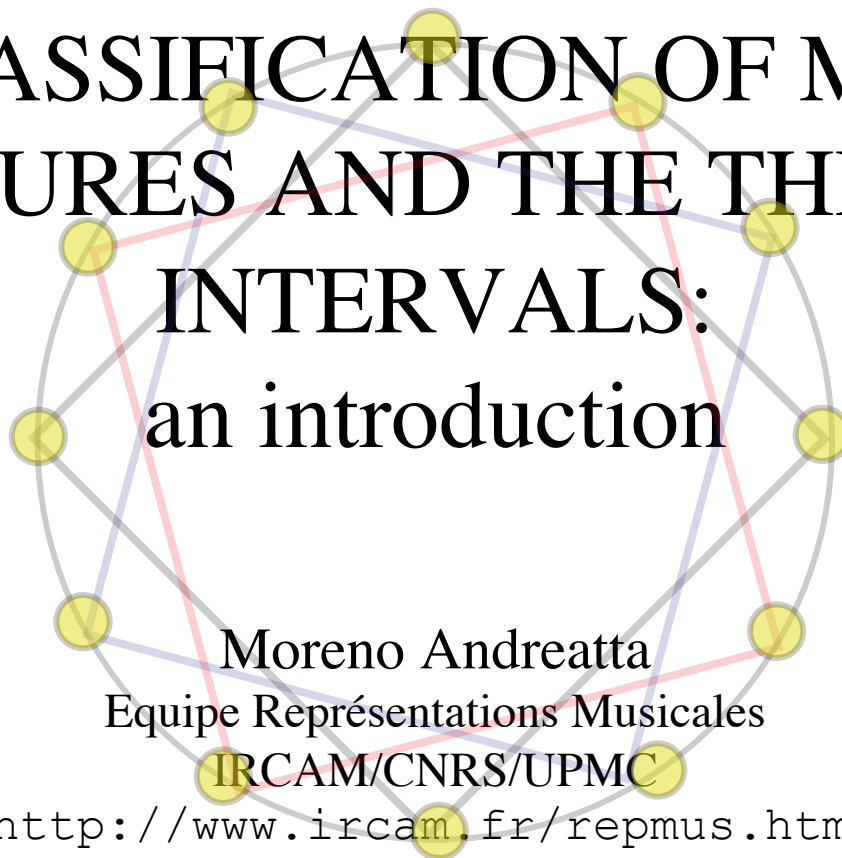


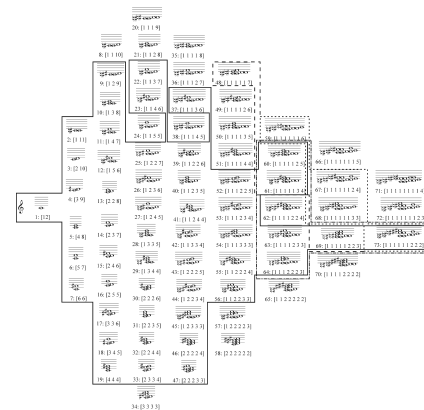
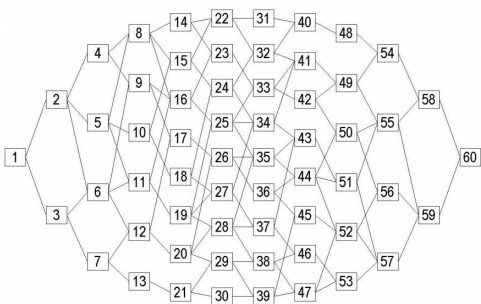


THE CLASSIFICATION OF MUSICAL STRUCTURES AND THE THEORY OF INTERVALS: an introduction



Moreno Andreatta
Equipe Représentations Musicales
IRCAM/CNRS/UPMC

<http://www.ircam.fr/repmus.html>

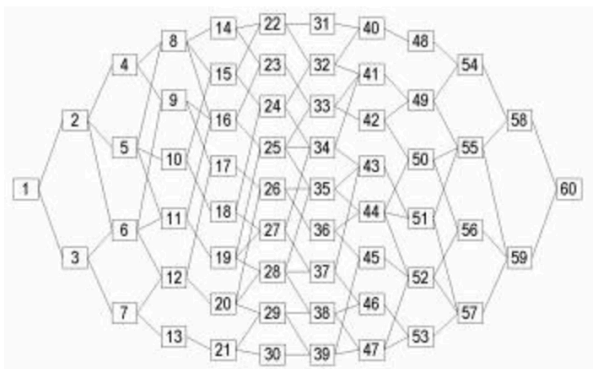


Séminaire de Julio Estrada (compositeur, UNAM, Mexique), avec une introduction de Moreno Andreatta (CNRS-Ircam-UPMC / université de Strasbourg)

Ircam, Salle Stravinsky, 27 septembre 2017, 10h00–13h00

LE CONTINUUM DES GAMMES : CLASSIFICATION DES STRUCTURES MUSICALES ET THÉORIE DES INTERVALLES

Ce séminaire est consacré au problème de la classification des structure musicales. Après une présentation de quelques aspects théoriques liés aux différents catalogues d'accords (de celui d'Anatol Vieru au catalogue d'identités de Julio Estrada en passant par celui de la Set Theory d'Allen Forte et des orbites affines de Robert Morris et Guerino Mazzola), on discutera l'application de ces constructions pour l'analyse musicale et la composition. Une partie de la présentation sera consacrée à une démonstration du programme MuSIIC-Win s'appuyant sur la Théorie d1 de Julio Estrada, issue du potentiel combinatoire des intervalles des gammes (Estrada, 1994). Le nom de Théorie d1 renvoie au caractère continu que revêtent toutes les opérations, basées sur des transformations à distance minimale, d1, qui ont pour référent mathématique la combinatoire et la théorie des graphes en ce qui concerne leur représentation visuelle. Refusant l'imposition de catégories appartenant à des systèmes de composition ou à une esthétique musicale, la Théorie d1 constitue une invitation à la libre exploration des gammes. Le logiciel Théorie d1 permet d'accéder à 22 gammes comprenant de 3 à 24 intervalles de hauteur ou de durée.



Bibliographie et documents préparatoires :

- Julio Estrada, *Théorie de la composition : discontinuum – continuum*, thèse doctorale, Université de Strasbourg, 1994, 932 pp.
- J.L. Ramírez Alfonsín, David Romero, "Embeddability of the combinohedron", *Discrete Mathematics*, Volume 254, Issues 1–3, 10 June, 473–483, 2002 ([pdf](#))
- Julio Estrada, Victor Adan, "La transformación continua de la forma de onda por medio del potencial combinatorio de sus intervalos de tiempo", *International Society of Musical Acoustics México, UNAM* ([pdf](#))
- Julio Estrada, "La teoria d1, MuSIIC-Win y algunas aplicaciones al analisis musical: Seis piezas para piano, de Arnold Schoenberg", in *Memoirs of the Fourth International Seminar on Mathematical Music Theory*, Emilio Lluís-Puebla Octavio A. Agustín-Aquino (Editors), *Memorias*. Vol. 4, 2011 ([pdf](#))
- German Romero, "Exploracion sonora en la musica polifonica de los siglos XIII a XVI", *Perspectiva Interdisciplinaria de Musica*, n° 3–4, 2009–2010 ([pdf](#))
- Moreno Andreatta, "Calcul algébrique et calcul catégoriel en musique : aspects théoriques et informatiques", *Le calcul de la musique*, L. Pottier (éd.), Publications de l'université de Saint-Etienne, 2008, p. 429–477 ([pdf](#)).
- [Bibliographie](#)

Ce séminaire est organisé dans le cadre des initiatives conjointes – Master [ATIAM/Cursus](#) de composition, en collaboration avec le département de la pédagogie et de l'action culturelle de l'IRCAM.

➔ <http://repmus.ircam.fr/atiam/julioestrada>

Anatol Vieru, André Riotte et Julio Estrada, ou l'articulation entre calcul combinatoire et formalisation algébrique



Colloque CDMC
28-29 novembre 2014

➔ <http://www.canalc2.tv/video/13468>

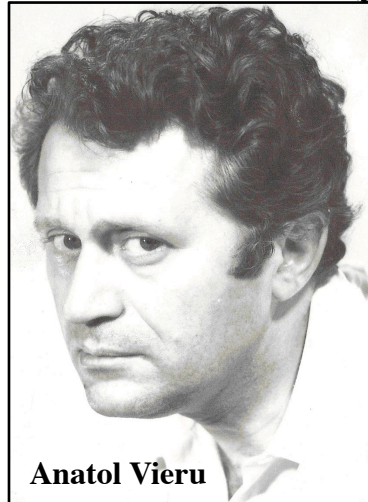


Three compositional perspectives on music theory



anatol vieru

THE
BOOK
OF
MODES



Anatol Vieru



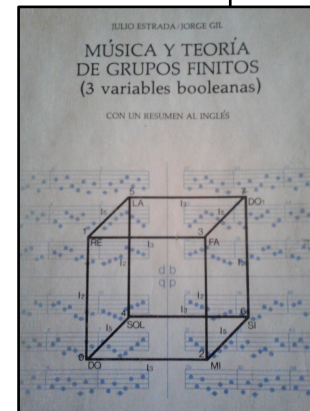
André Riotte



Marcel Mesnage



Julio Estrada



THEORIE DE LA COMPOSITION :
DISCONTINUUM - CONTINUUM

Julio ESTRADA

Thèse en Musicologie
Nouveau Doctorat
Département de Musicologie
Université de Strasbourg II
Sciences Humaines

Directeur de thèse :
François-Bernard Mâche

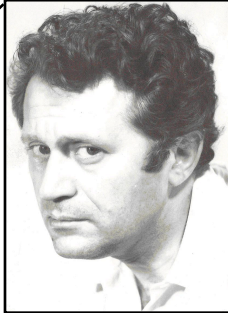
Membres du Jury :

M. François-Bernard Mâche, Ecole d'Hautes Etudes
Mme. Marta Grabótz, Université de Strasbourg
M. Hartmut Möller, Université de Rostock

Rapports de thèse :

Mme. Evélyne Andreani, Université de Paris VIII
M. Daniel Charles, Université de Nice

Combinatorics and algebra in music classification



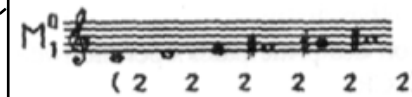
3.43. The catalogue of modal structures (in the tempered system mod12)

