

## Approches transformationnelles et raisonnements diagrammatiques en musique : plaidoyer pour un structuralisme phénoménologique dans la recherche « mathémusicale » contemporaine

Moreno Andreatta  
IRCAM-CNRS-Sorbonne Université & IRMA/GREAM/USIAS  
[Moreno.Andreatta@ircam.fr](mailto:Moreno.Andreatta@ircam.fr)

### Résumé

En poursuivant une réflexion personnelle sur les implications philosophiques de la recherche « mathémusicale », on essaiera d'ouvrir une discussion sur quelques enjeux de la démarche phénoménologique et structurale à partir des approches transformationnelles et des représentations diagrammatiques en musique. Si d'un côté, l'approche transformationnelle issue de la démarche de David Lewin en théorie et analyse musicales tisse de relations profondes avec la phénoménologie husserlienne, une question plus large s'ouvre à nous grâce à la formalisation des structures et processus musicaux via la théorie des catégories. En effet, si la tradition analytique musico-théorique américaine est indéniablement influencée par les idées du positivisme logique, comme nous aurons la possibilité de le rappeler, le dépassement de celui-ci opéré par le paradigme transformationnel à travers l'intégration du processus perceptif au sein d'une démarche diagrammatique en analyse musicale permet d'avancer et défendre l'hypothèse d'une pertinence de la catégorie de « structuralisme phénoménologique » dans une relecture/réactivation de la tradition structurale en sciences humaines et, en particulier, en musique. Cette réactivation, couplée avec la modélisation informatique, permet d'enrichir la réflexion contemporaine sur la recherche "mathémusicale" et d'en étudier les dimensions à la fois structurelles et computationnelles.

### Plan de l'exposé

- Contexte : la recherche « mathémusicale » et ses implications épistémologiques et cognitives
- Rappel sur l'influence du positivisme logique dans la tradition « set-théorique » américaine
- David Lewin, la théorie transformationnelle et la phénoménologie husserlienne
- Généalogie algébrique-géométrique vs généalogie morphologique du structuralisme
- Le *Tonnetz*, ses origines eulériennes et sa représentation diagrammatique
- Vers un structuralisme phénoménologique en recherche « mathémusicale » ?

### I – Contexte : la recherche « mathémusicale » et ses implications épistémologiques et cognitives

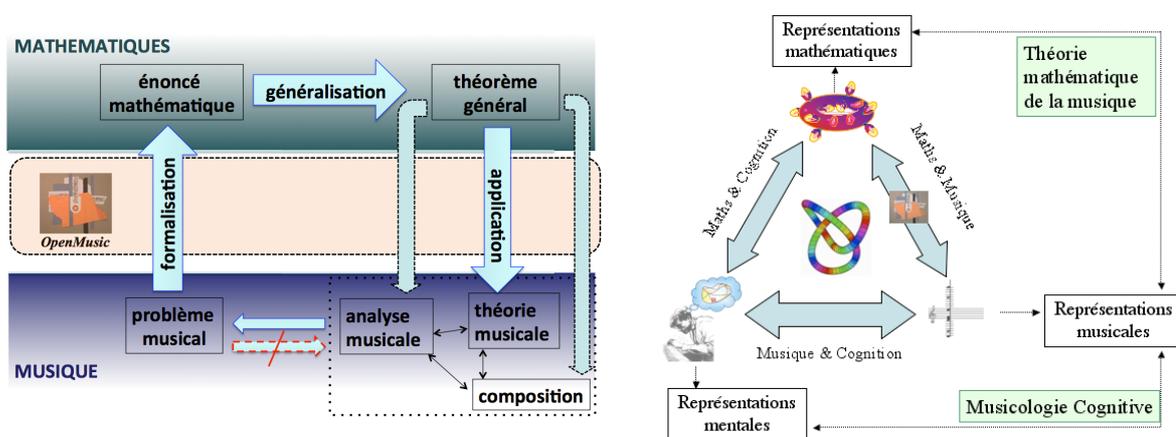


Fig. 1 - Dynamique « mathémusicale » (gauche) et rapports « mathématiques/musique/cognition » (droite)

## II - Rappel sur l'influence du positivisme logique dans la tradition « set-théorique » américaine

### (1) La place de Milton Babbitt dans la tradition « set-théorique » américaine

[Babbitt a été le premier à comprendre que] la force de tout 'système musical' ne reposait pas dans son appréhension en tant que contraintes universelles pour toute musique, mais en tant que constructions théoriques alternatives, enracinées à l'intérieur d'une communauté d'assomptions et de principes empiriques partagés, et **validés** par la **tradition**, l'**expérience** et l'**expérimentation**. » (Boretz & Cone, 1972)

### (2) L'influence du positivisme logique chez Milton Babbitt

« Pour développer le concept de structure qui est au fondement de la théorie de la constitution, nous partons de la différence entre deux types de description des objets d'un domaine quelconque. Nous appelons ces deux types de description, description de propriété et description de relation. [...] La description de relation se trouve au commencement de tout le système de constitution et forme ainsi la base de la science dans son ensemble. En outre, le but de toute théorie scientifique est de devenir une pure description de relation quant à son contenu » (Carnap 1928/2002).

