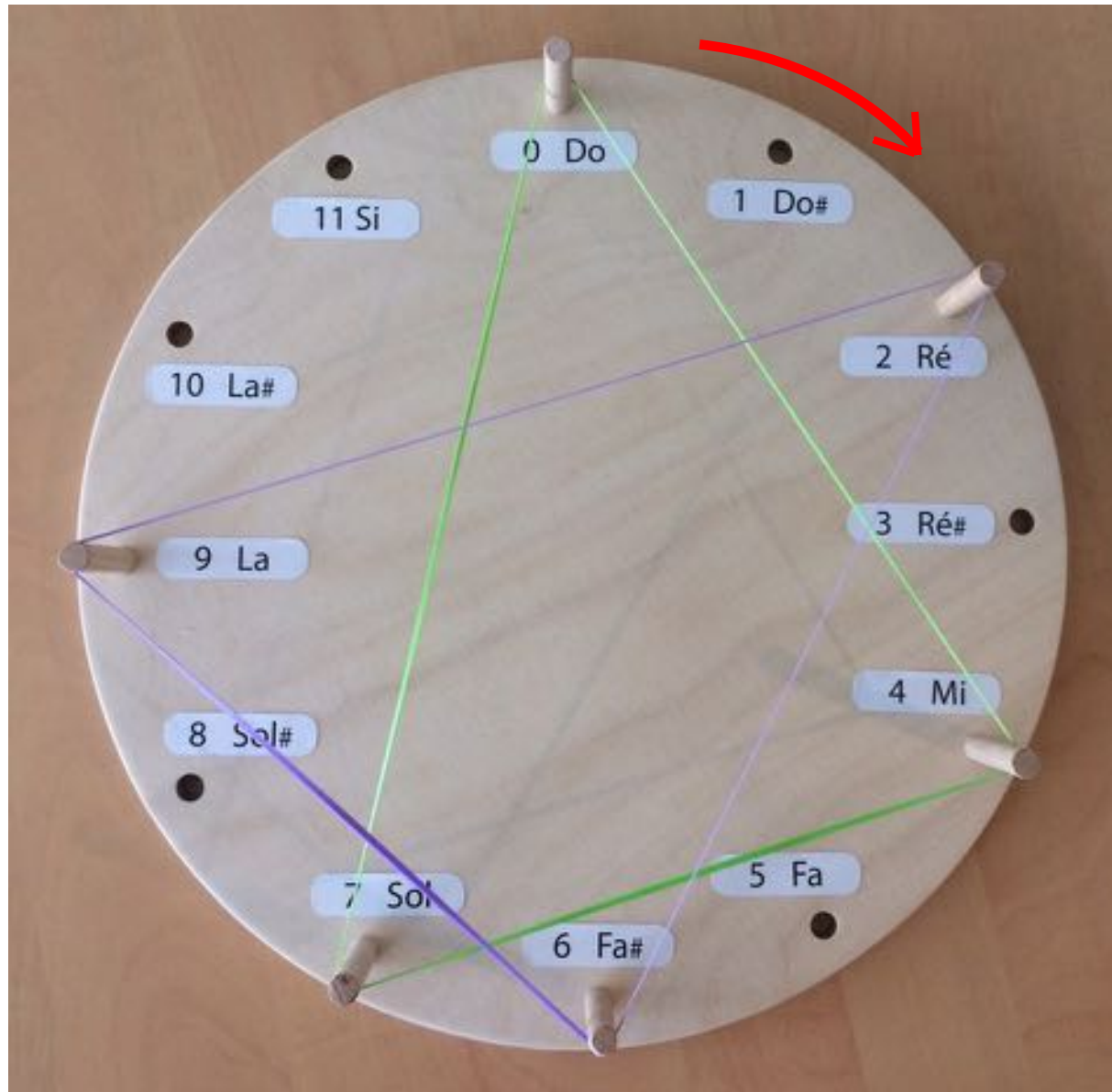


Ré majeur

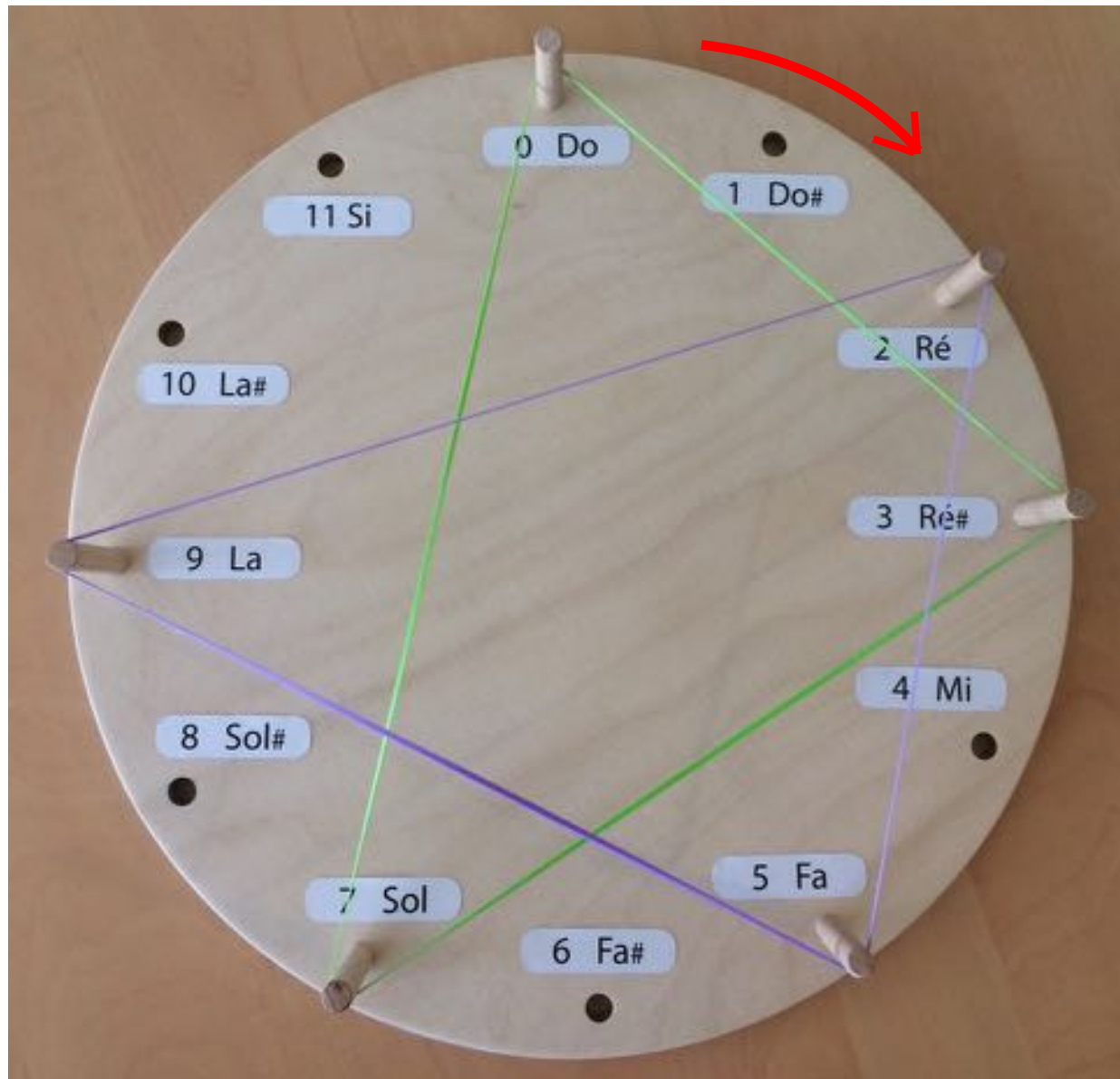
Quel est le rapport entre deux accords majeurs ?
On passe de l'un à l'autre via une ...



Quel est le rapport entre deux accords majeurs ?
On passe de l'un à l'autre via une **ROTATION**



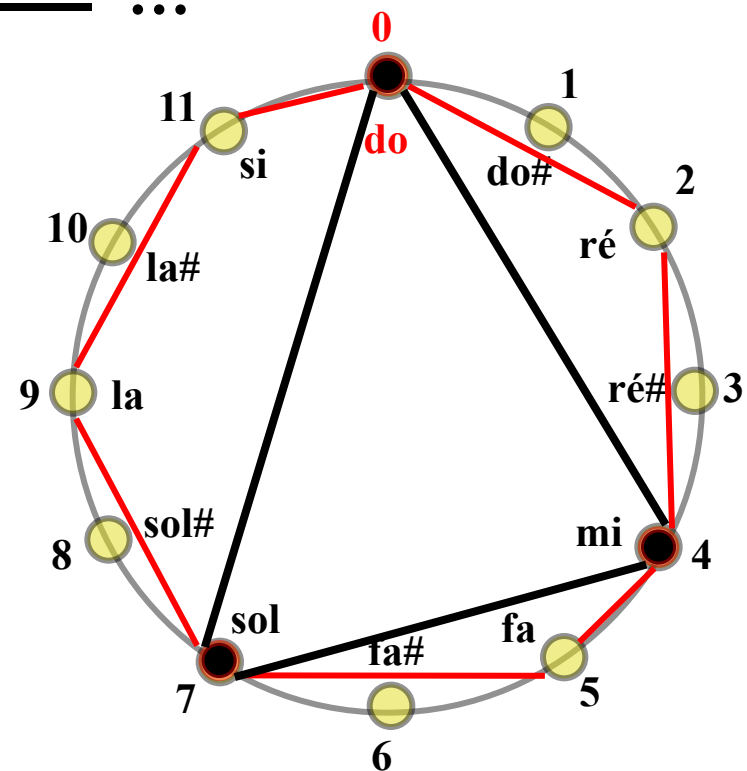
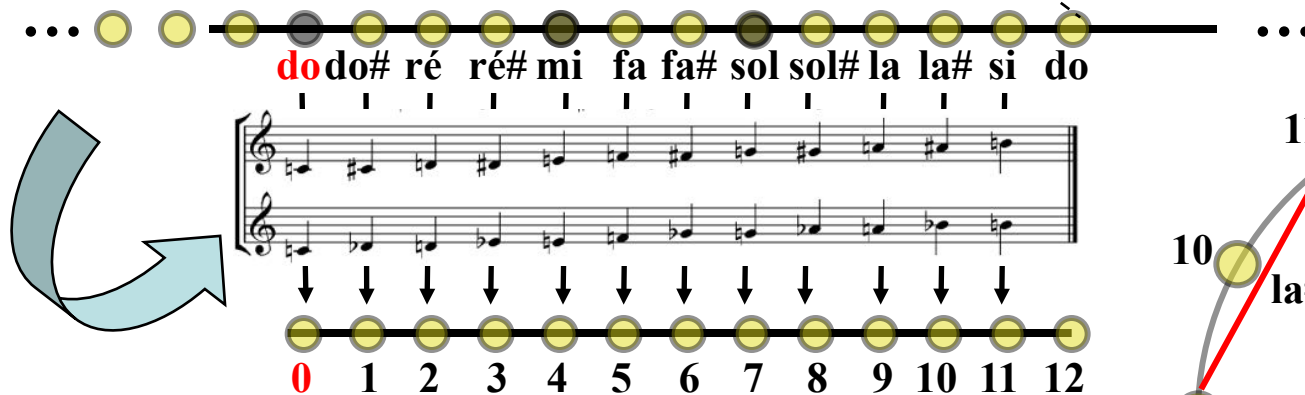
Quel est le rapport entre deux accords mineurs ?
On passe de l'un à l'autre via une **ROTATION**



Les rotations sont des additions...



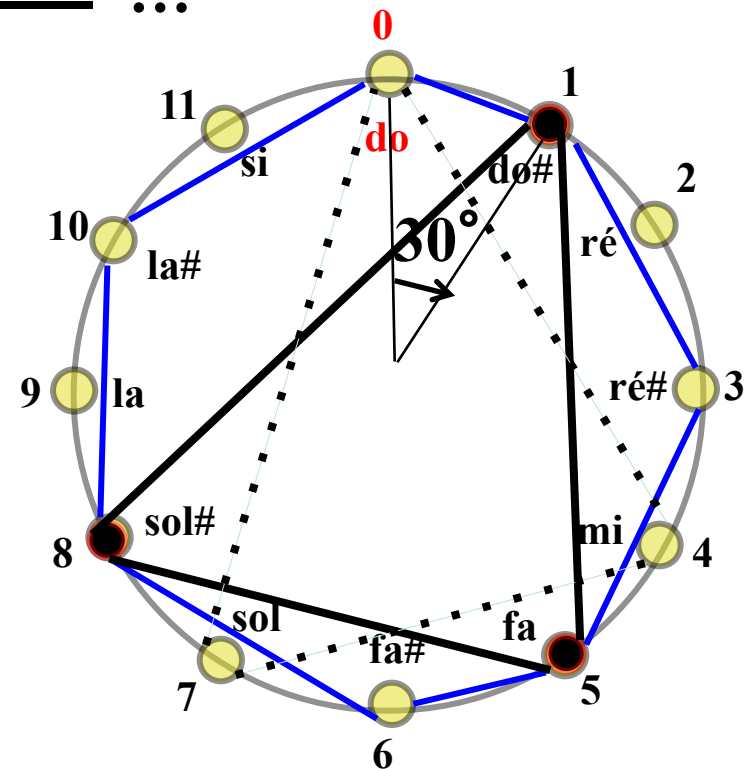
$$\text{Do maj} = \{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\} + 1$$



Les rotations sont des additions...



Do# maj = {1,3,5,6,8,10,0}



... ou des transpositions !



