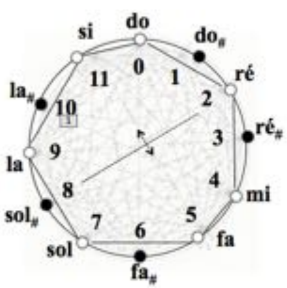
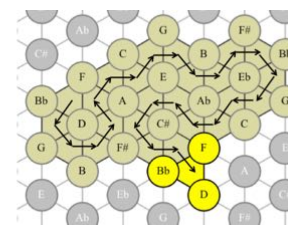
Séminaire d'Epistémologie et d'Histoire des Idées Mathématiques
(Resp. Michel Serfati)

Approches transformationnelles et raisonnements diagrammatiques en musique :

plaidoyer pour un structuralisme phénoménologique dans la recherche « mathémusicale » contemporaine



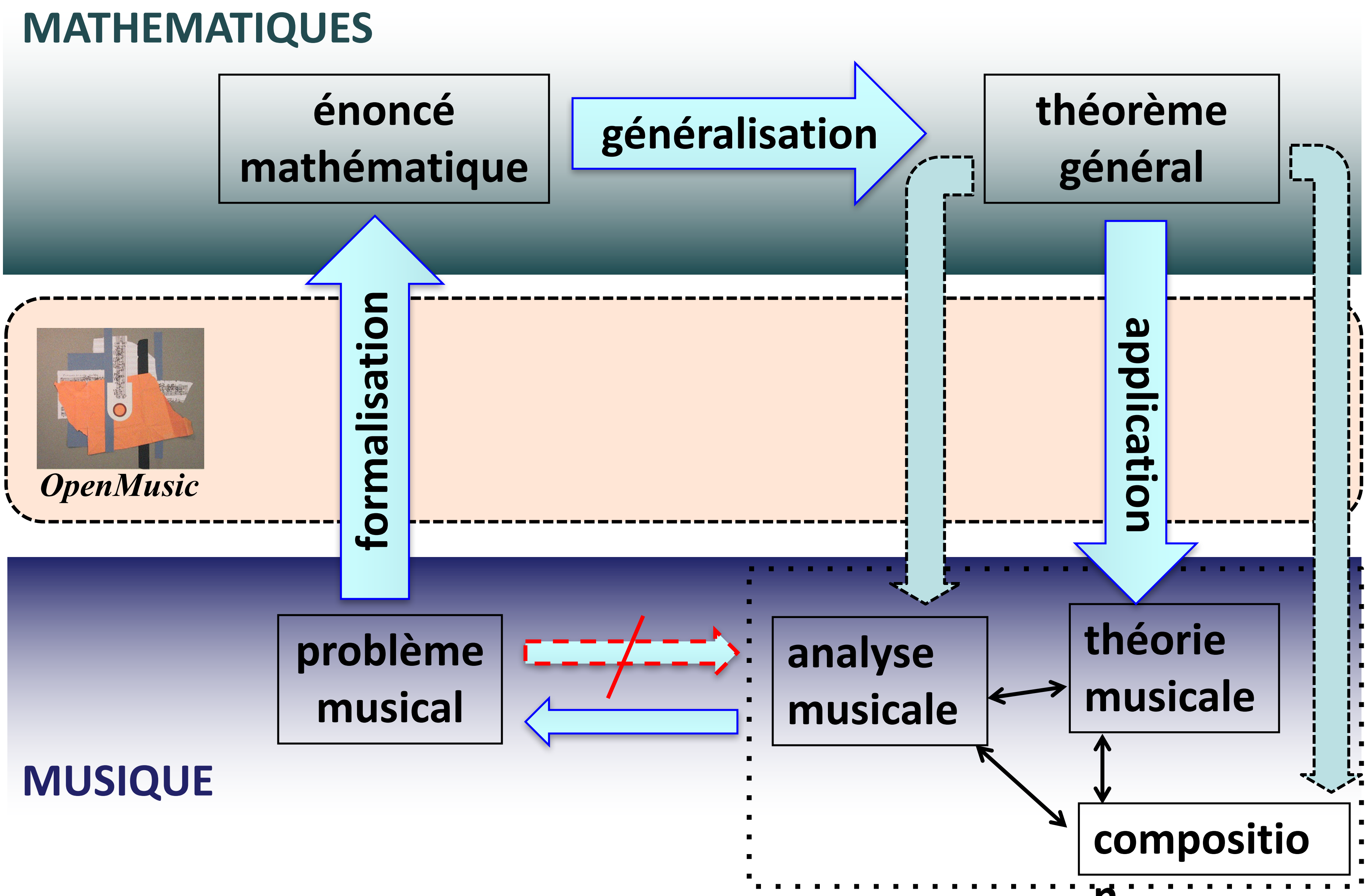
Institut Henri Poincaré
mercredi 30 mai 2018



Moreno Andreatta
Equipe Représentations Musicales
IRCAM / CNRS UMR 9912 / Sorbonne Université & IRMA / GREAM / USIAS
http://repmus.ircam.fr/moreno/

ircam Centre Pompidou — SORBONNE UNIVERSITÉ — cnrs — IRMA Institut de Recherche Mathématique Avancée — UNIVERSITÉ DE STRASBOURG — GREAM — USIAS Université de Strasbourg Institut d'Études Avancées

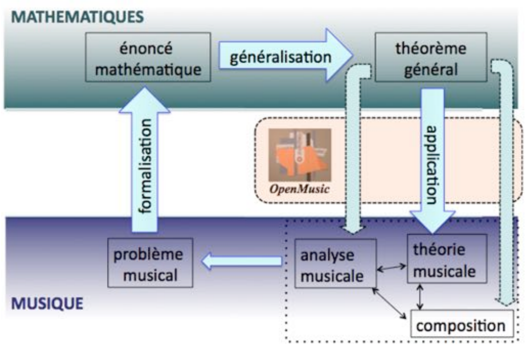
Double mouvement d’une dynamique mathémusicale

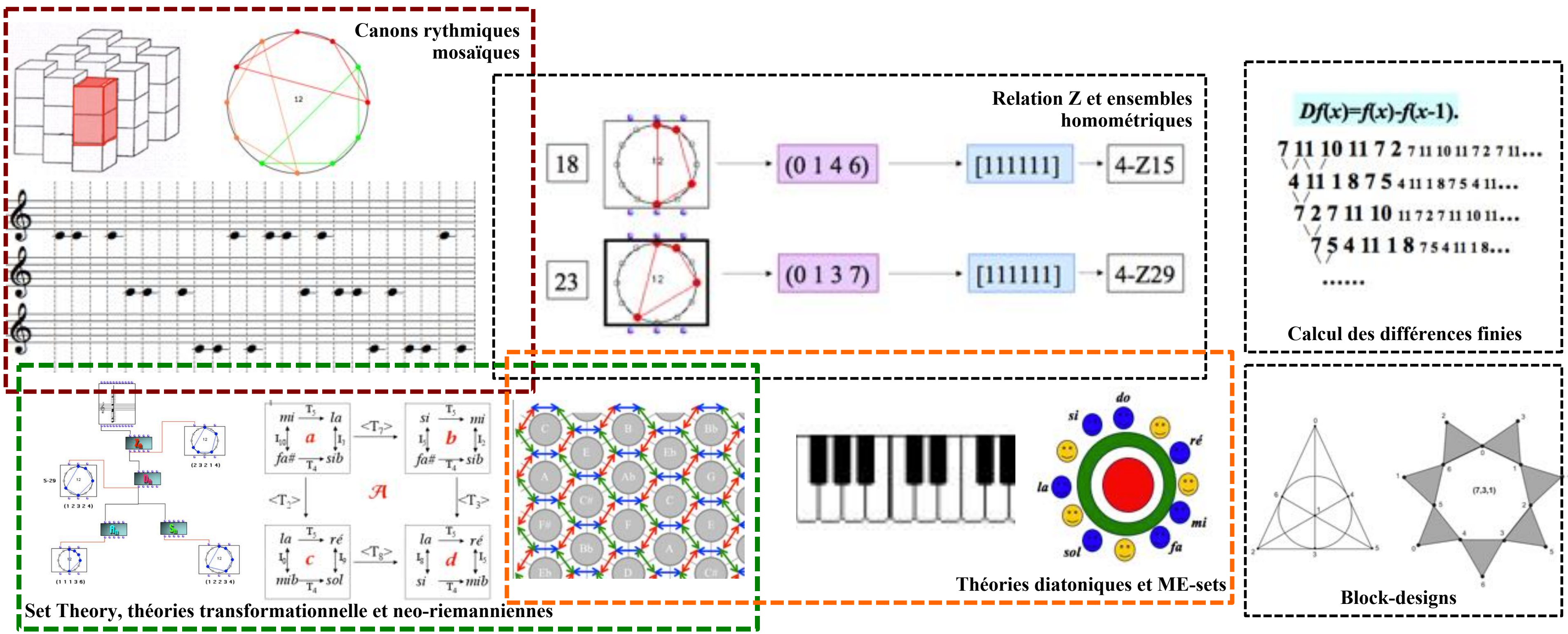


Une petite liste de problèmes mathémusicaux

[*Cf.* M. Andreatta : *Mathematica est exercitium musicae*, HDR, octobre 2010]

1. La construction des canons rythmiques mosaïques : de Minkowski à Fuglede
2. La relation *Z* et la théorie des ensembles homométriques
3. La *Set Theory* et la théorie transformationnelle
4. Les théories diatoniques et les *ME-sets*
5. Suites périodiques et calcul de différences finies
6. La théorie des block-designs en composition algorithmique
7. Modèles algébriques et catégoriels pour la cognition musicale



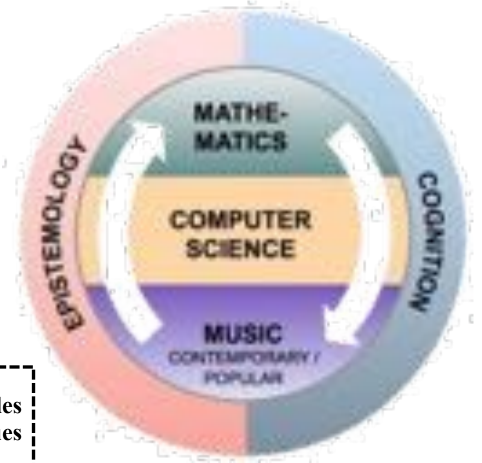


Axes de recherche du Projet SMIR

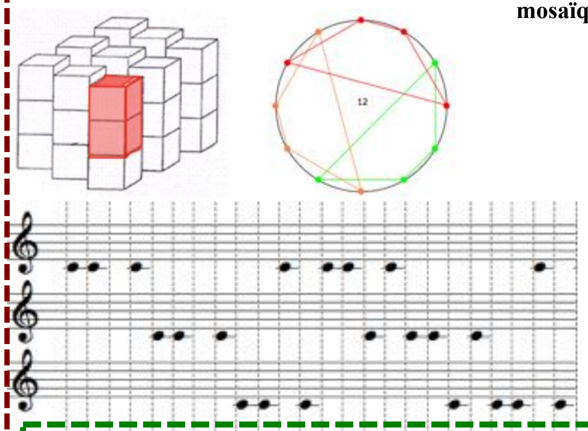
[Structural Music Information Reseach ➔ http://repmus.ircam.fr/moreno/smir]