« [Le système dodécaphonique] peut être caractérisée complètement en explicitant les éléments, les relations [...] entre ces éléments et les opérations sur les éléments ainsi reliés. [...] Toute considération sur les opérations du système doit procéder de la conscience de leur nature permutationnelle » (Babbitt 1960).

« Il n'existe aucun domaine de l'expérience qui ne puisse, en principe, être placé sous la forme d'une loi scientifique, ni aucun type de connaissance spéculative du monde qui soit, en principe, au-delà du pouvoir de la science [. . .]. Les propositions de la philosophie ne sont pas de caractère factuel mais linguistique — c'est-à-dire qu'elles ne décrivent pas le comportement des objets physiques ou mentaux ; elles expriment des définitions, ou les conséquences formelles de définitions » (Ayer, 1952).

« [...] il n'y a qu'une seule sorte de langage, une seule sorte de formulation verbale des 'concepts' et d'analyse verbale de telles formulations : le langage 'scientifique' et la méthode 'scientifique. [...] Progressivement du concept à la loi (généralité synthétique), nous arrivons au système de lois déductivement inter-reliées qu'est une théorie, énonçable sous la forme d'un ensemble mis en relation d'axiomes, de définitions et de théorèmes — les preuves qui ont été dérivées au moyen d'une logique adéquate. Une théorie musicale se réduit, ou devrait se réduire, à une telle théorie formelle quand les prédicats et les opérations non-interprétés sont substitués aux termes et opérations faisant référence aux observables musicaux » (Babbitt, 1961/1972).

### Repères bibliographiques :

- Rudolf Carnap (1928), *Die logische Aufbau der Welt* (tr. fr. *La construction logique du monde*, Vrin, 2002).  
 Alfred J. Ayer (1952), *Language, Truth & Logic*, Penguin Modern Classics.  
 Milton Babbitt (1960), « Twelve-Tone Invariants as Compositional Determinants », *Musical Quarterly*, 46, p. 245-259.  
 Milton Babbitt (1961/1972), « Past and present concepts of the nature and limits of music » (repris dans Boretz et Cone, 1972, p. 3-9).  
 Benjamin Boretz et Edward T. Cone (1972), *Perspectives on Contemporary Music Theory*, W.W. Norton and Company, New York.  
 Antonia Soulez (dir.), *Manifeste du Cercle de Vienne et autres écrits – Carnap, Hahn, Neurath, Schlick, Waismann, Wittgenstein*, Paris P.U.F., 1985.  
 Nicolas Viel (2014), *La musique et l'axiome. Création musicale et néo-positivisme au 20<sup>e</sup> siècle*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France.  
 Moreno Andreatta (2012), « Mathématiques, Musique et Philosophie dans la tradition américaine : la filiation Babbitt/Lewin », in Andreatta M., F. Nicolas, Ch. Alunni dir. (2012), *A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie. Dix ans de séminaire mamuphi*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France, Sampzon.

III – David Lewin, la théorie transformationnelle et la phénoménologie husserlienne

(1) La structure de GIS en théorie (Lewin 1987/2007 – GMT) et analyse transformationnelles (Lewin 1993/2007 – MFT) et premières implications philosophiques

« Nous n’avons pas l’intuition de quelque chose qu’on pourrait appeler l’« espace musical ». Plutôt nous avons l’intuition d’une multiplicité et une variété d’espaces musicaux au même temps. Les structures de GIS et les réseaux transformationnels peuvent nous aider à explorer l’une de ces intuitions et à étudier la façon avec laquelle elles interagissent, aussi bien d’un point de vue logique que à l’intérieur d’une œuvre musicale particulière. » (Lewin, GMT).

