



Mission pour les initiatives
transverses et
interdisciplinaires

Processus et techniques d'apprentissages - AAP 2020

IDENTIFICATION

Civilité/NOM/Prénom du porteur/de la porteuse du projet	Mr ANDREATTA Moreno	
Section du comité national de la recherche scientifique	CID 53 (et 07)	
Etablissement de rattachement (CNRS, Université de Nantes, CEA, etc.)	CNRS	
Code Unité (UMR, UPR, EA, etc.)	UMR 7501	
Nom du laboratoire et/ou de l'équipe	IRMA	
Pour les unités rattachées au CNRS	Institut principal	INSMI
	Délégation régionale	Délégation Alsace

Projet

Titre long du projet (150 caractères maximum)	Processus et techniques d'apprentissages des savoirs 'mathémusicaux' : peut-on apprendre les maths à partir de la musique ?
Acronyme du projet	ProAppMaMu

Identification des équipes travaillant sur le projet

Etablissement de rattachement (CNRS, Université de Nantes, CEA, etc.)	Code Unité (UMR, UPR, EA, etc.)	Nom du laboratoire et/ou de l'équipe	Pour les unités rattachées au CNRS		Civilité/NOM/Prénom des personnes impliquées
			Institut principal	Délégation régionale	
CNRS	UMR 7501	IRMA	INSMI	Alsace	Mr. ANDREATTA Moreno (DR2), Mr. GUILLOT Pierre (MdC)
Université de Strasbourg	EA 3402	ACCRA			Mr. HASCHER Xavier (Prof.), Mme HEROLD Nathalie (post-doc)
CNRS	UMR 9912	STMS	INS2I	Paris Villejuif	Mr. BESADA José-Luis (post-doc), Mr. GUICHAOUA Corentin (post-doc)
CNRS	UMR 3571	Institut Pasteur	INSB	Ile-de-France Meudon	Mr. LEGRAIN, Pierre (DR1), Mr. LETAILLEUR Alain (pédagogue), Mme BISESI Erica (post-doc)

PROJET DE RECHERCHE

1 - Résumé

En renversant la perspective traditionnelle qui privilégie l'application des mathématiques aux arts, et à la musique en particulier, ce projet de recherche propose de partir de la musique, de ses constructions théoriques, analytiques et compositionnelles et leur cognition et perception pour remonter aux mathématiques. En s'appuyant sur des travaux de recherche à la pointe dans le domaine de la musicologie computationnelle, le projet se propose d'explorer des méthodes d'éducation et des techniques d'apprentissage innovantes dans les champs des mathématiques grâce à un ancrage dans la réalité sensible offerte par la musique. Le protocole d'apprentissage s'appuie sur l'environnement web *The Tonnetz*, un logiciel original et innovant dans le domaine des représentations géométriques et topologiques des structures et processus musicaux, et ouvre une collaboration inédite entre mathématiciens, informaticiens, musicologues, psychologues de la perception et neuroscientifiques.

