La teoría $d1$, MúSIIC-Win y algunas aplicaciones al análisis musical: ***Seis piezas para piano***, de Arnold Schoenberg

Julio Estrada
Instituto de Investigaciones Estéticas
Programa de Maestría y Doctorado en Música
Universidad Nacional Autónoma de México

Resumen

Este texto presenta conceptos básicos de la teoría $d1$ sobre el potencial combinatorio de los intervalos de las escalas. La teoría $d1$ no se asocia a un sistema de composición ni propone una estética para organizar los materiales musicales, sino que constituye una herramienta de búsqueda en creación, análisis, pedagogía, musicología y etnomusicología. Su más reciente desarrollo es el programa informático MúSIIC-Win, que de la posibilidad de abordar el potencial combinatorio de los intervalos en escalas de duración o de altura que comprendan de 3 a 24 términos. La teoría d1 es particularmente útil en el análisis musical de partituras basadas en escalas modales, tonales, cromática, o de macro o micro-intervalos. La base de la teoría son las clases de intervalo, idea desde la cual se observan las agrupaciones secuenciales o verticales de intervalos, las identidades y sus permutaedros, que proveen información precisa sobre la combinatoria que conduce a su vez a entender la idea de la exploración musical de escalas de duración y/o de altura a las que recurra una obra. El artículo concluye con el análisis de las 6 piezas para piano de Schoenberg, composición que revela bajo distintos ángulos una exploración inédita de la tonalidad así como la inmersión gradual en la atonalidad.

1. Discontinuo y continuo

Las posibilidades de estructurar elementos musicales como el sonido, el ritmo y el espacio de representación dependen de las características de su materia como de los límites de la percepción. Ello hace que la materia musical tienda a dividirse en dos grandes campos, el *discontinuo*, que incluye toda escala que pueda formarse con un número finito de términos, o el *continuo*, donde la percepción deja de distinguir un punto dado de aquellos que le son adyacentes —por ejemplo, en un *glissando* de altura. El discontinuo contrasta con la impresión unitaria que ofrece el continuo, de modo que la oposición de sus características se extiende al intento mismo de organizarlos:

- La menor resolución escalar en el discontinuo propicia las operaciones combinatorias con términos o intervalos. Al posibilitar un mayor control, la organización escalar predomina a lo largo de la historia de la música; ello no obstante, el caso de la altura sonora ofrece una persistente limitación de la combinatoria impuesta por sistemas musicales de composición más inspirados en la práctica que en criterios científicos para tratar los materiales de tipo discontinuo.
- La mayor cantidad de información en el continuo dificulta las operaciones de cálculo o la discriminación perceptiva de referencias estables, aun a pesar de su mayor sencillez estructural, que incita a suponer una manipulación dúctil y ajena al cálculo. Los ámbitos de tipo continuo tienden a integrarse más a los modos de ejecución —v.g. *glissandi*, *portamenti*, *rubati*, *accelerandi* u otros— que a una organización teórica. Dada la vastedad de la información en el continuo, su manipulación dentro de la escala resulta un exceso en la práctica musical [6].

La organización teórica de los materiales de orden discontinuo y continuo se apoya en dos nociones de base:

- resolución escalar: número de puntos existentes en una recta y diversidad cuantitativa de dimensiones escalares[1],
- mínima distancia: medición de un punto cualquiera a sus adyacentes inmediato anterior y posterior y unidad de base para medir los intervalos de las escalas.

El estudio de la combinatoria de los intervalos de las escalas requiere considerar su resolución como el producto de una división entre un número finito de partes. Éstas pueden ser el producto de divisiones iguales o desiguales, si bien el ensayo de generalización pide para mayor facilidad recurrir a divisiones iguales, incluso si éstas pudiesen convertirse después a valores desiguales. La operación con divisiones iguales permite una manipulación con números enteros que facilita el cálculo de la combinatoria y sintetiza la información, un apoyo importante para los mecanismos mentales de cálculo, memoria y percepción que intervienen en la operación con los intervalos.

Si bien un mínimo de tres términos basta para constituir la escala más sencilla, fijar un número de términos en el límite superior es una cuestión de orden práctico relativo a cada tipo de material —escalas de altura o de duración— y que remite a las capacidades de cálculo, memoria o percepción de los materiales de tipo continuo[2]. En general, la expansión de la combinatoria de cada escala es el límite principal para operar en la práctica con la riqueza de sus materiales.

[1]La resolución escalar es algo menos significativa en el continuo y se entiende mejor bajo la noción de color de la resolución, idea que permite, estructural o perceptivamente, distinguir micro-divisiones del tono —por ejemplo diferenciar decimoquintos de decimosextos de tono.

[2]En los intervalos de altura se adopta desde el Renacimiento el límite perceptivo del noveno de tono, o coma, con base en las divisiones de la octava propuestas por el cartógrafo Gerhardus Mercator; véase [13].

2. Conceptos básicos

2.1. Ámbitos y escalas

2.1.1. Ámbitos continuo y discontinuo

El continuo es un espacio lineal integrado por un conjunto ininterrumpido de puntos dentro del rango de los valores numéricos de cualquier componente del ritmo o del sonido; respectivamente, frecuencia —pulso y altura—, amplitud —ataque e intensidad— y contenido armónico —color y micro-duración, además de las localizaciones que ocupe la materia musical —altura, lateralidad o profundidad[3].

El discontinuo es un sub-conjunto del continuo y se entiende como una serie de puntos discretos extraídos del continuo, donde el valor numérico, n, de cualquiera de sus posibles componentes tiende, a diferencia del continuo, a ser finito.

2.2. Ámbito de referencia

La totalidad del rango comprendido por un componente se define como ámbito de referencia, mismo que depende de límites perceptivos, físicos, matemáticos u otros[4].

2.3. Escala y términos

Se entiende por escala a la ordenación en secuencia de un conjunto finito de puntos discretos adyacentes establecidos dentro de un ámbito de referencia, donde cada punto es un término.

2.4. Escala inicial

Se entiende por escala inicial a un conjunto finito, fijo y ordenado de términos, lo que se identifica en el caso de los pulsos con un patrón rítmico, un compás o un valor rítmico.

2.5. Escala total

La escala inicial puede reproducirse de formas parcial, total o múltiple dentro del rango del ámbito de referencia. El conjunto de términos contenidos en dichas repeticiones se denomina escala total. La escala inicial es el conjunto generador y la escala total el conjunto completo.

[3] Las ideas anteriores remiten a la noción de macro-timbre y se exponen de manera extensa en [4] y [6].

[4] El límite de las duraciones rítmicas más pequeñas se fija de acuerdo a la frontera perceptiva entre ritmo y sonido —entre 16 y 20 ciclos por segundo—, mientras que los máximos de duración carecen de una frontera precisa para diferenciar, por ejemplo, las duraciones rítmicas de las duraciones de una forma musical.

2.6. Dimensión de las escalas inicial y total

El número de términos de una escala inicial o total constituye su dimensión, D. Una escala inicial es idéntica en dimensión a la escala total de ser una escala única —escalas irreproducibles en otro registro, generadas por un grupo de instrumentos, etc.— o de ser difícil para su discriminación perceptiva —por ejemplo, debido a la inexactitud de la notación musical tradicional: "*ppp*", "con sordina", "*vibrato assai*", etc.

La escala inicial puede alcanzar diversas dimensiones al expresarse en una escala total; por ejemplo, la escala total de la escala inicial diatónica es distinta en los registros de un piano, un violín o una obra musical. A su vez, una escala inicial de pulsos —un compás, por ejemplo— puede tener diversas dimensiones de escala total al expresarse, por ejemplo, en una forma musical, donde un tema, un movimiento o una obra completa pueden reproducir varias veces la dimensión de un mismo compás.

2.7. Registros de la escala total

La reproducción de una escala inicial sobre una escala total puede ocupar tantos registros como permita el ámbito de un componente dado o la percepción que pueda tenerse de éste.

3. Intervalos

3.1. Intervalo

Se entiende por intervalo la base de medida para medir la distancia entre dos términos cualesquiera de una escala. En matemáticas se denomina distancia a una función numérica que relaciona dos puntos de un espacio, concepto más cercano al del intervalo en música. Mientras, se entiende por intervalo matemático al conjunto total de puntos comprendidos entre dos extremos. El concepto de intervalo matemático equivale en música al intervalo continuo que abarca todos los puntos del ámbito por los que atraviesa. El continuo puede compararse, por ejemplo, con un intervalo de la recta real, lo que en una secuencia musical equivale al *glissando* y que en la vertical corresponde a la aglomeración sincrónica de todos los puntos de dicha trayectoria.

3.2. Orden de la escala

Al abstraer el valor numérico que en la realidad física tengan los términos o los intervalos de una escala, ésta puede expresarse como una sucesión ordenada de términos y ordenarse en números enteros que van de 0 a n:

$$0, 1, 2, \ldots, n.$$

3.3. Unidad general de mínima distancia: $d1$

El valor numérico más pequeño para medir los intervalos es la unidad general de mínima distancia, que equivale a 1 y se expresa como $d1$. En lo sucesivo se utiliza dicha unidad para medir diversos tipos de distancia para construir un espacio discontinuo con la fluidez propia que caracteriza a las relaciones dentro del espacio continuo.