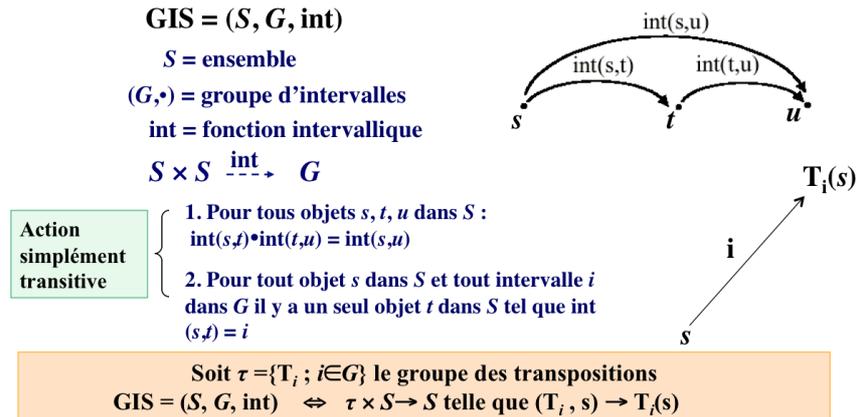


Fig. 2 – Axiomes pour la structure de Système d’Intervalles Généralisés (GIS) et équivalence avec la notion d’action d’un groupe sur un ensemble

« Plutôt que partir d’une structure de GIS (= système d’intervalles généralisés) et dériver de celui-ci certaines transformations caractéristiques, il est possible de partir d’une famille de transformations caractéristiques et dériver d’elles une structure de GIS. Cela signifie qu’au lieu de regarder la i-flèche (flèche intervalle) comme une mesure d’une *extension* entre des points  $s$  et  $t$  observés passivement « out there » dans une *res extensa* cartésienne, on peut regarder la situation *activement*, comme un chanteur, un instrumentiste, un compositeur qui se dit : « Je suis dans  $s$  ; quelle transformation particulière dois-je opérer [perform] pour arriver dans  $t$  ? » [C’est là qu’on trouve une] « intrication conceptuelle [conceptual interrelation] entre l’intervalle en tant qu’extension [interval-as-extension] et la transposition en tant que déplacement caractéristique à l’intérieur d’un espace [transposition-as-characteristic-motion-through-space] » (Lewin, GMT)

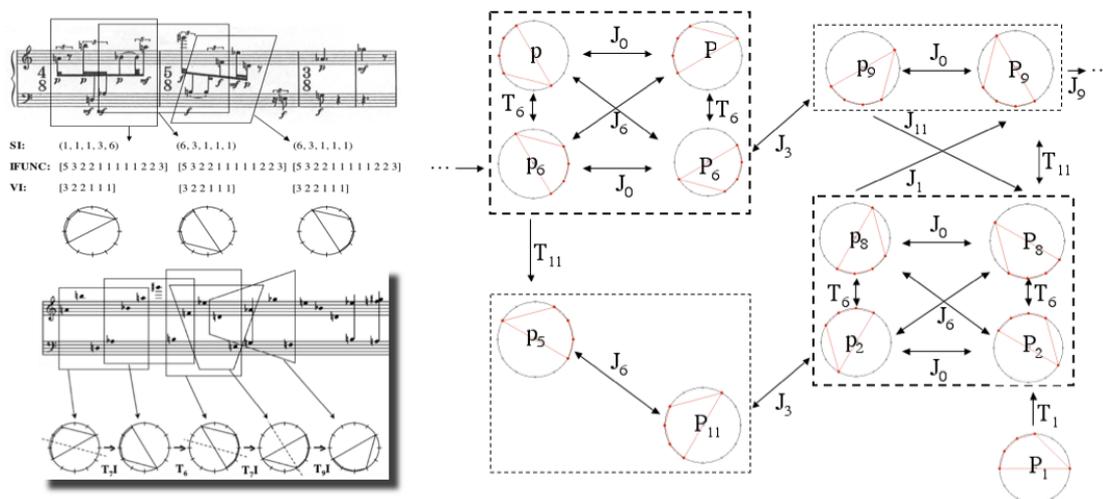


Fig. 3 – Exemple d’attitude transformationnelle : analyse du *Klavierstück III* de K. Stockhausen (Lewin MFT)

## (2) Aspects computationnels du modèle husserlien bidimensionnel de la perception du temps

« L'article [Lewin 1981] développe un modèle numérique qui compte, à chaque position-comme-maintenant  $t$  ["*now-time t*"] le nombre de laps de temps [*time-spans*] que je retiens d'un passé récent pertinent ayant (eu) durée égale à  $d$ . On construit ainsi une fonction  $W(d,t)$  qui donne un vecteur progressif d'intervalles de durées ["*unfolding durational-interval vector*"] au fur et à mesure que le curseur-présent  $t$  avance. Le concept à la base de cette construction utilise un modèle husserlien bidimensionnel de la perception du temps [*Husserlian two-dimensional model of perceptual time*], un modèle qui exprime aussi bien les « impressions primaires » chez Husserl, impressions qui suivent les curseur-présent  $t$ , mais aussi les « retentions » chez Husserl, projections d'instant temporels passés [*projections of remembered past times*] (ainsi que durées passées) dans ma conscience présente [*into my present consciousness*]. Ensuite, dans le même article, j'envisage en quelque sorte les « protentions » chez Husserl, des projections d'attentes futures dans la conscience du présent » (Lewin, 1986/2006)