ACCORDS MAJEURS

ACCORDS MINEURS

MAGIC IN THE AIR

Sol

Ré

Feel the magic in the air. Allez, allez, allez

La

Si-

Levez les mains en l'air Allez, allez, allez
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

Ré

Comme d'habitude on est calés

La **Si-**

Comme toujours ça va aller

Sol **Ré**

On sème l'ambiance à gogo

La **Si-**

Tous ensemble on fait le show

Sol **Ré**

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La **Si-**

Oublie tes soucis Viens faire la folie

Sol **Ré**

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La **Si-**

Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

Sol

Feel the magic in the air ...

Fa **Fa-**

Do **Sol** **Do-** **Sol-**

Re **La** **Re-** **La-**

Mi **Si** **Mi-** **Si-**

Sol

Ré

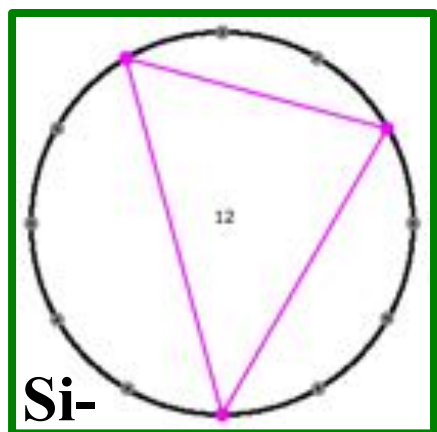
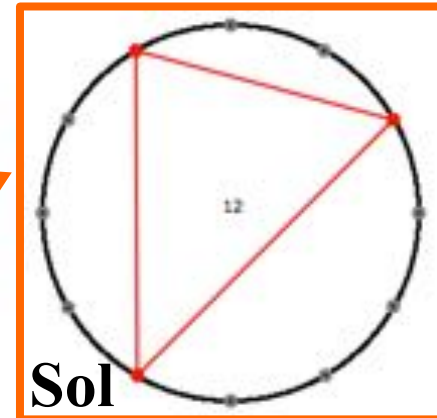
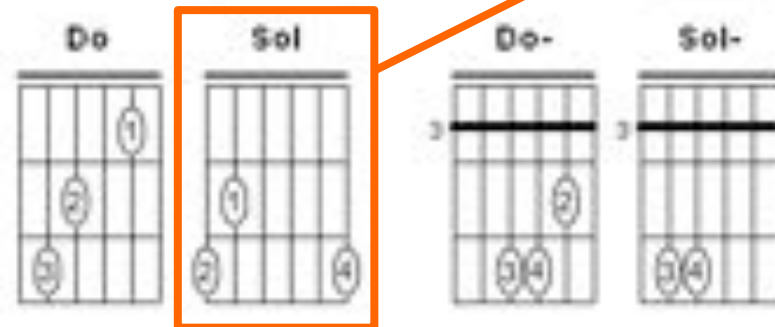
La

Si-



**ACCORDS
MAJEURS**

**ACCORDS
MINEURS**



**Comment
passe-t-on
d'un accord
majeur à un
accord
mineur ?**

MAGIC IN THE AIR

Sol

Ré

Feel the magic in the air, Allez, allez, allez

La

Si-

Levez les mains en l'air Allez, allez, allez
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

Ré

Comme d'habitude on est calés

La **Si-**

Comme toujours ça va aller

Sol **Ré**

On sème l'ambiance à gogo

La **Si-**

Tous ensemble on fait le show

Sol

Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La

Si-

Oublie tes soucis Viens faire la folie

Sol

Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La

Si-

Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

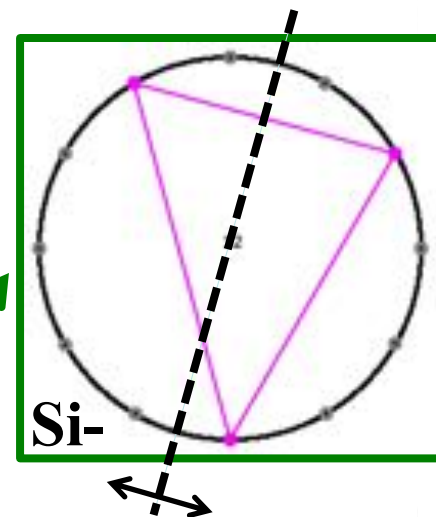
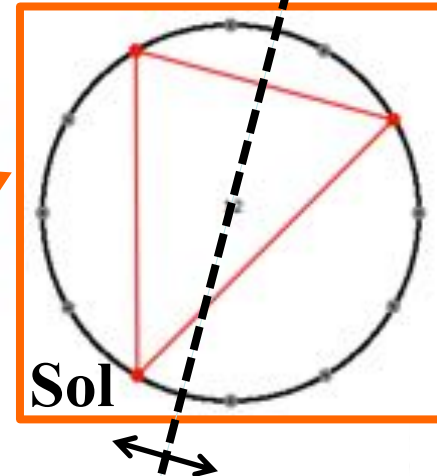
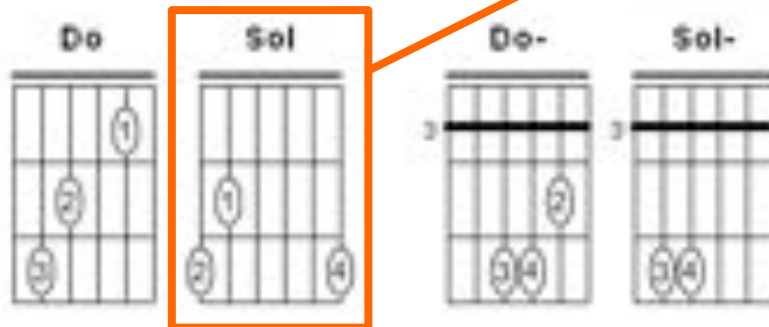
Sol

Feel the magic in the air ...

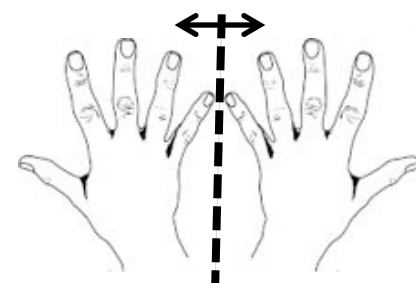


**ACCORDS
MAJEURS**

**ACCORDS
MINEURS**



**On passe d'un
accord majeur
à un accord
mineur à
travers une
symétrie !**



MAGIC IN THE AIR

Sol Ré

Feel the magic in the air, Allez, allez, allez

La Si-

Levez les mains en l'air Allez, allez, allez
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

Ré

Comme d'habitude on est calés

La Si-

Comme toujours ça va aller

Sol Ré

On sème l'ambiance à gogo

La Si-

Tous ensemble on fait le show

Sol Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La Si-

Oublie tes soucis Viens faire la folie

Sol Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La Si-

Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

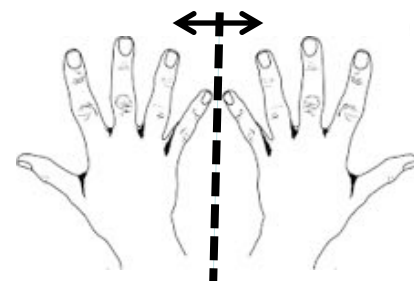
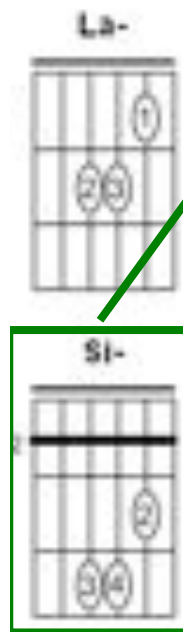
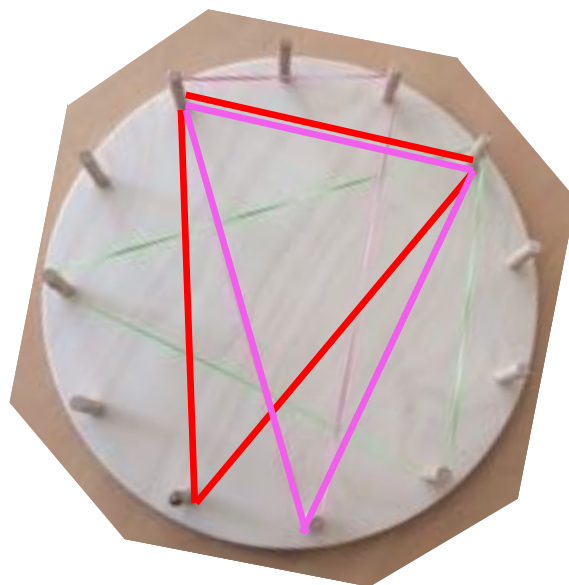
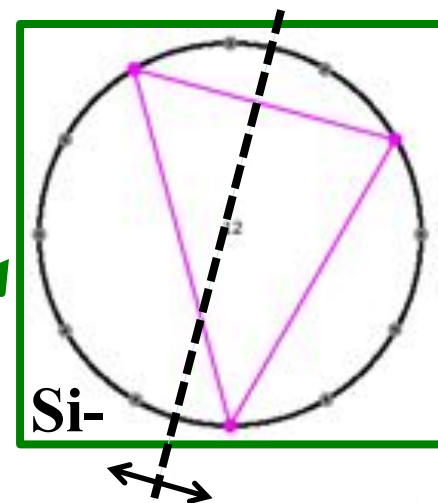
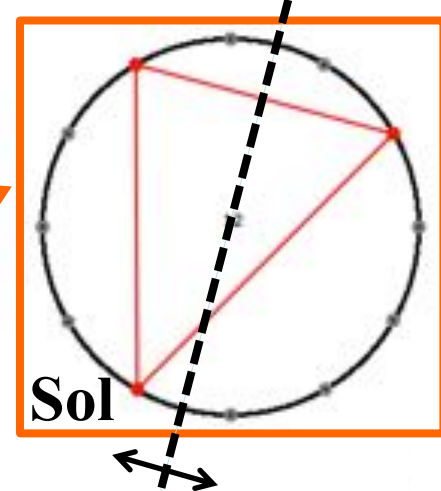
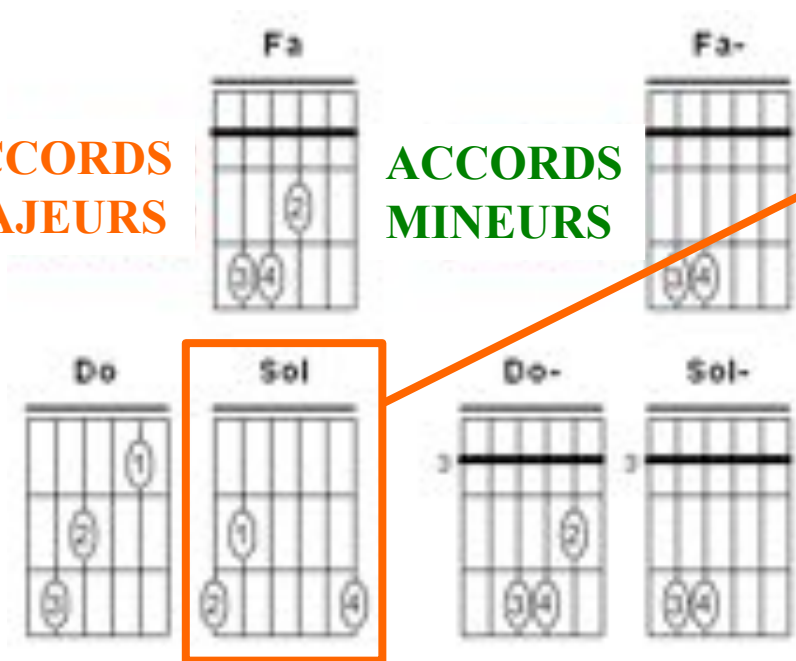
Sol

Feel the magic in the air ...