3.4. Mínima distancia entre intervalos

Se entiende por mínima distancia entre intervalos a toda aquella que denote la adyacencia entre los términos de una escala. En una escala inicial de dimensión $D4$, cualquier intervalo formado entre sus términos adyacentes se expresa como una mínima distancia $d1$:

$$D4: \quad 0, \underbrace{\qquad}_{d1} 1, \underbrace{\qquad}_{d1} 2, \underbrace{\qquad}_{d1} 3$$

3.5. Dimensión del intervalo

La dimensión del intervalo es la suma de mínimas distancias $d1$ que separan a un término de cualquier otro dentro de una escala, inicial o total. Por ejemplo, en una escala inicial de alturas con dimensión $D12$, escala cromática de alturas, una selección arbitraria de distintos términos entre el 0 y el 11 dará los siguientes intervalos:

$$D12: \quad \underbrace{0 \quad 1 \quad 2}_{\text{Do} \qquad \text{Re}} \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad \underbrace{7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11}_{\text{Sol} \qquad\qquad\qquad \text{Si}}$$

Los valores anteriores pueden igualmente observarse como pulsos al adoptar como mínima distancia $d1$, por ejemplo, una semicorchea. El conjunto de doce semicorcheas crea un compás de 12/16, dentro del cual se tienen los siguientes intervalos:

$$D12: \quad \underbrace{0 \quad 1 \quad 2} \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad \underbrace{7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11}$$

Los dos pares de intervalos creados en ambas escalas se expresan como una suma de mínimas distancias entre sus términos extremos:

$$[0, 2] = d2$$
$$[7, 11] = d4$$

3.6. Espacio de operación

Para operar de modo abstracto con los intervalos se requiere reducir las dimensiones de cualquier escala total al espacio de la escala inicial. Por ejemplo, los intervalos de varias escalas totales con distintas dimensiones se reducen a los siguientes intervalos dentro de sus respectivas escalas iniciales:

$$\begin{aligned}
D6:&0,1,2,3,4,5\\
&121-(6\times 20)=121-120=1\\
D10:&0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\\
&43-(4\times 10)=43-40=3\\
D12:&0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\\
&17-12=5\\
D19:&0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18\\
&159-(19\times 8)=159-152=7
\end{aligned}$$

3.7. Intervalos de duplicación y del ciclo de la escala inicial

Dentro de la escala inicial, se entiende por intervalo de duplicación al conjunto de distancias comprendidas entre el primero y el último término. En el caso de los intervalos de duración y de altura dicha idea se entiende como intervalo de duplicación frecuencial (*idf*). El intervalo de duplicación es idéntico a la dimensión de la escala inicial (Figura 1):

$$D12:0,\ldots,12=d12.$$

El ciclo de la escala inicial permite considerar que del último término se vuelve al primero mediante una mínima distancia $d1$ entrambos, misma que se denomina intervalo del ciclo de la escala inicial, relación inversa a la del intervalo de duplicación:

$$D12:[11,0]=d1.$$

4. Potencial combinatorio

4.1. Potencial combinatorio de las escalas

Toda escala posee un potencial combinatorio del conjunto de agrupaciones posibles de sus intervalos, de 1 en 1, de 2 en 2,... hasta alcanzar la agrupación de todos los intervalos de dimensión 1.

4.2. Particiones no permutables

Las distintas agrupaciones de los intervalos de una escala generan una extensa combinatoria difícil de manipular en la práctica, lo que requiere reducirse a un conjunto mínimo de agrupaciones, las particiones no permutables del intervalo de duplicación.

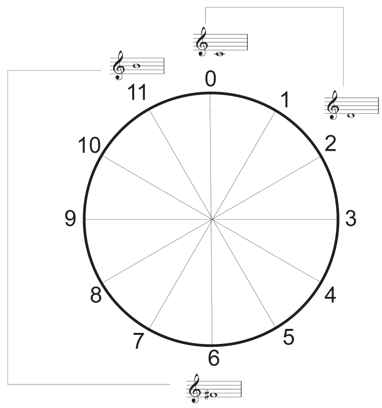

Figura 1: Ciclo de una escala inicial de altura, dimensión $D12$. Se ilustran el intervalo $[0, 2]$, Do Re, y el intervalo del ciclo $[11, 0]$, Si Do.

4.3. Identidad de intervalos

El conjunto total de particiones no permutables de la dimensión D de una escala se denomina identidad de intervalos y se obtiene al ordenar de menor a mayor los intervalos producto de las particiones.

4.4. Potencial combinatorio de una escala

El conjunto total de identidades de intervalos de una escala constituye su potencial combinatorio, ordenable de acuerdo al número de niveles de densidad, N, que tenga una escala. Por ejemplo, una escala de dimensión $D6$ genera un conjunto total de 11 identidades en 6 distintos niveles (Figura 2).

El orden de los intervalos contenidos por las identidades es el punto de partida para generar su potencial combinatorio, a su vez producto del número total de permutaciones que generan los intervalos de una identidad. Matemáticamente, el potencial combinatorio coincide con los coeficientes multinomiales

$$\frac{E!}{r_1! r_2! \cdots r_x!}$$

donde r_i es el número de repeticiones de los términos de la identidad [14].

4.5. Órbita de la identidad

El conjunto ordenado de permutaciones a mínima distancia del potencial combinatorio de una identidad constituye la órbita de la identidad.

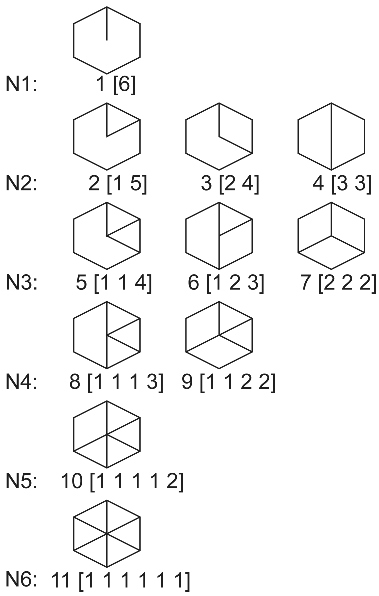

Figura 2: Particiones de una escala de dimensión $D6$. El conjunto total de identidades se reduce a 11 elementos, no permutables, mismos que aparecen ordenados de acuerdo al nivel de densidad N en número de intervalos, de la identidad 1 [6], $N1$, a la identidad 11 $[1,1,1,1,1,1]$, $N6$.

4.5.1. Estructura cíclica de las identidades

La permutación a mínima distancia $d1$ de los intervalos contenidos por una identidad conduce al orden inicial de la misma. Por ejemplo, una identidad de tres términos distintos entre sí $[a, b, c]$ genera un ciclo de 6 permutaciones, donde cada una se encuentra a $d1$ de las que le son más próximas:

$$\rightarrow [a, b, c] \leftrightarrow [b, a, c] \leftrightarrow [b, c, a] \leftrightarrow [c, b, a] \leftrightarrow [c, a, b] \leftrightarrow [a, c, b] \leftarrow$$

4.5.2. Red

La noción de red proviene de la teoría matemática de grafos, empleada aquí para representar el orden de los intervalos de las escalas. Las redes de las identidades están constituidas por un número limitado de combinaciones gráficas dentro de una distribución simétrica; a saber, líneas, hexágonos o hexágonos ligados a cuadrados.

4.6. Permutaedro

Las permutaciones de la órbita de la identidad generan una red cuya estructura combinatoria ofrece un orden geométrico similar al de los cristales. Una nueva área de la matemática combinatoria denomina a dicha estructura retal como combinaedros [16], que en la teoría de los intervalos se reduce a la denominación de permutaedro, nombre asociado a la estructura geométrica de los ciclos que genera la permutación de los intervalos.

4.6.1. Permutaedro inicial

El ciclo inicial de permutaciones a mínima distancia $d1$ de una identidad se denomina permutaedro inicial. El caso de la identidad de tres términos distintos entre sí arriba señalado se ilustra a continuación mediante un hexágono en el que se representan los ciclos de permutaciones de tres distintas identidades de altura dentro de la escala $D12$; el contenido de intervalos de las identidades que sirven de ejemplo varía gradualmente de lo consonante a lo disonante (Figura 3).

4.6.2. Permutaedro total

El conjunto de transposiciones de la identidad a los términos de la escala genera un permutaedro en el que la repetición sucesiva del ciclo inicial de las permutaciones se reproduce en cada una de las alturas de dicha escala para formar una red conectiva constituida por relaciones a mínima distancia $d1$, en donde cada punto es un nodo. La identidad de alturas $[1, 5, 6]$ ilustra el permutaedro total, en este caso formado por un conjunto de 36 hexágonos que tienen como núcleo una altura específica (Figura 4).

Toda identidad de intervalos o cualquiera de sus permutaciones se entiende como una acumulación de términos contiguos sobre un continuo lineal. Al efectuar la permutación sólo entre los intervalos adyacentes de una identidad, ésta

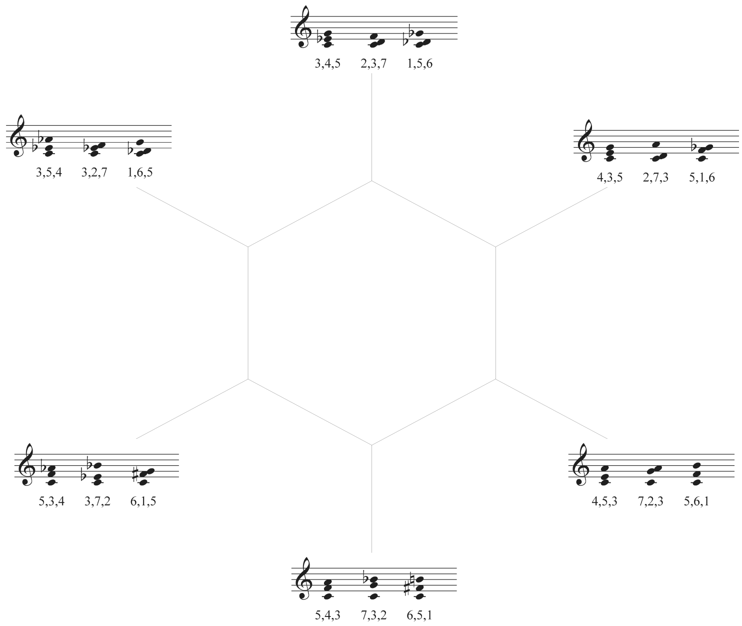

Figura 3: Hexágono del permutaedro de tres identidades de la escala de altura $D12$, donde cada identidad —arriba al centro— contiene 3 intervalos distintos entre sí: $[3,4,5]$, $[2,3,7]$, $[1,5,6]$. Al observar el caso de la primera de las tres identidades, $[3,4,5]$, se tiene que sus permutaciones, en una lectura de las aristas del hexágono, responden a todas las posibilidades que ofrece la armonía consonante tradicional: acordes menor y mayor, ambos en estado fundamental, primera inversión en modo menor, segunda inversion en mayor y en menor y primera inversión en modo mayor. Dicha relación permite considerar bajo una nueva perspectiva los casos de las otras dos identidades, de mediana disonancia [2,3,7], y de mayor disonancia $[1,5,6]$, para lo cual es útil observar la regularidad de los ámbitos dentro de los que quedan comprendidos los registros de sus 6 permutaciones: $[2,3,7]$, tres pares de permutaciones ordenados por cuarta justa [5], sexta mayor [9] y séptima menor [10], todos ellos intervalos que complementan a los intervalos contenidos por la identidad, o sea $[5,7]$, $[3,9]$ y $[2,10]$; lo mismo ocurre con la identidad $[1,5,6]$: quinta disminuida $[6,6]$, quinta justa $[5,7]$ y séptima mayor $[1,11]$.