2 - Mots-clés

Géométrie, modélisation informatique, musicologie, cognition, perception

3 - Exposé scientifique du projet

Le domaine des relations entre les mathématiques et la musique constitue indéniablement un champ de recherche en forte expansion, et cela depuis presque une vingtaine d'années (Assayag et al., 2002). En particulier, depuis la création en 2007 d'une société savante internationale - la *Society for Mathematics and Computation in Music* - ainsi que le lancement la même année du *Journal of Mathematics and Music*, première revue à comité de lecture sur mathématiques/musique, ce champ de recherche interdisciplinaire a trouvé une place officielle au sein de la recherche mathématique contemporaine. L'inscription, en 2010, de la discipline « Mathematics and Music » dans la *Mathematics Subject Classification* (sous le code 00A66) a constitué une étape ultérieure dans le processus d'institutionnalisation de la recherche « mathémusicale ». Les mathématiques s'appliquant à toute discipline, des sciences humaines et sociales aux neurosciences cognitives, il n'est en effet pas surprenant qu'elles puissent également constituer un outil précieux dans la compréhension des phénomènes artistiques et, en particulier, musicaux. Cependant, en renversant cette perspective qui établit un rapport d'application entre les outils mathématiques et le domaine à appréhender, il est tout à fait possible de mettre en évidence le rôle stratégique joué par la musique dans l'émergence de champs d'études au sein même des mathématiques (Andreatta, 2008). Cette perspective est à la base du projet SMIR [*Structural Music Information Research*], mené initialement dans le cadre d'une fellowship de l'Institut d'Etudes Avancées de l'Université de Strasbourg et intégré officiellement aux activités de recherche de l'IRMA en tant qu'axe transversal, mené en collaboration étroite avec le Labex GREAM (Groupe de Recherche Expérimentale sur l'Acte Musical) de l'Université de Strasbourg et l'équipe Représentations musicales du laboratoire STMS de l'Ircam. Cette dynamique, que nous avons proposé d'appeler « mathémusicale », peut être représentée à l'aide d'un diagramme (Fig. 1) montrant la circulation des savoirs, de la musique aux mathématiques et vice-versa en passant par l'informatique, tout en intégrant les aspects épistémologiques et cognitifs (Andreatta, 2018).

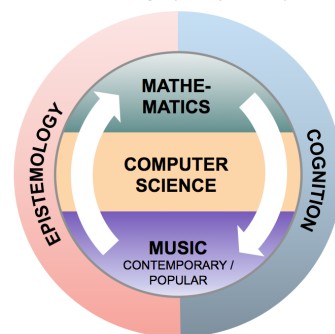


Figure 1 : diagramme détaillant la dynamique « mathémusicale » à la base du projet SMIR

Le projet « Processus et techniques d'apprentissages des savoirs 'mathémusicaux' » (ProAppMaMu) poursuit la réflexion sur la place des environnements informatiques dans la recherche « mathémusicale » contemporaine en proposant une pédagogie innovante pour l'apprentissage des concepts et constructions mathématiques à partir des problèmes posés par la musique. Pour ce faire, il est essentiel d'approcher la musique dans une perspective dépassant les barrières entre genres et en mettant sur le même plan les musiques savantes et celles issues des traditions populaires (pop, rock, jazz et chanson). Le développement d'outils computationnels représente une condition nécessaire pour articuler des aspects théoriques avec des approches expérimentales tout en ouvrant des perspectives pédagogiques inédites

dans la transmission des savoirs « mathémusicaux » au-delà du cercle des spécialistes. Pour cela, l'étude des représentations géométriques des processus musicaux, implantées dans l'environnement web *The Tonnetz*, représente une étape essentielle dans le processus de mise en évidence des structures mathématiques dont la musique est porteuse. La figure suivante (Fig. 2) montre les éléments de base de l'environnement web *The Tonnetz*, permettant une représentation des structures harmoniques (les accords) à la fois dans la triangulation du plan (les triangles correspondant aux accords majeurs et mineurs) ainsi que dans les représentations circulaires (via le cercle chromatique et le cercle correspondant au cycle des quintes). Le choix des nombres (3,4,5) dans la représentation planaire correspond à l'une des douze décompositions possibles du plan à travers des axes générateurs (dans ce cas l'axe de l'intervalle de 3 demi-tons, ou tierce mineure, et l'axe correspondant à l'intervalle de quatre demi-tons, ou axe des tierces majeures). D'autres décompositions du plan par des axes générateurs différents sont en effet possibles, ce qui offre la possibilité d'associer une panoplie de représentations