(1)(0)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	Void structure — total structure
(2)(0)	~(2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	zero structure
(3)(1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	Perfect chromatic modes
(4)(1,2)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,2,2)	Major second
(5)(9,3)	~(1,1,1,1,1,1,1,2,1,2)	Minor third
(9)(8,4)	~(1,1,1,1,1,1,2,1,1,2)	Major third
(7)(7,5)	(1,1,1,1,2,1,1,1,1,2)	Perfect diatonic modes
(9)(6,6)	(1,1,1,2,1,1,1,1,1,2)	Tritone
(9)(10,1)	(1,1,1,1,1,1,1,1,1,4)	Perfect chromatic modes
(10)(9,2)	(1,1,1,1,1,1,1,2,3)	
(11)(1,2,9)	~(3,2,1,1,1,1,1,1,1)	
(12)(8,3,1)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,1)	
(13)(1,3,8)	~(3,1,2,1,1,1,1,1,1)	
(14)(8,2,2)	~(1,1,1,1,1,2,2,2,2)	
(19)(7,4)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1)	
(16)(1,4,7)	~(3,1,1,2,1,1,1,1,1)	
(17)(7,3,2)	~(1,1,1,1,2,1,1,2,2)	
(18)(2,3,7)	(2,2,1,2,1,1,1,1,1)	
(19)(6,5,1)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1)	
(20)(1,5,6)	~(3,1,1,2,1,1,1,1,1)	
(21)(6,4,2)	~(1,1,1,1,2,1,1,2,2)	
(22)(2,4,6)	~(2,2,1,2,1,1,1,1,1)	
(23)(6,3,3)	~(1,1,1,1,2,1,2,1,2)	
(24)(5,5,2)	(1,1,1,2,1,1,1,2,2)	
(25)(5,1,3)	~(1,1,1,2,1,1,2,1,2)	
(26)(3,4,5)	(2,1,2,1,1,2,1,1,1)	
(27)(4,4,4)	~(1,1,2,1,1,2,1,1,2)	
(28)(9,1,1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,5)	
(29)(8,2,1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,2,4)	
(30)(1,1,2,8)	~(4,2,1,1,1,1,1,1,1)	
(31)(8,1,2,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,3,3)	
(32)(7,3,1,1)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,4)	
(33)(1,1,3,7)	~(4,1,2,1,1,1,1,1,1)	
(34)(7,1,3,1)	~(1,1,1,1,1,3,1,1,3)	
(35)(7,2,2,1)	(1,1,1,1,1,2,2,3)	
(36)(1,2,2,7)	~(3,2,2,1,1,1,1,1,1)	
(37)(7,2,1,2)	(1,1,1,1,2,2,2,3)	
(38)(6,4,1,1)	(1,1,1,2,1,1,1,4)	
(39)(1,1,4,6)	~(4,1,2,1,1,1,1,1)	
(40)(8,1,4,1)	~(1,1,1,1,3,1,1,1,3)	
(41)(6,3,2,1)	~(1,1,1,1,2,1,2,3)	
(42)(1,2,3,6)	~(3,2,1,2,1,1,1,1,1)	
(43)(6,3,1,2)	(1,1,1,1,2,1,1,3)	
(44)(2,1,3,6)	~(2,3,1,2,1,1,1,1,1)	
(45)(6,2,3,1)	(1,1,1,1,2,2,1,3)	
(46)(1,3,2,6)	~(3,1,2,2,1,1,1,1,1)	
(47)(6,2,2,2)	~(1,1,1,1,2,2,2,3)	

diminished chord,
Perfect diatonic modes

Major chord
Minor chord
Augmented chord
(BACH)

Messiaen III
— Perfect chromatic tetrichord



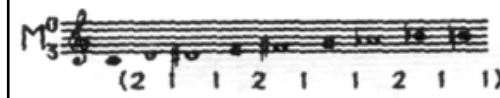
$$2_0 = 4_0 \cup 4_2$$

2 transpositions



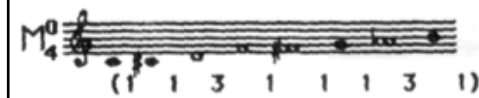
$$3_0 \cup 3_1 = \overline{3_2}$$

3 transpositions



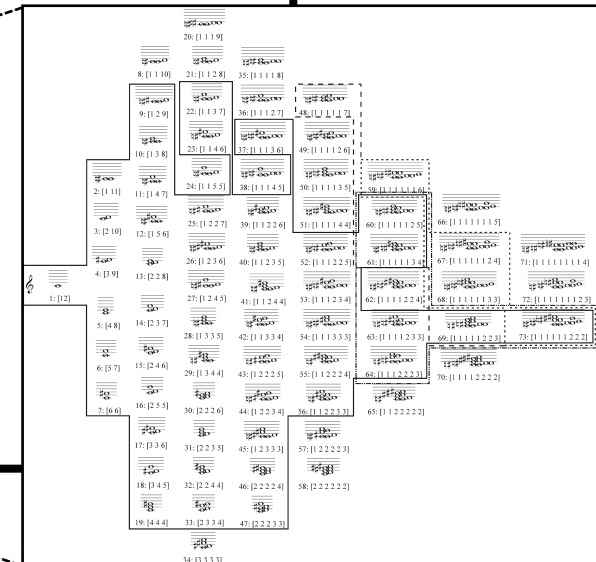
$$4_0 \cup 4_2 \cup 4_3 = \overline{4_1}$$

4 transpositions

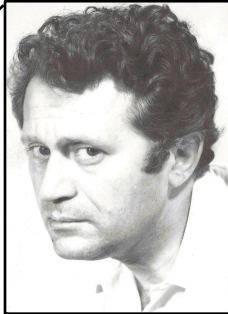


$$6_0 \cup 6_1 \cup 3_2 = \overline{6_3 \cup 6_4}$$

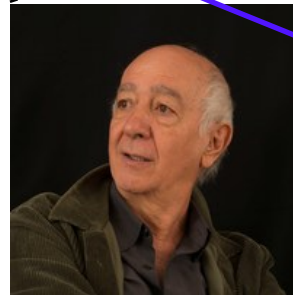
6 transpositions



Combinatorics and algebra in music classification



Intervallic
thought



3.43. The catalogue of modal structures (in the tempered system modulo 12)

(1)(0)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	Void structure — total structure
(2)(0)	~(2,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	zero structure
(3)(1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)	Perfect chromatic modes
(4)(1,2)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,2,2)	Major second
(5)(9,3)	~(1,1,1,1,1,1,1,2,1,2)	Minor third
(9)(8,4)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,1,2)	Major third
(7)(7,5)	(1,1,1,1,2,1,1,1,1,2)	Perfect diatonic modes
(9)(6,6)	(1,1,1,2,1,1,1,1,1,2)	Tritone
(9)(10,1)	(1,1,1,1,1,1,1,1,1,4)	Perfect chromatic modes
[10](9,2,1)	(1,1,1,1,1,1,1,2,2,3)	
[11](1,2,9)	~(3,2,1,1,1,1,1,1,1,1)	
[12](8,3,1)	~(1,1,1,1,1,2,2,2,2,2)	
[13](1,3,8)	~(1,1,1,1,1,2,2,1,1,2)	
[14](8,2,2)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,1,2)	
[15](7,4,1)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,1,2)	
[16](0,4,7)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,1,1)	
[17](7,3,2)	~(1,1,1,1,1,2,1,1,1,2)	
[18](2,3,7)	(2,2,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[19](6,5,1)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1,2)	
[20](1,5,6)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1,1)	
[21](6,4,2)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1,2)	
[22](2,4,6)	~(2,2,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[23](6,3,3)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1,2)	
[24](5,5,2)	(1,1,1,2,1,1,1,1,1,2)	diminished chord,
[25](5,4,3)	~(1,1,1,2,1,1,1,1,1,2)	Perfect diatonic modes
[26](8,4,5)	(2,1,2,1,1,2,1,1,1,1)	Major chord
[27](4,4,4)	~(1,1,2,1,1,2,1,1,1,2)	Minor chord
[28](9,1,1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,5)	Augmented chord
[29](8,2,1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,4)	(BACH)
[30](1,1,2,8)	~(4,2,1,1,1,1,1,1,1,1)	Messiaen III
[31](8,1,2,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,3)	— Perfect chromatic tetrichord
[32](7,3,1,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,4)	
[33](1,1,3,7)	~(4,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[34](7,1,3,1)	~(1,1,1,1,1,1,1,1,1,3)	
[35](7,2,2,1)	~(1,1,1,1,1,2,2,2,1,1)	
[36](1,2,2,7)	~(3,2,2,1,1,1,1,1,1)	
[37](7,2,1,2)	(1,1,1,1,2,2,2,1,1,1)	
[38](6,4,1,1)	(1,1,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[39](1,1,4,6)	~(4,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[40](8,1,4,1)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1,3)	
[41](6,3,2,1)	~(1,1,1,1,2,1,1,1,1,2)	
[42](1,2,3,6)	~(3,2,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[43](6,3,1,2)	(1,1,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[44](9,1,3,0)	~(2,3,1,2,1,1,1,1,1,1)	
[45](6,2,3,1)	(1,1,1,1,2,2,2,1,1,1)	
[46](1,3,2,6)	~(3,1,2,2,1,1,1,1,1,1)	
[47](6,2,2,2)	~(1,1,1,1,2,2,2,2,1,1)	