ACCORDS MAJEURS

ACCORDS MINEURS



MAGIC IN THE AIR

Sol Ré

Feel the magic in the air, Allez, allez, allez

La Si-

Levez les mains en l'air Allez, allez, allez
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

Ré

Comme d'habitude on est calés

La Si-

Comme toujours ça va aller

Sol Ré

On sème l'ambiance à gogo

La Si-

Tous ensemble on fait le show

Sol Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La Si-

Oublie tes soucis Viens faire la folie

Sol Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La Si-

Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

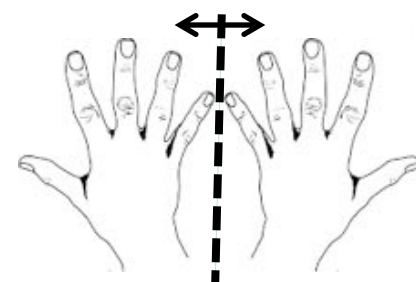
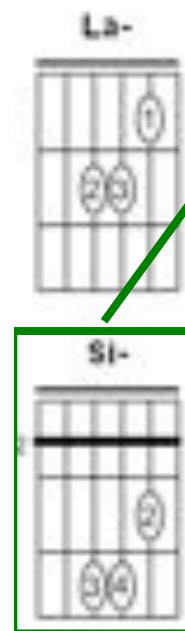
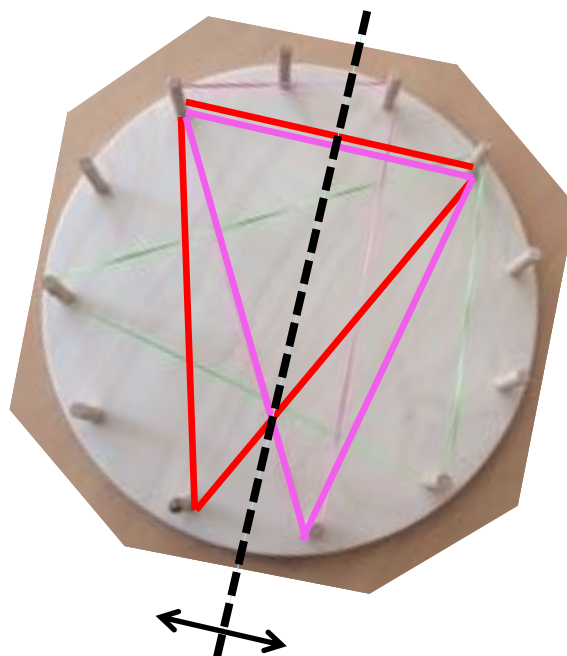
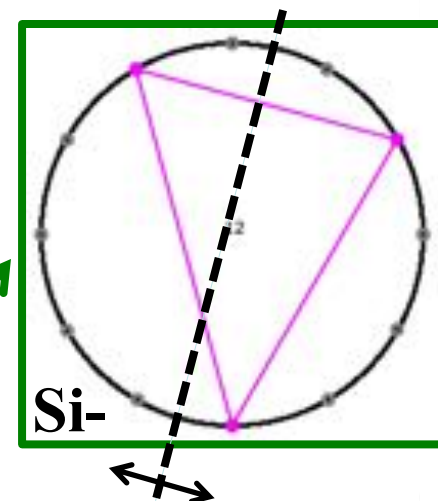
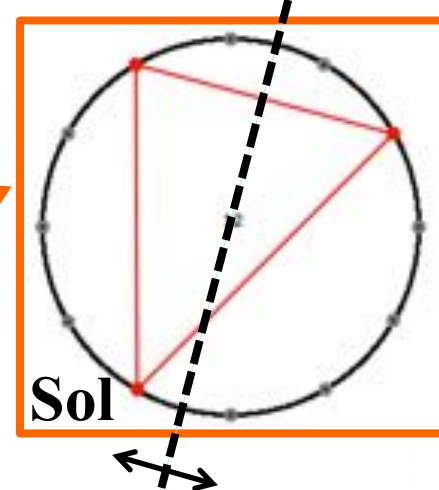
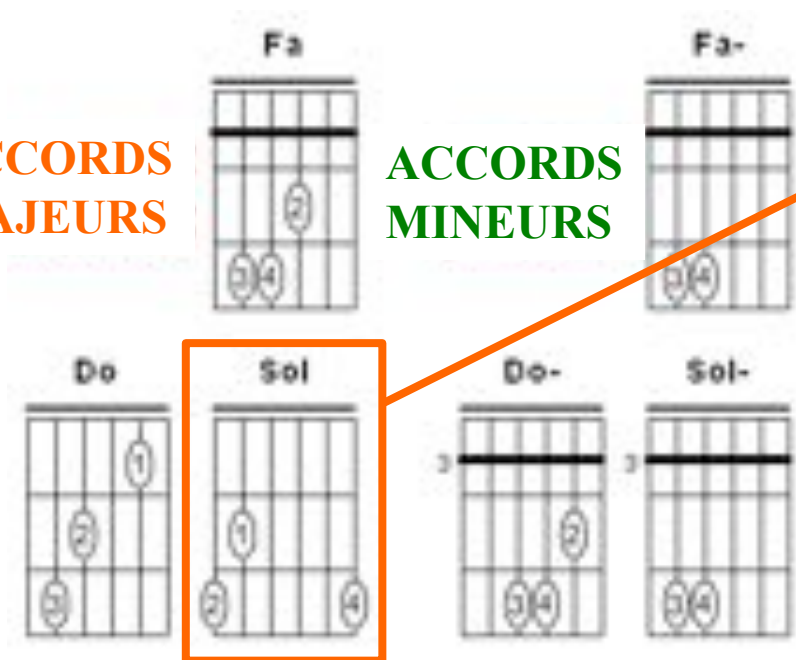
Sol

Feel the magic in the air ...



ACCORDS MAJEURS

ACCORDS MINEURS



MAGIC IN THE AIR

Sol Ré

Feel the magic in the air, Allez, allez, allez

La Si-

Levez les mains en l'air Allez, allez, allez
(x2)

(x4 avec toutes les voix)

Ré

Comme d'habitude on est calés

La Si-

Comme toujours ça va aller

Sol Ré

On sème l'ambiance à gogo

La Si-

Tous ensemble on fait le show

Sol Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La Si-

Oublie tes soucis Viens faire la folie

Sol Ré

On t'invite à la magie Y'a pas de raccourci

La Si-

Oublie tes soucis Oh oh oh oh oh oh

Sol

Feel the magic in the air ...

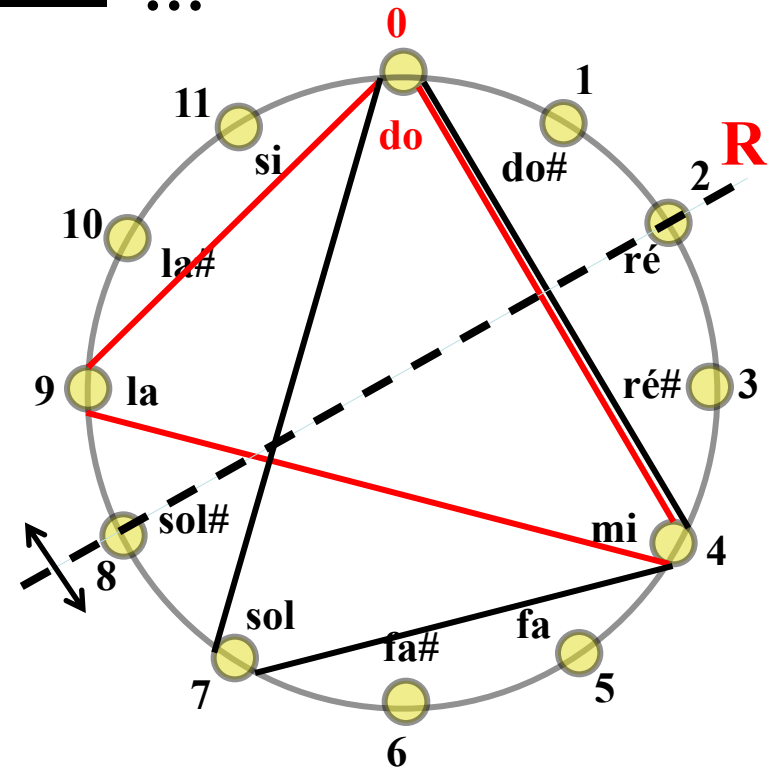
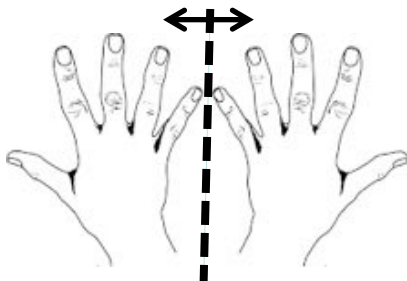
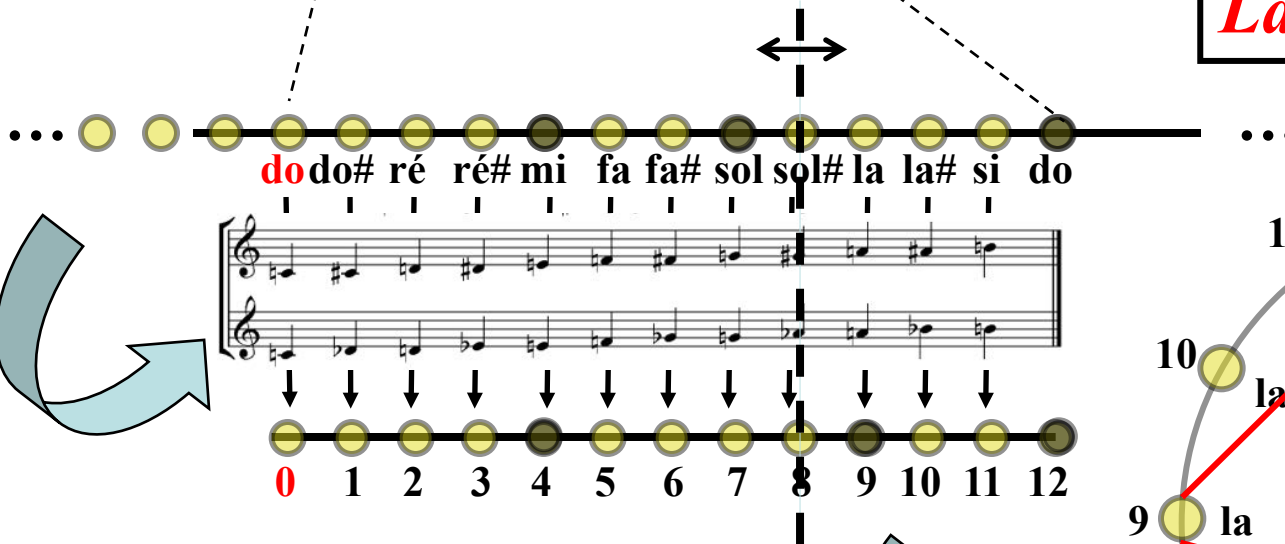
Les inversions sont des symétries axiales



R comme **relatif**

Do maj = {0,4,7}

La min = {0,4,9}



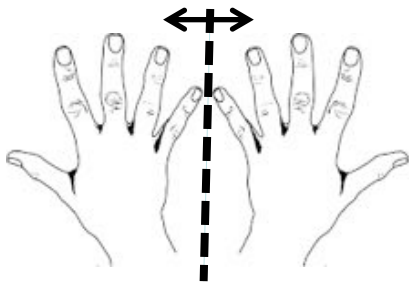
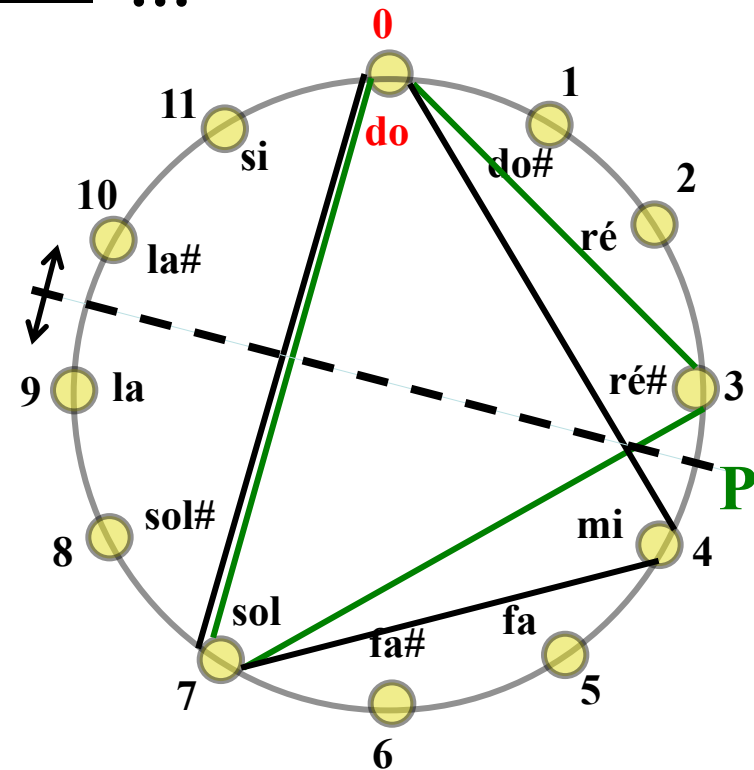
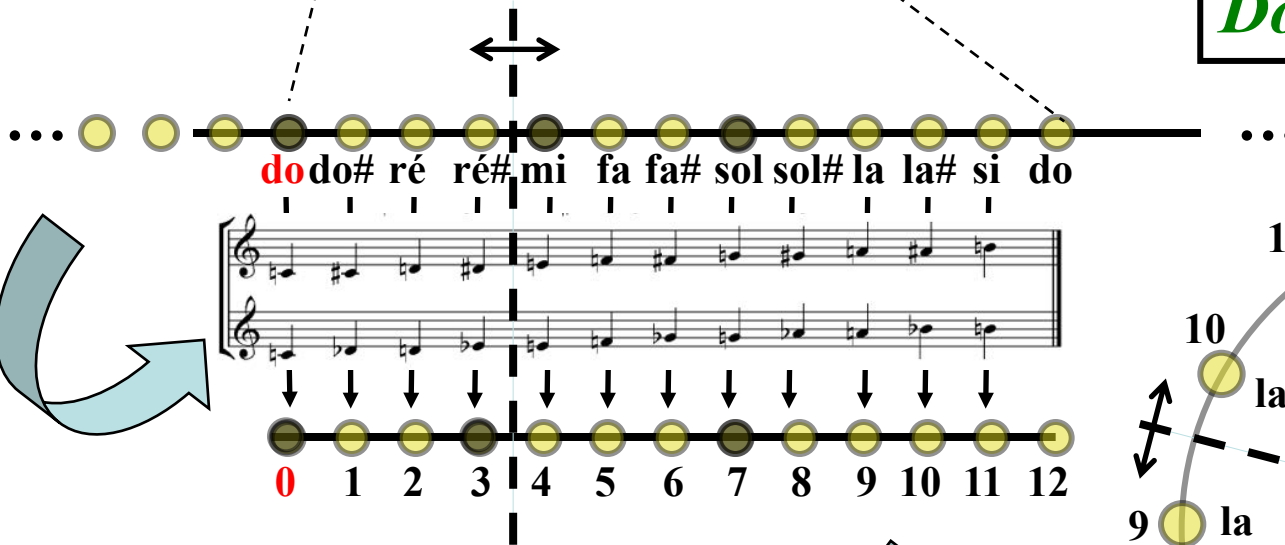
Les inversions sont des symétries axiales