---

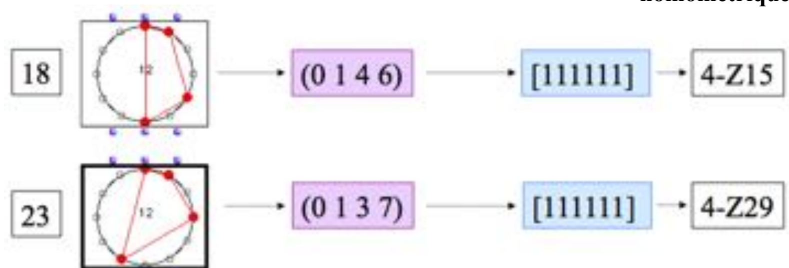
1. **Morphologie mathématique, FCA et musicologie computationnelle**
2. ***Tonnetze* généralisés, homologie persistante et classification automatique du style**
3. **Théorie transformationnelle et formalisation catégorielle**
4. **Conjectures ouvertes en mathématique**
5. **Philosophie et épistémologie de la recherche « mathémusicale »**

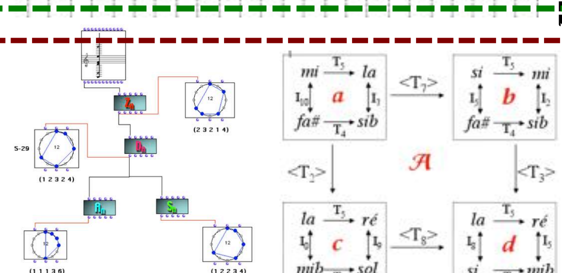


Canons rythmiques mosaïques

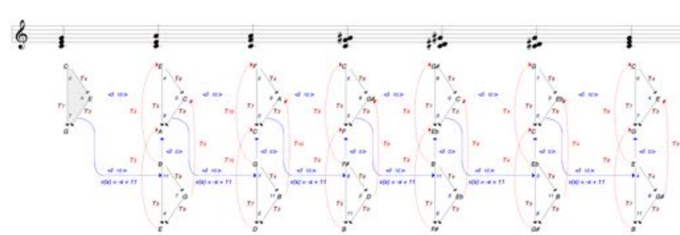


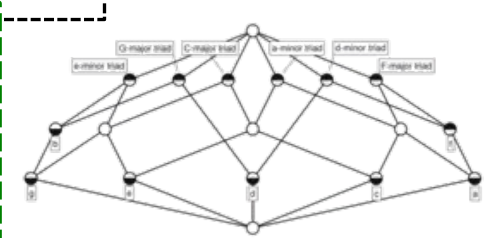
Relation Z et ensembles homométriques





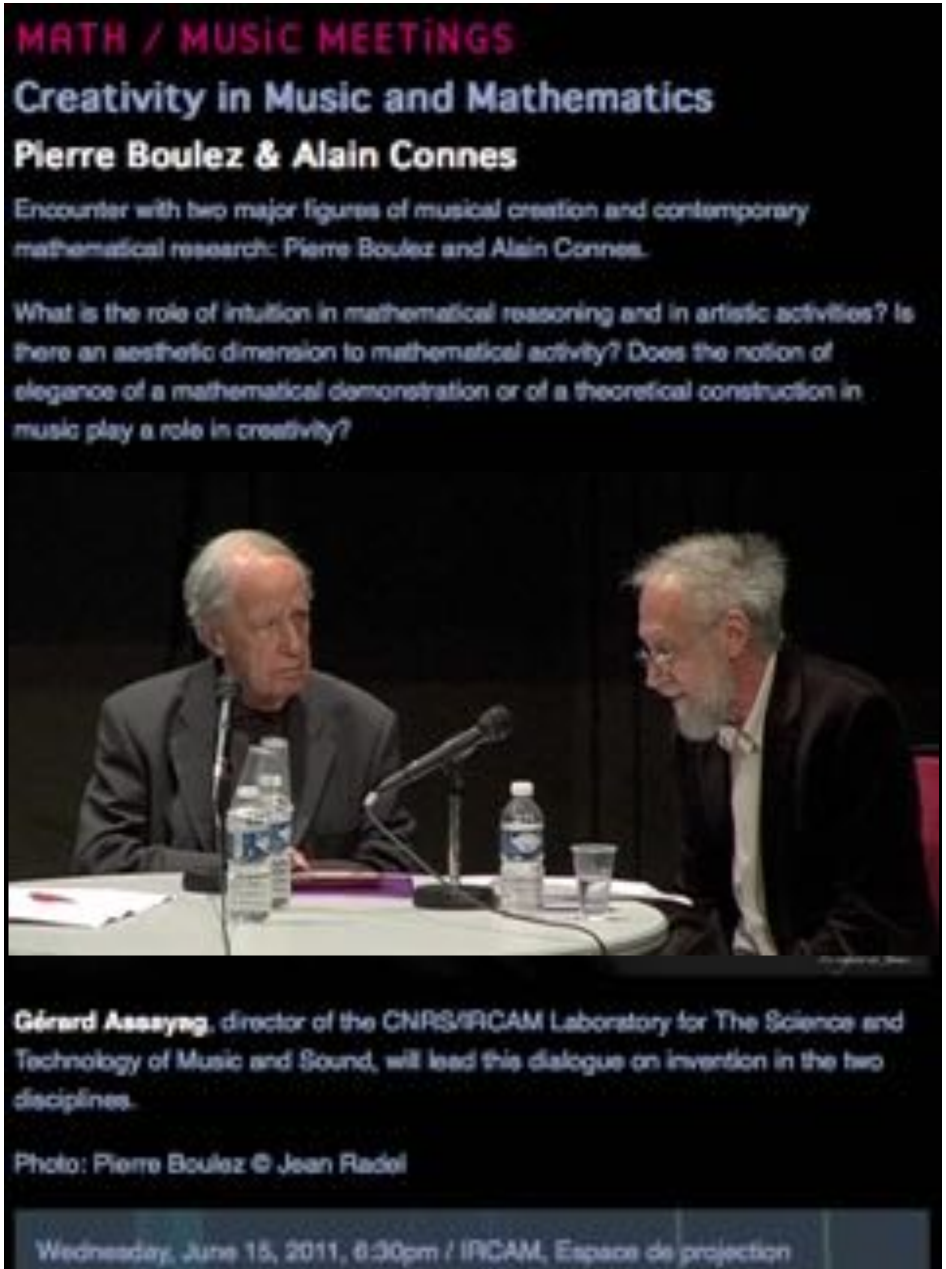
Set Theory, théories transformationnelle et neo-riemanniennes





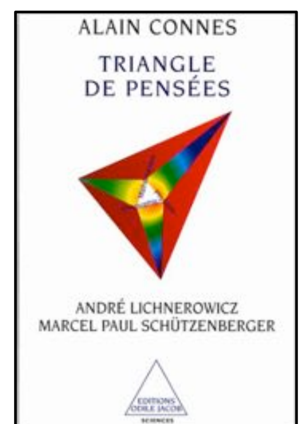
Morphologie mathématique et FCA

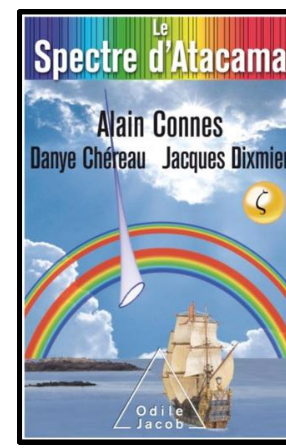
L’algèbre (le temps) et la géométrie (l’espace) en musique



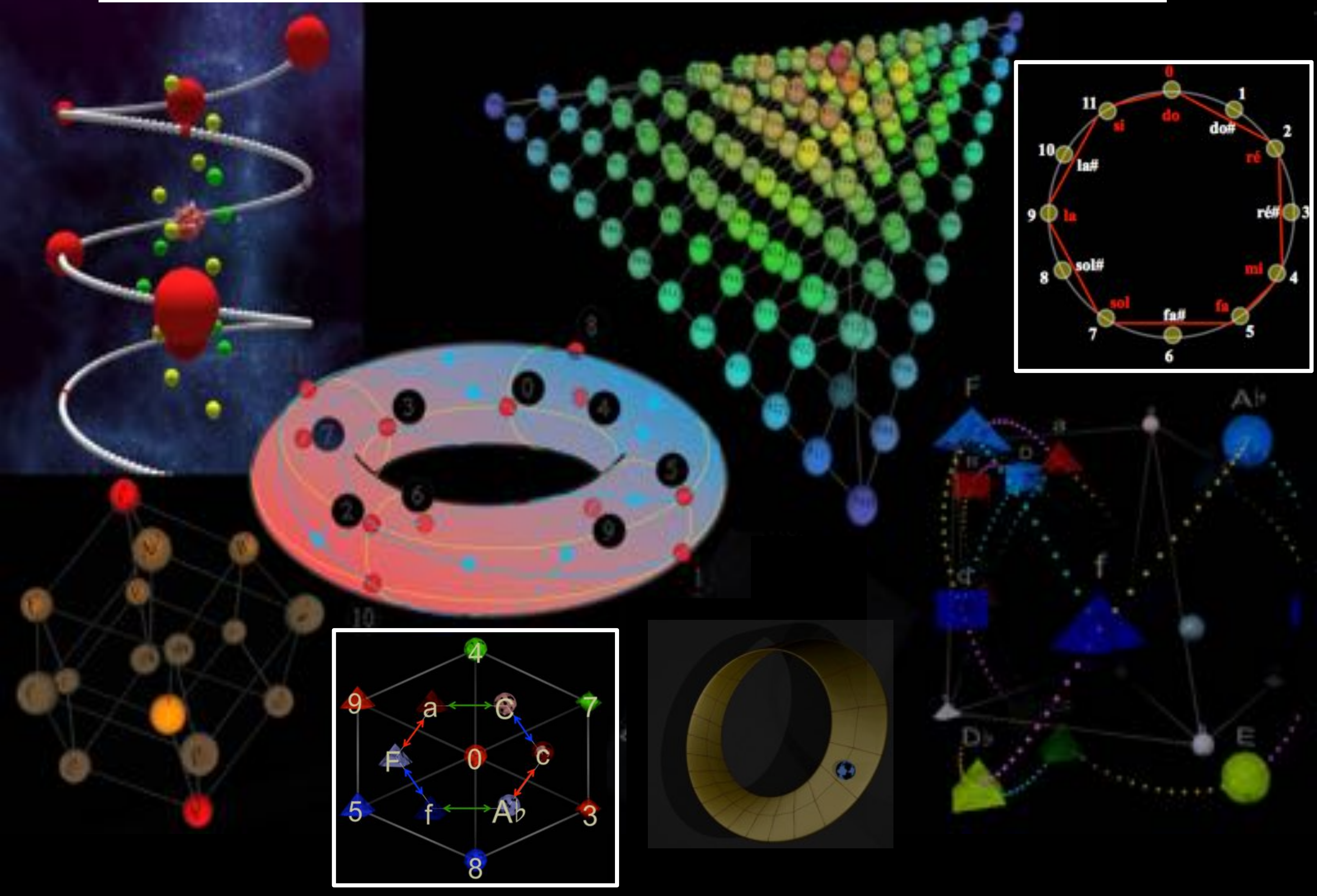
« La **musique** s'inscrit dans le temps exactement comme l'**algèbre** : dans les mathématiques, il y a cette dualité fondamentale entre d'un côté la **géométrie** qui correspond aux arts visuels, aux images mentales ; et de l'autre côté l'**algèbre**, qui inscrit une temporalité. Cela s'inscrit dans le temps, c'est le **calcul**, quelque chose qui est très proche du langage, et qui en a la précision diabolique. »

(Alain Connes, dans “Créativité en musique et en mathématiques”, Ircam, Conférence MCM, juin 2011).