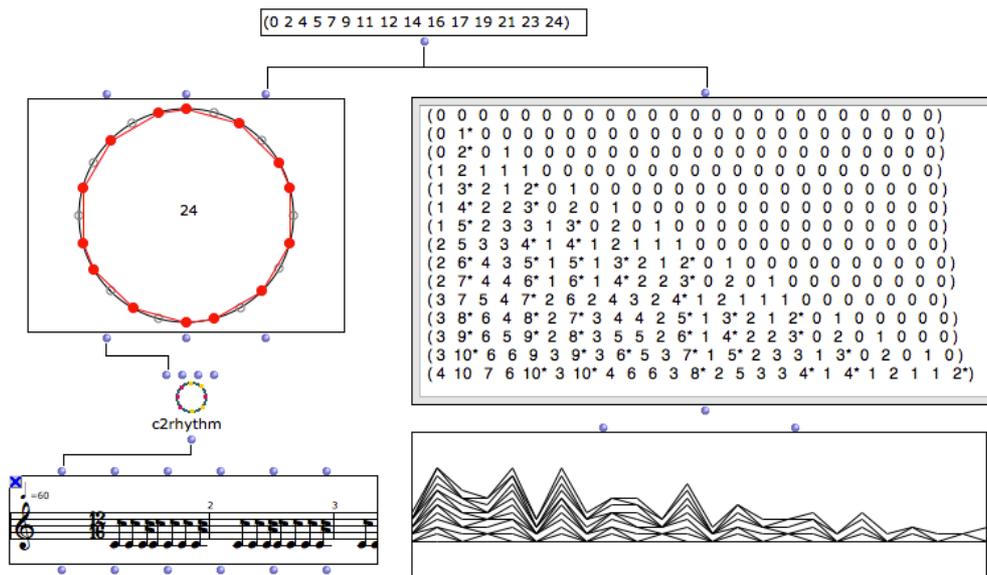


Fig. 4 – Un exemple d'utilisation de la fonction  $W(d,t)$  : le rythme Abadja/Bembé (Africa/Cuba)

## Repères bibliographiques :

- David Lewin (1981), « Some Investigations into Foreground Rhythmic and Metric Patterning », in *Music Theory : Special Topics*, ed. Richmond Browne, New York: Academic Press, 101–136.
- David Lewin (1986), « Music Theory, Phenomenology, and Modes of Perception », *Music Perception*, 3, 327–382 (Reprint in *Studies in Music with Text*, Oxford University Press, 2006)
- David Lewin (1987/2007), *Generalized Musical Intervals and Transformations*, Yale University Press (Reprint Oxford University Press, 2007)
- David Lewin (1993/2007), *Musical Form and Transformation: Four Analytic Essays*, Yale University Press (Reprint Oxford University Press, 2007)

---

## IV – Généalogie morphologique vs généalogie algébri-co-géométrique du structuralisme ?

(a) la généalogie morphologique du structuralisme : Goethe → d'Arcy-Thomson → Levi-Strauss → Petitot ...

« [La notion de transformation] me vient d'un ouvrage qui a joué pour moi un rôle décisif et que j'ai lu pendant la guerre aux États Unis: *On Growth and Form*, en deux volumes, de D'Arcy Wentworth Thompson, paru pour la première fois en 1917. L'auteur, naturaliste écossais, (...) interprétait comme des transformations les différences visibles entre les espèces ou organes animaux ou végétaux au sein d'un même genre. Ce fut une illumination, d'autant que j'allais vite m'apercevoir que cette façon de voir s'inscrivait dans une longue tradition: derrière Thompson, il y avait la botanique de Goethe, et derrière Goethe, Albert Dürer avec son *Traité de la proportion du corps humain* » (Lévi-Strauss et Erribon, 1988).