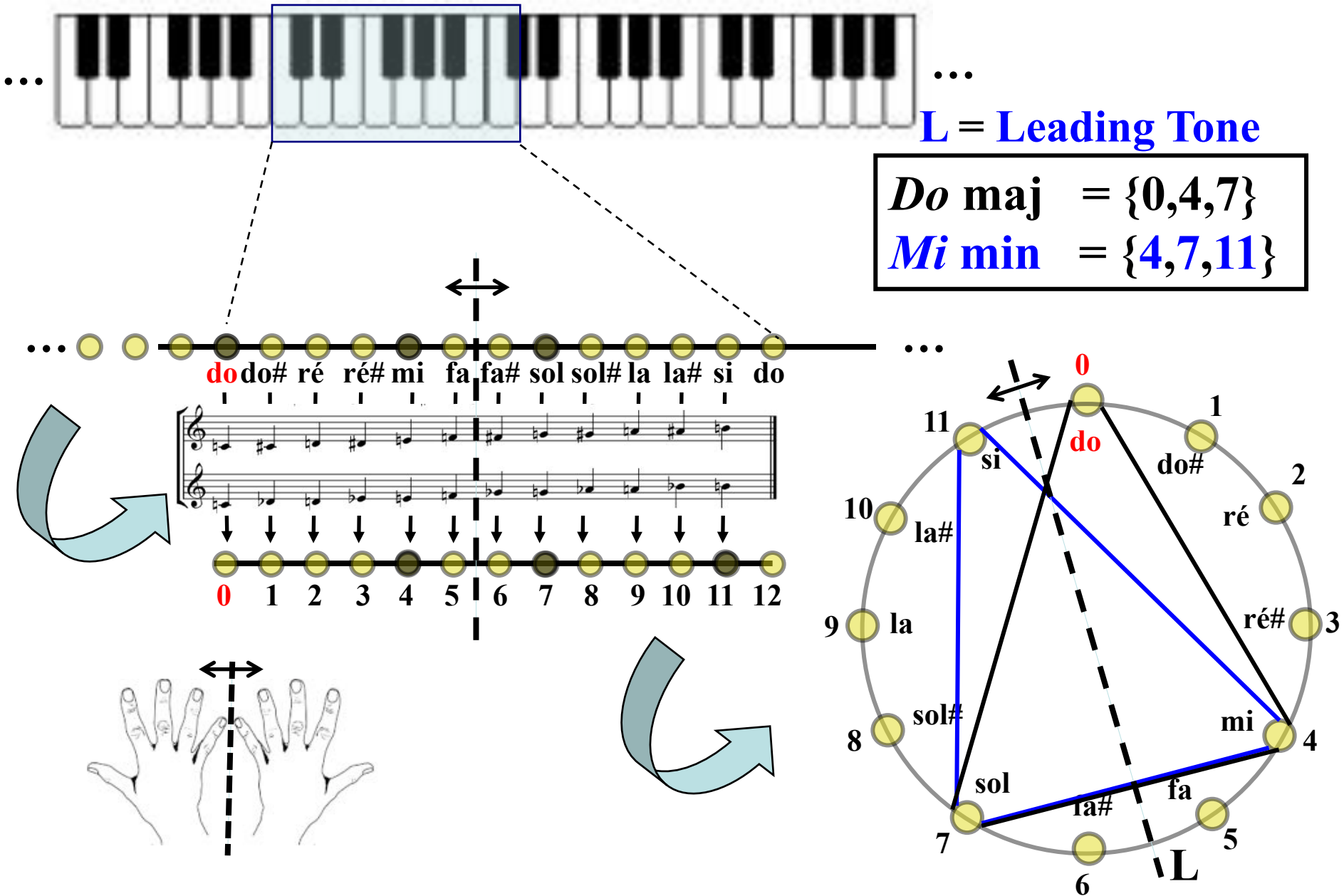
P comme **parallèle**

Do maj = {0,4,7}

Do min = {0,3,7}



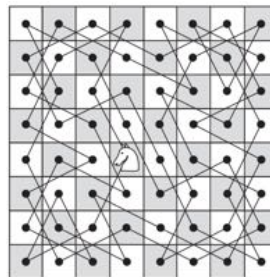
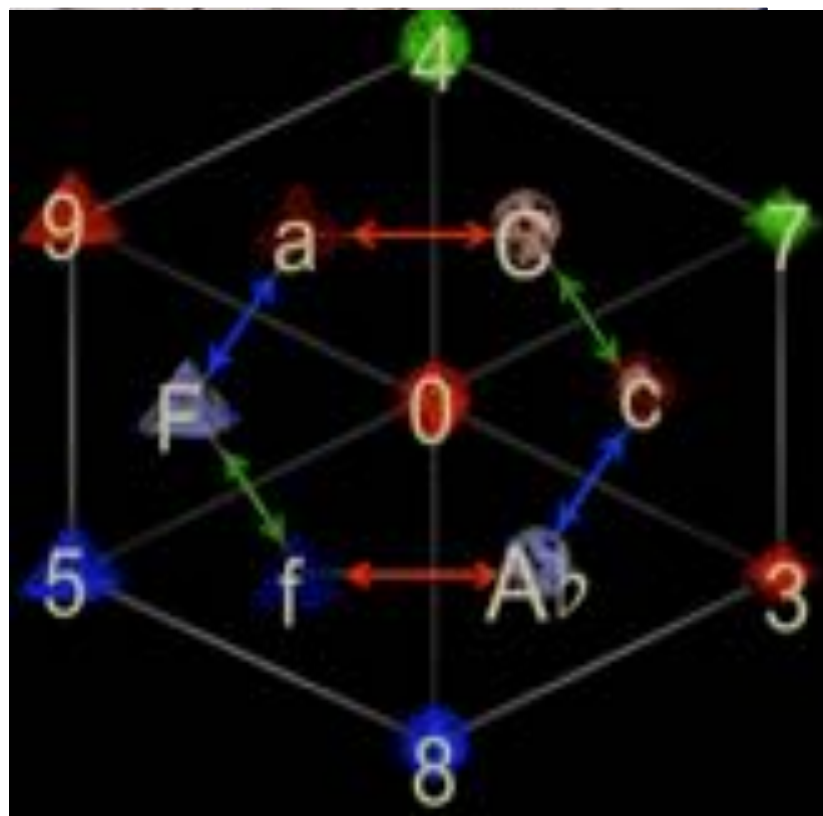
Les inversions sont des symétries axiales



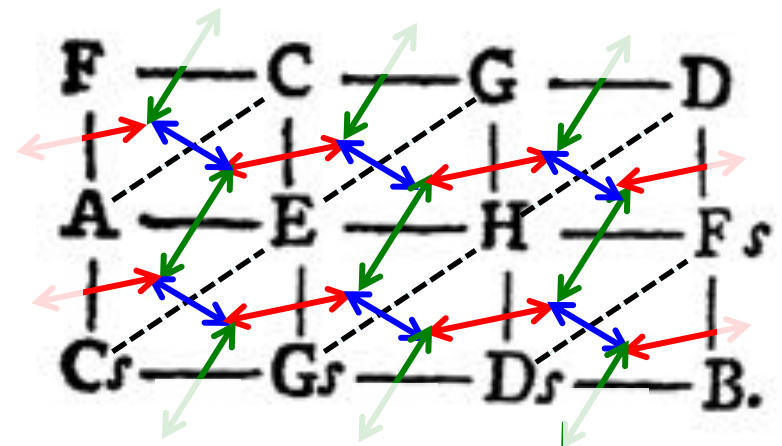
Euler et la naissance de la théorie des graphes



Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)

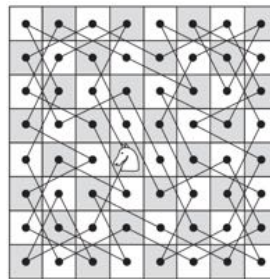
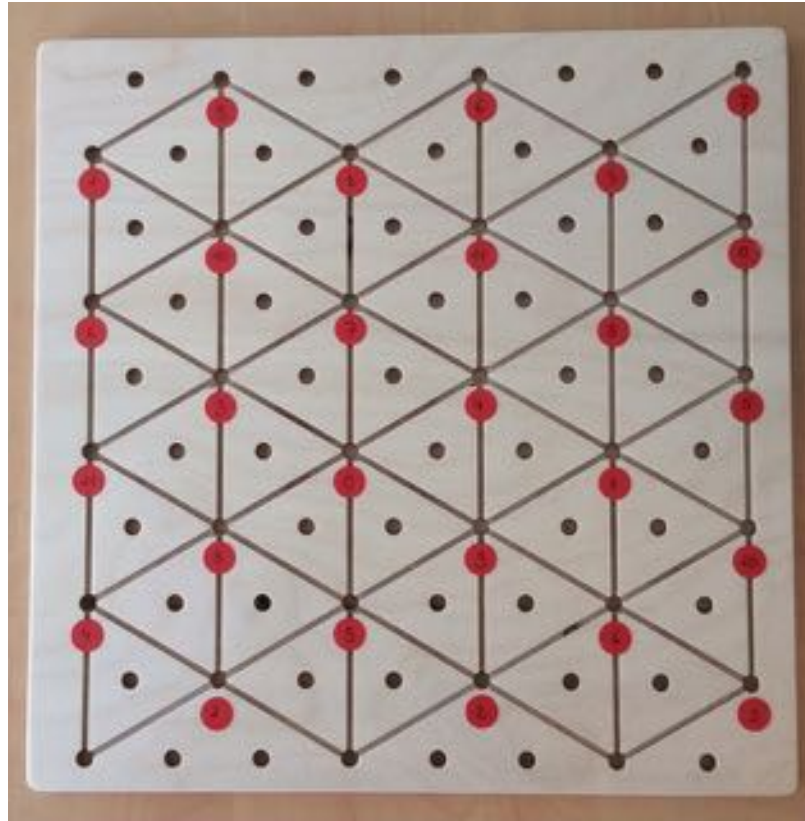


Leonhard Euler

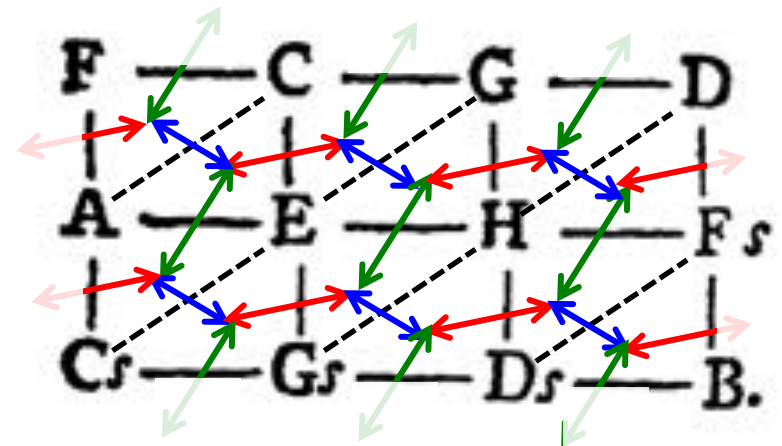


Speculum Musicum (1773)

Le Tonnetz (ou nid musical d'abeilles)