M_1^0

 (2 2 2 2 2 2)
 $2_0 = 4_0 \cup 4_2$
 2 transpositions

M_2^0

 (1 2 1 2 1 2 1 2)
 $3_0 \cup 3_1 = \overline{3_2}$
 3 transpositions

M_3^0

 (2 1 1 2 1 1 2 1 1)
 $4_0 \cup 4_2 \cup 4_3 = \overline{4_1}$
 4 transpositions

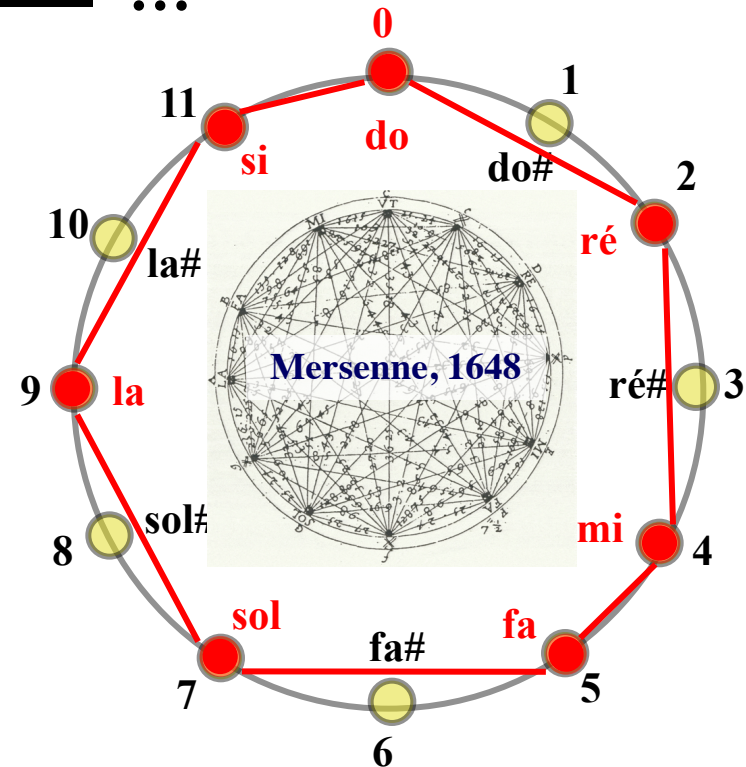
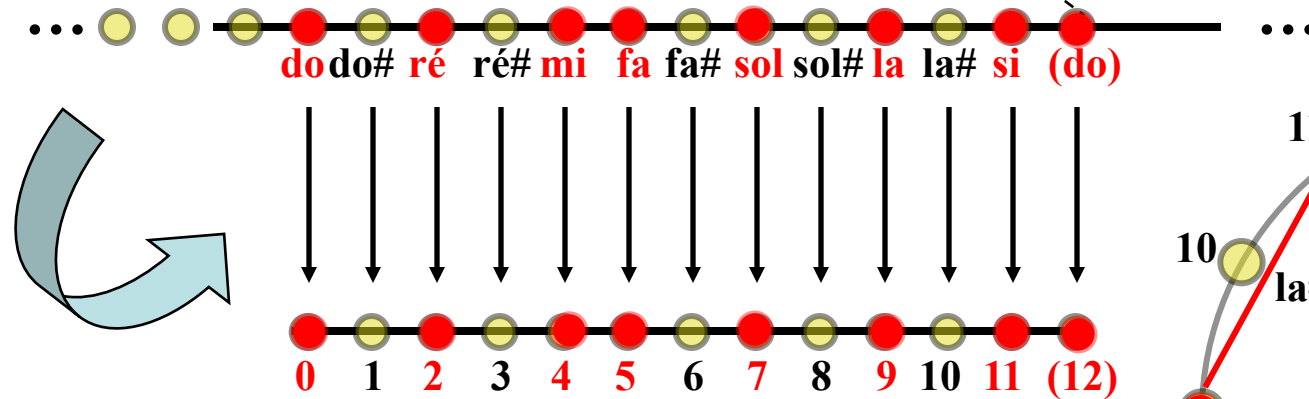
M_4^0

 (1 1 3 1 1 1 3 1)
 $6_0 \cup 6_1 \cup 3_2 = \overline{6_3 \cup 6_4}$
 6 transpositions

A scale as a polygon inscribed in a circle...



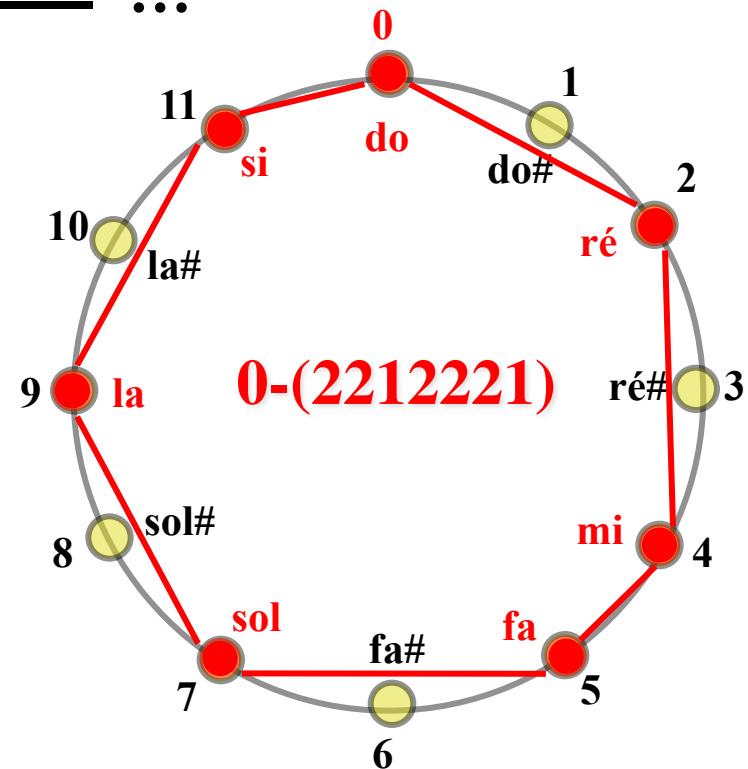
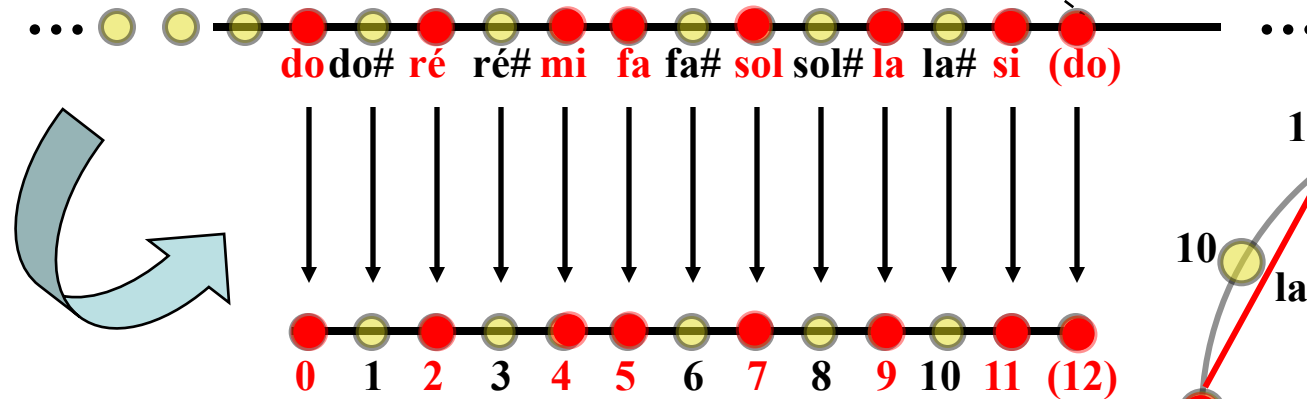
$$\text{Do maj} = \{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\}$$



...identified by its intervallic structure...



***Do* maj** = {0,2,4,5,7,9,11}



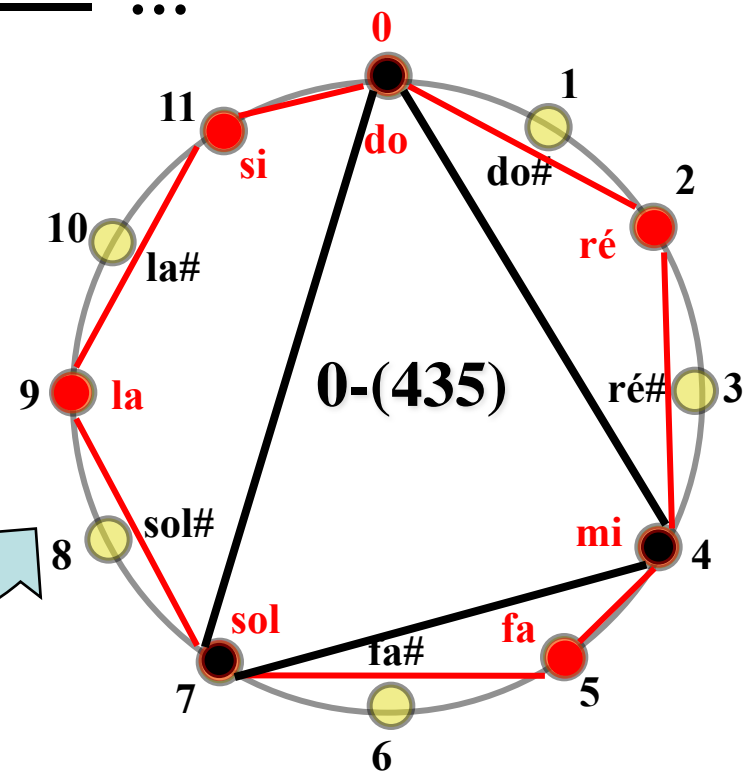
... and the same for a *mode* or a *chord*



$$\text{Do maj} = \{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\}$$

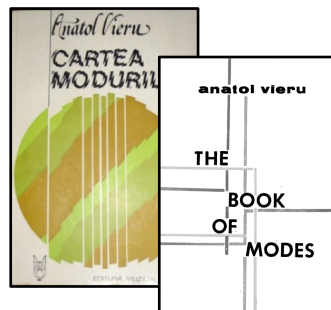
... do do# ré ré# mi fa fa# sol sol# la la# si (do) ...

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 (12)



« Nous appelons mode
tout ensemble de classes
de résidus »

(A. Vieru, *Cartea Modurilor*, 1980.
English transl. *The Book of Modes*, 1993)



Musical transpositions are additions...

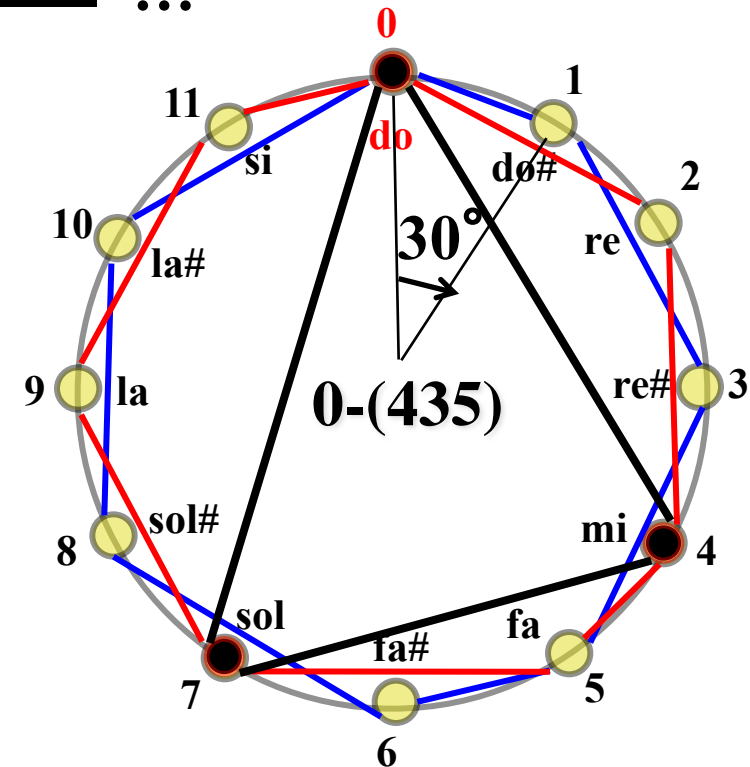
$$T_k : x \rightarrow x + k \bmod 12$$

$$\begin{aligned} \text{Do maj} &= \{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\} \\ \text{Do\# maj} &= \{1, 3, 5, 6, 8, 10, 0\} \end{aligned} +1$$

do do# re re# mi fa fa# sol sol# la la# si do



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



...or rotations !

Musical transpositions are additions...