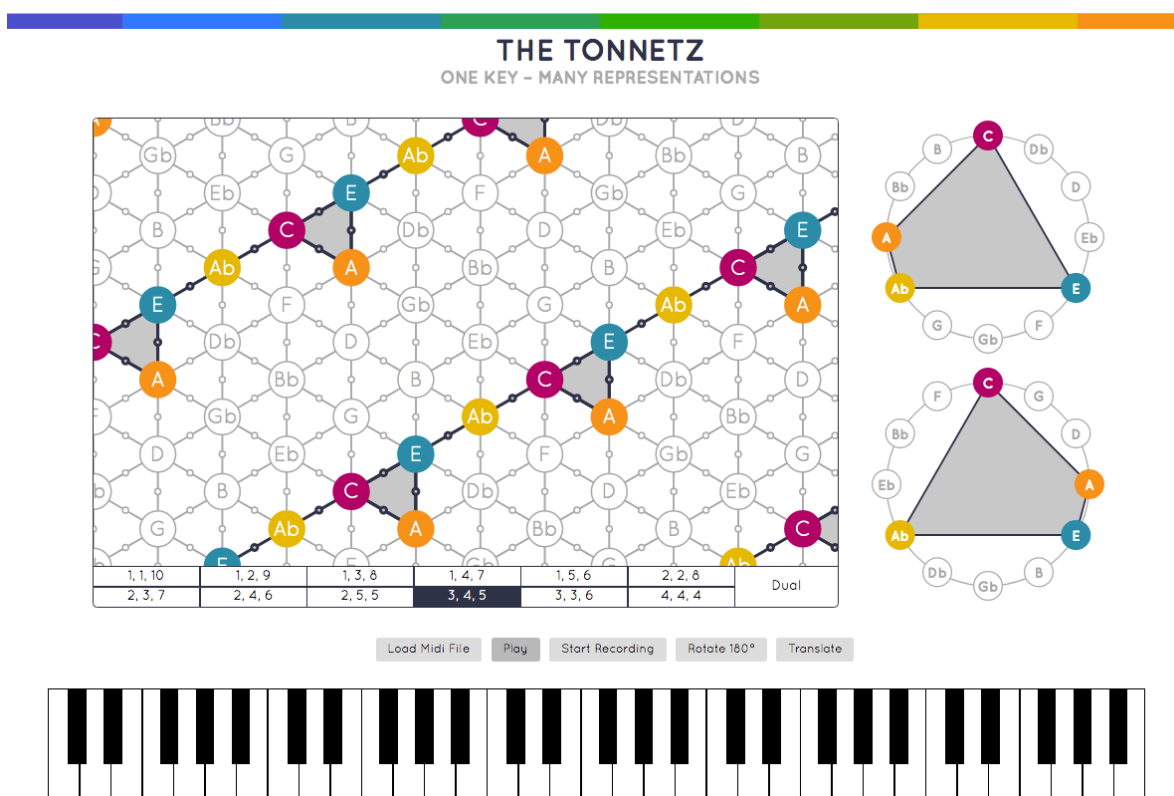


Figure 2 : L'environnement informatique *The Tonnetz* pour la représentation géométrique des structures musicales à travers le cadran d'horloge et la triangulation du plan (et maillage hexagonal à nid d'abeilles associé par dualité)

géométriques à des structures harmoniques données (Bigo et Andreatta, 2015 ; Lascabettes, 2018, 2019). La méthodologie que nous proposons de mettre en place dans l'apprentissage des savoirs « mathémusicaux » s'appuie sur ce travail de conception d'outils informatiques pour la modélisation géométrique et topologique des structures et processus musicaux entamé dans le cadre du projet SMIR. A ce travail que nous allons poursuivre avec l'intégration progressive d'outils issus d'autres branches de mathématiques (théorie des graphes, des treillis, approches spectrales et théorie des catégories) doit s'ajouter la mise en place, parallèlement, d'une série de protocoles de psychologie expérimentale visant à étudier les implications de ce type de modélisation dans le domaine de la cognition. Notre approche s'inscrit donc dans la lignée de quelques (rares) travaux de psychologie expérimentale et neurosciences cognitives analysant les implications perceptives des représentations géométriques en musicologie. En particulier, Krumhansl (1998) a proposé et testé trois modèles différents de distance triadique basés sur le *Tonnetz* et tenant compte de données psychologiques. Roger et Callender (2006) ont exploré les corrélations entre la distance perçue entre les triades et des facteurs tels que la direction du mouvement et la relation entre les voix. Plus récemment, Milne et Holland (2016) ont fourni une explication psychoacoustique de la distance triadique perçue basée sur une représentation spectrale de la classe de hauteur, comprenant également une comparaison avec d'autres modèles dont le *Tonnetz*. En prenant en