Leonhard Euler

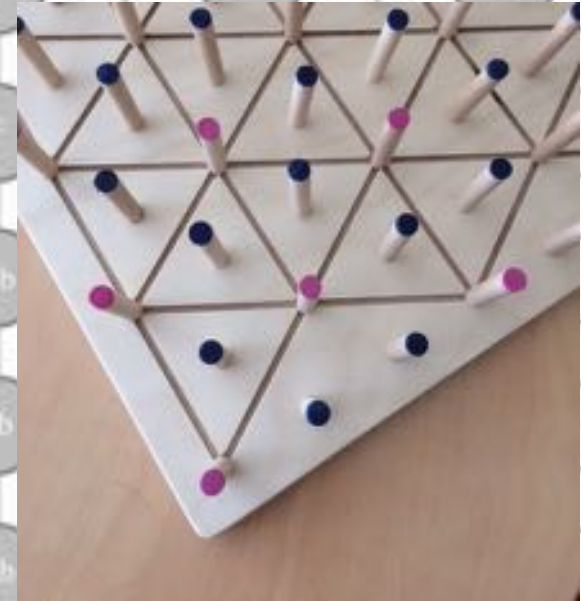
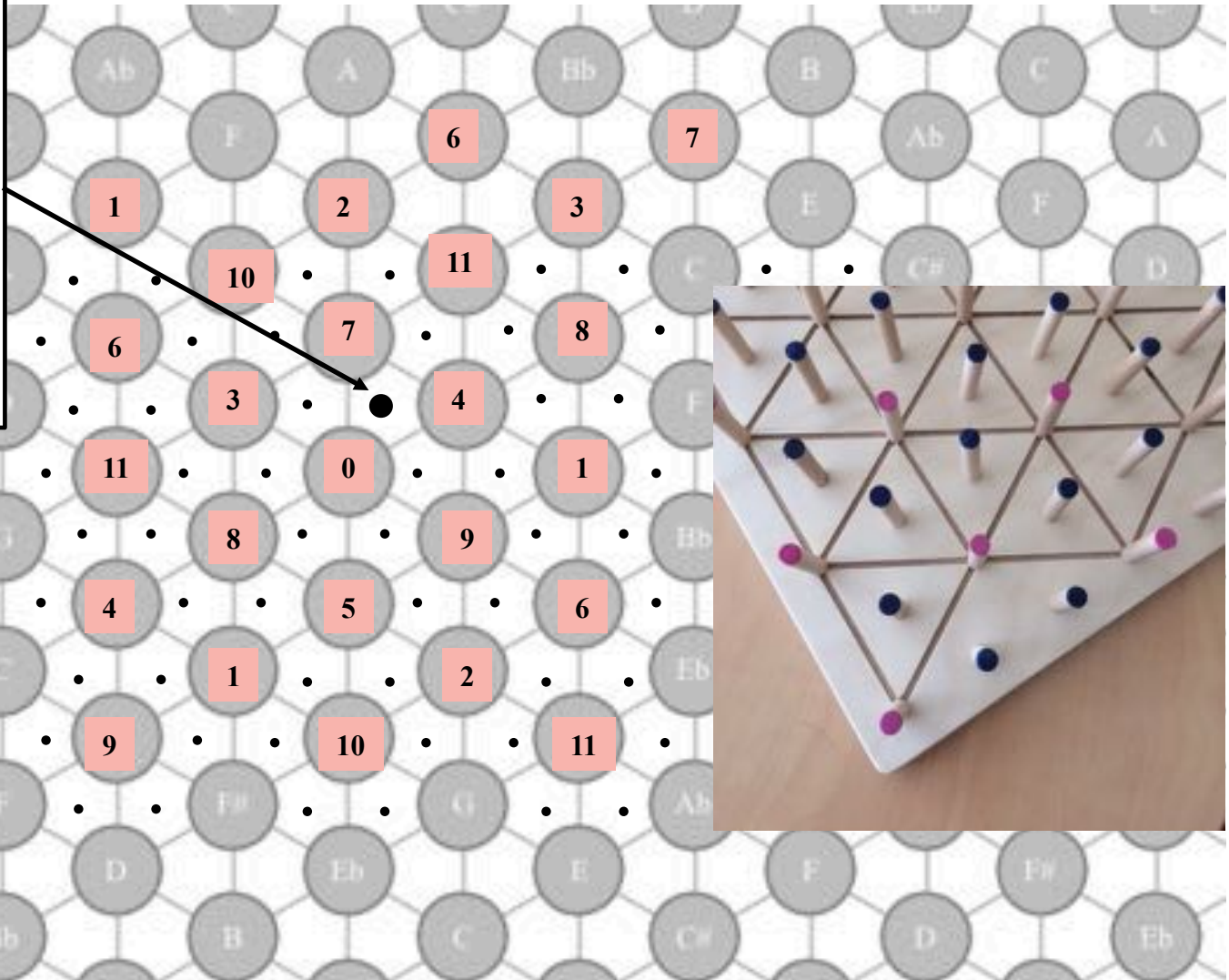
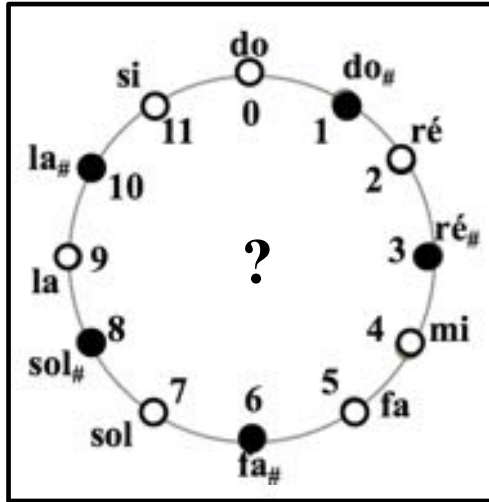


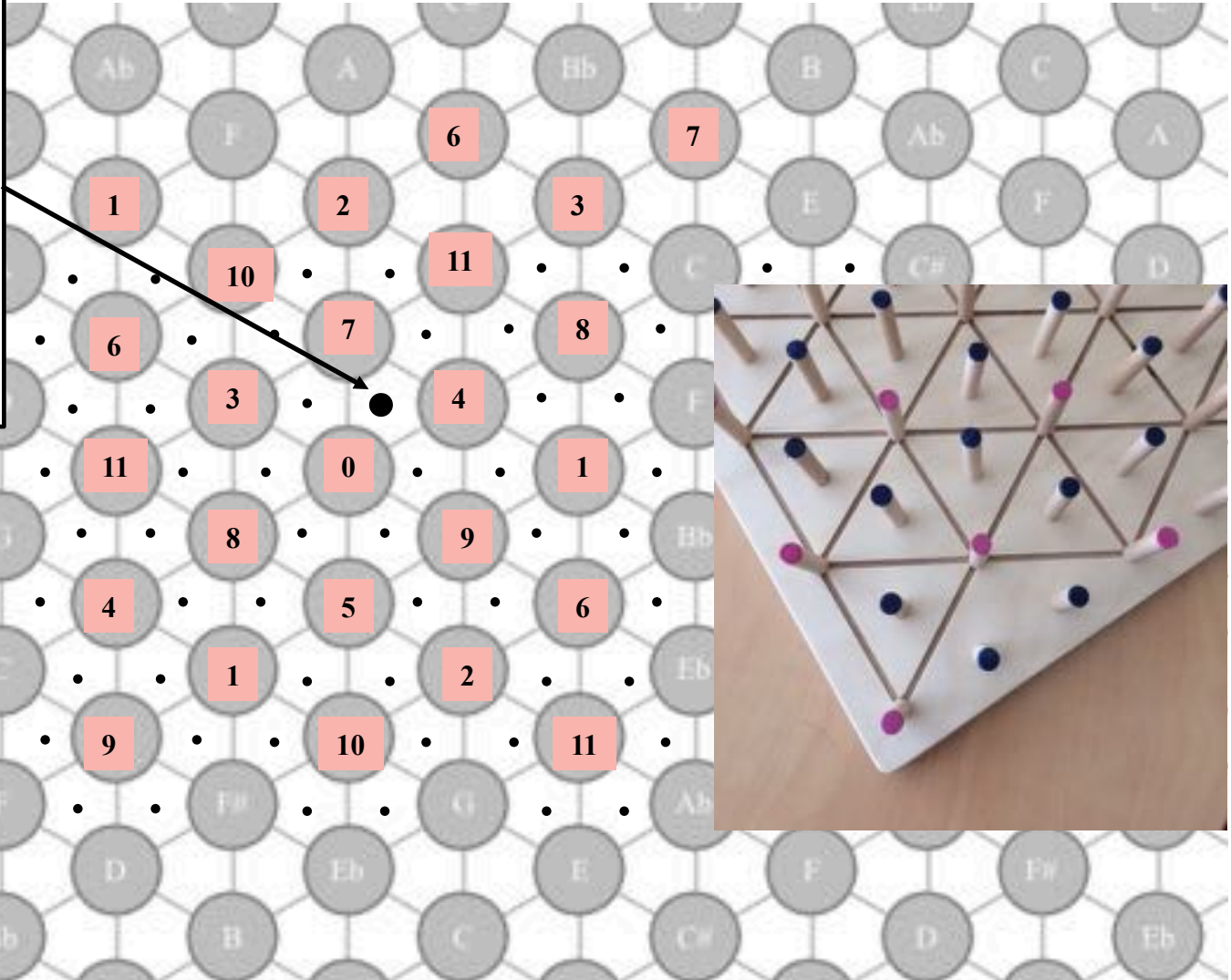
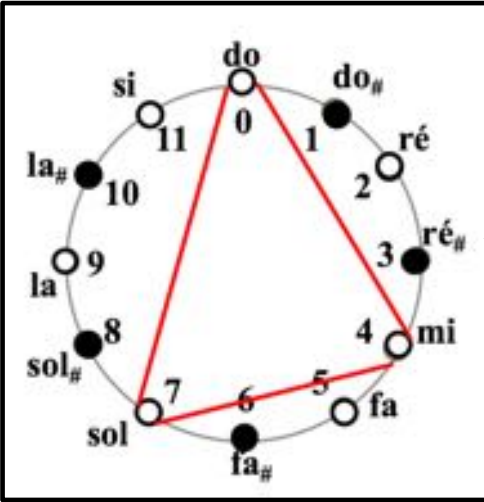
Speculum Musicum (1773)

➔ DEMO

A vous de jouer...

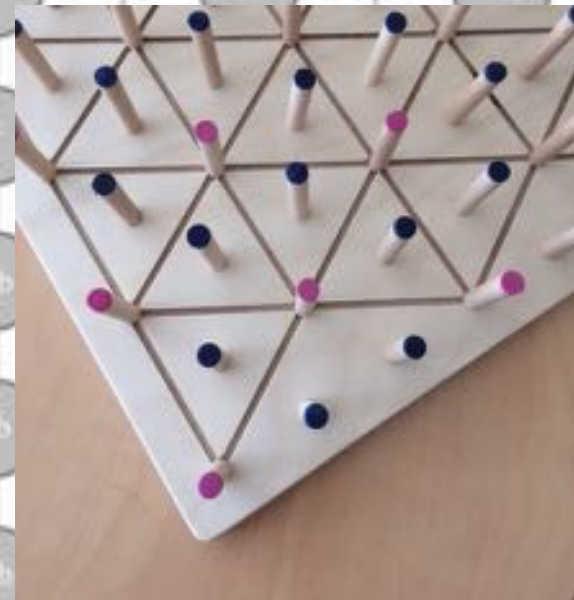
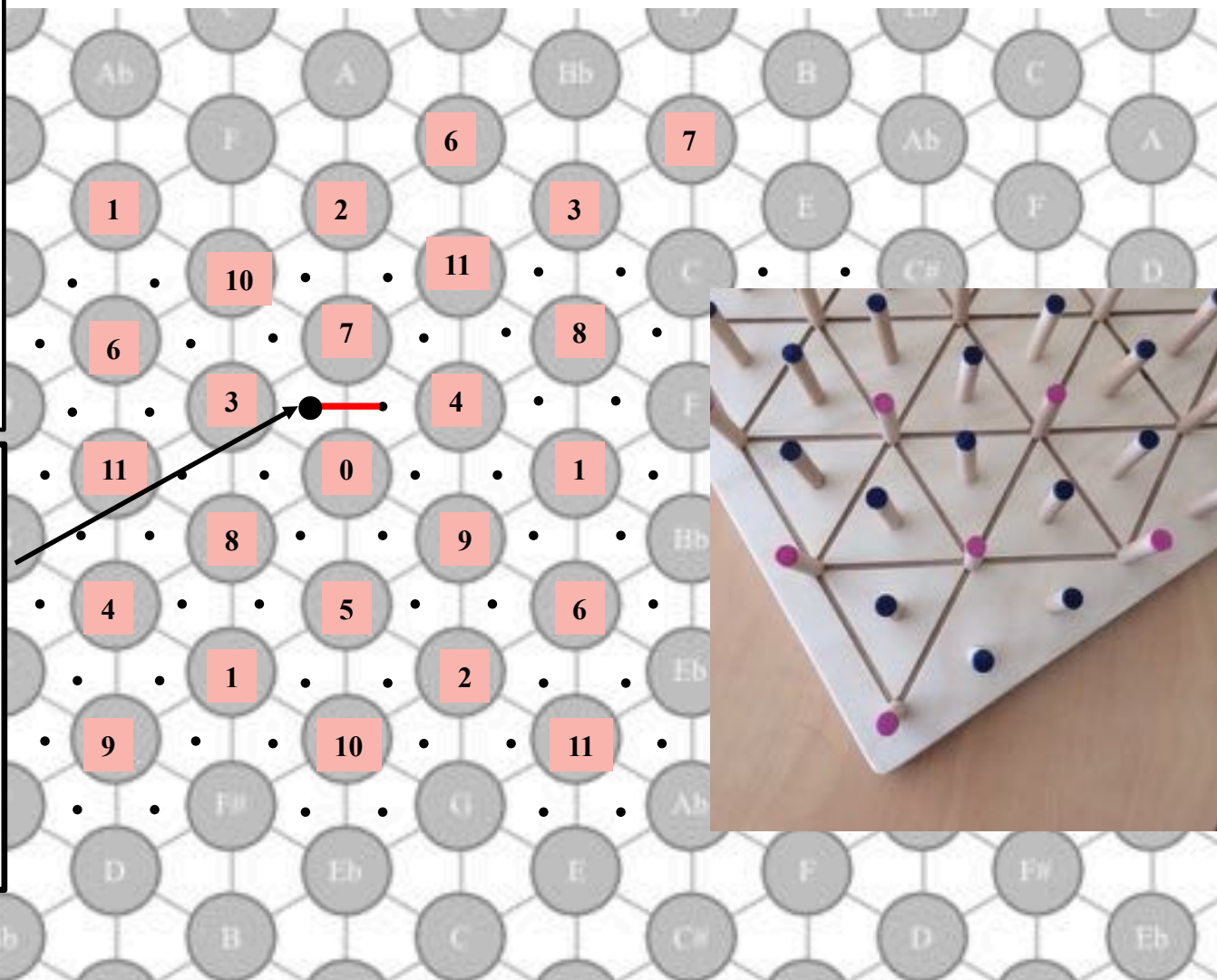
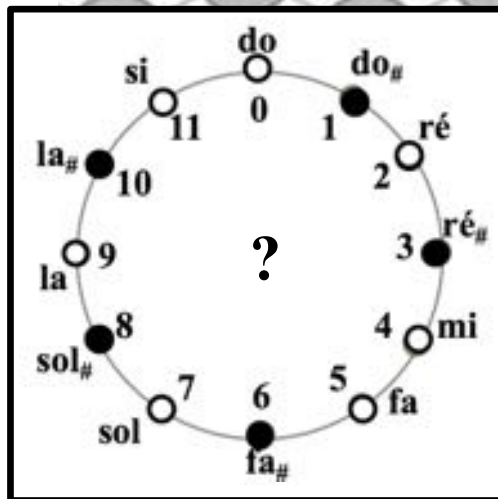
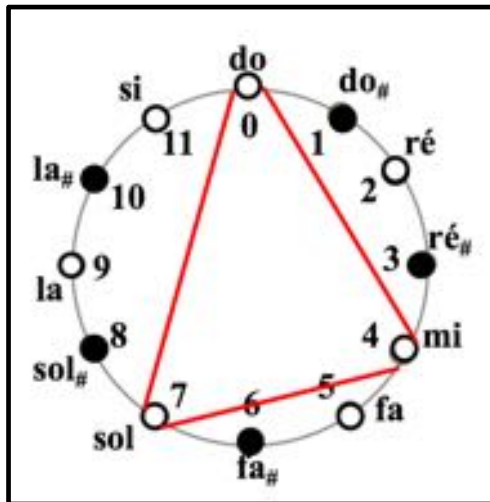
Si les bâtons roses sont les notes, à quoi correspondent les bâtons noirs ?