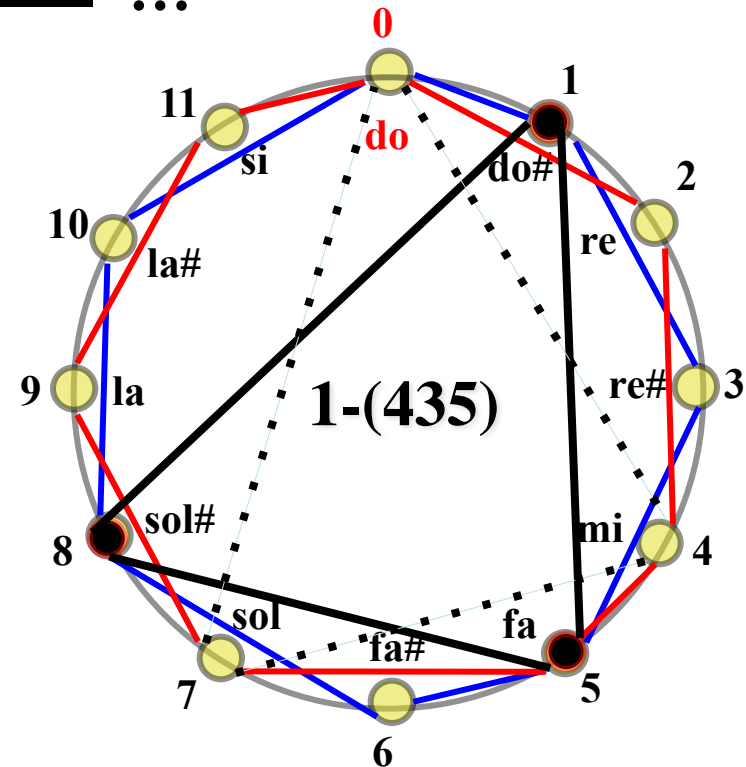
$$T_k : x \rightarrow x+k \bmod 12$$

$$\begin{aligned} \text{Do maj} &= \{0, 2, 4, 5, 7, 9, 11\} \\ \text{Do\# maj} &= \{1, 3, 5, 6, 8, 10, 0\} \end{aligned} +1$$

do do# re re# mi fa fa# sol sol# la la# si do

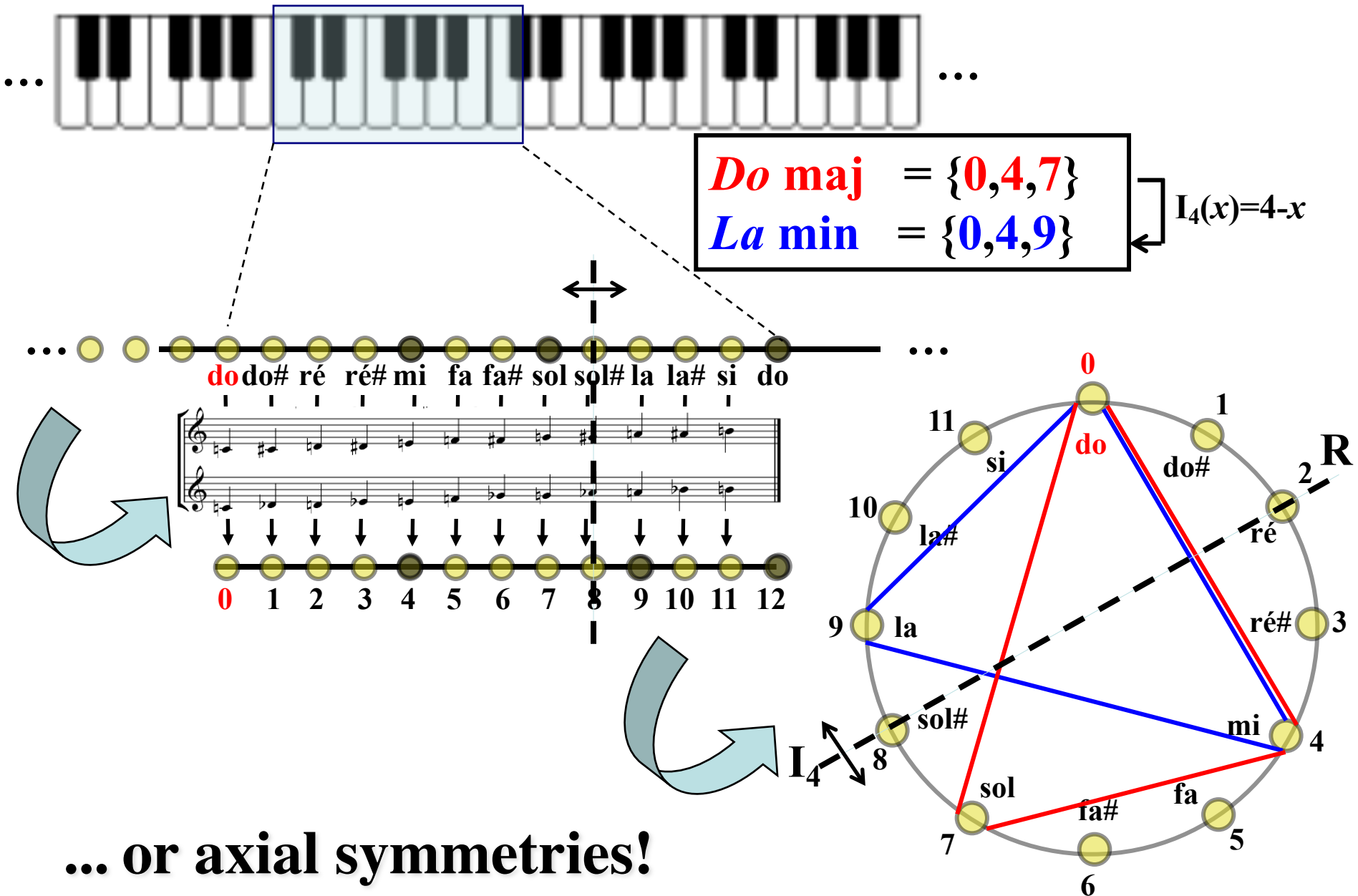


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

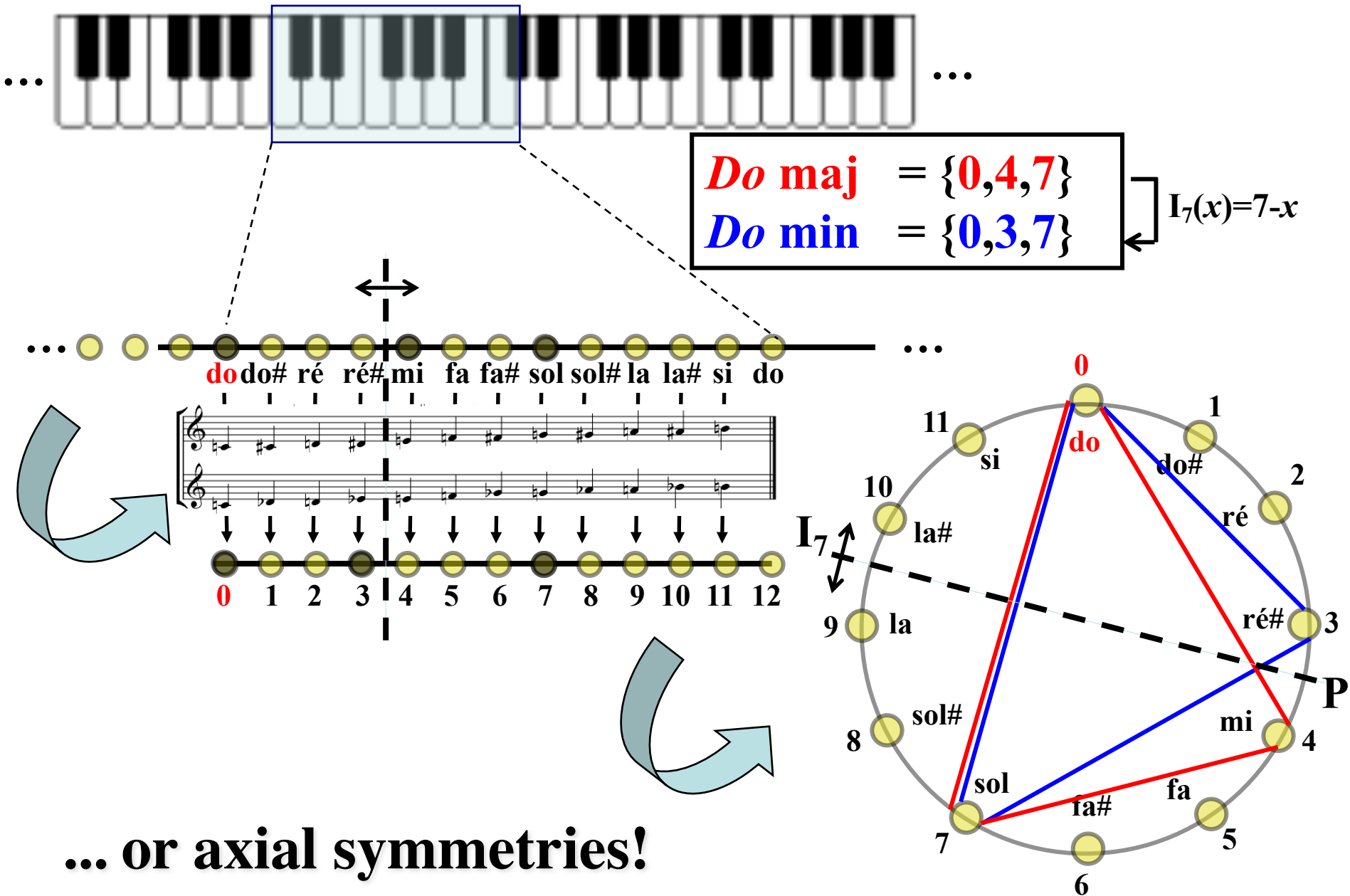


...or rotations !