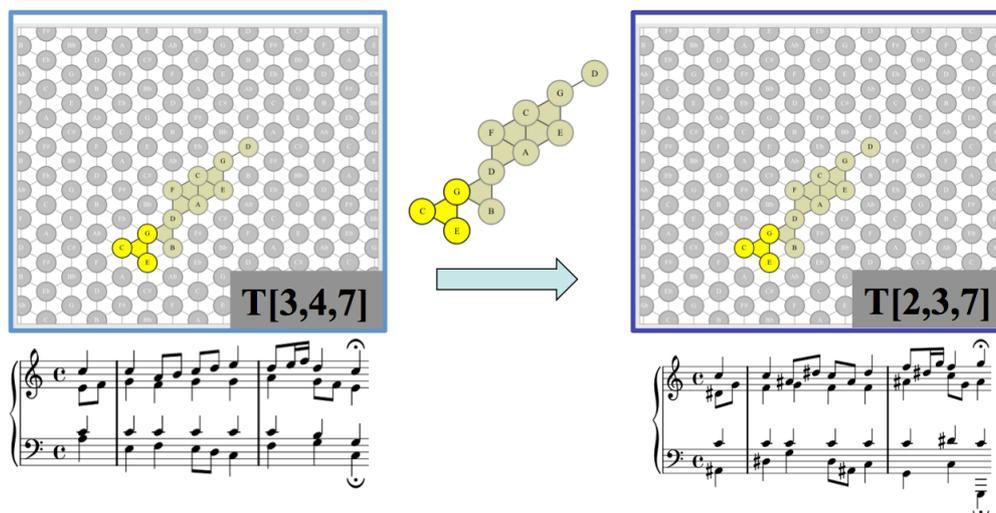


Fig. 5 – Transformation géométrique sur un choral de J.-S. Bach par « mapping » de la trajectoire spatiale du Tonnetz traditionnel T[3,4,5] dans un nouveau Tonnetz T[2,3,7] privilégiant les intervalles à la base de la gamme pentatonique (Bigo et Andreatta, 2015).

### Repères bibliographiques

D’Arcy Thompson (1994), *Forme et croissance*, édition du Seuil (orig. *On Growth and Form*, 1917)  
 Claude Lévi-Strauss et D. Eribon (1988), *De Près et de Loin*, Paris, Odile Jacob.  
 Jean Petitot (1999), « La Généalogie morphologique du structuralisme », numéro spécial sur Claude Lévi-Strauss (ed. M. Augé), *Critique* 620(1), 97-122  
 Louis Bigo, M. Andreatta (2015), « Topological Structures in Computer-Aided Music Analysis », in D. Meredith (ed.), *Computational Musicology*, Springer, p. 57-80

### (b) Généalogie algébrico-géométrique du structuralisme : Klein → Cassirer → Carnap → Granger → Piaget

« La **nature d’une géométrie** donnée est définie par rapport à un **groupe** déterminé et la façon avec laquelle des formes spatiales sont liées entre elles à l’intérieur de ce type de géométrie [Cf. F. Klein Erlangen Program - 1872]. On peut se poser la question de savoir s’il y a des concepts et des principes qui sont [...] des conditions nécessaires pour à la fois la constitution du monde perceptuel et la construction de l’univers de pensée géométrique. Il me semble que le **concept de groupe** et la **notion d’invariance** sont précisément ces principes. » (Cassirer, 1944).

« [C’est la **notion de groupe** qui] donne un sens précis à l’**idée de structure** d’un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son **schéma opératoire** le domaine envisagé. [...] L’objet véritable de la science est le système des relations et non pas les termes supposés qu’il relie. [...] Intégrer les résultats - symbolisés - d’une expérience nouvelle revient [...] à créer un canevas nouveau, un **groupe de transformations** plus complexe et plus compréhensif. » (Granger, 1947/2004)

« La **théorie des catégories** est une théorie des constructions mathématiques, qui est macroscopique, et procède d’étage en étage. Elle est un bel exemple d’**abstraction réfléchissante**, cette dernière reprenant elle-même un principe constructeur présent dès le stade sensori-moteur. Le **style catégoriel** qui est ainsi à l’image d’un aspect important de la **genèse des facultés cognitives**, est un style adéquat à la description de cette genèse. » (Piaget *et al.*, 1990)