compte les résultats de ces premières études sur les retombées cognitives des différentes formalisations mathématiques en musique, ainsi que d'autres démarches en musicologie cognitive (Bisesi 2017, 2019), notre projet vise à montrer que l'apprentissage de notions et concepts parfois complexes en mathématiques peut *de facto* être facilité par la musique. En effet, la compréhension des concepts mathématiques a lieu principalement au moyen de processus d'abstraction, tandis que la musique - en stimulant un (ou plusieurs) organes sensoriels - permet l'acquisition des concepts sous-jacents à travers une forme d'intuition plus directe, basée sur l'expérience sensible. En ce sens, elle peut sans doute offrir un support utile pour l'apprentissage des mathématiques. Nous avançons l'hypothèse que les deux disciplines utilisent des concepts et des chemins cognitifs communs qui peuvent être mis en évidence en s'appuyant sur le *Tonnetz* en tant que substrat géométrique et topologique pour la compréhension de la musique et de ses liens avec les mathématiques. L'objectif principal des recherches que nous allons mener dans le cadre de ce projet de recherche consiste à prouver que l'activation de ces schémas géométriques (ou d'une partie d'entre eux) représente un potentiel inné à la cognition musicale. Pour cela, nous allons nous appuyer sur les notions mathématiques que nous avons commencé à mettre en évidence lors d'ateliers d'initiation à la recherche « mathémusicaux » que nous menons actuellement dans le cadre du projet SMIR2C auprès essentiellement d'un public de collégiens et lycéens. Le projet SMIR2C, qui représente la suite du projet SMIR en direction du grand public, constitue donc le levier essentiel pour envisager une étude systématique des possibilités d'appréhension des diverses notions mathématiques auprès d'un public qui n'est pas spécialisé, ni dans le domaine des mathématiques ni dans celui de la musique. Parmi ces notions, on citera le concept de *groupe* en tant que notion permettant de cerner l'idée de *fonction* et de *symétrie* en musique (Andreatta et Agon, 2008 ; Papadopoulos, 2015), des concepts omniprésents dans le processus compositionnel et qui ont des implications cognitives et perceptives qui n'ont pas été étudiées de façon systématique à partir des représentations géométriques mentionnées ci-dessus (Acotto et Andreatta, 2012 ; Andreatta et Agon, 2018). L'articulation entre une notion abstraite de groupe et une notion opératoire (ou fonctionnelle) peut par exemple s'appuyer sur les diverses formalisations algébriques et représentations géométriques de l'espace harmonique, en accord avec la modélisation informatique proposée dans l'environnement *The Tonnetz*. Cela permet de rendre accessibles au grand public des résultats théoriques parfois très profonds en musique et constituant des véritables théorèmes 'mathémusicaux' (Genuys, 2017 ; Bayette 2018, 2019).