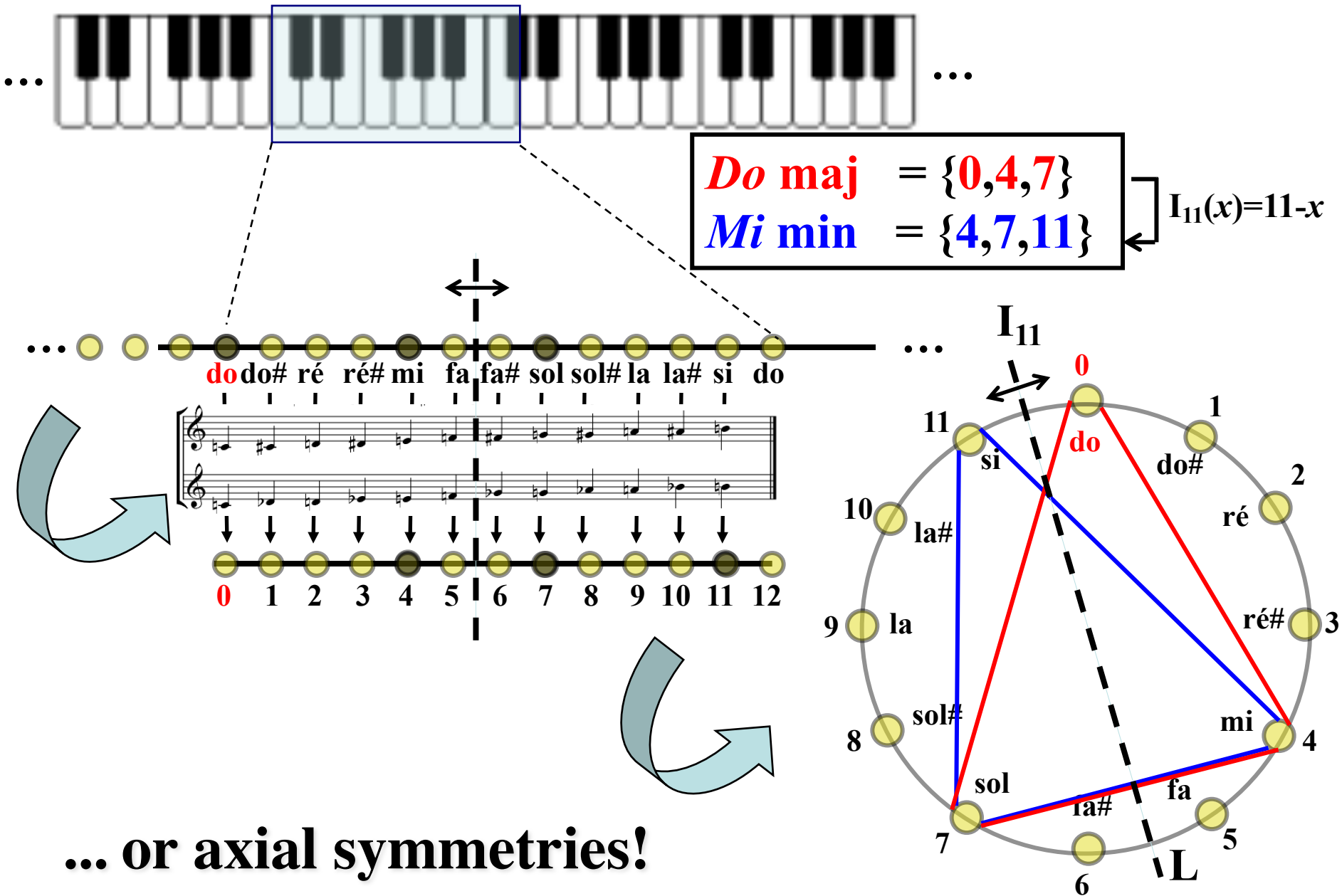
Musical inversions are differences...



Musical inversions are differences...



Musical inversions are differences...



(Generalized) Messiaen's modes



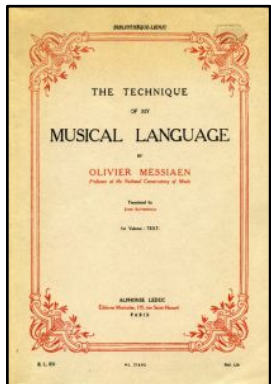
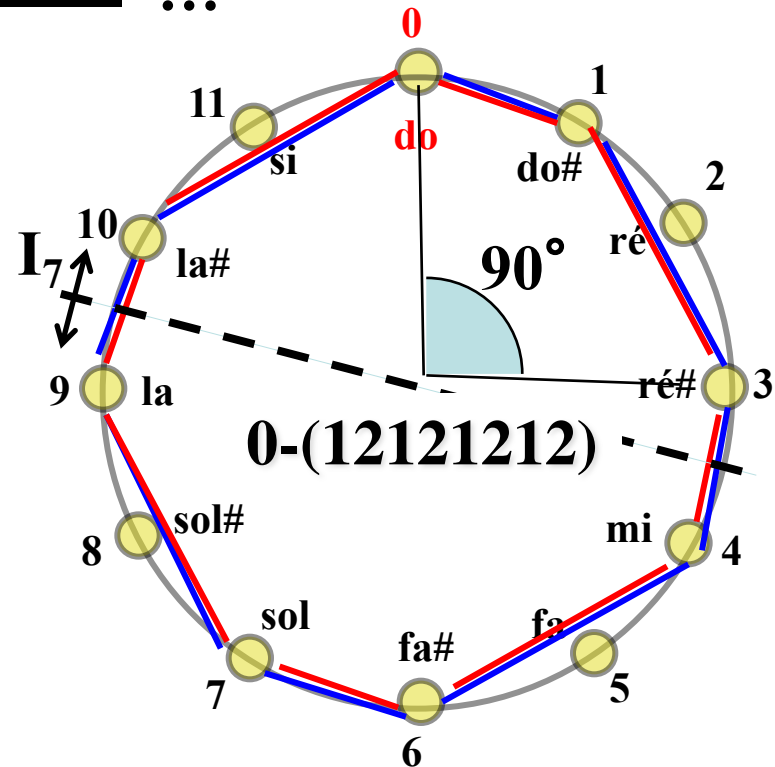
$$\text{Mess}_2 = \{0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10\} + 3$$

$$\text{Mess}_2 = \{3, 4, 6, 7, 9, 10, 0, 1\}$$

... do do# ré ré# mi fa fa# sol sol# la la# si do ...



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



(Generalized) Messiaen's modes



$$T_3(\text{Mess}_2) = \text{Mess}_2$$

$$I_7(\text{Mess}_2) = \text{Mess}_2$$

$$\text{Mess}_2 = \{0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10\}$$

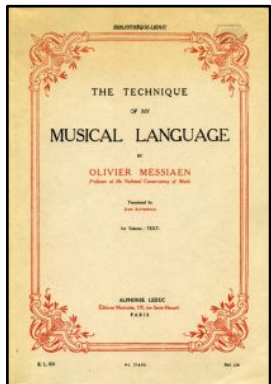
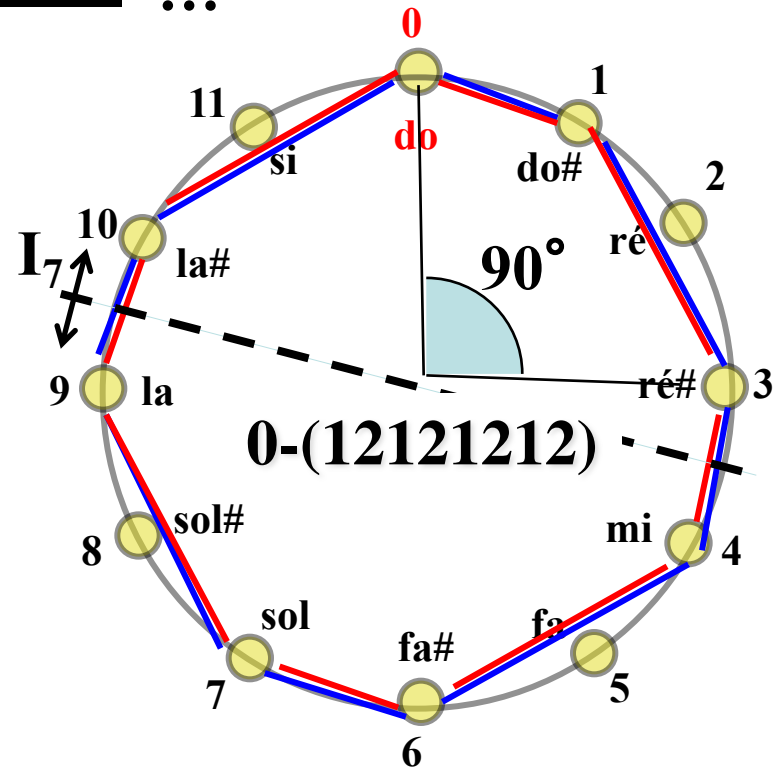
$$\text{Mess}_2 = \{3, 4, 6, 7, 9, 10, 0, 1\}$$

+3

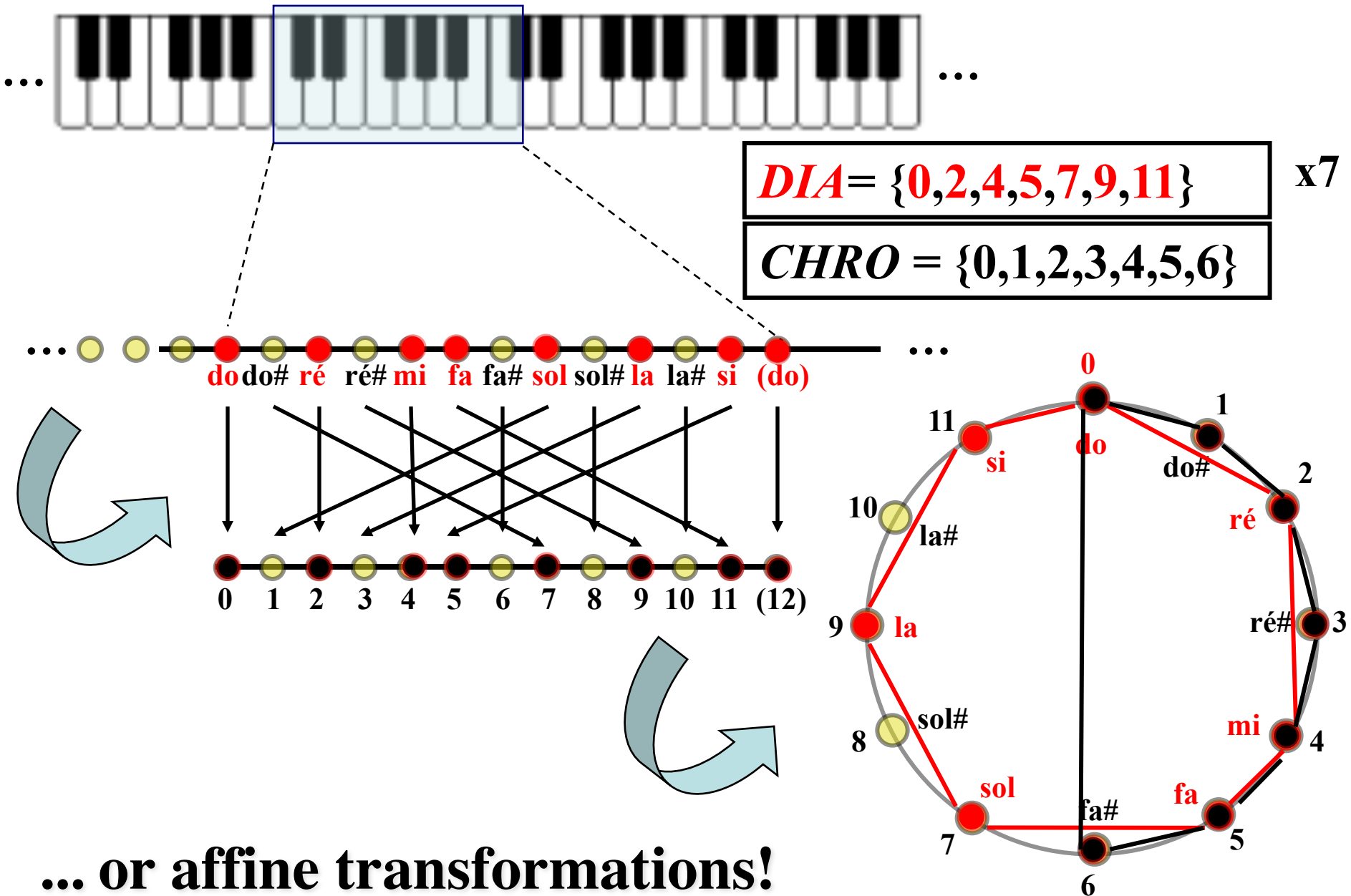
... do do# ré ré# mi fa fa# sol sol# la la# si do ...