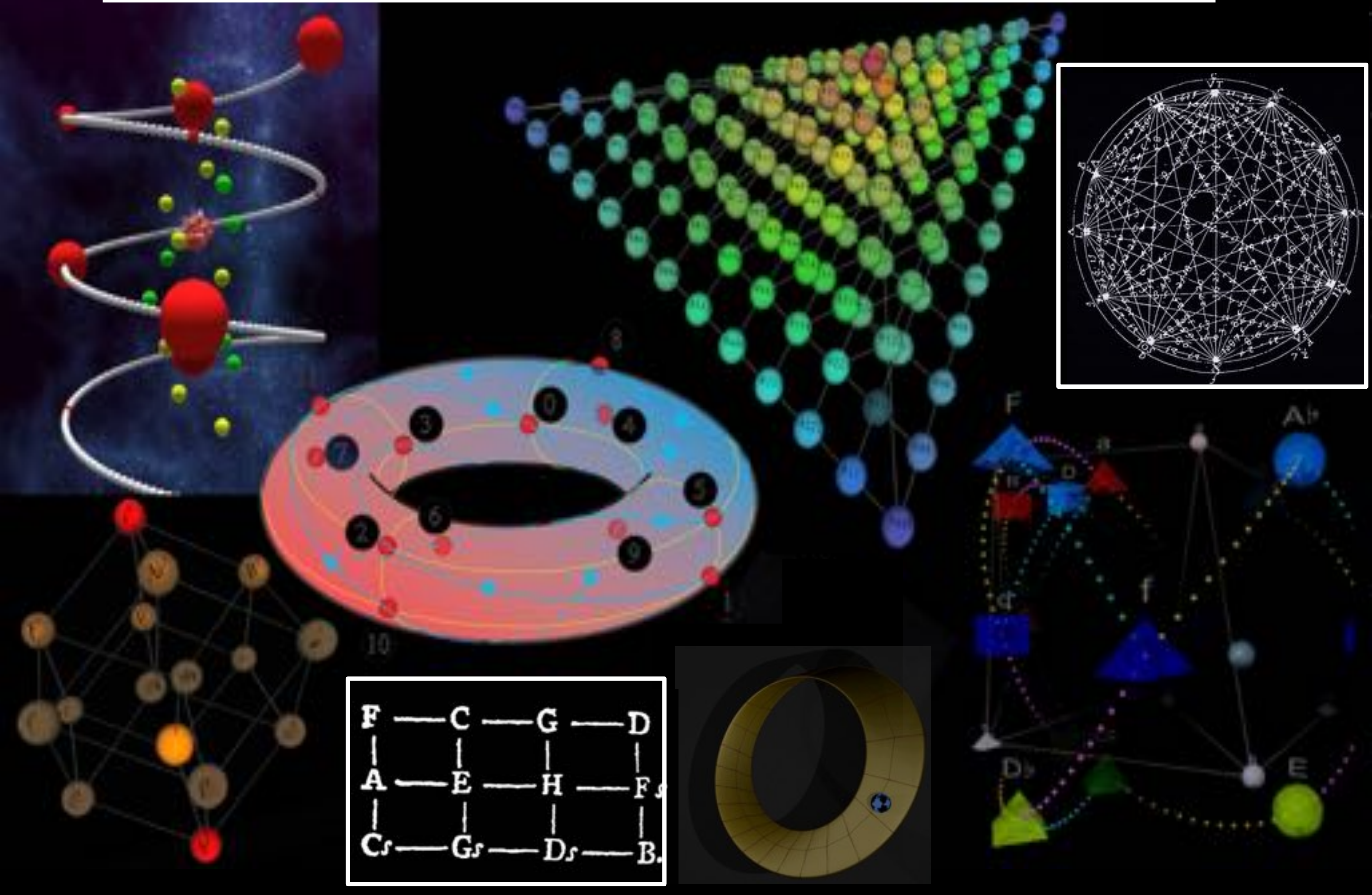




La galaxie des modèles géométriques au service de la musique

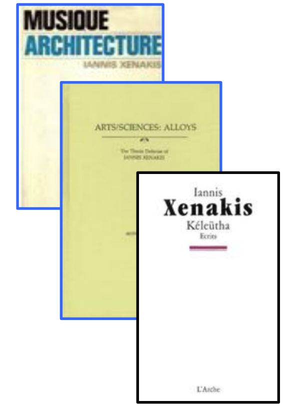


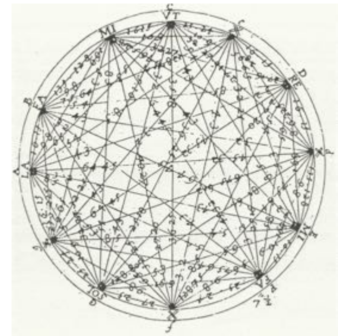
La galaxie des modèles géométriques au service de la musique



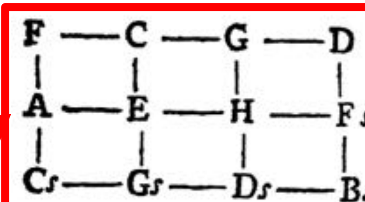
Musique et mathématiques : tableau des correspondances

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels.
Pas de correspondance musicale.	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et **prémonition de la théorie des groupes**. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	*Aucune correspondance.*
1500 *Aucune reprise des concepts précédents.*	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 *Aucune relation.*	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (*Harmonicorum Libri*)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (*Ars Conjectandi*, 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (*Speculum Musicum*)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	*Aucun développement de la théorie des nombres.* Logique (contradictions de la théorie des ensembles).
1937-1939 Ernst Krenek : les axiomes en musique	David Hilbert, *Les fondements de la géométrie* (1899)
1946 Milton Babbitt : théorie des groupes et système dodécaphonique	Rudolf Carnap, *The Logical Syntax of Language* (1937)

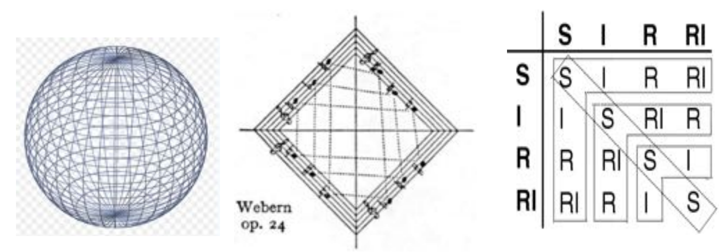




Mersenne, *Harmonicorum Libri* XII, 1648



Euler, *Speculum musicum*, 1773



Krenek et Babbitt, technique dodécaphonique, axiomatique et groupe de Klein

Marin Mersenne et la naissance de la combinatoire musicale

114 **Marin Mersenne, *Harmonicorum Libri XII*, 1648**

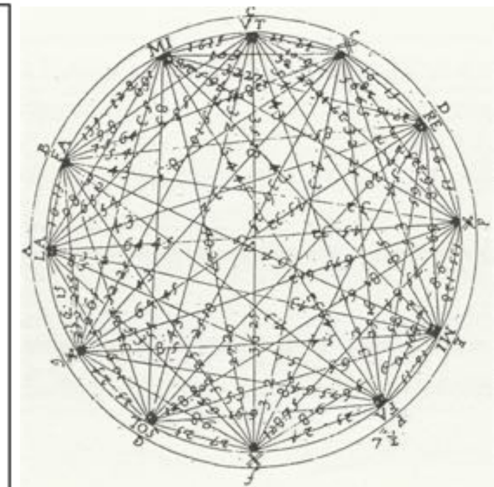
LIBER SEPTIMVS.
DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS,
EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.

Tabula Combinationis ab 1 ad 22.

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	362880
X	3628800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6227020800
XIV	87178291200
XV	1307674368000
XVI	20922789888000
XVII	355687428096000
XVIII	6402373705728000
XIX	121645100408832000
XX	2432902008176640000
XXI	51090942171709440000
XXII.	1124000727777607680000

Marin Mersenne

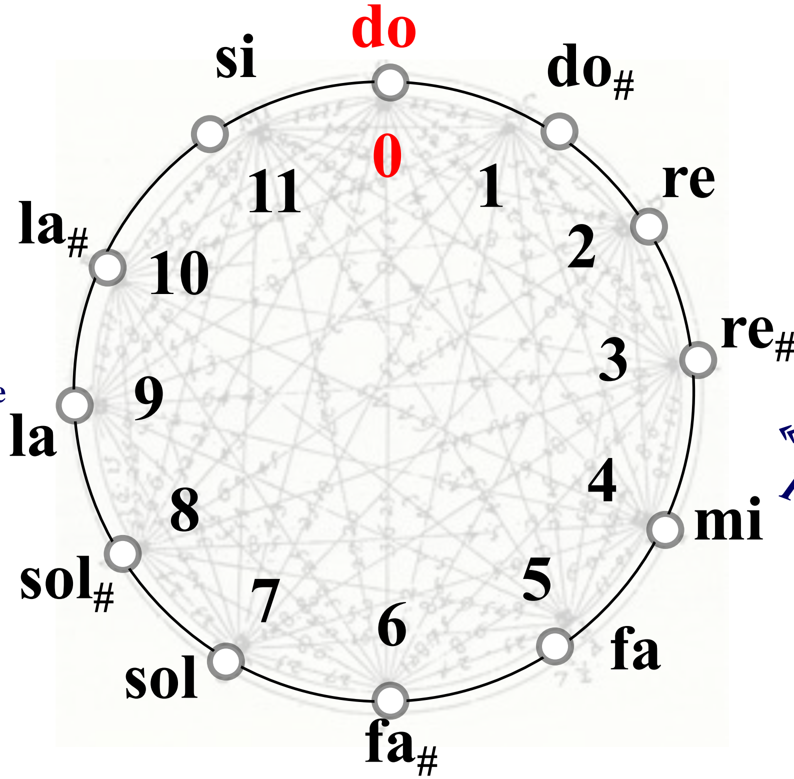
HARMONICORVM LIBRI XII.
IN QVIBVS AGITVR
DE SONORVM NATVRA, CAVSIS, ET EFFECTIBVS: DE CONSONANTIIS, Dissonantiis, Rationibus, Generibus, Modis, Cantibus, Compositione, orbisque totius Harmonicis Instrumentis.
Authore F. M. MERSENNO Minimo.
Ad Illustr. V. HENRICVM LVDOVICVM HABERTVM DE MONTMOR.
Laudate eum in cymbalis benesonantibus, laudate eum in cymbalis iubilationis: Omnis spiritus laudet Dominum. Psalm. 150.
EDITIO AVCTA.
LVTETIÆ PARISIORVM,
Sumptibus GVILLELMI BAVDRY, via Iacobæa, prope Collegium Plessæum.
M. DC. XLVIII.
Cum Privilegio Regis Christianiss. & Approbatione Superiorum.