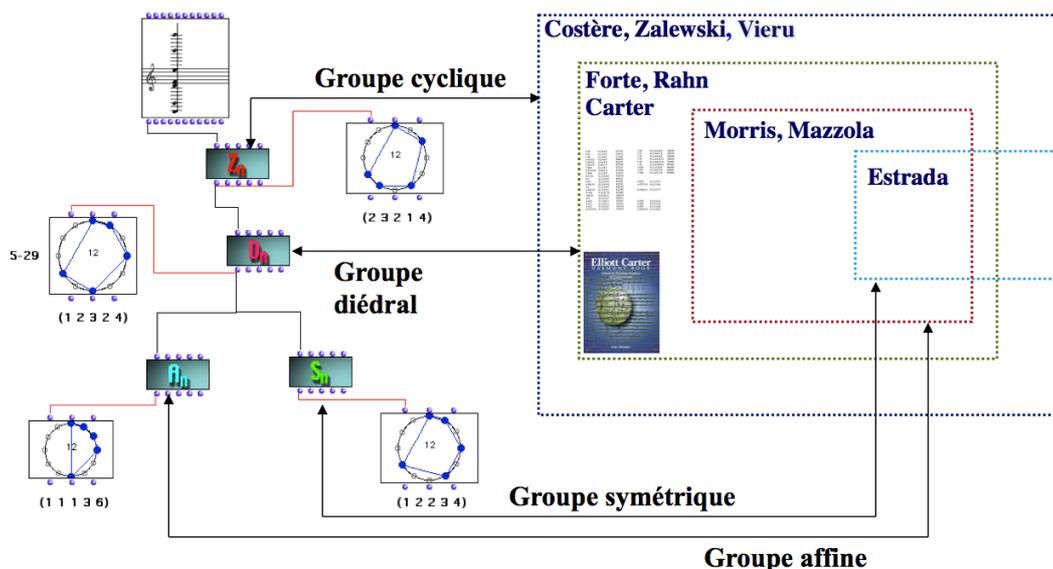


Fig. 6 – Approche « paradigmatique » au problème de l'énumération et classification d'accords (Andreatta, 2008)

### Repères bibliographiques

Felix Klein (1872), « Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen », in *Mathematische Annalen*, 43 (1893) 63-100. Tr. fr. : *Le Programme d'Erlangen. Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes*, Paris, Gauthier-Villars, 1974.

Ernst Cassirer (1910), *Substanzbegriff und Funktionsbegriff : Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik*. Berlin : Bruno Cassirer (tr. fr. *Substance et Fonction*, Paris, éd. Minit, 1977).

Ernst Cassirer (1944), « The concept of group and the theory of perception », *Philosophy and Phenomenological Research*, V/1, 1-36.

Gilles-Gaston Granger (1947), « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », dans *Formes, opérations, objets*, Paris: Librairie Philosophique J. Vrin.

Jean Piaget, Gil Henriques et Edgar Ascher (1990), *Morphismes et Catégories. Comparer et transformer*, Paris et Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Moreno Andreatta (2008), « Calcul algébrique et calcul catégoriel en musique : aspects théoriques et informatiques », *Le calcul de la musique*, L. Pottier (éd.), Publ. de l'univ. de Saint-Etienne, p. 429-477

Frédéric Patras (2008), « Carnap, l'Aufbau, et l'idée mathématique de structure ». In J. Bouveresse & P. Wagner (éds.), *Mathématiques et expérience. L'empirisme logique à l'épreuve (1918-1940)*, p. 33-54.

Jean-Pierre Marquis (2009), *From a Geometrical Point of View. A Study of the History and Philosophy of Category Theory*, Springer.

---

### V - Le Tonnetz, ses origines eulériennes et sa représentation diagrammatique

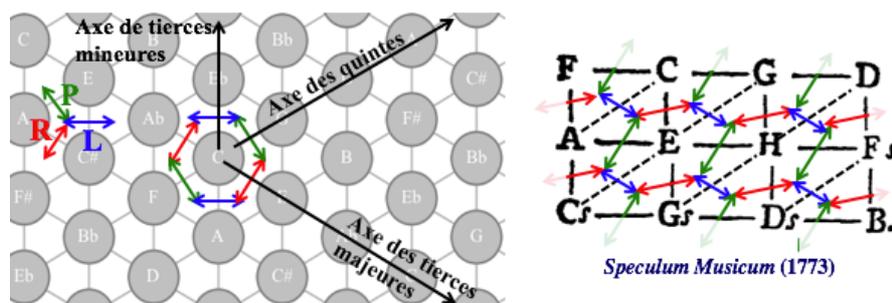


Fig. 7 – Le Tonnetz (à gauche) et ses origines eulériennes (*Speculum Musicum*, à droite)