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



Augmentations are multiplications...



Affine transformations and DIA/CHRO duality



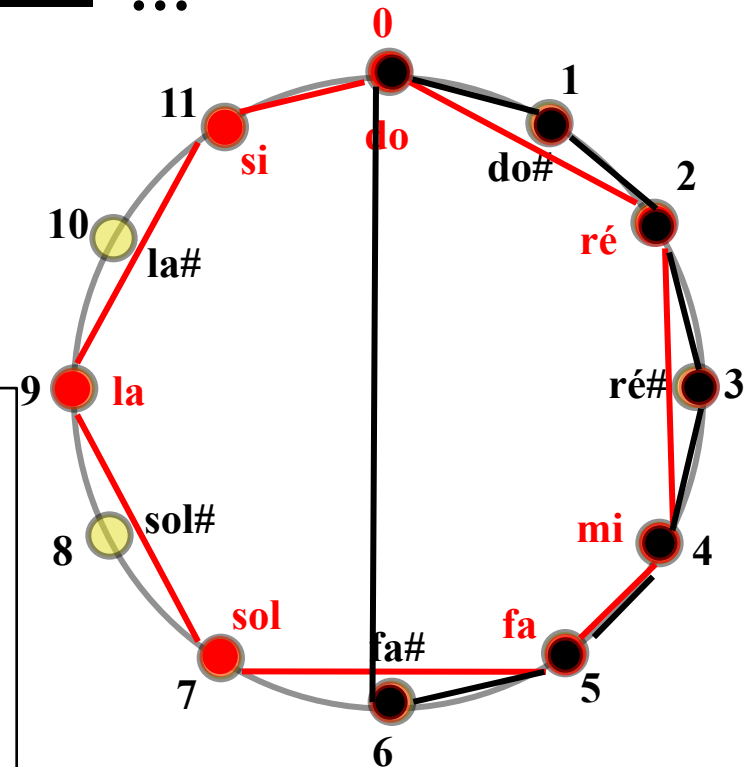
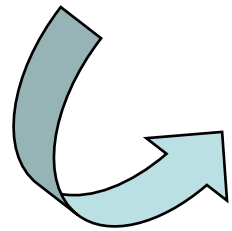
DIA = {0, 2, 4, 5, 7, 9, 11}

x7

CHRO = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

... do do# ré ré# mi fa fa# sol sol# la la# si (do) ...

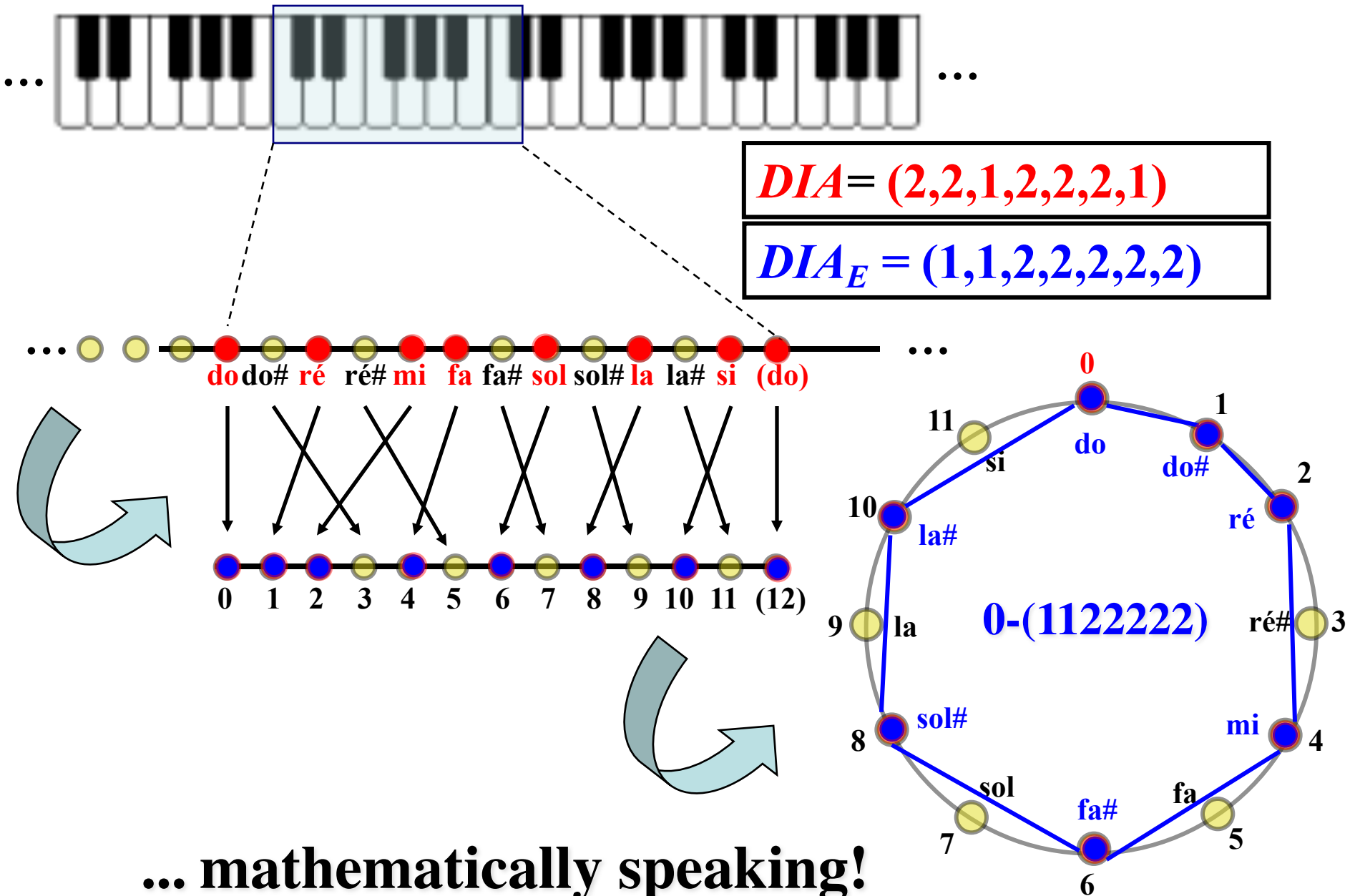
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 (12)



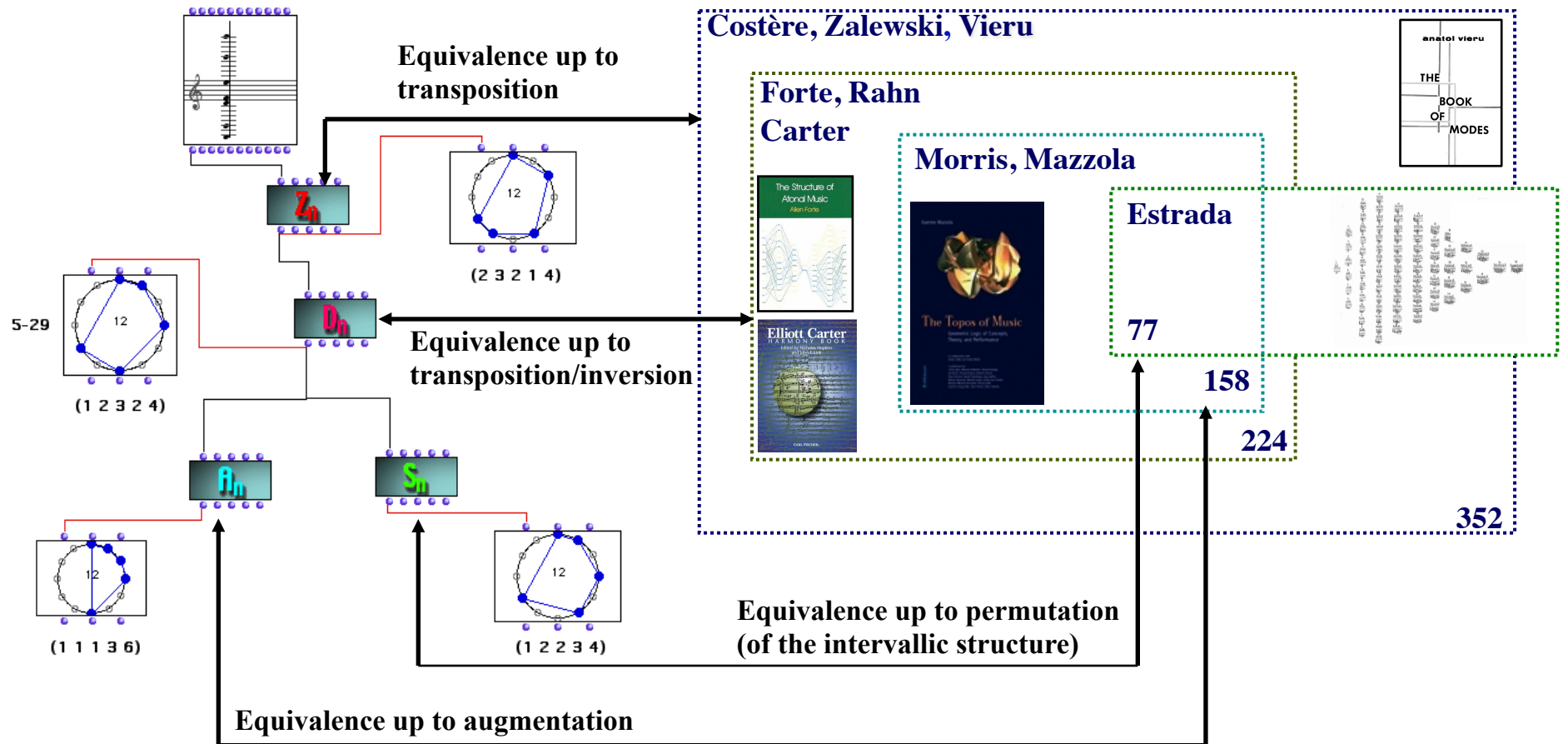
« Le **diatonisme** et le **chromatisme** ne peuvent pas être envisagés en termes de simplicité ou de complexité, comme on le pensait jadis. Il s'agit plutôt d'une question d'**unité des contraires** dans le groupe $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ »

(A. Vieru, « The Musical Signification of Multiplication by 7. Diatonicity and Chromaticity », *Muzica*, 1995)

Permutations are 'partitions'...