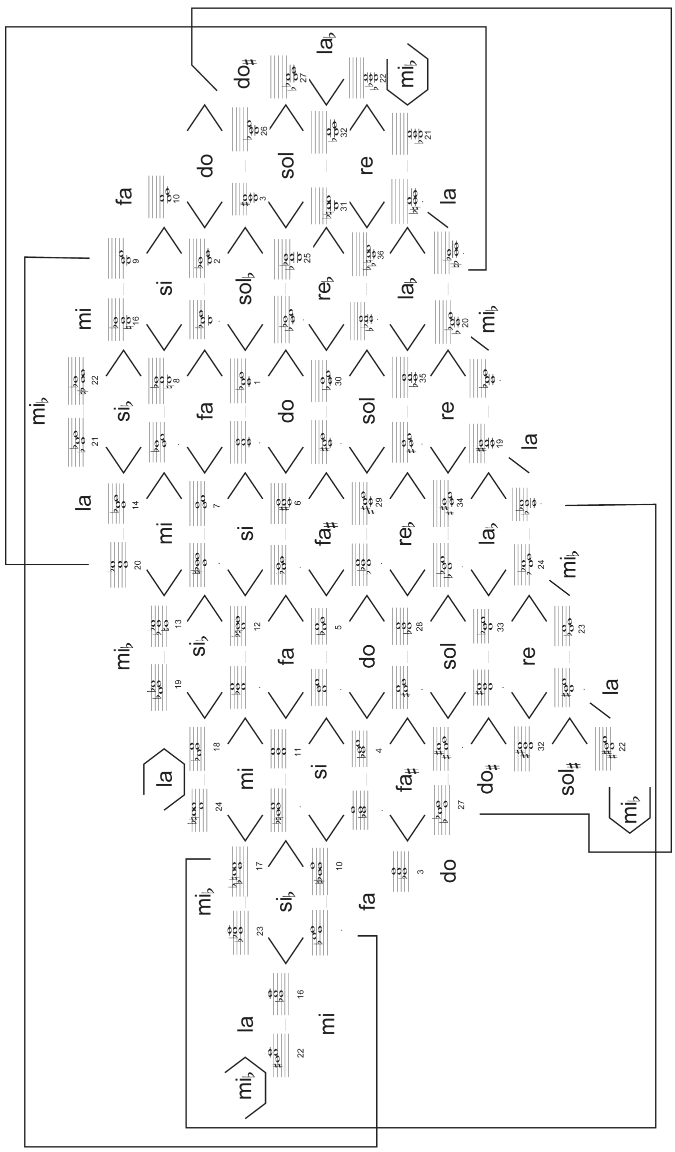

Figura 4: Permutaedro total de la identidad $[1, 5, 6]$, escala $D12$ de alturas. La identidad aparece en la quinta línea hacia el centro derecha y a la derecha del hexágono 1, Do, Re♭, Sol♭, y la última transposición dos líneas más abajo y a la derecha de la anterior, en el hexágono 36, La♭, Re♭, Re.

puede vincularse con todas las permutaciones posibles mediante el intercambio continuo de sus intervalos:

$$[a, b, c, d] \to [a, c, b, d] \to [c, a, b, d] \to [c, a, d, b] \to \text{etc.}$$

La creación de un vasto espacio conectivo entre los intervalos de una escala, entre las identidades de su potencial combinatorio y entre identidades de potenciales combinatorios de distinta dimensión constituye el continuo de las escalas[5]. La posibilidad de reducir cualquier agrupación de intervalos a una identidad así como la riqueza de la estructura retal del permutaedro ofrecen una óptima ordenación del universo discontinuo en música para su manejo libre y eficaz en creación, análisis, pedagogía, musicología y etnomusicología.

5. Teoría $d1$, MúSIIC-Win

La teoría $d1$ se origina entre 1980 y 1990 al ser la base de mis cursos de teoría de la creación musical en la Escuela Nacional de Música, UNAM, y de los seminarios de posgrado impartidos en la Universidad de California en San Diego. La teoría es a su vez la primera de dos partes de una tesis doctoral concluida en 1995, misma que se apoya en los primeros resultados del programa informático Teoría $d1$, MúSIIC-Win[6], cuyo inicio data de 1990 [7].

La filosofía de la teoría $d1$ reside en aportar sustento matemático al estudio objetivo de los elementos de la música, el ritmo y el sonido, por fuera de toda inclinación estética, lo que reivindica a la noción de teoría como un territorio independiente de la noción de sistema musical de composición, donde

[5]El potencial combinatorio de una escala, la identidad o el permutaedro son la referencia para acceder a materiales de otras escalas mediante mínimas distancias $d1$; es decir, cuando el número de términos sea a su vez adyacente a la estructura que sirva de punto de partida —potencial, identidad o permutaedro.

[6]El programa [4] es un producto del proyecto PAPIME, DGAPA, ENM, UNAM, 1997-2000, asignado al Laboratorio de Creación Musical (LACREMUS) a cargo de Julio Estrada en la Escuela Nacional de Música. La primera fase de esta búsqueda se inició en 1990 con un proyecto PAPIIT, DGAPA, IIEs, UNAM, para desarrollar MúSIIC-MSDOS en el Instituto de Investigaciones en Matemáticas Aplicadas y en Sistemas (1990-97), innovación tecnológica producto de la interacción de grupos de investigadores en música, matemáticas y computación. El diseño, ingeniería de software y programación de Teoría $d1$, MúSIIC-Win, bajo el sistema Windows® —una marca registrada de Microsoft Corp.—, fueron realizados por Max Díaz, Erik Schwarz y Víctor Adán, bajo la dirección de Julio Estrada. Los requerimientos mínimos para operar con el programa son computadora personal con Windows 95, o más reciente; memoria RAM: 24Mb; espacio libre en disco duro: 10Mb; computadora multimedia: tarjeta de sonido y bocinas, o bien, tarjeta MIDI con sintetizador y un amplificador externo opcional. Con una apariencia totalmente rediseñada, y estándar al ambiente Windows®, MúSIIC-Win permite una exploración e interacción intuitivas para el usuario, una visualización en notas musicales así como la conversión de éstas a pulsos o a alturas mediante una computadora "multimedia" o una interface MIDI. Al tratarse de un programa en desarrollo, todas las alteraciones de las notas aparecen indicadas con el signo de $\sharp$, un aspecto que el desarrollo a futuro del programa contempla amplificar al incluir signos de bemol. Otros desarrollos permitirán la proyección de cualquier caso de escala integrada por intervalos desiguales, a la vez que una amplificación de los potenciales para acceder a escalas de hasta 48 términos, límite donde la sensación auditiva de intervalo de altura se diluye y cede su sitio a la sensación perceptiva de un continuo.

los objetivos tienden a organizar los materiales musicales para su empleo en la práctica creativa. Dicha filosofía se refleja en el programa informático Teoría $d1$, MúSIIC-Win, herramienta tecnológica de búsqueda creativa, pedagógica o musicológica que facilita y extiende las investigaciones sobre la teoría del potencial combinatorio de los intervalos en música, al ofrecer la proyección de escalas de altura y de duración constituidas por 3 a 24 términos expresadas como divisiones iguales del intervalo de duplicación de frecuencia (*idf*). El programa permite generar igualmente formas de onda rítmicas y sonoras al proyectarlas como identidades de intervalos, cuya permutación independiente de pulsos y de amplitudes dentro del límite de 3 a 24 términos ofrece una fórmula teórica y tecnológica novedosa para abordar a nivel micro la forma de onda [9].

Un permutaedro del tipo $[a, b, b, c, c, c]$ en el nivel medio, $N6$, de la escala $D12$, ilustra las facilidades del programa MúSIIC-Win (Figura 5).

6. Aplicaciones al análisis de la teoría $d1$

6.1. Clases de intervalo

La teoría $d1$ procura un aparato preciso para conocer y reconocer las distintas agrupaciones de intervalos contenidas en secuencia o en forma vertical en música creada a partir de escalas de duración o de altura. La base de la teoría $d1$ son las clases de intervalo, en oposición a las clases de altura que predominan en la composición musical de los siglos XX y XXI [10]. La teoría $d1$ es a su vez una nueva herramienta para la etnomusicología, donde numerosos sistemas de tradiciones antiguas basadas en escalas provenientes de usos vocales o instrumentales pueden contar con la referencia objetiva del potencial combinatorio de los intervalos[7]. Un aspecto novedoso de la teoría es la integración del ritmo y del sonido dentro de un mismo espacio, al entender que ambos son parte de un mismo continuo de frecuencias, un tema que abordan con gran anticipación los trabajos de Henry Dixon Cowell [2]. La amplitud del espectro de la teoría $d1$ es igualmente aplicable al análisis de música escrita de tradición europea en los materiales basados en escalas o en series de duración, como las secuencias de duraciones o los compases [4, 17], incluso en el caso de micro-divisiones, como desarrolla la obra de Conlon Nancarrow a partir de las proposiciones teóricas de Cowell [2] y con los *multi-tempi* [5] o en escalas de altura, como las de orden modal, tonal, cromático, "sin octava" o *idf*, de macro-intervalos —escalas cuya división del *idf* es menor de 12 términos— [15] o de micro-intervalos —divisiones mayores de 12 términos, como Carrillo [1] o Haba [11].

[7]Entre otros, considérense los ejemplos de la música de la India mediante el estudio del potencial combinatorio de los talas rítmicos o, como en el trabajo pionero de Jairazbhoy, creador del primer permutaedro en música como resultado de su estudio de las escalas de altura del Norte de la India, los thats: [12].