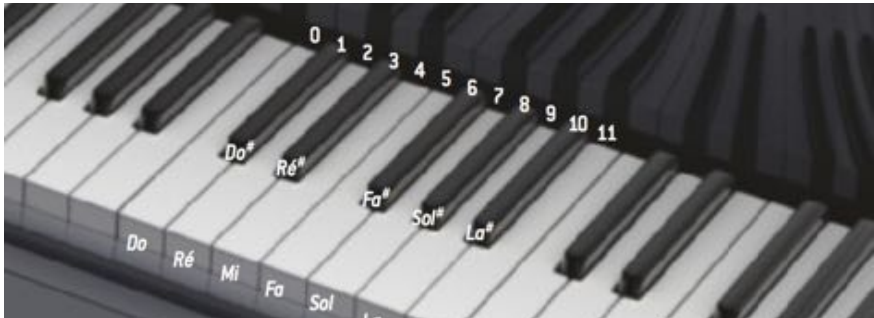
Varietas, seu Combinatio quatuor notarum.

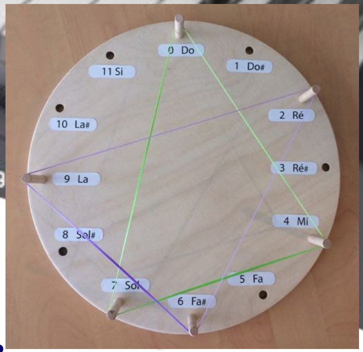
La représentation circulaire de l'espace des hauteurs

Marin Mersenne

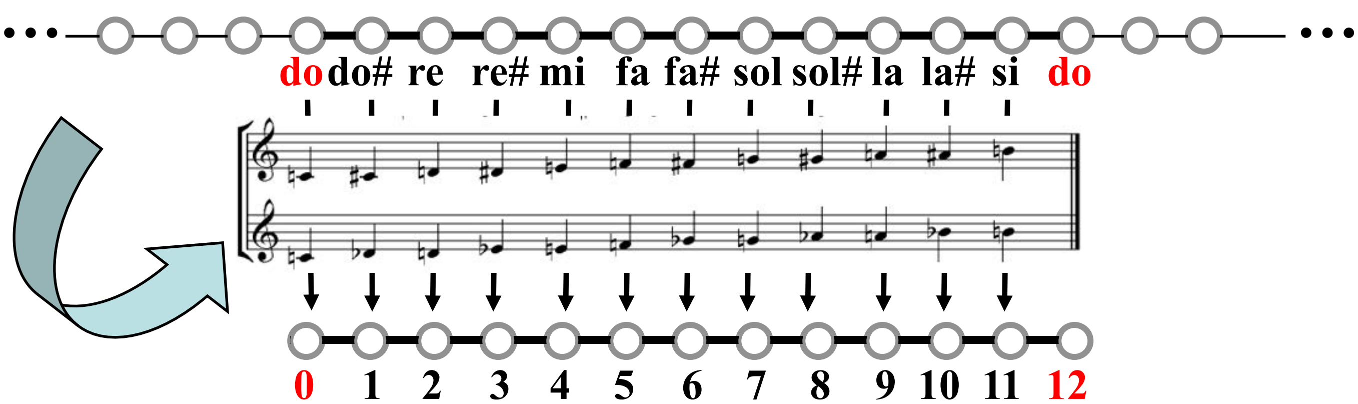


Harmonicorum Libri XII, 1648



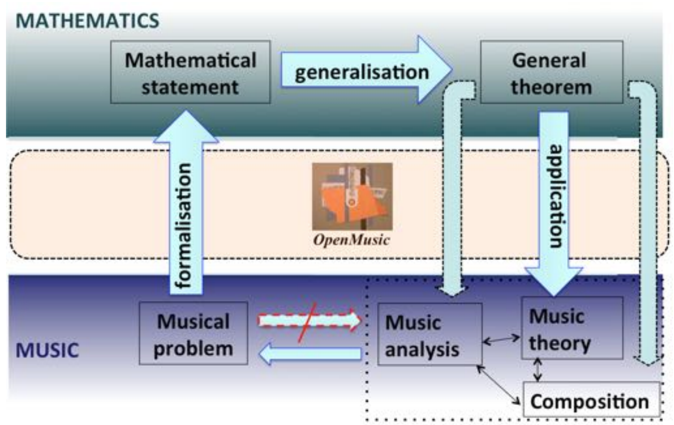


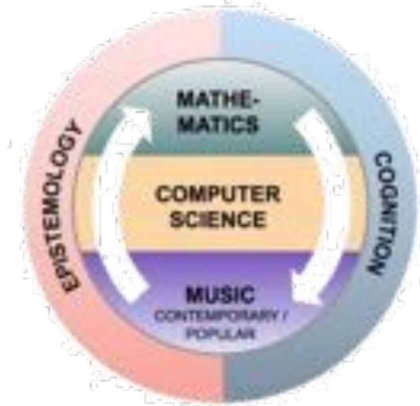
M. Andreatta, C. Agon,
« La musique mise en algèbre »,
Pour la Science, 2008 (rééd. 2018)

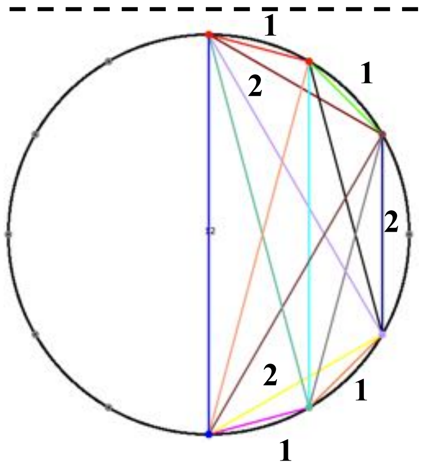


➔ DEMO

Un petit théorème d'algèbre combinatoire

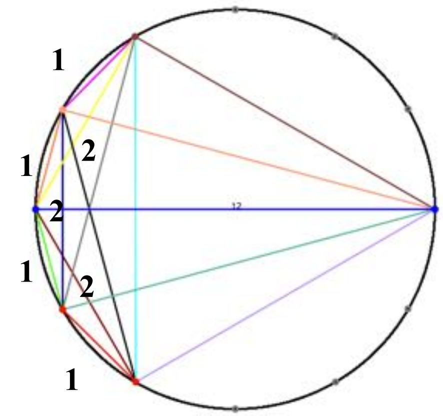


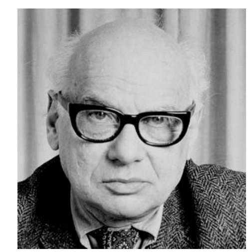




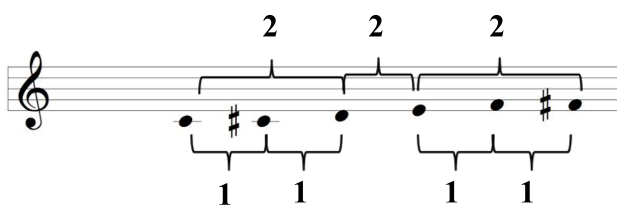
HOMOMETRIE

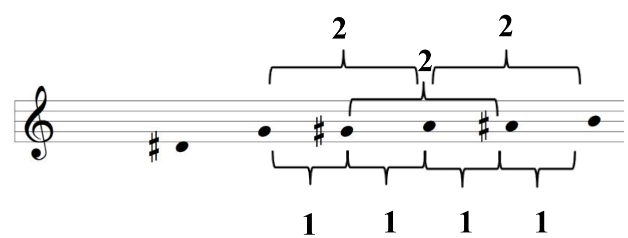
Théorème de l'hexacorde





M. Babbitt

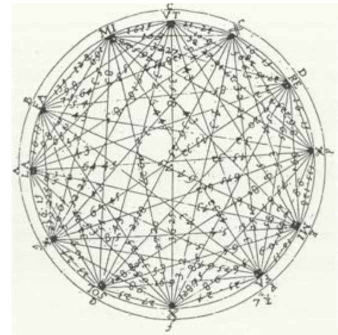




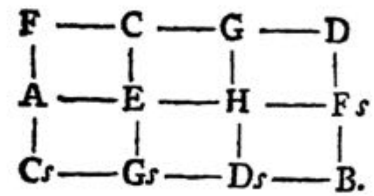
Un hexacorde et son complémentaire ont le même « spectre »

Musique et mathématiques : tableau des correspondances

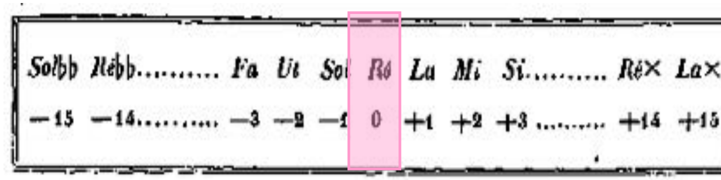
MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels.
Pas de correspondance musicale.	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et **prémonition de la théorie des groupes**. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	*Aucune correspondance.*
1500 *Aucune reprise des concepts précédents.*	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 *Aucune relation.*	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (*Harmonicorum Libri*)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (*Ars Conjectandi*, 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (*Speculum Musicum*)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	*Aucun développement de la théorie des nombres.* Logique (contradictions de la théorie des ensembles).
1937-1939 Ernst Krenek : les axiomes en musique	David Hilbert, *Les fondements de la géométrie* (1899)
1946 Milton Babbitt : théorie des groupes et système dodécaphonique	Rudolf Carnap, *The Logical Syntax of Language* (1937)



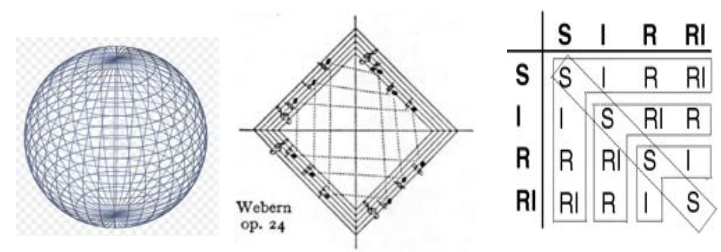
Mersenne, *Harmonicorum Libri* XII, 1648



Euler, *Speculum musicum*, 1773



Durutte, *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)



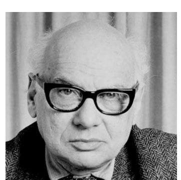
Krenek et Babbitt, technique dodécaphonique, axiomatique et groupe de Klein

« In Schoenberg's theoretical quest, one can discern the spirit of what might be termed the *Bauhaus* mentality, which in turn was reflected […] in the [conceptualizations of] the Vienna Circle….and the writings of Schlick, Neurath, Carnap, and Wittgenstein »

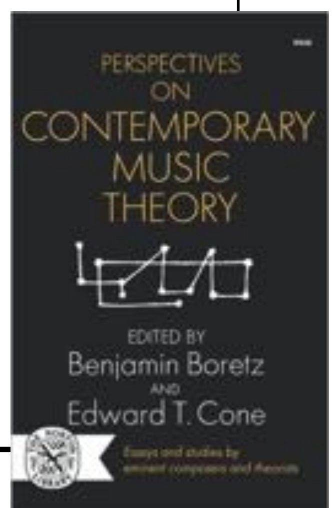
« The recognition of music-theoretical questions as critical compositional ones is not, of course, unique to the twentieth century, nor to composers. But the uniquely explicit, uniquely consequential, and uniquely exposed contemporary involvement of composers in theory as writers and system builders has given the theoretical-compositional connection unprecedently wide, if not always benign or even accurate, publicity : we live, as every reader of the public musical print knows, in an age of **'theoretical composition'**. »