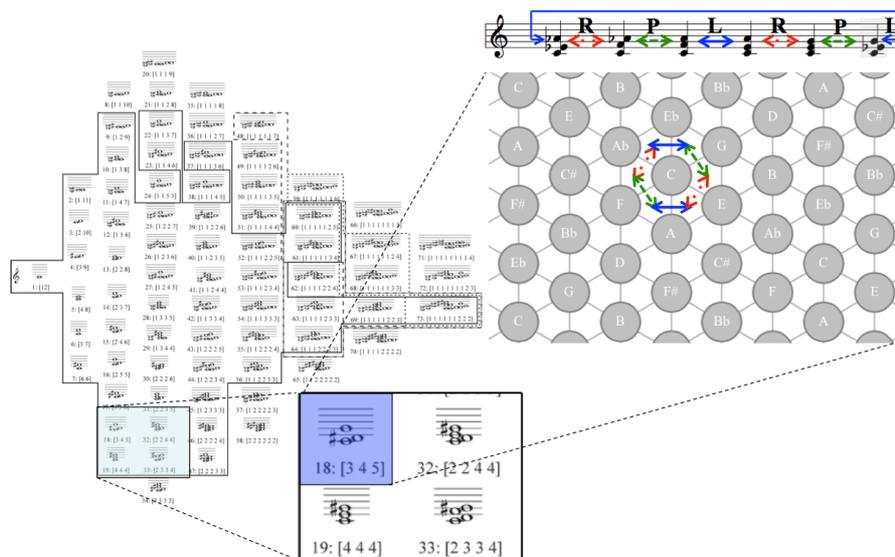


Fig. 8 – Inclusion théorique du permutohédre de Julio Estrada (à gauche) dans le Tonnetz (à droite)

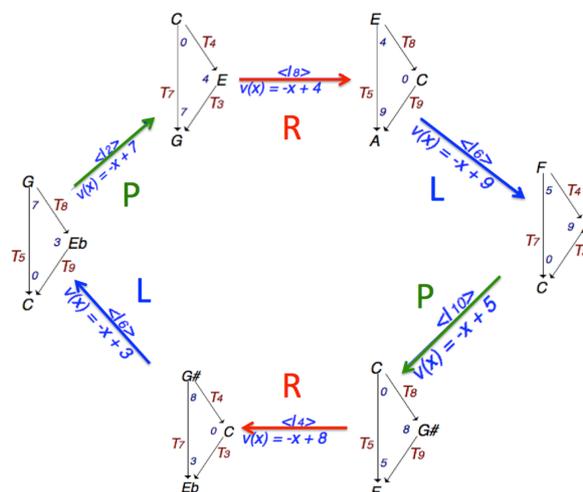


Fig. 9 – Lien entre les opérateurs néo-riemanniens du Tonnetz et les isographies des PK-nets. Extrait de Popoff et al. (2016).

**Repères bibliographiques :**

Louis Bigo (2013), L., *Représentations symboliques musicales et calcul spatial*, thèse en informatique, Université Paris Est. En ligne à l'adresse : [http://www.lacl.fr/~lbigo/\\_media/these\\_bigo.pdf](http://www.lacl.fr/~lbigo/_media/these_bigo.pdf)

Moreno Andreatta (2014), « Une introduction musicologique à la recherche mathémusicale », *Circuit* (numéro spécial sur la recherche scientifique en musicologie), vol. 24, n° 2, p. 51-66.

Louis Bigo, Moreno Andreatta (2014), « A Geometrical Model for the Analysis of Pop Music », *Sonus* (numéro spécial sur la modélisation en analyse musicale. Sous la direction de Xavier Hascher et Mondher Ayari), vol. 35, n° 1, p. 36-48.

Alexandre Freund, Moreno Andreatta, Jean-Louis Giavitto (2015), « Lattice-based and Topological Representations of Binary Relations with an Application to Music », *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, vol. 73, n° 3-4, p. 311-334.

Louis Bigo, Daniele Ghisi, Antoine Spicher, Moreno Andreatta (2015), « Representation of Musical Structures and Processes in Simplicial Chord Spaces », *Computer Music Journal*, vol. 39, n° 3, p. 9-24.

Alexandre Popoff, Carlos Agon, Moreno Andreatta, Andrée Ehresmann (2016), « From K-Nets to PK-Nets: A Categorical Approach », *Perspectives of New Music*, 54(1), p. 5-63

## VI - Vers un structuralisme phénoménologique en recherche « mathémusicale » ?

« La phénoménologie husserlienne des mathématiques est **structurale** en ce qu'elle se fixe sur les invariances (donc ce qui apparaît par variation), dont elle fait le cœur de l'objectivité mathématique, en tant qu'objectivité formelle. [...] La pensée catégoriale n'est pas du tout étrangère, dans ses fondements, au type de « structuralisme » qui est celui de la phénoménologie, simplement en en faisant, avec des moyens que la phénoménologie ne pouvait pas soupçonner pour des raisons tenant à l'avancement du savoir mathématique autour de 1900, un structuralisme dynamique qui, par certains cotés, est beaucoup plus phénoménologique [...] que celui-là même que la phénoménologie pouvait proposer. [...] Il nous semble que, aujourd'hui, la théorie mathématique des catégories fournit, peut-être pour la première fois, un cadre théorique à ce que pourrait être une véritable épistémologie phénoménologique des mathématiques, ainsi que, du point de vue philosophique en général, un extraordinaire champ d'application à la phénoménologie. Elle nous donne enfin les moyens de remplir ce qui a toujours été le programme de la phénoménologie, à savoir **ne jamais séparer le concept de l'intuition** » (Benoist, 2007)