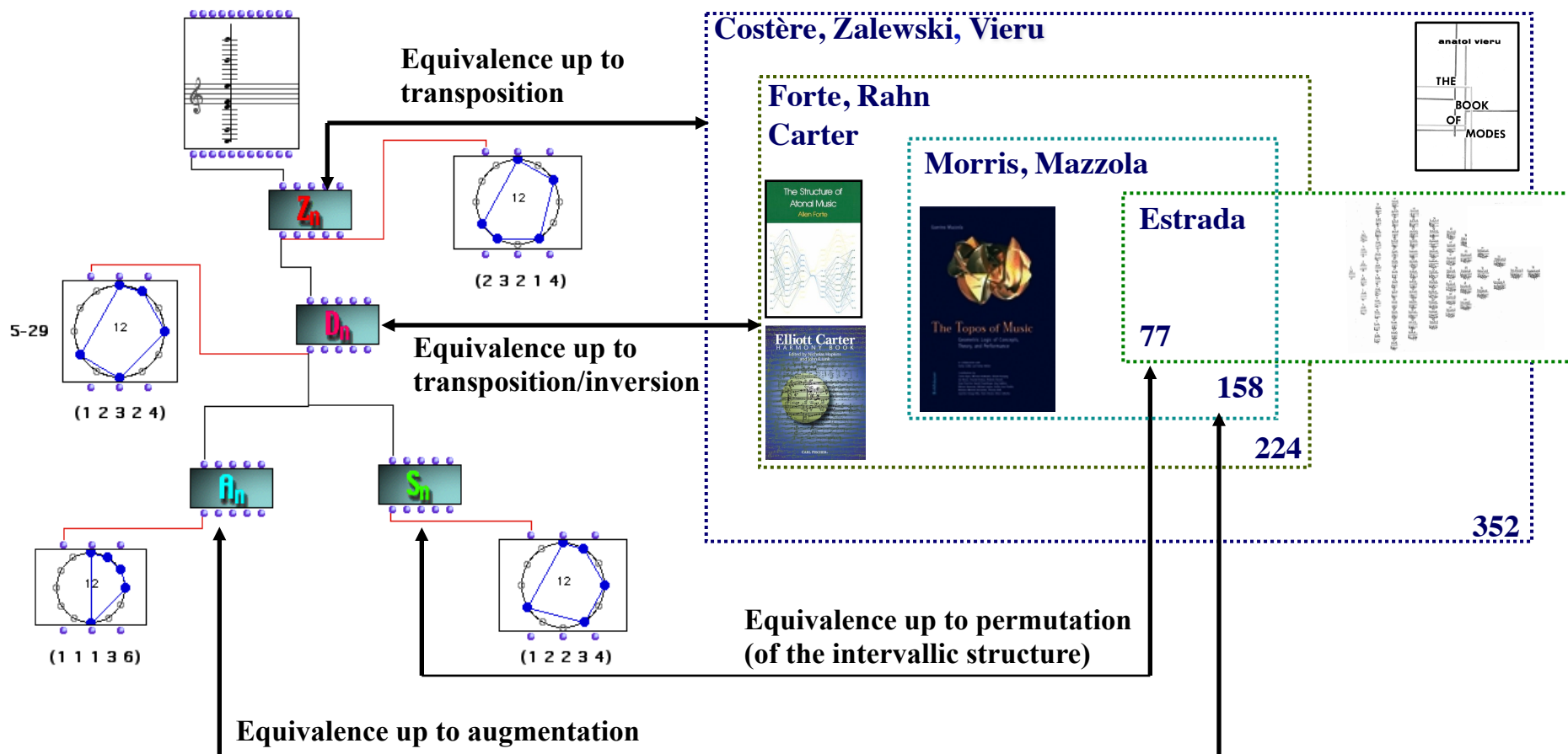


The catalogues of musical structures (from Costere to Estrada)



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z_n	1	6	19	43	66	80	66	43	19	6	1	1
D_n	1	6	12	29	38	50	38	29	12	6	1	1
A_n	1	5	9	21	25	34	25	21	9	5	1	1
S_n	1	6	12	15	12	11	7	5	3	2	1	1

Epistemological aspects of a group-theoretical approach



« [C'est la **notion de groupe** qui] donne un sens précis à l'idée de **structure** d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son **schéma opératoire** le domaine envisagé. [...] L'objet véritable de la science est le **système des relations** et non pas les termes supposés qu'il relie. [...] Intégrer les résultats - symbolisés - d'une expérience nouvelle revient [...] à créer un canevas nouveau, un **groupe de transformations** plus complexe et plus compréhensif » (G.-G. Granger : « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », 1947)



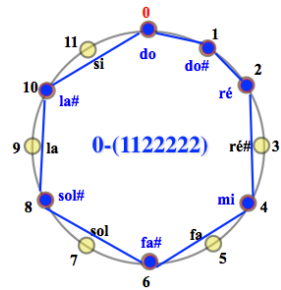
G.-G. Granger

The permutohedron as a combinatorial space

Julio Estrada, *Théorie de la composition : discontinuum – continuum*, université de Strasbourg II, 1994

ILLUSTRATION III. REPRESENTATION EN NOTATION MUSICALE DE L'ENSEMBLE DE PARTITIONS DE L'ECHELLE DE HAUTEURS D12 : 12 NIVEAUX DE DENSITE, 77 IDENTITES.

$$DIA_E = (1,1,2,2,2,2,2)$$



THEORIE DE LA COMPOSITION :
DISCONTINUUM - CONTINUUM

Julio ESTRADA

Thèse en Musicologie
Nouveau Doctorat
Département de Musicologie
Université de Strasbourg II
Sciences Humaines

Directeur de thèse :
François-Bernard Mache

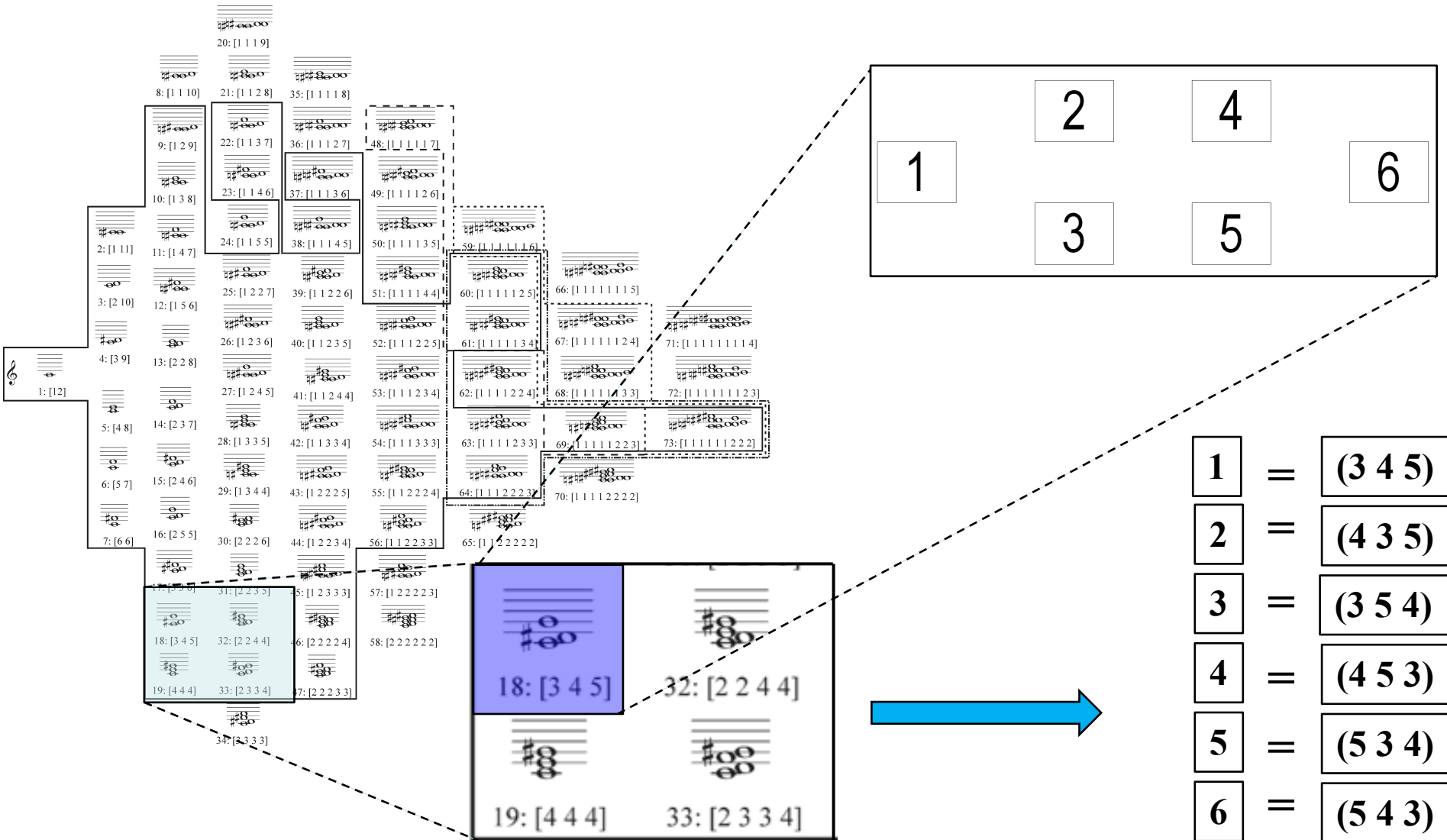
Membres du Jury :
M. François-Bernard Mache, Ecole d'Hautes Etudes
Mme. Marta Graboza, Université de Strasbourg
M. Hartmut Möller, Université de Rostock

Rapports de thèse :
Mme. Evelyne Andreani, Université de Paris VIII
M. Daniel Charles, Université de Nice