« Milton Babbitt, in particular, was the first to suggest that the force of any 'musical **system**' was not as universal constraints for all music but as alternative theoretical constructs, rooted in a communality of shared empirical principles and assumptions **validated** by **tradition**, **experience**, and **experiment** »

A. Schoenberg

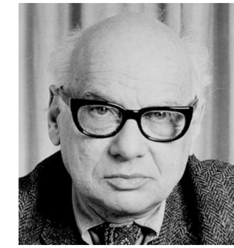


M. Babbitt



B. Boretz et E.T. Cone, *Perspectives on Contemporary Music Theory*, W.W. Norton and Company, New York, 1972.

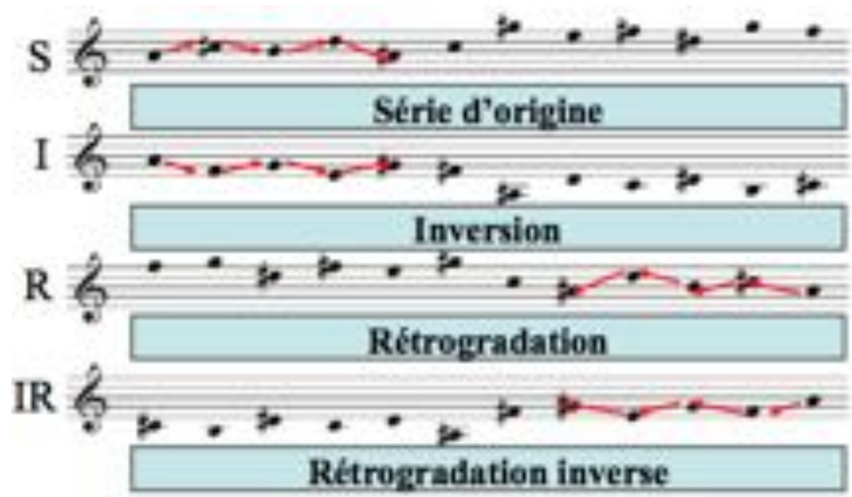
Le système dodécaphonique est « *un ensemble d'éléments, **relations** entre les éléments et **opérations** sur les éléments.* […] *Une vraie mathématisation aurait besoin d'une formulation et d'une présentation dictées par le fait que le système dodécaphonique est un **groupe de permutations** qui est façonné* [shaped] *par la structure de ce modèle mathématique* »



Milton Babbitt

	S	I	R	RI
S	S	I	R	RI
I	I	S	RI	R
R	R	RI	S	I
RI	RI	R	I	S

M. Babbitt: *The function of Set Structure in the Twelve-Tone System*, PhD (1946/1992)



A. Schoenberg

M. Andreatta, « Mathématiques, Musique et Philosophie dans la tradition américaine: la filiation Babbitt/Lewin », dans *A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie, Dix ans de séminaire mamuphi*, Ircam-Delatour France, 2012.

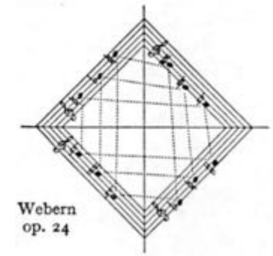
*Physicists and mathematicians are far in advance of musicians in realizing that their respective sciences do not serve to establish a concept of the universe conforming to an **objectively existent nature.***

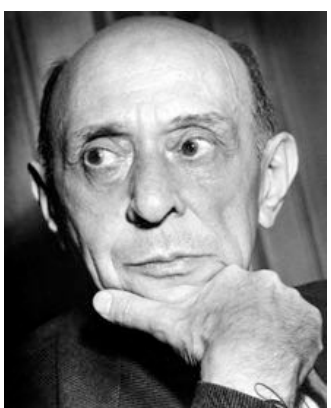
*As the study of **axioms** eliminates the idea that axioms are something absolute, conceiving them instead as **free propositions of the human mind**, just so would this **musical theory free us from the concept of major/minor tonality […] as an irrevocable law of nature.***

Ernst Krenek : *Über Neue Musik*, 1937 (Engl. Transl. *Music here and now*, 1939

Ernst Krenek

David Hilbert

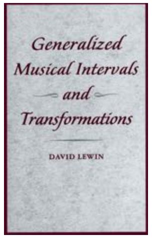


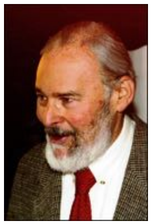


A. Schoenberg

M. Andreatta, « Mathématiques, Musique et Philosophie dans la tradition américaine: la filiation Babbitt/Lewin », dans *A la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie, Dix ans de séminaire mamuphi*, Ircam-Delatour France, 2012.

Système d'intervalles généralisés (GIS) et action de groupe





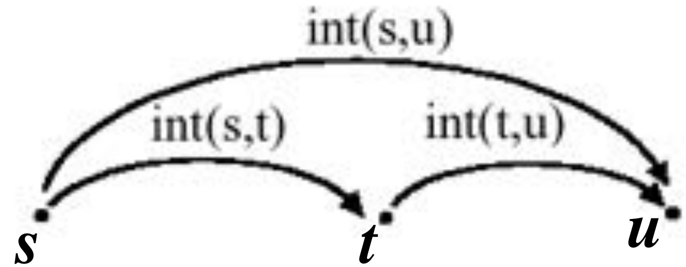
GIS = (S, G, int)

S = ensemble

(G,•) = groupe d'intervalles

int = fonction intervallique

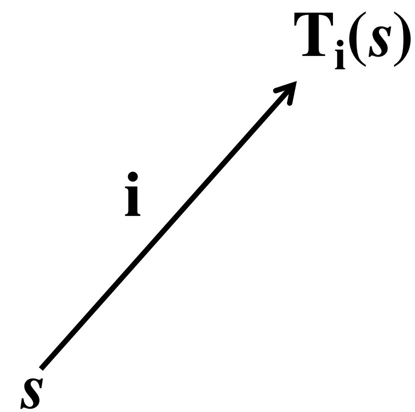
$$S \times S \xrightarrow{\text{int}} G$$



Action simplément transitive

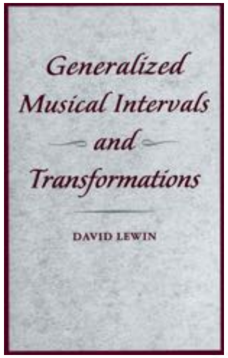
1. Pour tous objets s, t, u dans S :
 int(s,t)•int(t,u) = int(s,u)

2. Pour tout objet s dans S et tout intervalle i dans G il y a un seul objet t dans S tel que int(s,t) = i



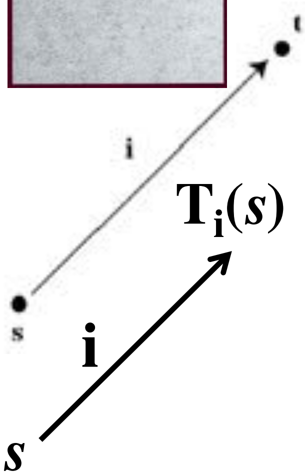
Soit $\tau = \{T_i \,;\, i \in G\}$ le groupe des transpositions

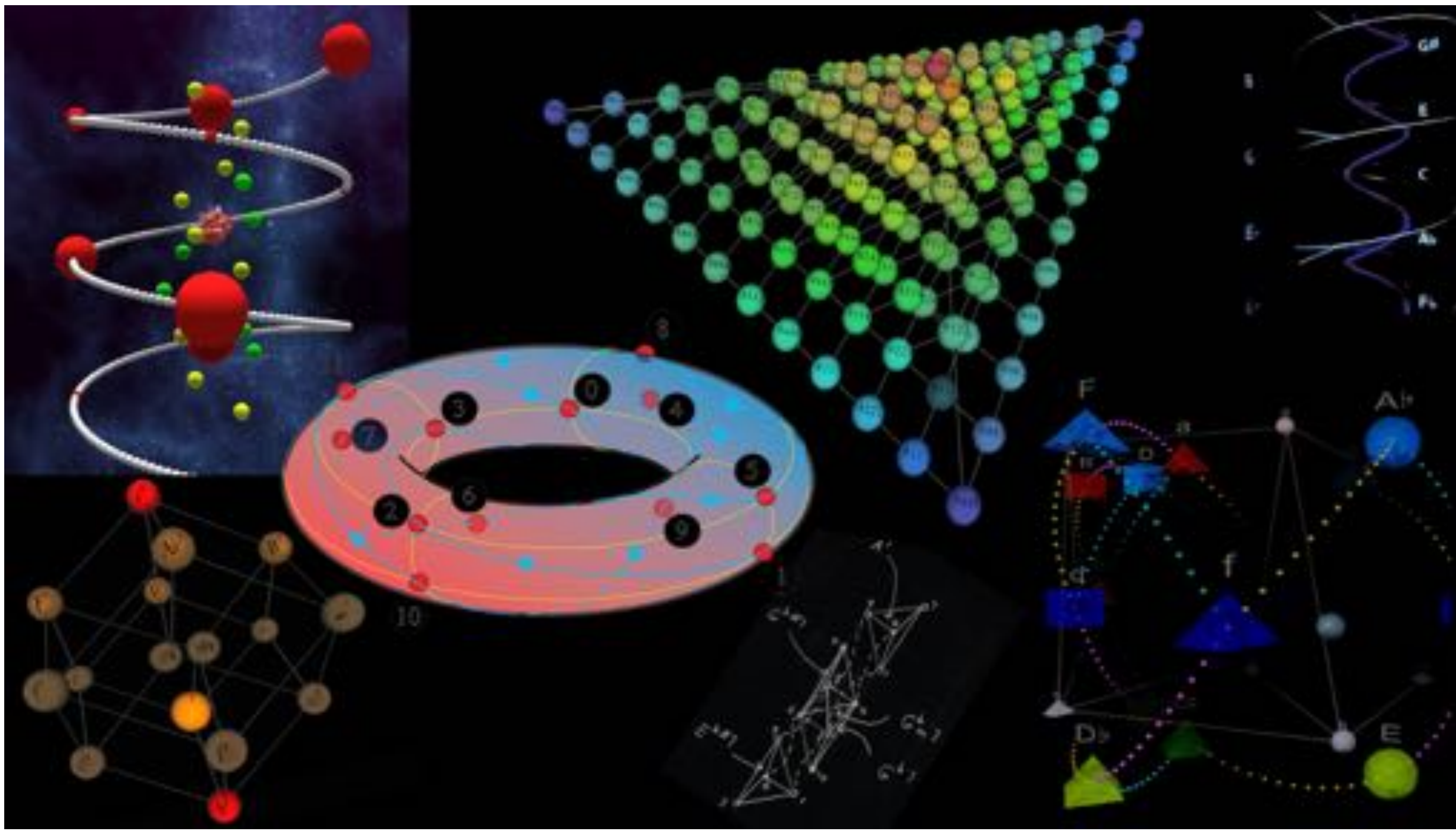
GIS = (S, G, int) $\Leftrightarrow$ $\tau \times S \rightarrow S$ telle que $(T_i, s) \rightarrow T_i(s)$



L’attitude transformationnelle et le concept d’espace

« Nous n’avons pas l’intuition de quelque chose qu’on pourrait appeler l’« espace musical ». Plutôt nous avons l’intuition d’une **multiplicité et une variété d’espaces musicaux au même temps**. Les structures de GIS et les réseaux transformationnels peuvent nous aider à explorer l’une de ces intuitions et à étudier la façon avec laquelle elles interagissent, aussi bien **d’un point de vue logique que à l’intérieur d’une œuvre musicale particulière.** »