Dans notre projet de recherche, nous souhaitons également nous inspirer des nouveaux programmes d'enseignement scientifique du lycée qui intègrent, en première générale, un volet consacré aux rapports mathématiques/musique. En effet, en reprenant le descriptif qui accompagne la section 4 (« Son et musique, porteurs d'information ») du Bulletin Officiel du ministère de l'éducation, on trouve des éléments qui sont complètement en adéquation avec le type de recherche que nous proposons de mener : « L'être humain perçoit le monde à l'aide de signaux dont certains sont de nature sonore. De l'Antiquité jusqu'à nos jours, il a combiné les sons de manière harmonieuse pour en faire un art, la musique, qui entretient des liens privilégiés avec les mathématiques. L'informatique permet aujourd'hui de numériser les sons et la musique. La compréhension des mécanismes auditifs s'inscrit dans une perspective d'éducation à la santé. » On remarquera que dans la formulation proposée par le ministère de l'éducation, la dimension informatique est traitée a posteriori, en tant que simple outil d'implémentation. Notre projet essaie d'aller au-delà de cette vision simplement « utilitaire » de l'informatique en postulant que les mathématiques et la musique reposent - intrinsèquement - sur des règles codifiées au sein des grammaires, règles qui peuvent donc être implémentées dans des environnements d'aide à l'analyse et la composition assistée par ordinateur. On remarquera également que dans cette dualité entre *son* et *musique*, on retrouve une dichotomie présente au sein de la communauté MIR [*Music Information Research*], partagée depuis sa constitution entre une démarche basée sur le signal audio et une recherche centrée sur les structures symboliques. Tout en intégrant la dimension sonore (audio) dans notre approche, nous souhaitons nous concentrer sur les structures *symboliques* permettant d'établir des liens directs entre les mathématiques et la musique via la représentation géométrique et la modélisation informatique des structures et processus musicaux. En particulier, nous allons mettre en place une méthodologie qui articule systématiquement l'étape de formalisation des structures musicales (à l'aide des méthodes algébriques et topologiques) et le processus d'apprentissage de celles-ci. Les recherches les plus récentes dans le domaine de la formalisation algébrique des structures et processus musicaux ont

montré qu'il y a un « transfert » de structures qui s'opère de façon tout à fait naturelle chez le musicologue lorsqu'il analyse une partition à l'aide de différents systèmes de représentations. La représentation circulaire de l'espace tempérée ainsi que le maillage triangulaire de l'espace harmonique donné par le *Tonnetz* sont donc des systèmes de représentations qui capturent chacun des situations structurelles particulières mettant en jeu son propre système de symétries. Il s'agit donc de mettre en place une méthodologie pour étudier l'apprentissage de ce type de constructions de la part d'un auditeur n'étant pas nécessairement familier avec la panoplie d'outils analytiques dont dispose la musicologie contemporaine. Nous avançons une deuxième hypothèse, à savoir qu'il y a dans l'apprentissage des mathématiques via la musique à la fois un « sens du nombre » mais aussi un « sens de l'espace », pour reprendre les deux notions étudiées en neurosciences cognitives des mathématiques par Stanislas Dehaene (2011a, 2011b). De plus, nous aimerions montrer que l'espace géométrique peut être reconstruit de façon