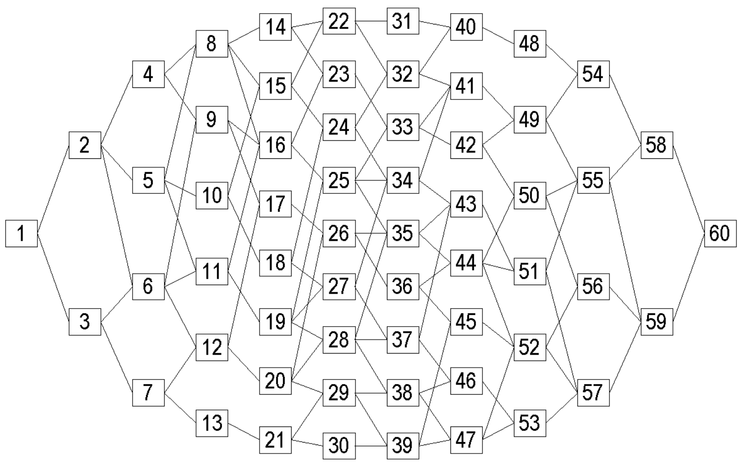

Figura 5: Permutaedro de una identidad de intervalos del tipo $[a, b, b, c, c, c]$, caso de las identidades 52 $[1, 1, 1, 2, 2, 5]$ y 55 $[1, 1, 2, 2, 2, 4]$, de nivel $n6$, escala $D12$, grafo generado por el programa teoría $d1$, MúSIIC-Win. Las 60 permutaciones aparecen numeradas; la identidad aparece a la izquierda con el número 1. Los vínculos a mínima distancia $d1$ entre las operaciones son las líneas que unen una permutación con otra y crean la red. Ésta muestra una secuencia ordenada entre cuadrados y hexágonos, cuyo recorrido de izquierda a derecha por la parte inferior del grafo es el siguiente: 2 cuadrados 1, 2, 6, 3; 3, 6, 12, 7; 1 hexágono 7, 12, 20, 29, 21, 13; 3 cuadrados 21, 29, 39, 30; 29, 38, 47, 39; 38, 46, 53, 47; 1 hexágono 53, 46, 37, 43, 51, 57; 3 cuadrados 52, 56, 59, 57; 59, 56, 50, 55; 59, 55, 58, 60. La simetría de la misma secuencia se aprecia al recorrer el grafo por encima y partir de la permutación 60 a la identidad. La red permite explorar los posibles caminos entre una operación y otra; por ejemplo, la vía más corta entre 1 y la permutación 60 —centrada a la derecha— requiere un mínimo de 11 pasos, mismos que pueden recorrerse al adoptar cualquiera de las posibles direcciones que las unen. Las relaciones entre distintas sonoridades es un tema común en música, un tema en el que las redes pueden contribuir a estudiar de manera más sistemática.

6.2. Potencial combinatorio de la escala de alturas $D12$

Las diversas aplicaciones de la teoría $d1$ no exigen mayor conocimiento matemático que la aptitud para reducir los intervalos a números enteros, uso corriente en la escala de 12 alturas (por ejemplo, 1, semitono, 2, tono,... 12, octava), siendo el caso más general en la música escrita de tradición europea y que la teoría $d1$ representa mediante un potencial combinatorio que abarca en total 77 identidades de intervalos, desde un solo intervalo [12] hasta la agrupación de los 12 semitonos $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$, equivalente a la escala de dimensión $D12$ (Figura 6).

La comprensión del potencial combinatorio de la escala de alturas $D12$ se facilita al dividirlo en cuatro zonas principales de acuerdo con su contenido en intervalos y su densidad:

A. inferior izquierda: intervalos de mayor dimensión y menor densidad
B. superior izquierda: intervalos de menor dimensión y menor densidad
C. inferior derecha: intervalos de mayor dimensión y mayor densidad
D. derecha: intervalos de menor dimensión y mayor densidad.

Cada zona es identificable por su referencia general a grandes sistemas, como espacios musicales consonante (A.), disonante (B.), atonal extendido (C.) y de masas (D.). Desde esa perspectiva el potencial combinatorio sugiere la exploración colectiva del oído musical a través del avance histórico en un proceso que va de la simple monodia —identidad 1 [12]— al no menos simple cluster —identidad 77 [1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1] —, ambos casos con una combinatoria nula.

Más allá de suponer que sólo se comparte un lenguaje, la evolución constante de la escritura hacia los máximos de densidad invita a comprender la importancia musical del fenómeno perceptivo a través de la transmisión inadvertida de la experiencia auditiva, en la cual la memoria y el cálculo contribuyen de manera definitiva a la adquisición de sonoridades nuevas desde sonoridades conocidas. Éstas se vinculan con sus vecinas de mayor densidad mediante transiciones inadvertidas a mínima distancia, $d1$, una idea que se evidencia al abordar la música escrita de tradición europea en los albores del siglo XX, cuyos rupturas históricas son sólo aparentes de considerar su evolución como una serie continua de mínimos cambios dentro del potencial combinatorio, como ilustra la división en 17 zonas (Cf. Figura 6).

La síntesis que ofrecen los intervalos contenidos por las identidades conduce a observar la noción de sonoridad resultante como una información auditiva que transita de una época a otras bajo denominaciones incluso distantes. En el fondo, el reconocimiento intuitivo de una agrupación de intervalos forma parte de la experiencia con que cuenta el oído creador al explorar nuevas sonoridades resultantes, un asunto que puede apreciarse en el análisis musical que ocupa las siguientes páginas.

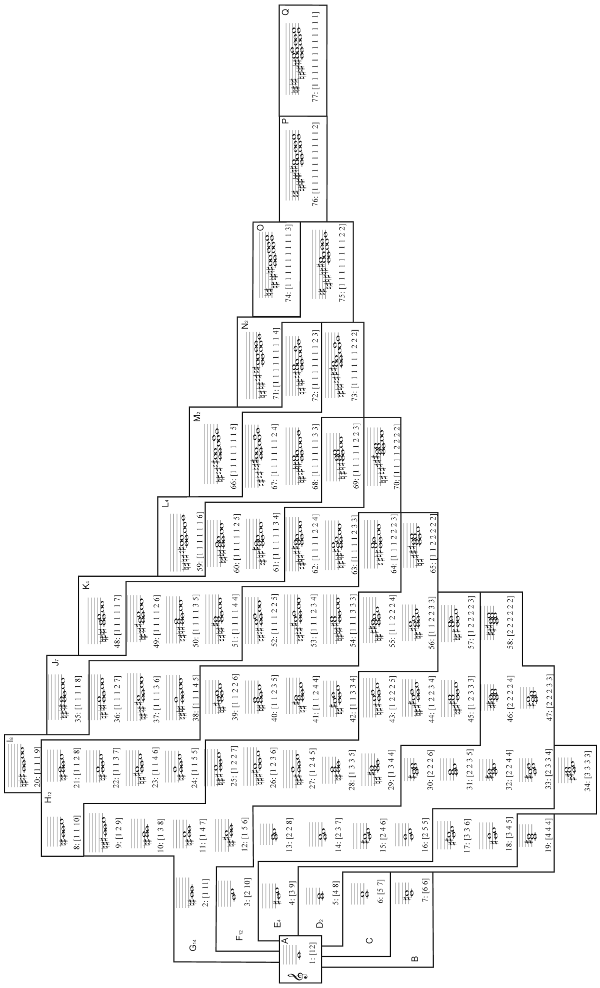

Figura 6: Potencial combinatorio de la escala $D12$; las identidades se enumeran de la 1 a la 77. A la derecha, la identidad 1 [12]; el incremento en intervalos de las identidades denota un ensanchamiento gradual del grafo hasta la cuarta columna; a partir de la quinta, la densidad desciende hasta la duodécima, identidad 77. La imagen agrupa las identidades en 17 zonas, A a Q, de acuerdo con su contenido en intervalos. Las zonas A, B y C corresponden a las identidades 1 [12], 6 $[5,7]$ y 7 $[6,6]$, y quedan aisladas al no derivar de ellas ninguna identidad; mientras, de la zona D, identidad 5 $[4,8]$, deriva la identidad 19 $[4,4,4]$; de la zona E, identidad 4 $[3,9]$, derivan 3 identidades, 17 $[3,3,6]$, 18 $[3,4,5]$ y 34 $[3,3,3,3]$. En contraste, las zonas H e I, de singular importancia en el análisis de las *Seis piezas* de Schoenberg, tienen como puntos de partida las identidades 8 $[1,1,10]$ y 20 $[1,1,1,9]$, que conducen, respectivamente, a la identidad 65 $[1,1,2,2,2,2,2]$, cuyo contenido en intervalos coincide con la escala diatónica, y a la identidad 64 $[1,1,1,2,2,2,3]$, cuyo contenido en intervalos coincide con la escala menor armónica.

6.3. Método de análisis musical

Al prescindir de los criterios propios de la organización de cada sistema musical, los análisis a los que conduce la teoría $d1$ se basan en el estudio de datos neutros sobre los cuales construir con objetividad una interpretación nueva. En ésta, los preceptos compositivos ceden su sitio a la noción de identidad, aplicable a un amplio conjunto de estructuras tales como la de agrupación en secuencia o la de agrupación vertical, casos en los que la noción misma de permutaedro incita a revisar la vieja noción de inversión armónica, lo mismo que la caducidad de la armonía consonante (Cf. Figura 3).

Al detectar las identidades presentes en la evolución de una obra así como la riqueza que puedan contener sus respectivos permutaedros, el método de análisis observa la conectividad retal entre las identidades mediante grafos que proyectan las relaciones secuenciales que genera el sistema particular de cada obra. Dicha idea contrasta con la tendencia generalizada a analizar distintos casos de música como si fuesen el producto del sistema en el que aparentemente se basan, lo cual sólo permite afirmar o negar la pertenencia a su origen. En contraste, la proyección de mapeos de las identidades detectadas en el análisis de una obra aporta un método original para representar la búsqueda individual o colectiva en el ámbito del potencial combinatorio de la escala. El análisis de dichas proyecciones conduce a su vez a observar el espacio que ocupa cada experiencia musical con objeto de compararlo con el espacio total, de donde la noción de exploración del potencial combinatorio de las escalas.

La metodología de análisis de la teoría $d1$ observa los intervalos contenidos en la música de cualquier época, apertura que permite incluir sin trabas al rico universo disonante, ajeno a la noción de consonancia y por ello tradicionalmente excluido de la discusión académica de las teorías armónicas. Éstas son con mucho más amplias que el universo consonante, una pequeña fracción del potencial combinatorio de la escala de alturas $D12$. Los análisis basados en la teoría $d1$ prescinden de toda denominación que intente justificar las formas de asociación entre alturas, como ocurre con las “apoyaturas”, “notas de paso”, “anticipaciones” u otras propias de la tonalidad, lo mismo que todas aquellas nociones que, de manera particular, puedan derivar de los lenguajes modernos como la tonalidad extendida, la poli-tonalidad, la atonalidad, el serialismo, etc., lo cual remite a la exigencia permanente de objetividad en sus evaluaciones.