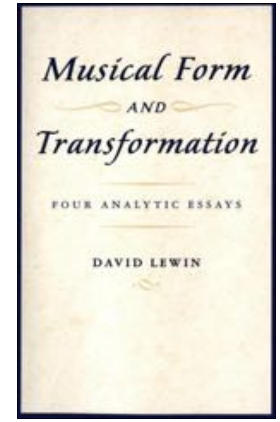
« *Making* and *Using* a Pcset Network for Stockhausen's *Klavierstück III* »

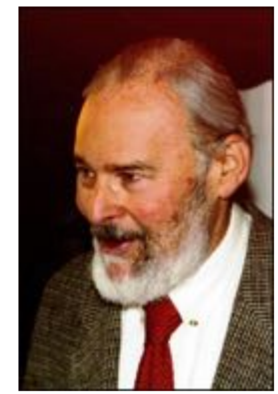
Trois interprétations :

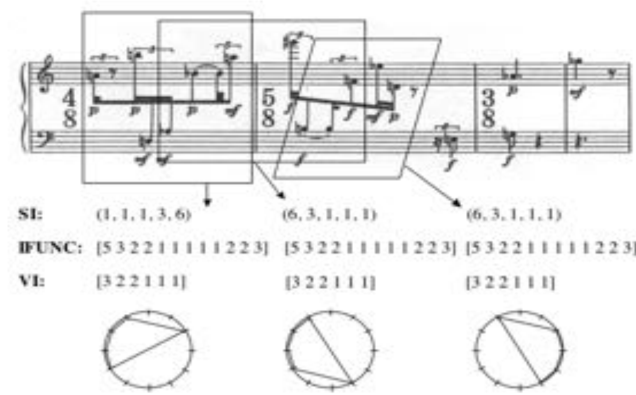
Henck

Kontarsky

Tudor

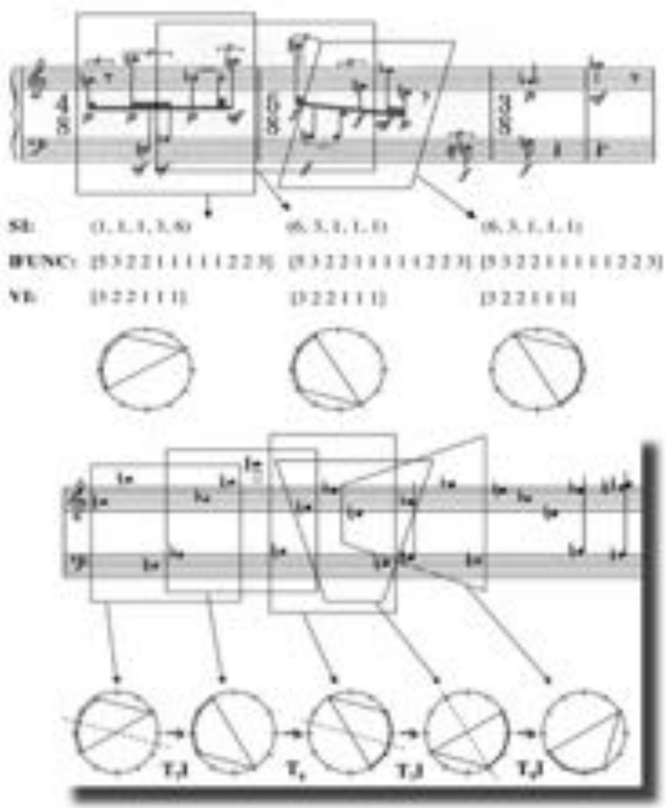


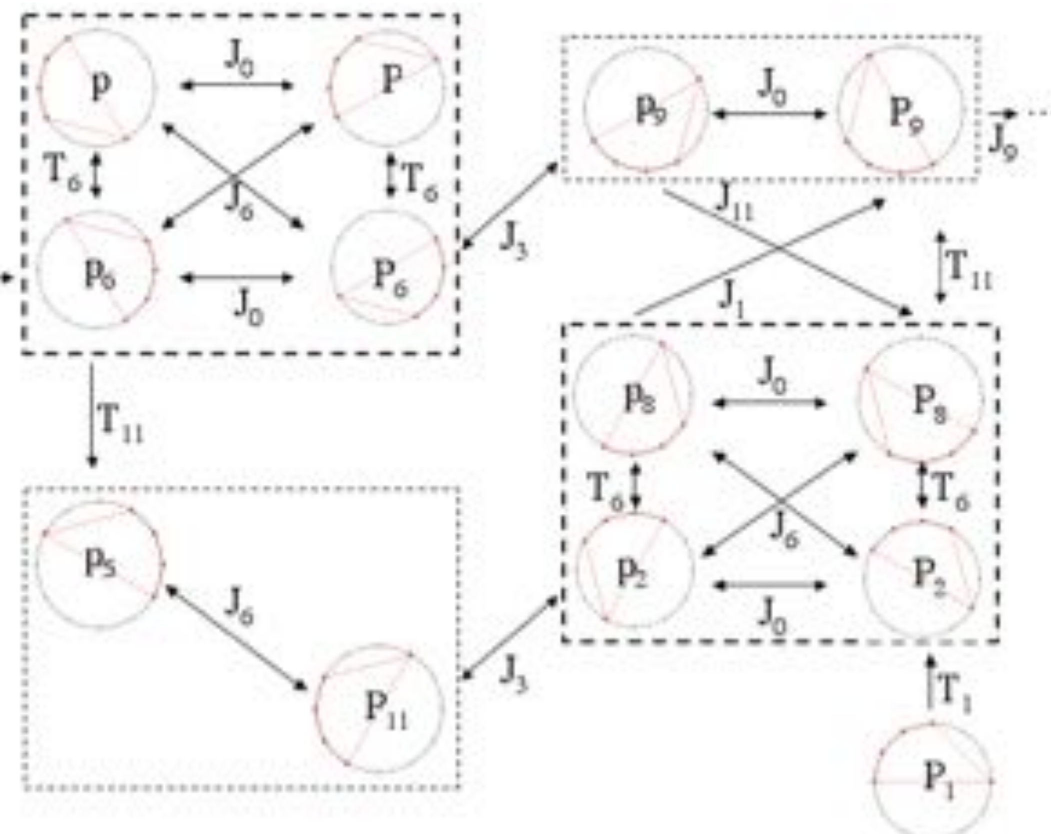




Réseau transformationnel : « do you hear it? » *vs* « can you hear it? »

Stockhausen: *Klavierstück III* (Analyse de D. Lewin)





« Rather than asserting a network that follows pentachord relations one at a time, according to the chronology of the piece, I shall assert instead a network that displays all the pentachord forms used and all their **potentially functional interrelationships**, in a very compactly organized little **spatial configuration**. »

« Yes, we can! »

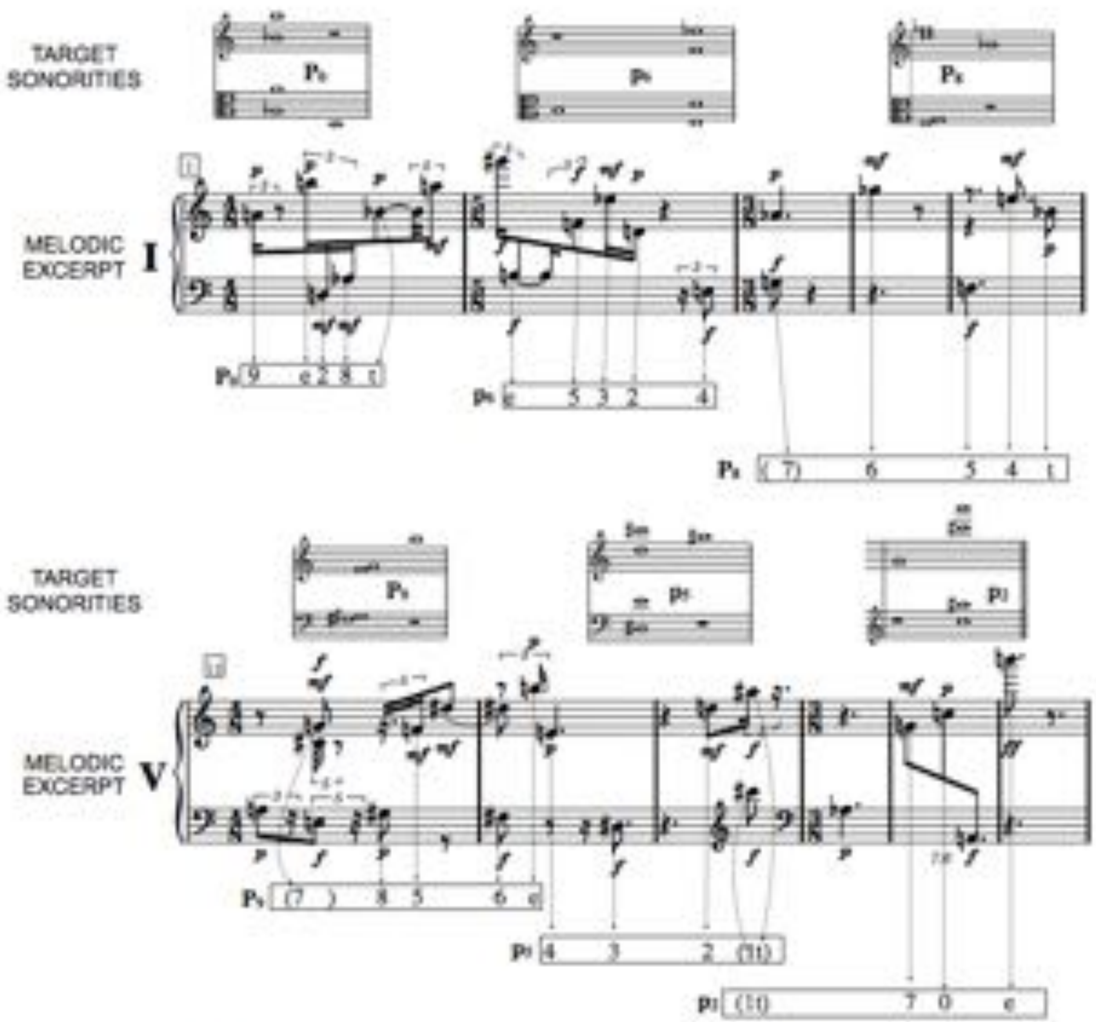
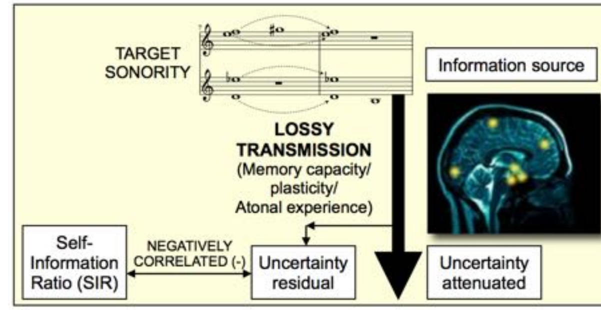
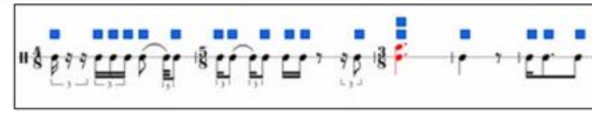


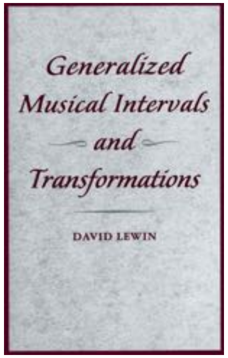
FIGURE 5. Six target sonorities used for Phase I pitch-detection tasks (circled in dashed-line boxes): Single Pentachords appeared in form of either 'st' or 'ts' according to Lewin's ear-training aid (*MFT*, Example 2.7, p. 42). Their corresponding melodies are either Excerpt I or V.