implicite par l'auditeur tout au long du processus d'écoute des structures musicales. Cela demande la mise en place d'une série de protocoles expérimentaux à concevoir étroitement entre les chercheurs en neurosciences cognitives ayant déjà mis en place des protocoles similaires en perception du son et de la musique. En particulier, d'un point de vue méthodologique, nous allons mettre en place deux expériences-clés, la première visant à tester l'activation de parcours géométriques dans l'écoute de la musique (avec une référence particulière à la notion de proximité, ou distance, entre les accords et leurs relations fonctionnelles), et la seconde visant à comprendre la manière dont les résultats sont influencés, modifiés et améliorés par l'apprentissage. Comment l'apprentissage de la pièce et donc la stabilisation intuitive des concepts géométriques aident-ils à leur compréhension dans le domaine mathématique ? Nous prévoyons d'impliquer 40 sujets avec différents degrés d'expérience musicale et / ou mathématique, et avec des différentes typologies d'oreille (absolu ou relatif) dans chacune des deux expériences. D'un point de vue complémentaire, le problème pourrait être formulé en termes d'*appuis mentaux* – c'est à dire les activités mentales minimales (ou le degré minimum de coexistence de micro-activités mentales) qui sont nécessaires pour effectuer une certaine tâche. La question peut donc se formuler de la façon suivante : quelles sont les tâches impliquées dans la « perception géométrique » de la musique ? Cette question rencontre les préoccupations des chercheurs de l'Institut Pasteur travaillant au sein du projet *INTERMUSE*, un projet qui met en évidence les contenus mentaux décrits par les musiciens lors de l'identification d'une ou de quelques notes (Letailleur, 2017). Ces appuis mentaux, activés par exemple à l'instant de la reconnaissance des notes, sont différents d'un individu à l'autre et constituent les éléments stratégiques initiaux qui permettent la réalisation de la tâche proposée. Les appuis mentaux font référence aux diverses modalités sensorielles, c'est-à-dire qu'ils ne se limitent pas à la seule dimension mentale auditive, mais qu'ils peuvent être de nature visuelle ou kinesthésique (Letailleur et al., 2020). Le projet *INTERMUSE* a permis de montrer que chaque représentation mentale d'un objet perçu est le résultat d'une architecture mentale/cérébrale construite « à la volée » lors de l'exposition au stimulus. En outre, pour un stimulus donné, ces représentations sélectionnent des éléments spécifiques mémorisés, fruits d'une expérience antérieure, sous une forme qui varie d'un individu à un autre. Le projet *INTERMUSE* se poursuit actuellement en collaboration avec les conservatoires de la Ville de Paris en particulier pour mesurer l'impact des phases d'apprentissages sur la mise en œuvre des appuis mentaux. Plusieurs cohortes seront constituées : élèves de conservatoire de divers niveaux et cohorte de jeunes professionnels. Les cohortes d'élèves seront suivies sur un cycle complet pour mesurer l'évolution éventuelle des appuis mentaux utilisés par chaque participant. Enfin, des prototypes de chaque catégorie de participants, classés par la nature de leurs représentations mentales, seront choisis pour réaliser des analyses en neuro-imagerie cérébrale. Parmi les résultats attendus, nous envisageons une meilleure compréhension des stratégies cognitives mises en jeu par les processus de catégorisation et d'association des contenus mentaux et de leurs représentations.