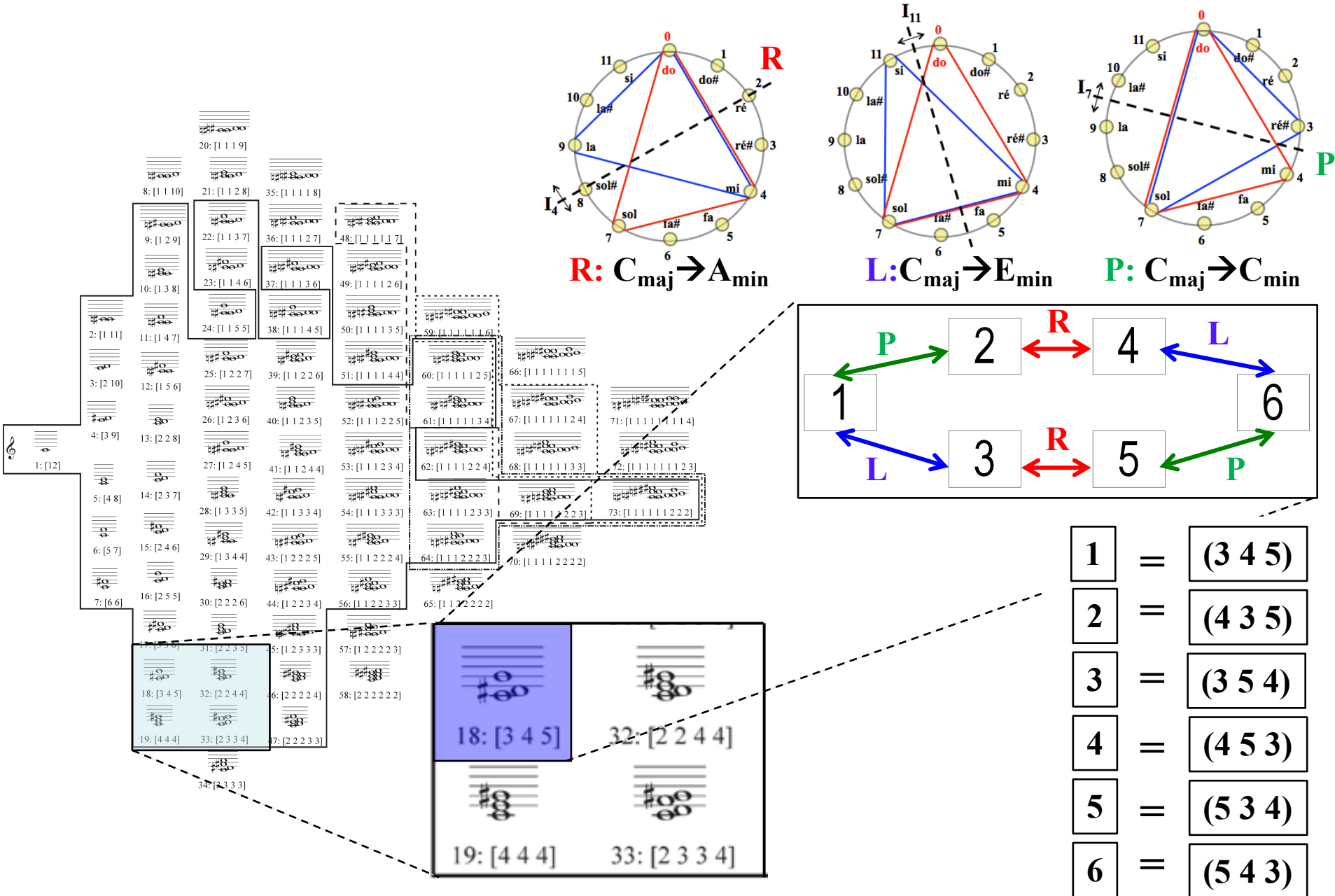


J. Estrada

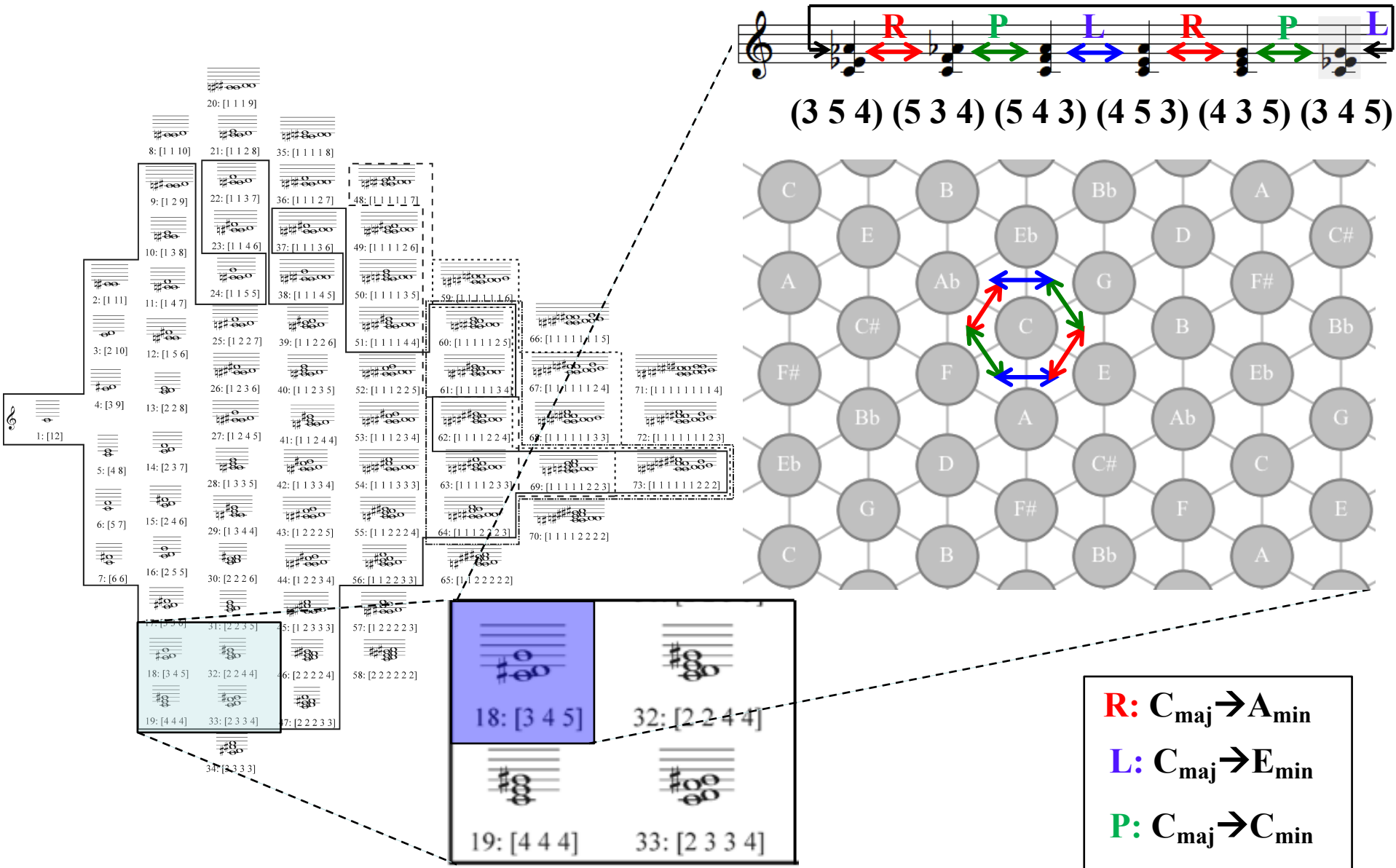
Permutohedron and *Tonnetz*: a structural inclusion



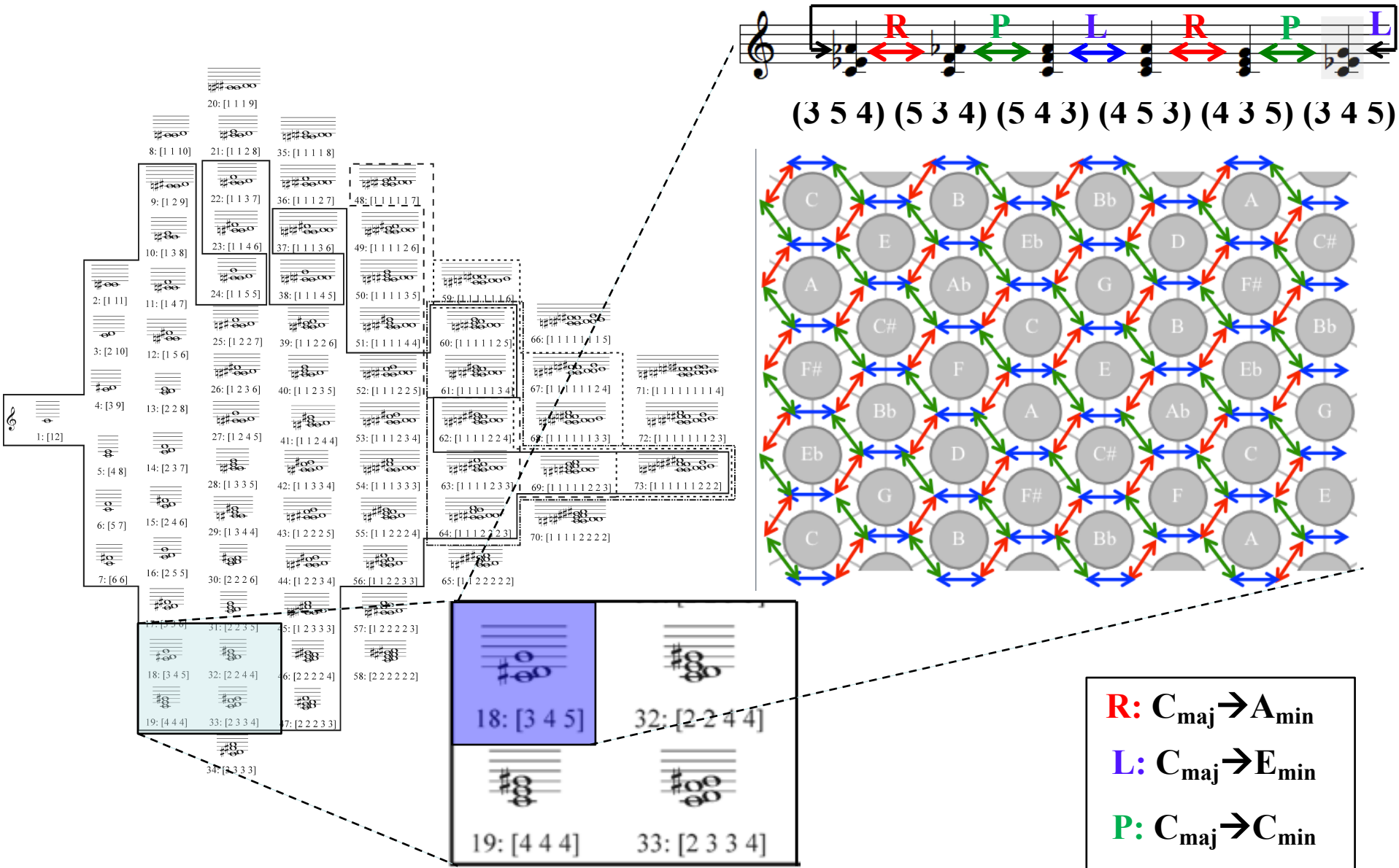
Permutohedron and *Tonnetz*: a structural inclusion



Permutohedron and *Tonnetz*: a structural inclusion



Permutohedron and *Tonnetz*: a structural inclusion



Towards a geometrical interpretation of Estrada catalogue