« A cognitive model is derived to show that singleton-tetrachord interaction is salient in facilitating the **mental formation of common-tone-preserving percepts**, and it serves as perceptual information that determines the acquisition **of implicit pitch pattern knowledge** for pitch-detection tasks, but only for atonally well-trained musicians. »

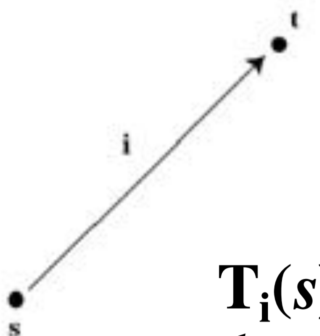
Y. Cao, J. Wild, B. Smith, S. McAdams, « The Perception and Learning of Contextually-defined Inversion Operators in Transformational Pitch Patterns », 5th International Conference of Students of Systematic Musicology (SysMus12), Montreal, 2012.

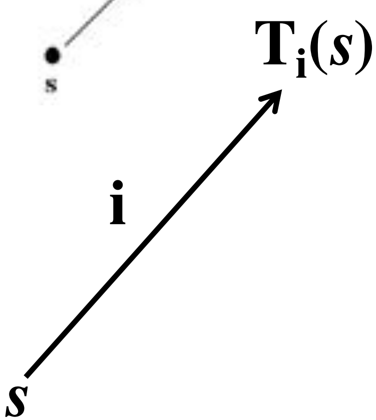


Implications philosophiques de l’équivalence

GIS = (S, G, int) ⇔ **Action simplément transitive**

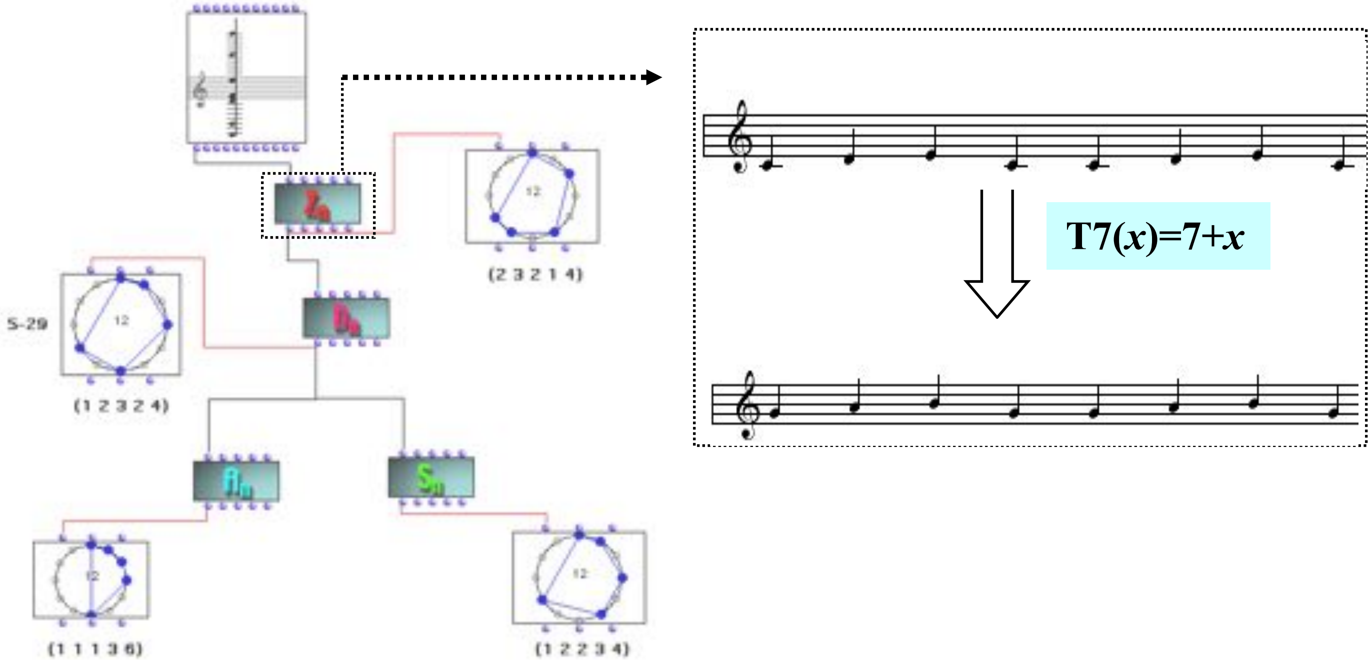
Cartésianisme *vs* anti-cartésianisme





« Plutôt que partir d’une structure de GIS (= système d’intervalles généralisés) et dériver de celui-ci certaines transformations caractéristiques, il est **possible de partir d’une famille de transformations caractéristiques et dériver d’elles une structure de GIS**. Cela signifie qu’au lieu de regarder la i-flèche (flèche intervalle) comme une mesure d’une *extension* entre des points *s* et *t* observés passivement « out there » dans une *res extensa* cartésienne, on peut regarder la situation ***activement***, comme un chanteur, un instrumentiste, un compositeur qui se dit : « Je suis dans *s* ; quelle transformation particulière dois-je opérer [*perform*] pour arriver dans *t* ? » [C’est là qu’on trouve une] « **intrication conceptuelle** » [*conceptual interrelation*] entre l’intervalle en tant qu’extension [*interval-as-extension*] et la transposition en tant que déplacement caractéristique à l’intérieur d’un espace [*transposition-as-characteristic-motion-through-space*] »

La généalogie algébrico-géométrique du structuralisme



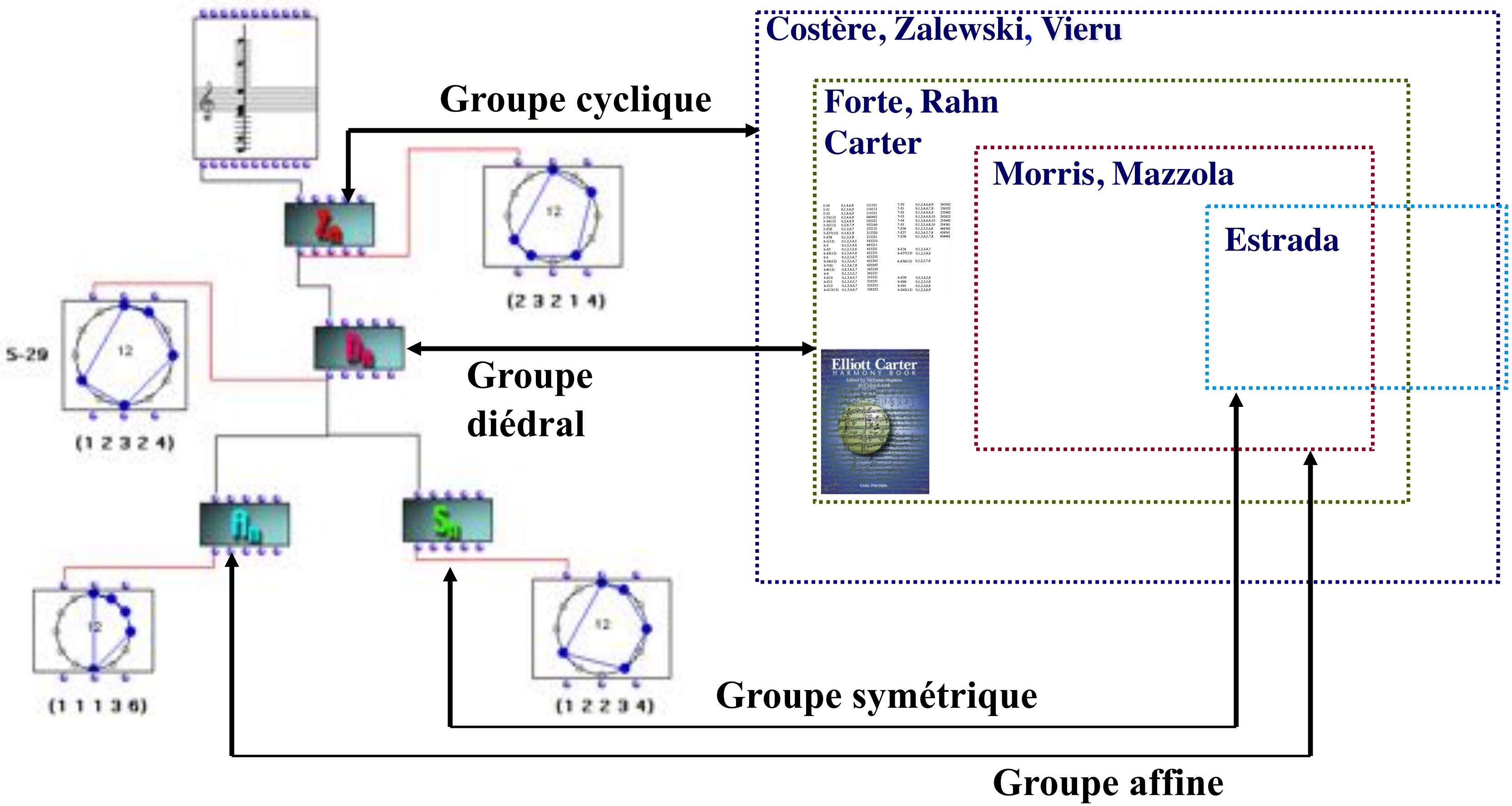
« La **nature d'une géométrie** donnée est définie par rapport à un **groupe** déterminé et la façon avec laquelle des formes spatiales sont liées entre elles à l'intérieur de ce type de géométrie [Cf. F. Klein, *Le Programme d'Erlangen* - 1872]. On peut se poser la question de savoir s'il y a des concepts et des principes qui sont […] des conditions nécessaires pour à la fois la constitution du monde perceptuel et la construction de l'univers de pensée géométrique. Il me semble que le concept de **groupe** et la notion d'**invariance** sont précisément ces principes. »