El método a seguir consiste inicialmente en reducir al ámbito de la escala inicial todas las agrupaciones de intervalos presentes en cada distinto momento de una partitura, para así obtener todas las identidades o las permutaciones de las mismas en la obra. El procedimiento se ilustra enseguida con un pasaje del madrigal a cinco voces *Moro, lasso, al mio duolo*, de Carlo Gesualdo (1566-1613), con el cual se facilita el abordaje de la música producida con la escala diatónica, expresada dentro de la escala cromática; en particular, cuando el autor es un precursor del cromatismo musical. La reducción del pasaje al ámbito de la escala inicial indica las mínimas distancias $d1$ que habría que recorrer para transitar entre acordes contiguos en la partitura original (Figura 7). La evolución del pasaje anterior muestra la tendencia en la obra a conectar sonoridades vecinas en número de intervalos —un intervalo menos, un intervalo de más o el mismo número de intervalos. La siguiente red conectiva representa el mismo pasaje, eliminando las permutaciones para resaltar tan sólo las identidades de los intervalos[8] (Figura 8).

7. Schoenberg, *Seis piezas para piano*, opus 19

La aproximación al análisis mediante la teoría $d1$ se concentra en la detección de la verticalidad, uno de los temas que ocupan la atención de la musicología moderna al estudiar las relaciones armónicas. Las *Seis piezas para piano* (1913) de Arnold Schoenberg (1874-1951) revelan una exploración auditiva inédita del autor al tender de manera gradual a internarse del sistema tonal a un sistema aparentemente opuesto a éste, la atonalidad, e incluso a iniciar una inmersión inesperada en agrupaciones de alta densidad. Cada pieza constituye una referencia para observar dicha búsqueda hacia los límites mediante un sondeo novedoso de la combinatoria de la escala. Las *Seis piezas* se caracterizan por la brevedad y la economía de medios, inquietudes del momento que Schoenberg comparte con Anton Webern, algo que incita a entender que una parte de la empresa creativa reside en explorar las posibilidades armónicas de la escala, y que en la indagación schoenberguiana se apoya en la creación de una variedad de texturas en cada pieza, intento intuitivo y propositivo para abordar la relación espacio-temporal.

Para entender la búsqueda realizada en la obra desde la perspectiva de la exploración de la escala, el procedimiento a seguir consiste en describir someramente la textura de cada pieza, en reducir a identidades de intervalos cada aglomeración vertical detectada como una rebanada de la evolución secuencial y en representar mediante una red las identidades detectadas, sus niveles de densidad y tendencias conectivas.

7.1. *Pieza I*, polifonía libre

Los giros caprichosos de la melodía principal, acentuados por el carácter ternario del compás en 6/8 (Figura 9), se contrastan con pequeños elementos melódicos que, en su conjunto, evocan de manera fragmentaria la escala menor armónica mediante breves arpegios y algunos acordes que participan igualmente en una formación textural que intenta enfatizar las contradicciones entre dos tonalidades, como se aprecia en el tercer compás del fragmento arriba expuesto.

La red refleja una exploración extensa —cuantitativamente la mayor en toda la obra—, casi declarativa de las sonoridades resultantes y de la combinatoria conocida por el autor; al menos al inicio del proceso. Las 34 identidades que contiene, casi la mitad del potencial de la escala $D12$, cubren casi por entero los 6 niveles de densidad que abarcan. La tendencia propia de la textura polifónica

[8] La representación en redes de materiales musicales se expone en varios trabajos anteriores; entre otros [8].

Figura 7: Gesualdo, fragmento de *Moro, lasso, al mio duolo.* En el sistema inferior aparece la partitura original, cuya evolución continua de agrupaciones verticales se enumera desde el inicio $(0, 1, \dots, n)$. En el sistema superior se anota la reducción de cada agrupación vertical a su respectiva identidad o permutación, en ambos casos cifradas entre paréntesis al pie de la pauta. Las cifras entre paréntesis por encima de las notas refieren a la cantidad de mínimas distancias $d1$ por recorrer dentro de un permutaedro para alcanzar la siguiente sonoridad, lo que se representa como una permutación de la identidad, como la identidad o como una nueva identidad o alguna de sus permutaciones. Las notas negras cuadradas con ligaduras punteadas intentan representar los movimientos figurados que harían las voces para pasar de manera continua de un acorde al siguiente dentro del pasaje original. Por ejemplo, al pasar del primer al segundo compás, del acorde de Re mayor al acorde de Fa♯ mayor, podría suponerse como punto intermedio el acorde de Fa♯ menor, a mínima distancia $d1$ de ambos acordes.

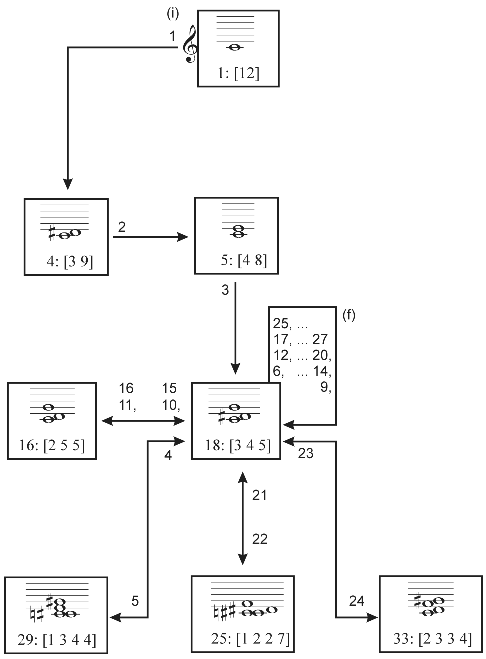

Figura 8: *Moro, lasso, al mio duolo*, Gesualdo, red conectiva entre 8 identidades de intervalos con niveles de densidad entre identidades de 1 a 4 intervalos; 27 transiciones en total. Las cifras vinculadas a las flechas de la red señalan el número de la transición. Las identidades 29, 25 y 33 al pie del grafo tienen igual combinatoria al poseer 3 intervalos distintos entre sí y uno repetido: $[a, b, c, c]$, casos que generan todos un permutaedro integrado por doce nodos (con objeto de facilitar al lector la consulta de cualquiera de dichas identidades en el programa Teoría *d*1, MúSIIC-Win arriba citado, todas las alteraciones de las notas aparecen con signos de ♯). La red sintetiza el micro-sistema del pasaje y muestra los límites de una búsqueda en el espacio tonal. Se distinguen 4 identidades consonantes $[12]$, $[3, 9]$, $[4, 8]$, $[3, 4, 5]$ —eje de la conectividad—, dos identidades propias de la armonía disonante $[1, 3, 4, 4]$ —acordes de séptima mayor—, $[2, 3, 3, 4]$ —acordes de séptima menor—, y dos más que el sistema tonal ensaya justificar con denominaciones como las mencionadas algo más arriba: $[2, 5, 5]$ y $[1, 2, 2, 7]$. Esta última identidad muestra una aglomeración de cuatro alturas contiguas en la escala inicial, lo que permite vincular su sonoridad resultante a la música de épocas más recientes.

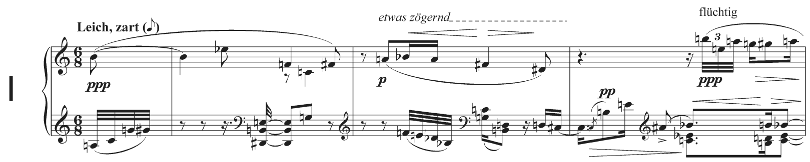

Figura 9: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, fragmento inicial de la *Pieza I.*

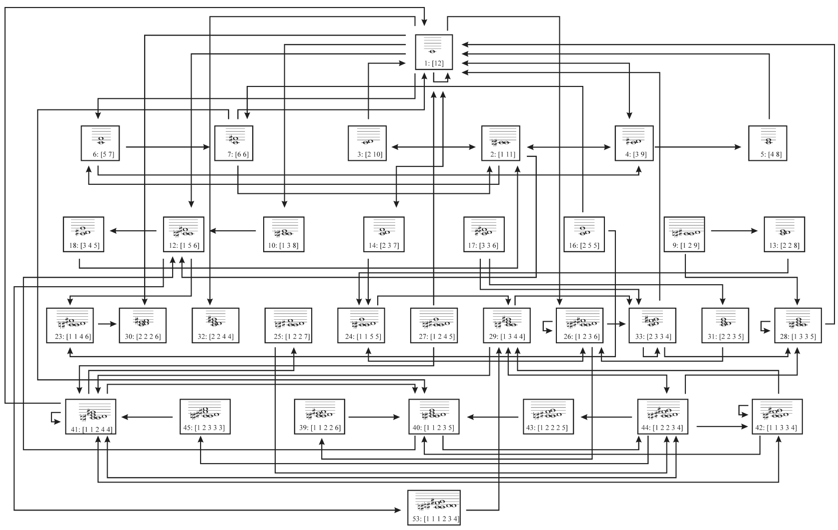

Figura 10: Schoenberg, *Pieza I*, red entre 34 identidades en un continuo de niveles que abarca del $N1$ al $N6$.

Figura 11: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, fragmento inicial de la *Pieza II*.

libre se manifiesta en el tejido de conexiones, que mantiene siempre la continuidad dentro de un mismo nivel —obsérvese en las conexiones horizontales— a la vez que relaciona identidades de distintos niveles, incluso extremos —por ejemplo, los saltos entre la identidad 12 $[1,5,6]$ y la 53 $[1,1,1,2,3,4]$, o entre la 41 $[1,1,2,4,4]$ y la 1 $[12]$. El grafo destaca la conectividad de la identidad 1 $[12]$ con casi la mitad de las identidades contenidas en la red mediante un patrón que se distingue por el salto. La discontinuidad en la vinculación de algunas sonoridades es un indicio de la evolución posterior de la obra, de observar que reaparece en las *Piezas III* y *IV*, un aspecto que da énfasis al hallazgo sorpresivo propio de la búsqueda, aunque la exploración no exceda aún el límite de sonoridades resultantes que derivan de la identidad con mayor número de semitonos, identidad 53 $[1,1,1,2,3,4]$ de nivel $N6$ —parte inferior de la red—, que pertenece al espacio de la zona I del potencial, la escala menor armónica, identidad 64 $[1,1,1,2,2,2,3]$ de nivel $N7$, de la cual derivan 56 identidades (Cf. Figura 6), y cuya variedad de intervalos incrementa la combinatoria, un dato que puede constatarse al observar la exploración de la obra.