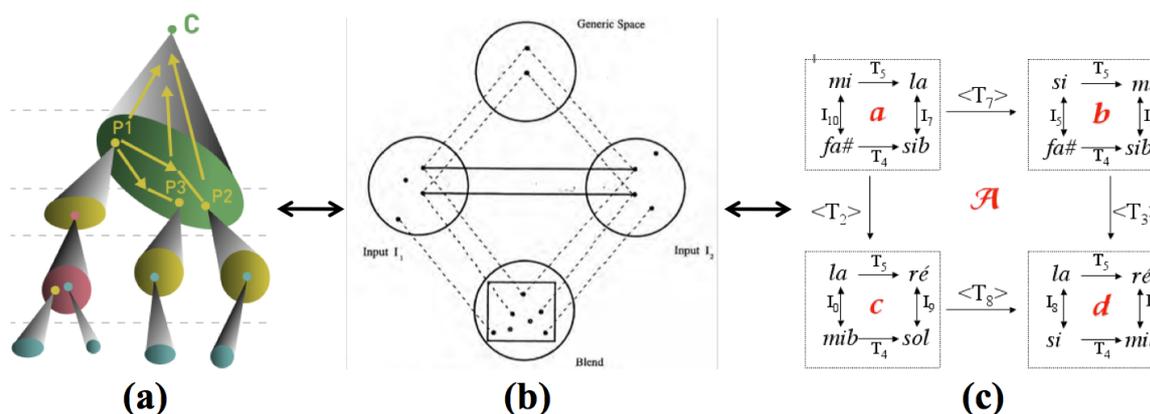


Fig. 10 – (a) Processus de « colimite » à la base des systèmes évolutifs à mémoire (Ehresmann et Vanbreemsch, 2007) ; (b) réseau minimal pour le « blending conceptuel » (Fauconnier & Turner, 2002) et exemple de *K-net* ou Klumpenhouwer Network (Lewin, 1990).

### Repères bibliographiques :

- Graeme S. Halford & William H. Wilson (1980), « A Category Theory Approach to Cognitive Development », *Cognitive Psychology*, 12
- Jean Piaget, Gil Henriques et Edgar Ascher (1990), *Morphismes et Catégories. Comparer et transformer*, Paris et Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- David Lewin (1990), « Klumpenhouwer Networks and Some Isographies That Involve Them », *Music Theory Spectrum*, Vol. 12, No. 1 (Spring), p. 83-120.
- Fauconnier & Turner (2002), *The way we think*, Basic Books.
- Frédéric Patras (2003), « Phénoménologie et théorie des catégories » (dans L. Boi (éd.) : *New Interactions of Mathematics with Natural Sciences and the Humanities*, Springer).
- Luciano Boi, P. Kerszberg, F. Patras (eds.) (2007), *Rediscovering Phenomenology: Phenomenological Essays on Mathematical Beings, Physical Reality, Perception and Consciousness*, Springer.
- Jocelyn Benoist, « Mettre les structures en mouvement : la phénoménologie et la dynamique de l'intuition conceptuelle. Sur la pertinence phénoménologie de la théorie des catégories », L. Boi, P. Kerszberg, F. Patras (éd.), *Rediscovering Phenomenology*, Springer, 2007.
- Andrée C. Ehresmann et J.-P. Vanbreemsch (2007), *Memory Evolutive Systems: Hierarchy, Emergence, Cognition*, Elsevier, Amsterdam.
- Jean Petitot et M. Andreatta (2012), « Démarche structurale et approche phénoménologique sont-elles incompatibles ? », Séminaire mamuphi, ENS, 4 février (<http://repmus.ircam.fr/moreno/mamuphi>)
- Moreno Andreatta, Andrée Ehresmann, René Guitart, Guerino Mazzola (2013), « Towards a categorical theory of creativity », Fourth International Conference, MCM 2013, McGill University, Montreal, June 12-14, 2013. Lecture Notes in Computer Science / LNAI, Springer, p. 19-37.
- Alexandre Popoff, Carlos Agon, Moreno Andreatta, Andrée Ehresmann (2017), « Relational PK-Nets for Transformational Music Analysis », *Journal of Mathematics and Music*, vol. 11, n° 2 (sous presse).