Les quatre équipes impliquées dans ce projet fortement interdisciplinaire permettent de prendre en compte les différents aspects du projet nécessitant une véritable complémentarité à la fois au niveau des compétences et aussi des méthodologies. Les deux chercheurs de l'IRMA apportent les compétences mathématiques nécessaires pour formaliser correctement d'un point de vue géométrique et topologique les structures et processus musicaux dont nous souhaitons mettre en lumière les implications cognitives et perceptives. Le choix préalable du matériel harmonique ainsi que la pertinence musicale des formalisations proposées sont assurés par l'équipe musicologique de l'Université de Strasbourg, en

relation étroite avec les chercheurs en informatique et en cognition musicale du laboratoire STMS de l'Ircam. L'apport de l'équipe *INTERMUSE* de l'Institut Pasteur est de questionner la capacité des individus à mémoriser des éléments d'expériences sensorielles passées avec un contenu sémantique, de façon à pouvoir les sélectionner dans un nouveau contexte de stimulation sensorielle, et mettre en place de protocoles expérimentaux pour tester la validité des hypothèses. Les résultats pourront *in fine* être intégrés dans la conception de différents modules à ajouter à l'environnement informatique *The Tonnetz*.

REFERENCES

- Acotto, E. et Andreatta, M. (2012), « Between Mind and Mathematics. Different Kinds of Computational Representations of Music », *Mathematics and Social Sciences* (50e année, Special Issue devoted to the Conference of the EMPG 2011, European Mathematical Psychology Group, Telecom ParisTech, 29-31 août 2011), n° 199, p. 9-26.
- Andreatta, M. et Agon, C. (2008), « La musique mise en algèbre », *Pour la Science*, n° 373, p. 92-98.
- Andreatta, M. et Agon, C. (2018), « Algèbre et géométrie : sont-elles inscrites dans le cerveau ? », *Pour la Science*, Hors-série « Good Vibrations. De la physique des ondes à la musicothérapie », n° 100, p. 24-31.
- Andreatta, M. « Calcul algébrique et calcul catégoriel en musique : aspects théoriques et informatiques », in L. Pottier (éd.), *Le calcul de la musique*, Publications de l'université de Saint-Etienne, 2008, p. 429-477
- Andreatta M. (2018), « From music to mathematics and backwards: introducing algebra, topology and category theory into computational musicology », in M. Emmer and M. Abate (eds.), *Imagine Math 6 - Mathematics and Culture*, XXth Anniversary, Springer, p. 77-88.
- Assayag G. et al. eds. (2002), *Mathematics and Music. A Diderot Mathematical Forum*, Springer.
- Bayette C. (2018), *Théorème de l'hexacorde. Démonstrations, généralisations, développements*, M1 en maths fondamentales, Université de Strasbourg. Cod. M. Andreatta et C. Guichaoua (SMIR Project).
- Bayette C. (2019), « Mathémusique. Introduction au théorème de l'Hexacorde », *Images des mathématiques* (disponible en ligne sur : <https://images.math.cnrs.fr/>)
- Bigo L. et Andreatta, M. (2015), « Topological Structures in Computer-Aided Music Analysis », in D. Meredith (ed.), *Computational Musicology*, Springer, p. 57-80.
- Bisesi, E. (2017), « Measuring and modelling perceived distance among collections in post-tonal music: Music theory meets music psychology ». In *Proceedings of EUROMAC9*, Strasbourg.
- Bisesi, E., Friberg, A. & Parncutt, R. (2019), « A computational model of immanent accent salience in tonal music », *Frontiers of Psychology - Section Performance Science*, 10 (317).
- Dehaene, S. (2011a), *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, Revised and Updated Edition, Oxford University Press.
- Dehaene S. et Brannon, E. eds. (2011b), *Space, Time and Number in the Brain. Searching for the Foundations of Mathematical Thought*, Academic Press
- Genuys G. (2017), *Étude de deux concepts mathématico-musicaux : l'homométrie non-commutative et les distances d'accords*, thèse en mathématique, Sorbonne université / Ircam. Codirection : J.-P. Allouche et M. Andreatta.
- Krumhansl, C. L. (1998), « Perceived Triad Distance: Evidence Supporting the Psychological Reality of Neo-Riemannian Transformations », *Journal of Music Theory*, Vol. 42, No. 2, p. 265-281.
- Lascabettes P. (2018), *Homologie Persistante Appliquée à la Reconnaissance de Genres Musicaux*, Master 1 mathématiques, ENS Paris Saclay / Université de Strasbourg. Codirection : M. Andreatta et C. Guichaoua (SMIR Project, IRMA /Université de Strasbourg).
- Lascabettes, P. (2019), *Mathematical Morphology Applied to Music*, Master ATIAM (Sorbonne Université / ENS / Télécom Paris-Tech. Codirection : C. Agon, I. Bloch et M. Andreatta).
- Letailleur, A. (2017), *Figurations du réel : l'exemple musical. Appuis mentaux, visées, saisies et reprojctions dans l'architecture cognitive*, thèse, EHESS.
- Letailleur, A., Bisesi, E., et Legrain, P. (2020), « The mental representations used by musicians to identify notes' pitch: Description of mental anchorpoints and a proposal for a minimal phenomenological model » (article soumis et en cours de revision).
- Milne, A. J. et Holland, S. (2016), « Empirically testing Tonnetz, voice-leading, and spectral models of perceived triadic distance », *Journal of Mathematics and Music*, 10(1) p. 59-85.
- Papadopoulos, A. (2015), « Mathematics and group theory in music ». In L. Ji, A. Papadopoulos and S.-T. Yau (eds.), *Handbook of Group Actions*, Vol. II, International Press and Higher Education Press, Advanced Lectures in Mathematics, Vol. 32, p. 525-572.
- Roger, Nancy et Callender, Clifton (2006), « Judgments of distance between trichords », *Proceedings of the 9th International Conference on Music Perception and Cognition*, University of Bologna, p. 1686-1691.