7.2. *Pieza II*, intervalo-objeto

Un breve motivo rítmico en *staccato* deja escuchar con persistencia una tercera mayor, sonoridad resultante que gravita en la pieza y deviene un intervalo-objeto, que en el contexto de la armonía disonante remite al oído a la brillantez del acorde mayor. La textura juega con las relaciones posibles de dicho intervalo dentro de las tonalidades que le son vecinas, como se escucha desde el inicio, que parece estar en Sol mayor, Mi menor y Do menor, con lo cual genera una frecuente ambigüedad dentro del universo tonal al tiempo que evoca la fórmula de la pieza anterior de emprender la búsqueda a partir de una sola altura —fórmula que aquí se percibe como una variación de color.

La tercera mayor inicia la pieza (i), ocupa el centro de la conectividad y aporta desde el principio una sonoridad hasta ahora no escuchada —dos terceras mayores superpuestas, el acorde aumentado, identidad 19 $[4,4,4]$— además de una sonoridad ya advertida, la superposición de dos segundas mayores que se suman en otra tercera mayor, identidad 13 $[2,2,8]$. La exploración divide en dos los espacios de los niveles $N1$ a $N3$ y $N5$ a $N6$, ensayo que evoca sonoridades resultantes conocidas de la tradición en contraste con otras donde los intervalos

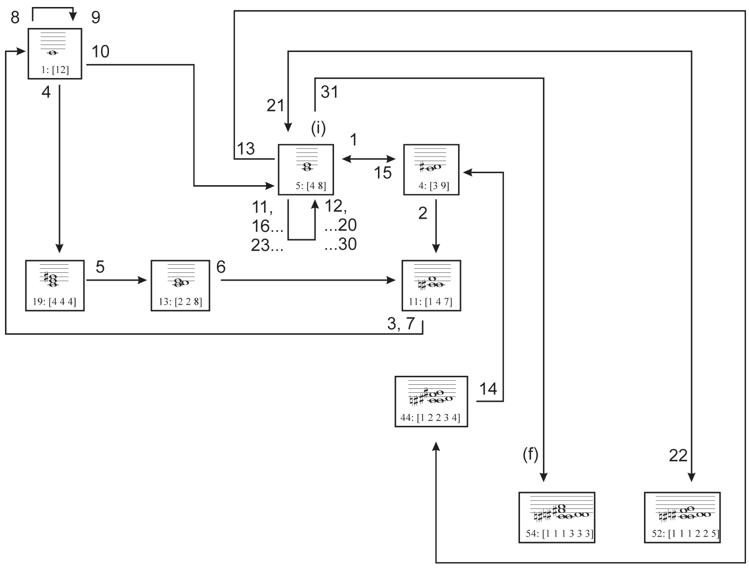

Figura 12: Schoenberg, *Pieza II*, red entre 9 identidades en un espacio discontinuo de niveles que abarca del $N1$ al $N3$ y del $N5$ al $N6$.

se aglomeran verticalmente. Dos sonoridades de nivel $N6$ hasta entonces no escuchadas en la obra recalcan la intención de llegar poco a poco al límite de mayor densidad, con lo cual se alcanza también el mayor número de semitonos, las identidades 52 $[1, 1, 1, 2, 2, 5]$ y 54 $[1, 1, 1, 3, 3, 3]$, final (f) de la pieza, que aún no abandona la tonalidad al derivar ambas de la identidad 64 $[1, 1, 1, 2, 2, 2, 3]$, zona I del potencial.

7.3. *Pieza III*, coral

La textura en el estilo de un coral resalta al doblar el bajo, en *pp*, cuya melodía al inicio desvela un color tonal que avanza de Mi♭ menor a Fa menor; mientras, la parte superior ofrece una evolución hecha de acordes densos en *ff*,

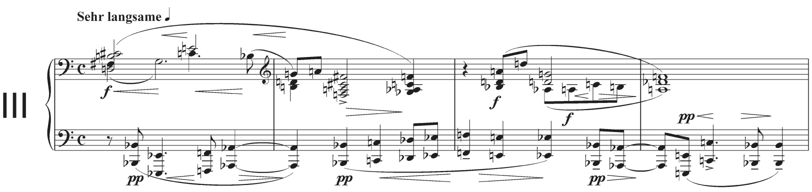

Figura 13: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, fragmento inicial de la *Pieza III*.

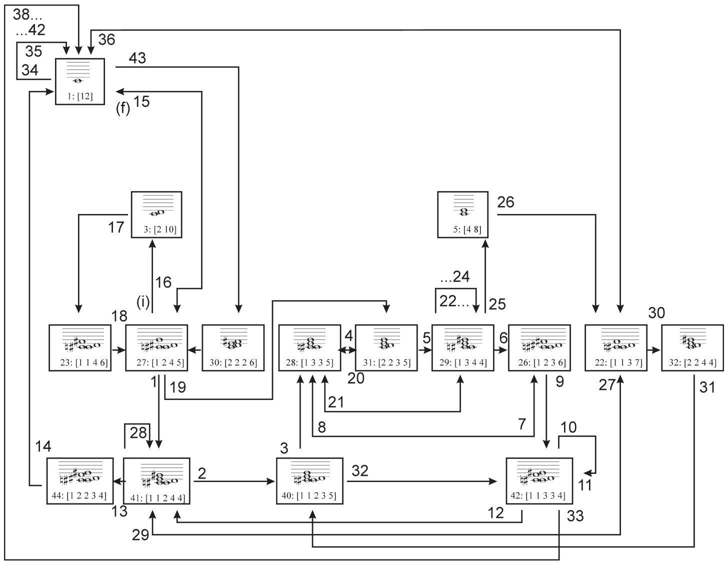

Figura 14: Schoenberg, *Pieza III*, red entre 16 identidades en un espacio discontinuo de niveles que abarca del $N1$ al $N2$ y del $N4$ al $N5$.

lo que da al canto del bajo un aire tonal casi secreto. Las armonías mismas tienden a desdecir la posible relación que pudiesen tener con el bajo, algo que por momentos da la impresión de que se sitúan en otra tonalidad y producen la impresión de un disloque, como se aprecia desde el principio de la pieza a través de la evolución que va del tercer tiempo del primer compás al segundo tiempo del segundo compás.

Al igual que con la *Pieza II*, el espacio de la red se divide en dos, ahora de manera más acentuada por la separación entre los niveles $N1$ y $N2$ de los niveles $N4$ y $N5$. Predomina la tendencia a sostener las voces superiores como un coral, como se escucha desde el inicio de la obra (i) con la identidad 27 $[1, 2, 4, 5]$, sonoridad resultante que sirve de referente a la búsqueda vertical y remite a la armonía tonal de séptima mayor —Re Fa♯ Si Do♯; Si♭ Re Sol La. El juego con las sonoridades de los niveles de mayor densidad no conduce esta vez a la referencia predominante en las dos piezas anteriores, la escala menor armónica, sino a su vecina más próxima, la escala diatónica, la identidad 65 $[1, 1, 2, 2, 2, 2, 2]$, zona H del potencial combinatorio, de la cual derivan 48 identidades que, por su menor variedad e intervalos, conducen a una combinatoria un poco menos extensa.

7.4. ***Pieza IV*, alternancia secuencial-vertical**

El aire impulsivo —*rasch*— que caracteriza a la melodía proviene de un ritmo inquieto cuya siembra de arpegios y de giros por grados continuos hace

Figura 15: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, fragmento inicial de la *Pieza IV*.

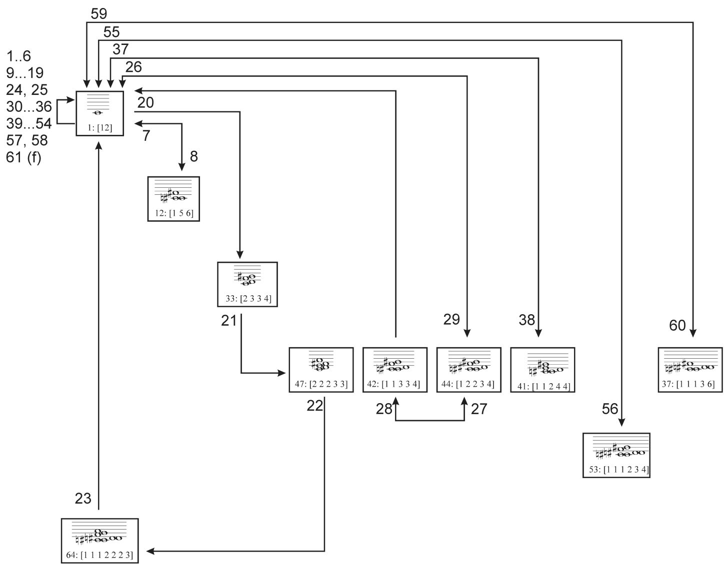

Figura 16: Schoenberg, Pieza IV, red entre 10 identidades en un espacio discontinuo que comprende los niveles $N1$, y del $N3$ al $N7$.

alusión continua a tonalidades distintas, como la evolución melódica inicial, que pasa de Si♭ menor a Do mayor, La mayor, etc. Los frecuentes encuentros de la melodía con acordes que surgen de manera inesperada dan en este caso la idea de tropiezo y, por la contradicción entre materiales consonantes proveniente de una poli-tonalidad que recuerda al raro diálogo entre el bajo y los acordes de la *Pieza III*. Aquí, los saltos entre sonoridades de baja y alta densidades son aún más abundantes que en las *Piezas I* y *II*, dentro de una evolución en extremo breve que genera a su paso hallazgos que no tienden a repetirse. La sensación de lance se acentúa aún más que antes en la obra, y en particular cuando se alcanza a escuchar completa por primera la sonoridad resultante de la escala menor armónica.