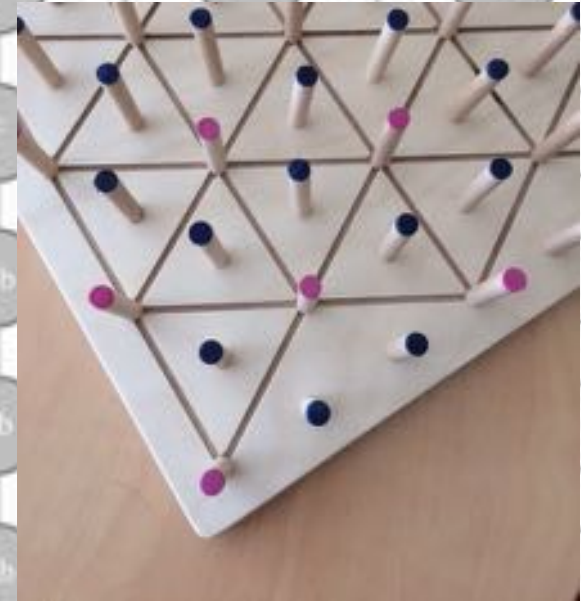
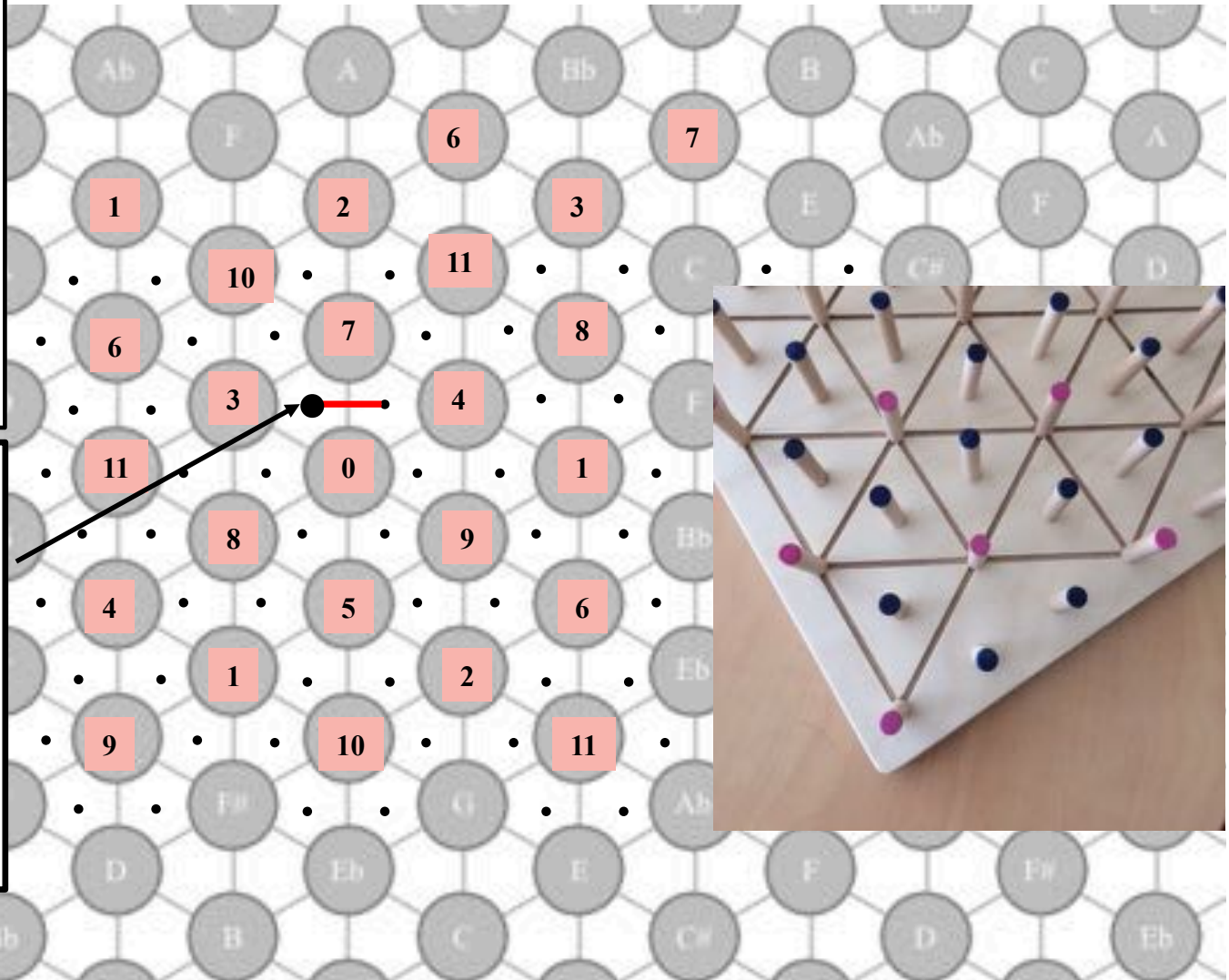
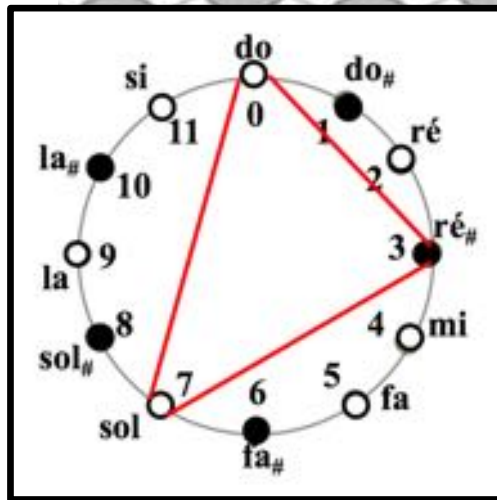
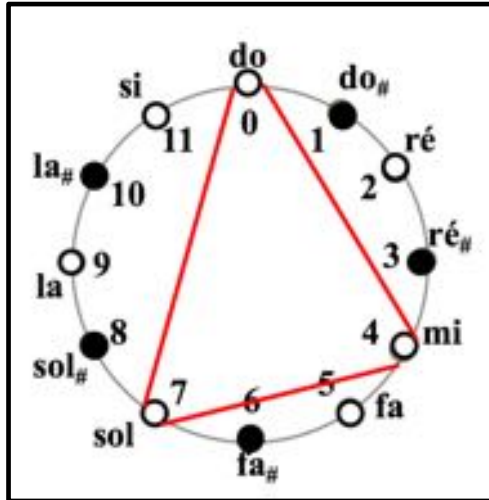
A vous de jouer...

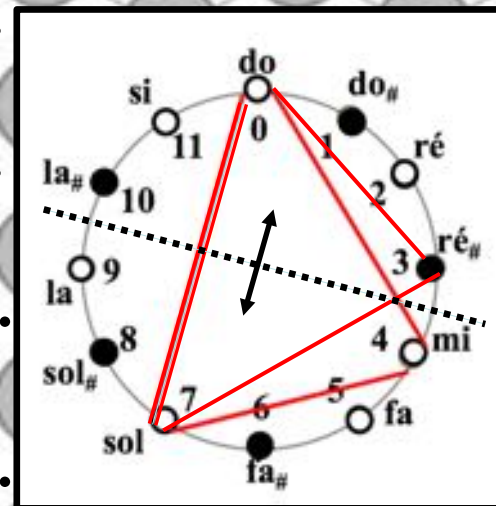
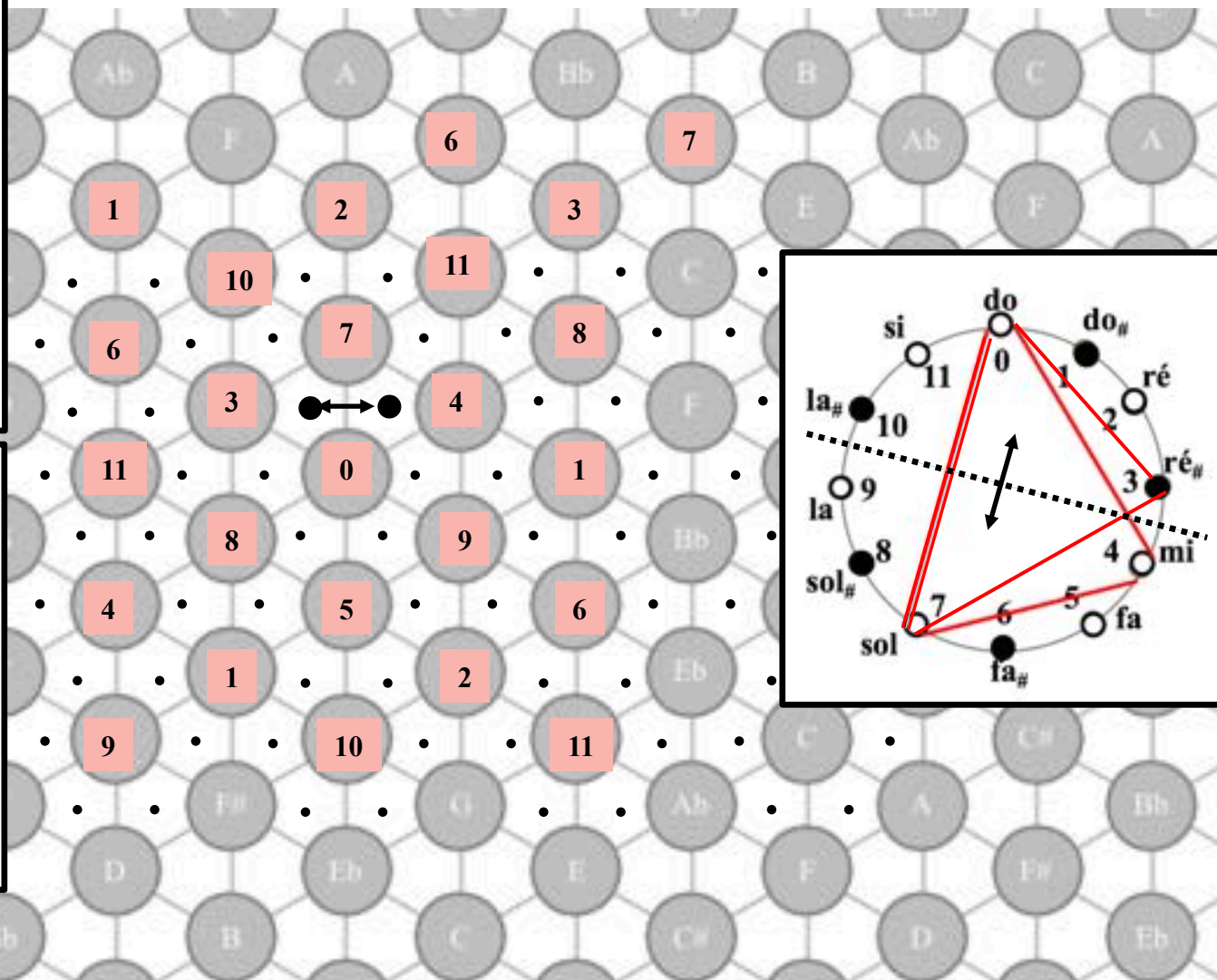
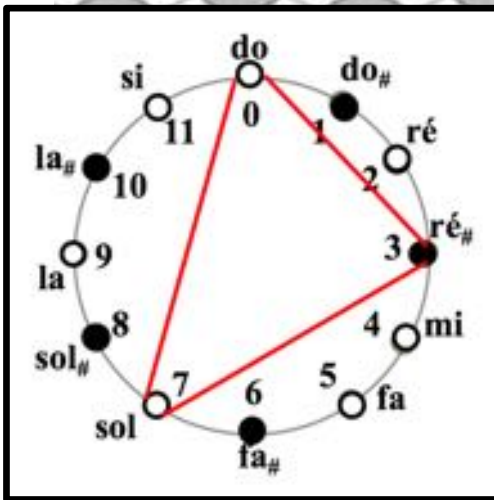
Et le point noir symétrique au précédent ?