La alternancia de lo secuencial con lo vertical en la textura —melodía rápida y acordes con los que colisiona— es puesta en relieve por la red, que crea una

V

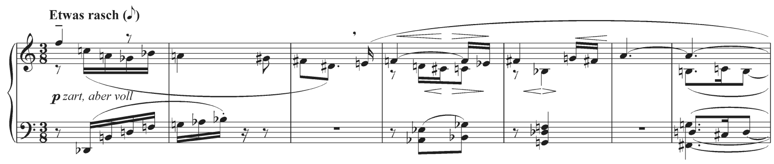

Figura 17: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, fragmento inicial de la *Pieza V*.

estructura con forma de estrella en torno de la identidad 1 [12], punto desde el cual se desprenden casi todas las conexiones. El diseño que crea la red da la idea de una búsqueda cuyo proceso se basa en pescar aquí y allá nuevas sonoridades resultantes sin que éstas mantengan necesariamente una amplitud de vínculos, de no ser en el nivel N5 al centro de la red, donde se distingue el escaso vínculo entre las identidades 42 [1,1,3,3,4] y 44 [1,2,2,3,4]. La conectividad mediante saltos provoca el encuentro a mayor distancia que se haya dado hasta ahora en la obra al conectar la identidad 1 [12] con la 64 [1,1,1,2,2,2,3]. Esa misma franqueza en la conexión entre sonoridades resultantes apartadas conduce a considerar que las relaciones establecidas en las piezas anteriores forman ya parte de una memoria que facilita la creación de nuevos vínculos dentro del espacio de la escala menor armónica a la que la obra refiere con insistencia.

7.5. *Pieza V*, melodía con acompañamiento

El carácter ternario de la *Pieza I* reaparece aquí para dar al todo el aire de una suite moderna cuyo efecto de unidad formal beneficia la percepción del conjunto de materiales. El parentesco de búsqueda es amplio en ambas piezas al observar una vez más la contradicción que resulta de oponer armonías de distinto origen tonal, como los arpegios encontrados del inicio —Si♭ menor arriba y Do menor abajo— o al mantener la tendencia a conectar la identidad 1 [12] con sonoridades resultantes de mayor densidad. La diferencia que más resalta aquí respecto a la primera pieza es que el ritmo tiende a procurar homogeneidad a la articulación de las voces mediante la sincronía, un aspecto que a su vez vincula esta quinta pieza al carácter coral de la *Pieza III*.

La red que genera esta pieza presenta el mayor equilibrio en la distribución de sus distintas densidades verticales, en la conectividad entre identidades del mismo nivel y entre identidades distantes. Resurge aquí el motivo de tercera mayor —Ii 5 [4 8]— así como la extensa conectividad de la identidad 1 [12] con que inicia la pieza y que deviene otra vez un eje de la exploración. El conjunto de sonoridades resultantes se puede derivar nuevamente de la zona I, escala menor armónica, identidad 64 [1,1,1,2,2,2,3], a mínima distancia de una de las identidades de nivel N6, límite de mayor densidad. La pieza finaliza con dos sonoridades resultantes que aparecen en la obra por vez primera, la 56 [1,1,2,2,3,3], que precede a la identidad 55 [1,1,2,2,2,4], al final (f), ambas de nivel N6 y asociadas a la escala diatónica. La exploración de las dos escalas

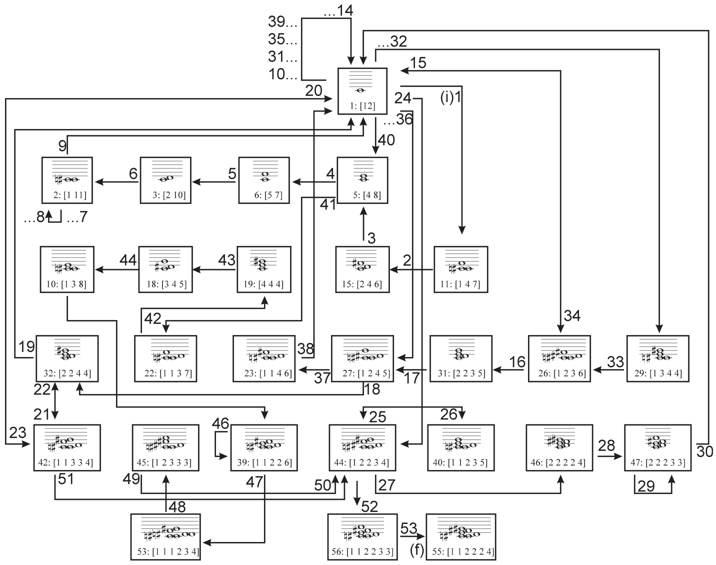

Figura 18: Schoenberg, *Pieza V*, red entre 27 identidades en un espacio continuo de niveles que abarca del $N1$ al $N6$.

de referencia concluye con esta penúltima pieza, experiencia de búsqueda exhaustiva de los últimos vestigios del mundo tonal, lo que acaso permite al autor llevar a cabo una apertura al final de la obra para romper de manera definitiva con sus raíces.

7.6. *Pieza VI*, planos armónicos

La última de las *Seis piezas* revela una transformación drástica del proceso de búsqueda, hasta ahora tendiente a recorrer el espacio según las fórmulas melodía-armonía o melodía-melodía. Avanzar de nivel parece en toda la obra una condición obligatoria para aproximarse a los confines de la tonalidad, nivel N7 al que llega la *Pieza IV* al incluir la sonoridad resultante de la escala

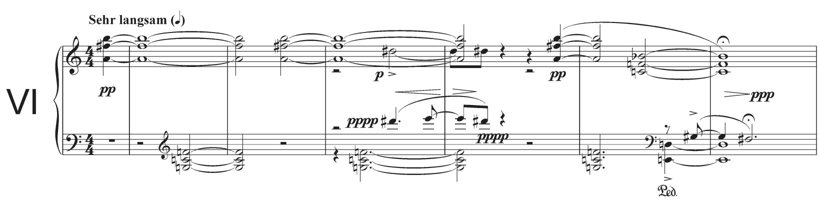

Figura 19: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, fragmento inicial de la *Pieza VI*.

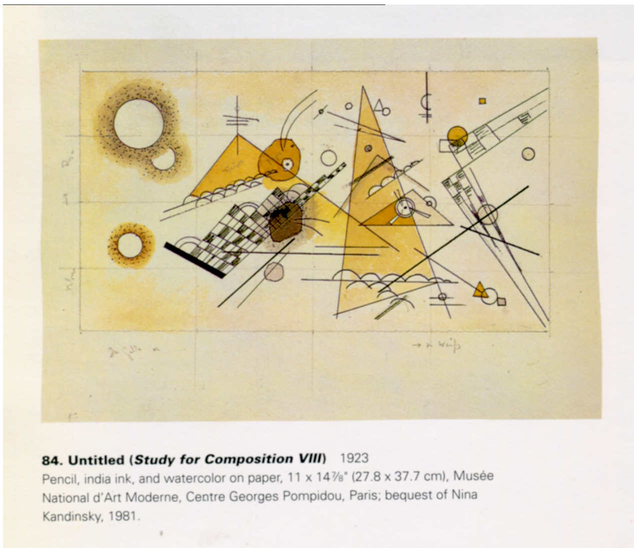

Figura 20: Vasily Kandinsky, *Estudio para Composición VIII* (1923), lápiz, tinta china y acuarela en papel, Museo Nacional de Arte Moderno, Centro Georges Pompidou, París, donación de Nina Kandinski, 1981. Obsérvense el juego de superposición entre los triángulos al centro de la imagen, cuya percepción puede asimilarse a la audición de los planos en Schoenberg [3].

menor armónica. Las condiciones están dadas para que la *Pieza VI* rebase dicho umbral, aunque el autor no va a recurrir a las mismas texturas que antes para agenciarse la meta. La ambigüedad entre tonalidades o los cruces sorpresivos a los que acude previamente crearían demasiado disloque en los máximos de densidad que vislumbra; recursos como la poli-tonalidad no funcionan porque su exceso en densidad resulta borroso, indeterminación ajena al pensar de Schoenberg: se requiere de una estrategia inusual que conduzca al hallazgo de la textura adecuada. La partitura misma lo desvela al acoplar sonoridades resultantes como si fuesen planos que no dan la impresión de chocar sino de permitir la escucha autónoma de cada uno. La música se aleja de su lenguaje y se acerca, acaso también se adelanta, a la serie de composiciones de Vasily Kandinsky (1866-1944), cuyas figuras geométricas se traslapan sin encubrirse y crean una imagen cristalina.

La edificación textural schoenberguiana recurre para ello a una pasividad rítmica que contribuye a suspender la resonancia de las armonías y hacer que sus superficies transluzcan y se fusionen a otras armonías que penden en una secuencia que se oye con el sigilo de mínimas intensidades —*pp*, *ppp*, *pppp*. La nueva música deviene representación de una materia cuyo aislamiento la hace abstracta e impide que el oído pueda percibirla dentro del antiguo engranaje de la función tonal. La autonomía de cada acorde nace de otro universo, un juego entre alturas de concepción similar a la del intervalo-objeto que despunta en la *Pieza III*, ahora como armonía-objeto cuya suspensión y traslape a otros acordes crea una libre mixtura de prismas sonoros. La armonía-objeto, por lo general tres alturas, parece evocar las figuras de Kandinsky con triángulos como el escaleno —La, Fa♯ Si— o el equilátero —Sol Do Fa, o Do Fa Si♭—, a la vez que los pequeños trazos melódicos —compases 5 y 6—, como gotas que derraman el vaso, se inclinan hacia un nuevo límite.

El predominio radical de la verticalidad conduce al cabo de la *Pieza VI* al máximo de densidad en la obra, como confirma la síntesis novedosa de la red entre las identidades: dentro de un mínimo de 26 cortes verticales se denotan ocho escasas sonoridades resultantes; cinco de ellas —identidades 1 [12], 14 $[2, 3, 7]$, 52 $[1, 1, 1, 2, 2, 5]$, 53 $[1, 1, 1, 2, 3, 4]$ y 64 $[1, 1, 1, 2, 2, 2, 3]$— aún dentro del ámbito de la escala menor armónica, evocada por segunda vez (Cf. *Pieza IV*); el resto proviene de una determinación en el avance y de una suavidad para lograrlo mediante mínimas distancias $d1$ hacia tres sonoridades resultantes inexploradas: en el propio nivel N7, la identidad 60 $[1, 1, 1, 1, 1, 2, 5]$, en el $N8$, la identidad 69 $[1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3]$, y en el N9, la de mayor densidad vertical, la identidad 73 $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2]$ —apenas a 3 mínimas distancias del límite, la identidad 77 $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$. Las tres nuevas identidades, de máxima disonancia —5 y 6 semitonos—, sobrepasan al universo de las escalas diatónica y menor armónica. La afanosa exploración que emprende el autor logra un impulso final cuyo desenlace, la atonalidad, es el punto de partida de una búsqueda que le conduce diez años más tarde a adoptar el planteamiento formal de la serie dodecafónica.

7.7. Síntesis de la búsqueda armónica

La brevedad de las *Seis piezas para piano* contrasta con la abundancia de sus sonoridades resultantes, que abarcan de forma continua los niveles de densidad $N1$ al $N9$. La innovación de Schoenberg reside en el ensayo de fusionar universos distintos, aunque no obligadamente disociados de observar su proyección dentro del continuo de identidades del potencial combinatorio de la escala $D12$:

La exploración completa del opus 19 denota la existencia de dos espacios distintos:

- la forma del espacio de búsqueda abarca casi todo el espacio cubierto por los sistemas sincrónico-armónicos; las agrupaciones que contienen mayor número de semitonos se dirigen como puntas hacia la parte superior de los niveles $N3$, $N4$, $N5$ y $N7$;
- otra punta se prolonga hacia el extremo derecho de la forma y alcanza los niveles $N8$ —zona K: línea punteada— y $N9$ —zona L: línea delgada—, mismos que integran las seis identidades de mayor nivel.

Schoenberg tiende en cada una de las seis piezas a crear una oscilación entre máximos y mínimos en el número de identidades, que a su vez complementa

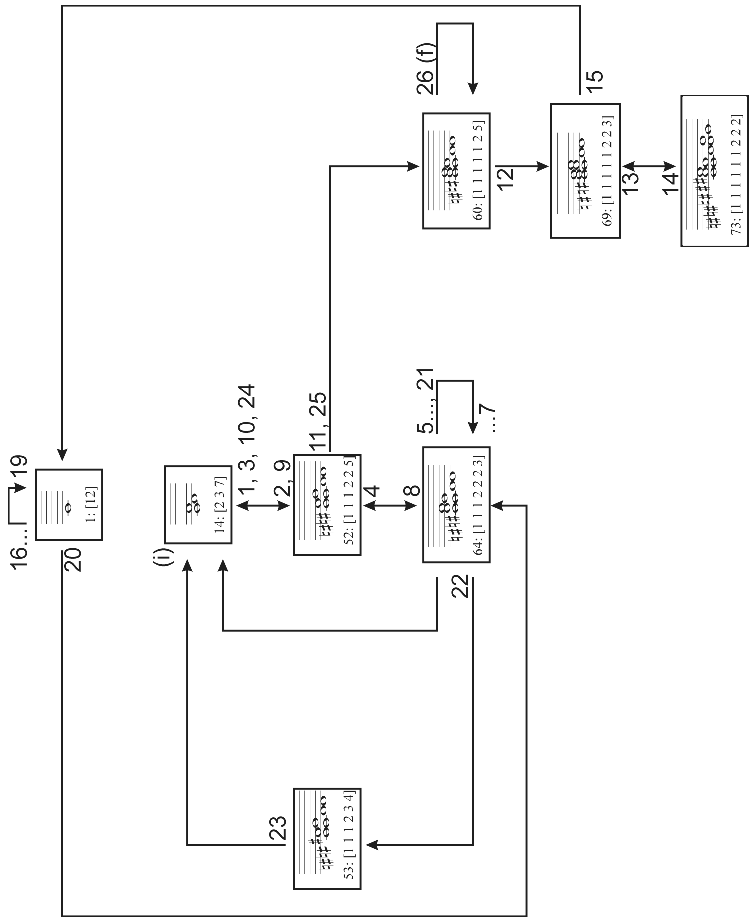

Figura 21: Schoenberg, *Pieza VI*, red entre 8 identidades en un espacio discontinuo de niveles que abarca el $N1$, $N3$, y del $N6$ al $N9$.

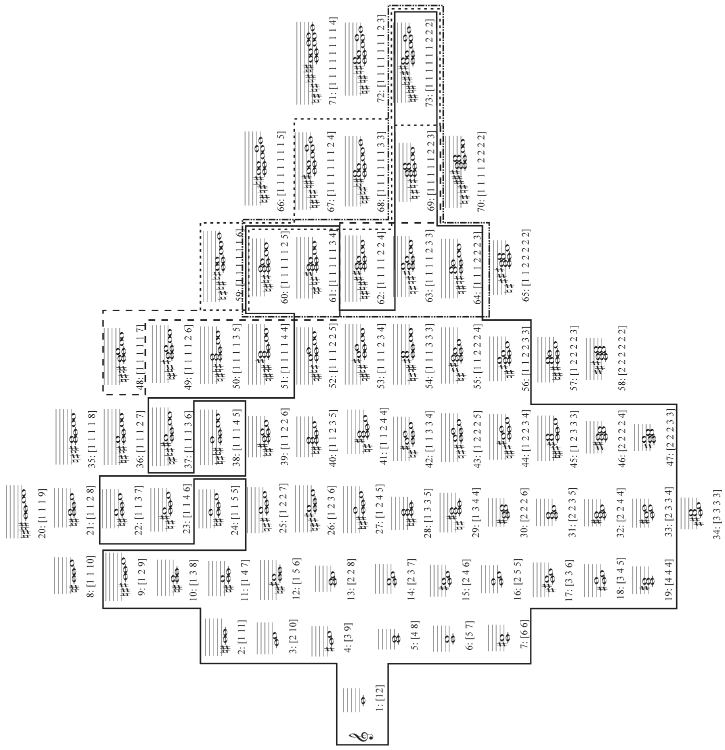

Figura 22: Schoenberg, *Seis piezas para piano*, proyección del espacio de búsqueda dentro del potencial combinatorio de la escala $D12$, 50 identidades distribuidas de forma continua en los niveles $N1$ al $N9$. La línea continua enmarca el espacio de búsqueda y la línea discontinua indica las identidades que pueden vincularse al límite de la obra, la identidad 73 $[1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2]$.

con la alternancia, respectivamente, entre texturas tradicionales e innovadoras, como se evidencia mediante su comparación por pares:

- I, polifonía libre, 34 identidades - II, intervalo-objeto, 9 identidades,
- III, coral, 16 identidades - IV, alternancia secuencial-vertical, 10 identidades,
- V, melodía con acompañamiento, 27 identidades - VI, planos armónicos, 8 identidades.

La secuencia parece calcular el zigzag de piezas nones a pares[9], de una conectiva que va de mínimas a máximas distancias —factor que influye en que el resultado se perciba por momentos con cierta estridencia—, de sonoridades resultantes conocidas a otras de nueva adopción —con frecuencia disimuladas en el discurso, a excepción del declarativo final de la obra. Singular creación musical, induce a captar su dualidad, sello que opone consonancia y disonancia, tradición y novedad, tonalidad y atonalidad, lo que invita a ubicar las *Seis piezas para piano* en la intersección de tres espacios musicales, consonante (A.), disonante (B.) y atonal extendido (C.), convivencia que resulta de una rica amalgama de conocimientos, originalidad y creatividad.

Bibliografía

[1] Carrillo, Julián, *El infinito en las escalas y en los acordes*, Ediciones Sonido 13, México, 1957, 81 pp.

[2] Cowell, Henry Dixon, *New Musical Resources*, with a preface and notes by Joscelyn Godwin, Something Else Press, Inc., EE UU, 1964, 158 pp.

[3] Dabrowski, Magdalena, *Kandinsky compositions*, Museum of Modern Art, New York, 1995, 128 pp., ISBN 0870704060.

[4] Estrada, Julio, *Théorie de la composition : continuum-discontinuum*, tesis de doctorado en música y musicología, Université de Strasbourg II Sciences Humaines, Estrasburgo, 1994, 989 pp.

[5] Estrada, Julio, *Conlon Nancarrow: Meister der Zeit*, traducción de Monika Fürst-Heidtmann, MusikTexte, Zeitschrift für Neue Musik, Colonia, 1994, pp. 34-38.

[6] Estrada, Julio, *Focusing on Freedom and Movement in Music: Methods of Transcription inside a Continuum of Rhythm and Sound*, traducción de Brandon Derfler, Perspectives of New Music, Volume 40, Number 1, Winter, pp. 70-91, 2002.

[9] Dicha idea recuerda en cierto modo la relación contrastada que crean las sinfonías nones de Beethoven, más aventuradas que las pares, de carácter más clásico.

[7] Estrada, Julio; Díaz, Max; Adán, Víctor; Schwarz, Eric; *Teoría d1, MúSIIC-Win, (Música, Sistema Interactivo de Investigación y Creación)*, programa para Windows XP, con un Manual del usuario en español, francés e inglés, Escuela Nacional de Música, UNAM, México, 2006, disco compacto de instalación y manual impreso, 52 pp.

[8] Estrada, Julio; Gil, Jorge, *Música y teoría de grupos finitos (3 variables booleanas)*, with an English Abstract, Instituto de Investigaciones Estéticas, UNAM, México, 1984, 221 p.

[9] Estrada, Julio; Adán, Víctor, *La transformación continua de la forma de onda por medio del potencial combinatorio de sus intervalos de tiempo*, conferencia, International Society of Musical Acoustics, UNAM, México, 2004, 5 pp.

[10] Forte, Allen, *Pitch-Class Set Genera and the Origin of Modern Harmonic Species*, Journal of Music Theory, New Haven, 1988, No. 32, pp. 187-270.

[11] Haba, Alois, *Nuevo tratado de armonía*, traducción de Ramón Barce, Editorial Real Musical, Madrid, 1984, 291 pp.

[12] Jairazbhoy, Nazir, *The Thats of North Indian Music, Their Structure and Evolution*, Londres, Faber & Faber, 1971, 222 pp.

[13] Johnston, Ben, *Microtones*, Dictionary of Contemporary Music, John Vinton, editor, New York, 1974, E.P. Dutton & Co., Inc., p. 483.

[14] Knuth, Donald. *Fundamental Algorithms*, Addison Wesley, 1973.

[15] Novaro, Augusto, *Sistema natural de la música*, edición del autor, México, 1951, 254 pp.

[16] Ramírez Alfonsín, J. L. y Romero, David, *Embeddability of the combinohedron*, Discrete Mathematics, Elsevier, 254, pp. 473-483, EE UU, 2002.

[17] Romero, Germán, *La teoría del potencial interválico de J. Estrada y su aplicación al análisis del ritmo en 'Kontra-Punkte' de Stockhausen*, tesis de licenciatura en composición, Escuela Nacional de Música, México, Proyecto Música Matemáticas, Computación, UNAM, 1994, 150 pp.