Réponse :

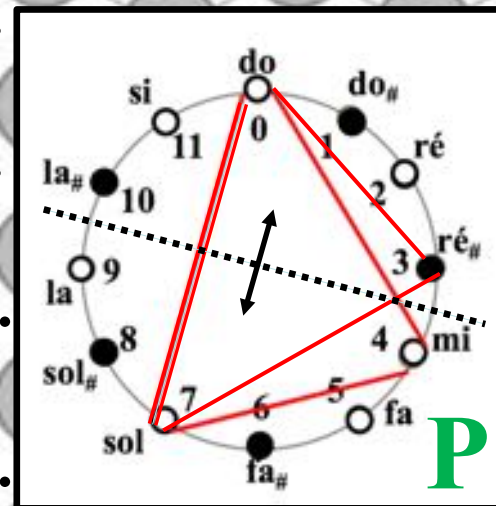
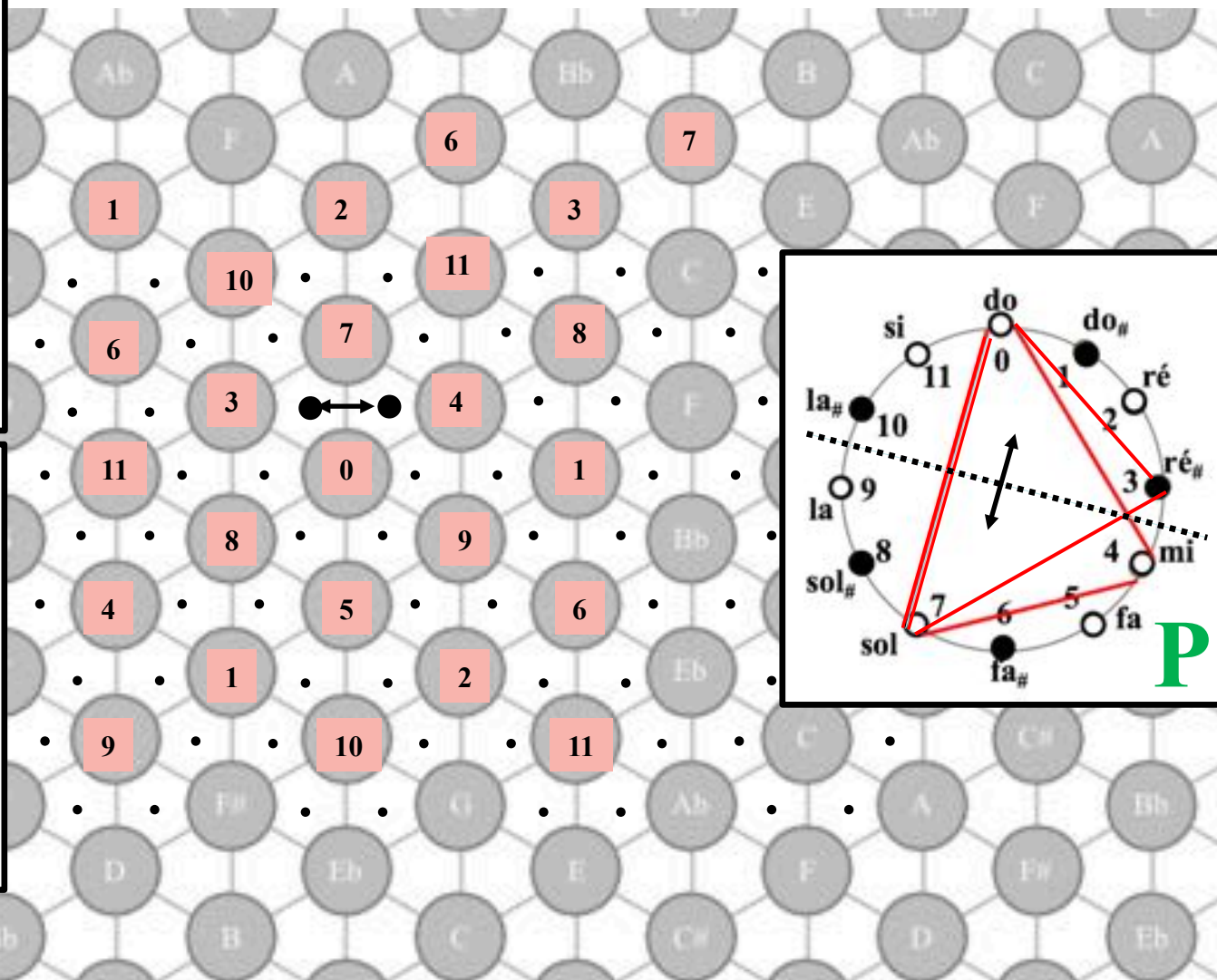
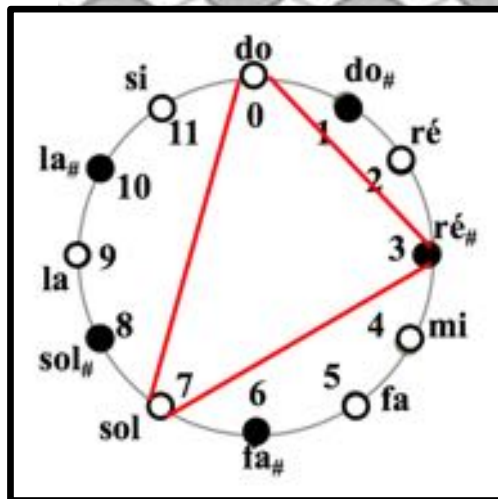
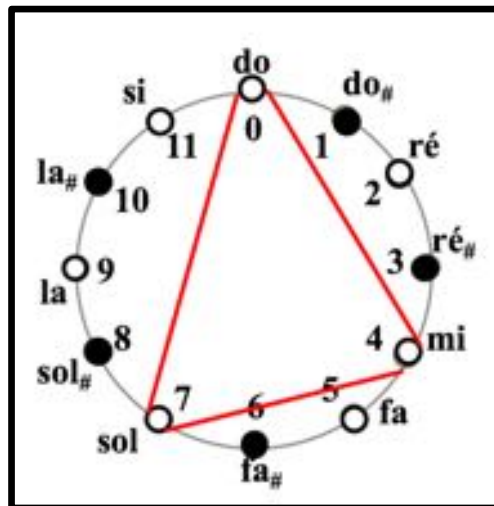
Le symétrique de l'accord majeur c'est l'accord mineur !





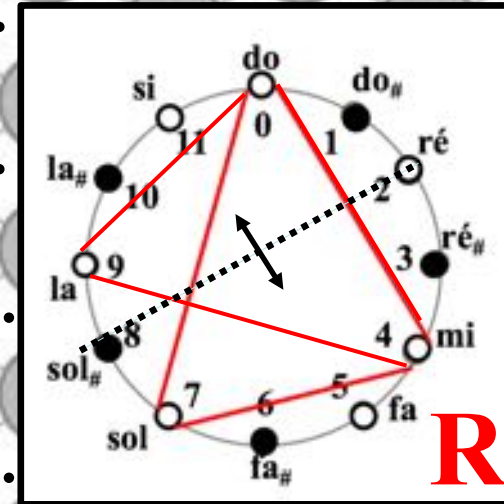
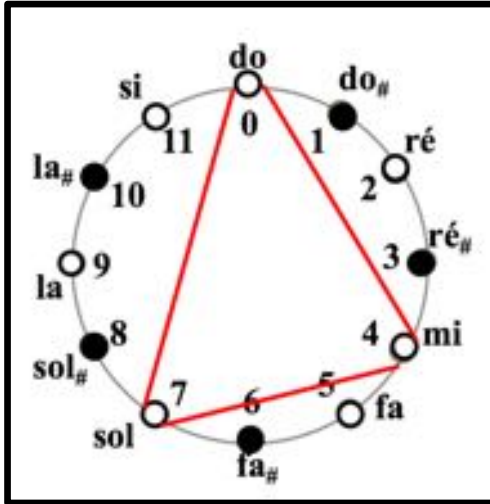
On retrouve la symétrie majeur/mineur

DO majeur ↔ DO mineur



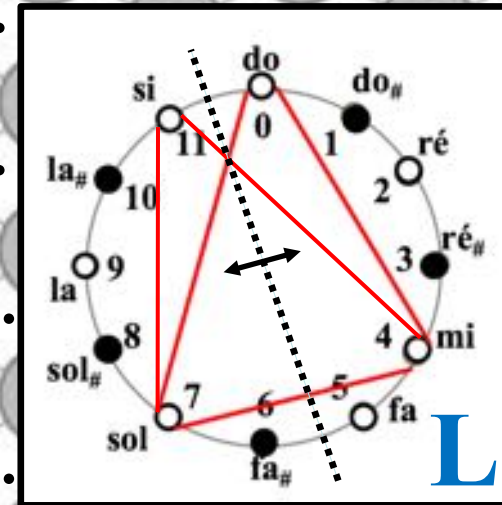
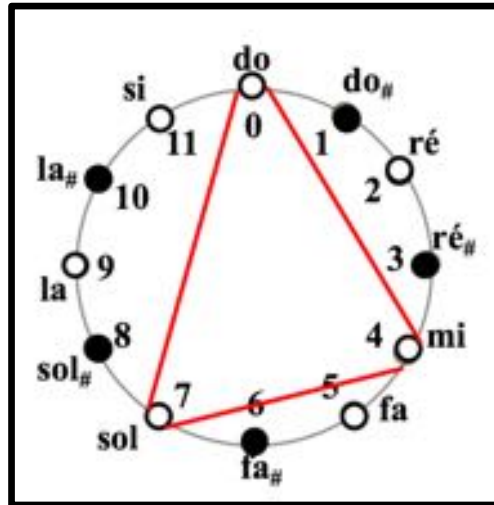
On retrouve la symétrie majeur/mineur

DO majeur ↔ LA mineur



On retrouve la symétrie majeur/mineur

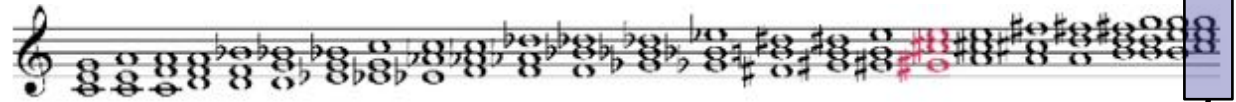
DO majeur ↔ MI mineur



Zig-zag et cycles hamiltoniens dans le Tonnetz

Le Blé en Herbe

(Polo/Morena/Dieu)



← time

Plonger comme un enfant, cheveux au vent

Croiser matin dans l'herbe folle

Sous l'océan du blé en herbe

Deux tourterelles qui s'envolent

Marée d'épis couleur d'amande

Suivre les jeux des hirondelles

Qui tendent à caresser le ciel

Sur le paysage éternel

Nager comme un enfant, cheveux au vent

Algues tendres de mille plages

Sous l'océan

Frôlant le ventre des nuages

Du blé en herbe

Cheveux de pluie, dos de poissons

Marée de fruits au goût amer

Qui frissonnent à l'unisson

Acide et salée comme la mer

Suivre le bord des continents

Vers l'îlot d'un petit village

Dans l'océan du blé en herbe

Vers un château d'eau sur la plage

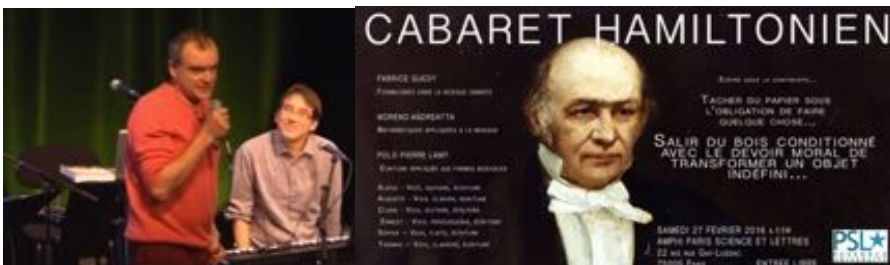
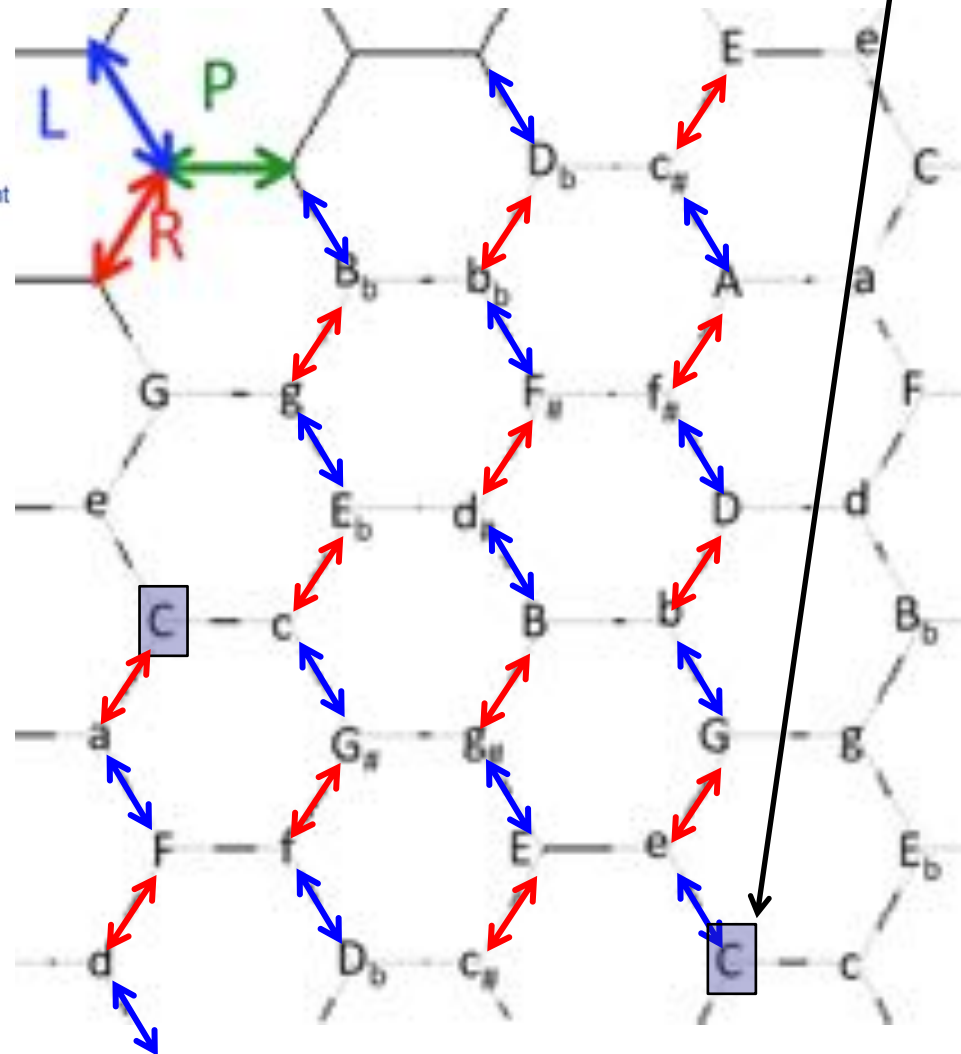
Pêcher le corail du pavot

Quand tout s'éteint avant l'orage

Dans le sang des coquelicots

Quand se lève le vent du large

Sur le blé vert



www.mathemusic.net

M. Luzzi (1914-2005)

Luzi

Hamiltonian Song
on
Spinnennetz
2014

Lyrics by Mario Luzi
Music and Vocals by Moreno Andreatta
Graphics and Animation by Gilles Baroin
Spinnennetz by Gilles Baroin, Hugò Seress
Original "Chicken Wire" graph by J.Douthett, P.Steinbach

min. 1'19"

Les contraintes dans l'art : l'OuLiPo (Ouvroir de Littérature Potentielle)



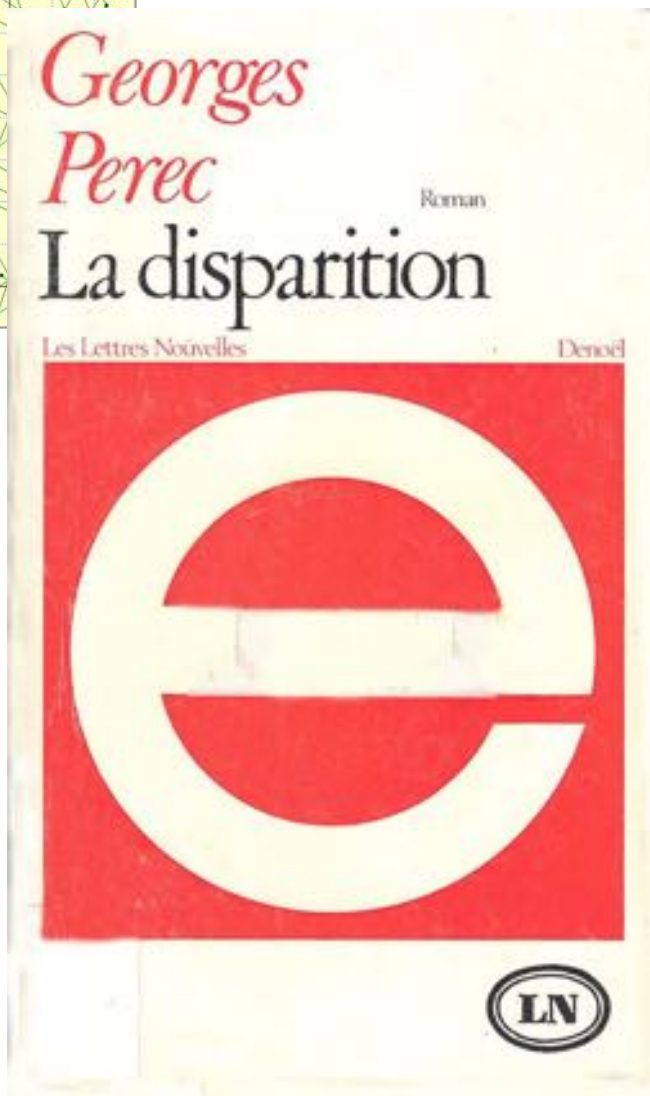
Cent mille milliards de poèmes, 1961



Georges Perec



La vie mode d'emploi,



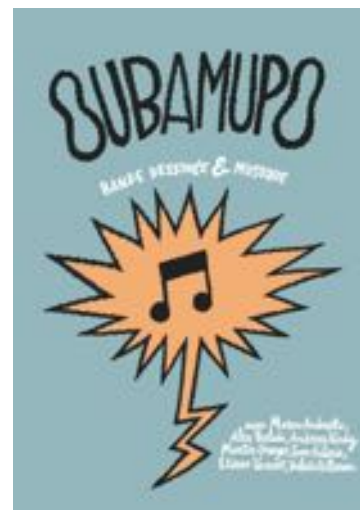
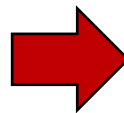
Raymond Queneau



Italo Calvino

Le Château des destins croisés, 1969

De l'OuLiPo à l'OuMuPo (ouvroir de musique potentielle)



Valentin Villenave



Mike Solomon



Jean-François
Piette



Martin
Granger



Joseph Boisseau



Moreno Andreatta



Tom Johnson

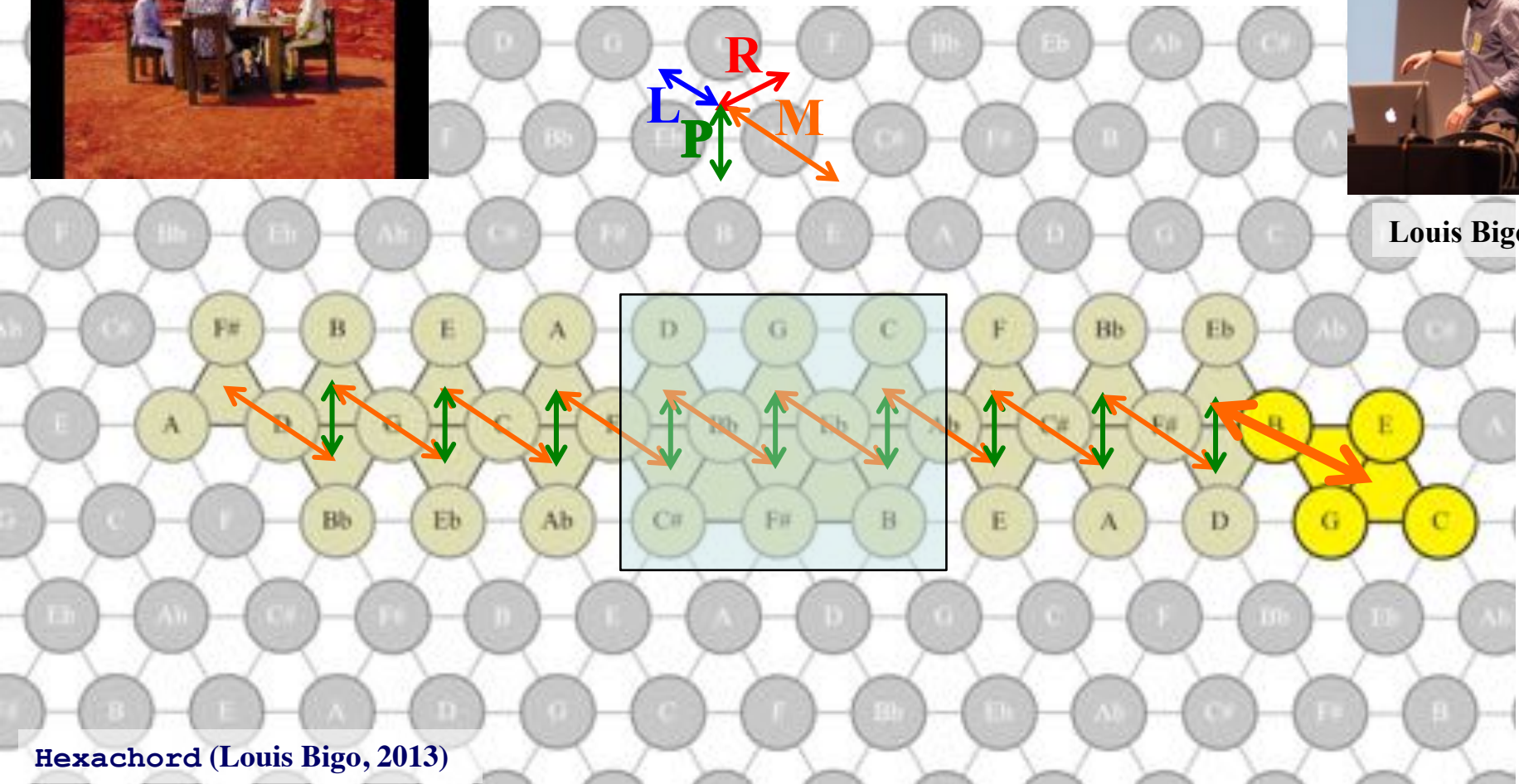
Symétries et procédés algorithmiques chez *Muse*



“Take a bow” (*Black Holes and Revelations*, 2006)



Louis Bigo





<https://imaginary.org/>

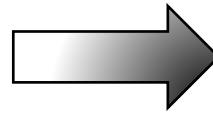


L'environnement web Tonnetz

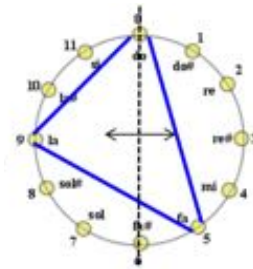
(conçu et développé par C. Guichaoua & M. Andreatta / Projet SMIR, USIAS/Université de Strasbourg)

➔ <https://guichaoua.gitlab.io/web-hexachord/>

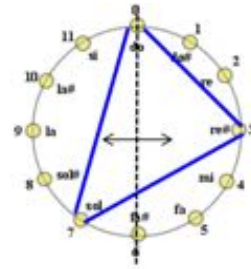
L'harmonie négative ou la dualité majeur/mineur



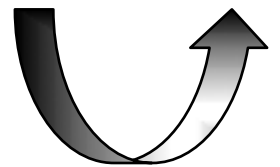
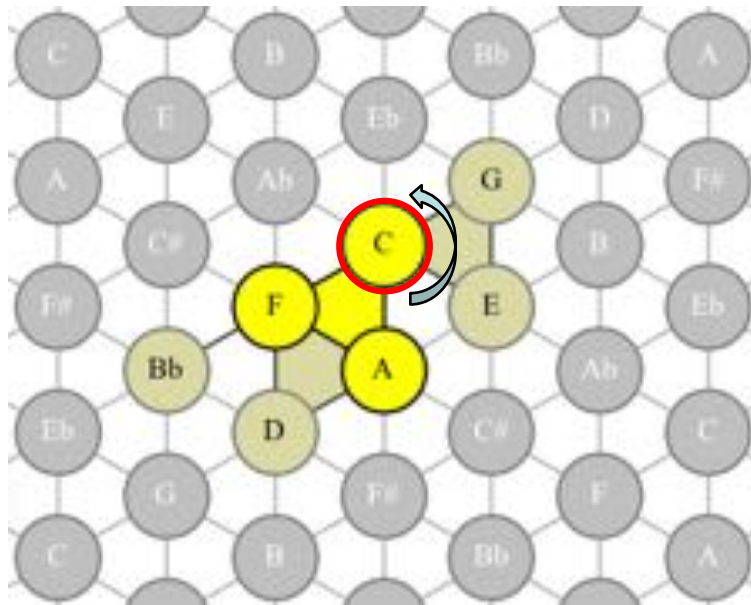
**Accord
majeur**



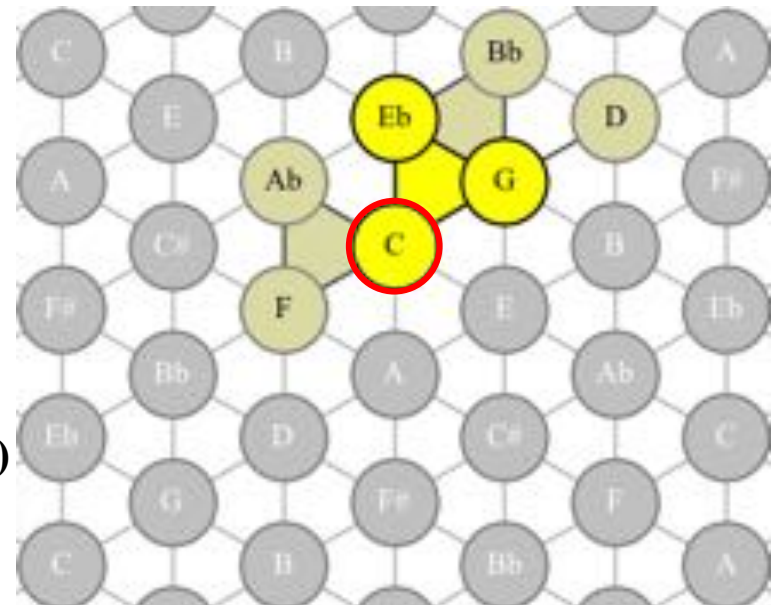
inversion

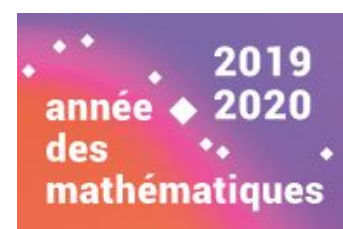


**Accord
majeur**



**Rotation
(autour du do)**





Math'n pop

Conférence
concert

<https://www.mathnpop.com/>

Merci
et...

...à
bientôt
avec
Math'n
Pop !