E. Cassirer : « The concept of group and the theory of perception », 1944

Felix Klein

Ernst Cassirer

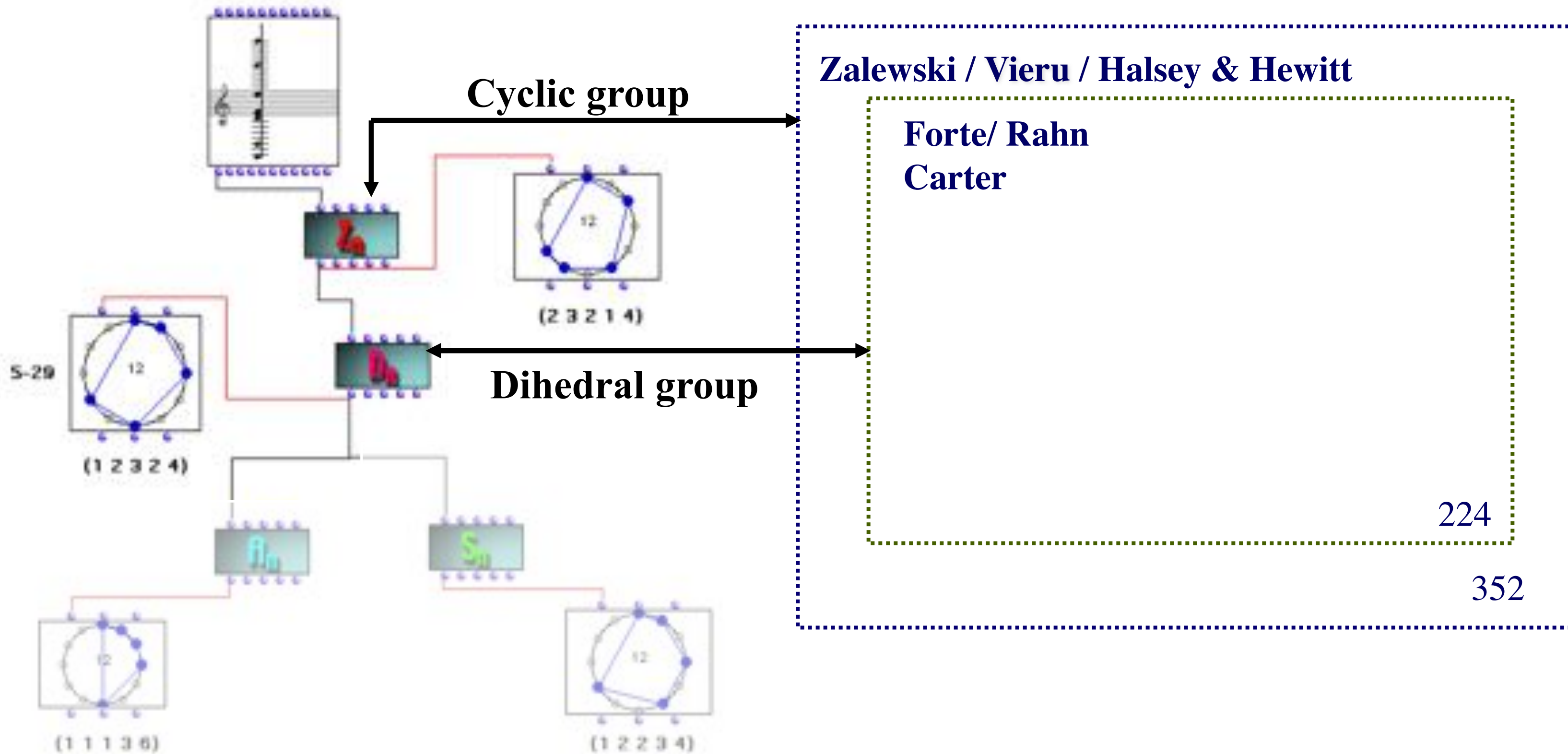
Architecture paradigmatique et dualité objectale/opératoire



« [C'est la **notion de groupe** qui] donne un sens précis à l'idée de **structure** d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son **schéma opératoire** le domaine envisagé. […]L'objet véritable de la science est le **système des relations** et non pas les termes supposés qu'il relie. […] Intégrer les résultats - symbolisés - d'une expérience nouvelle revient […] à créer un canevas nouveau, un **groupe de transformations** plus complexe et plus compréhensif » **(G.-G. Granger : « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », 1947)**

G.-G. Granger

Action de groupes et classification des structures musicales



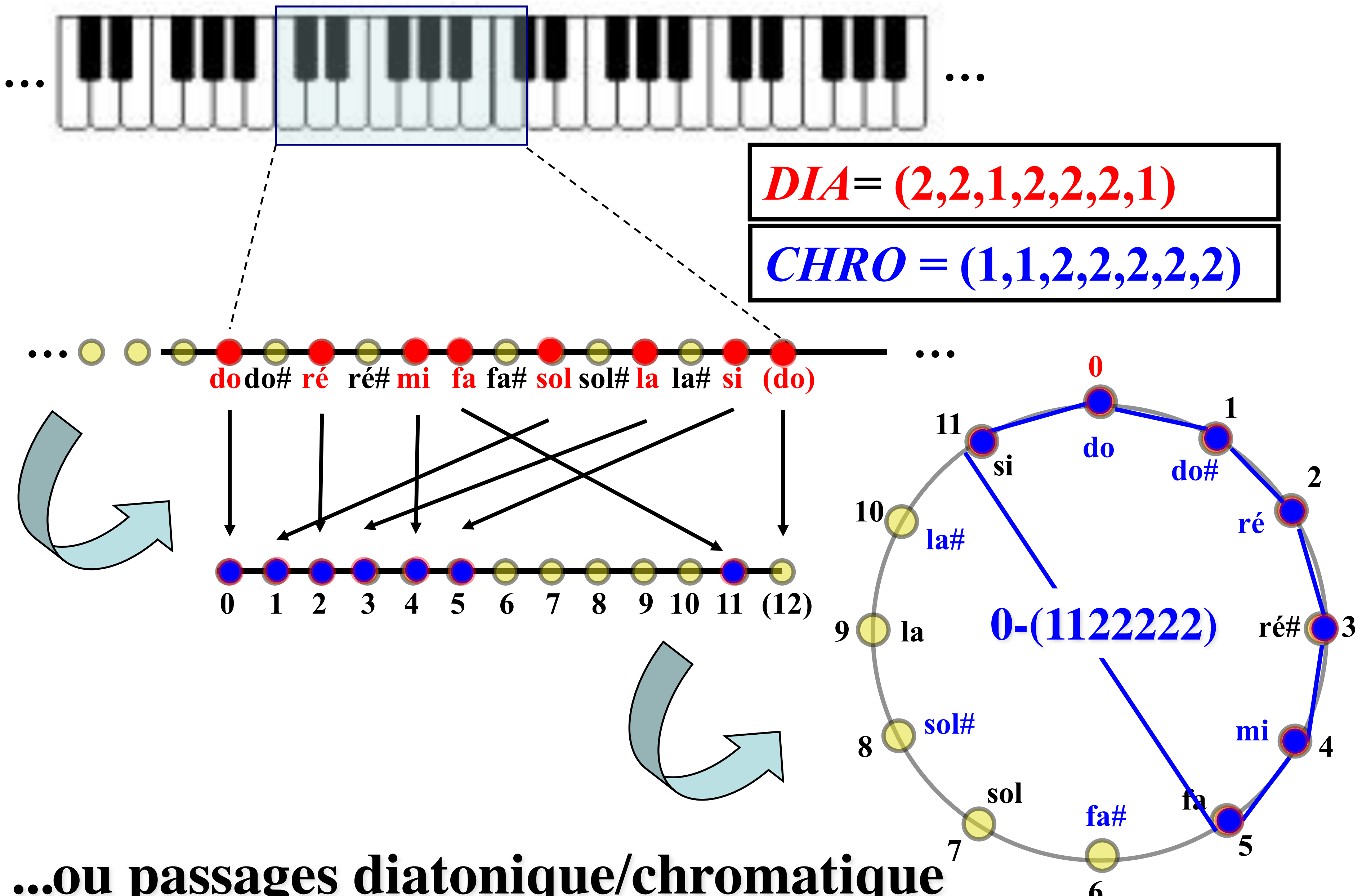

F. Klein


W. Burnside


G. Polya

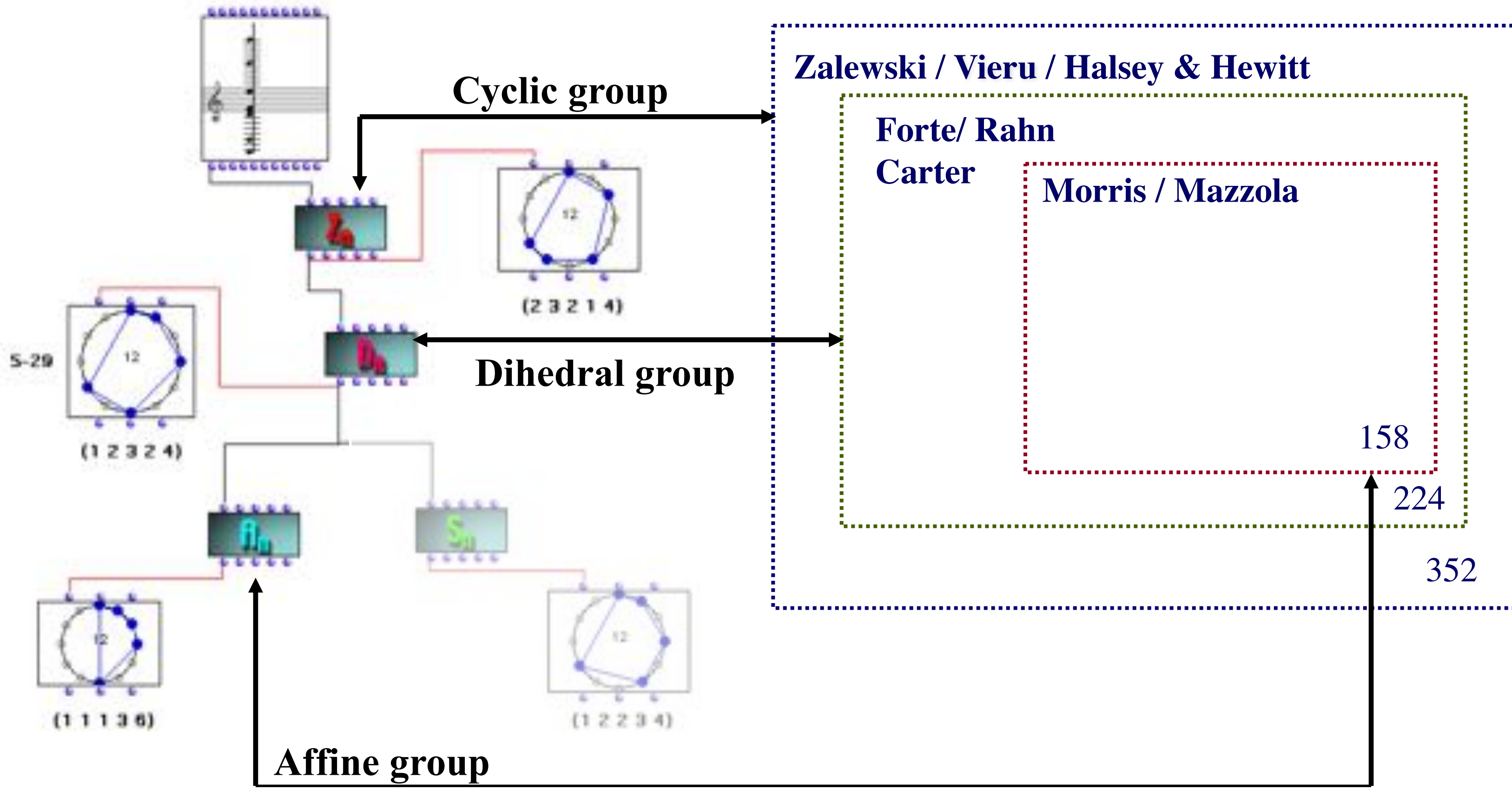
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z_n	1	6	19	43	66	80	66	43	19	6	1	1
D_n	1	6	12	29	38	50	38	29	12	6	1	1

Les multiplications comme transformations affines…



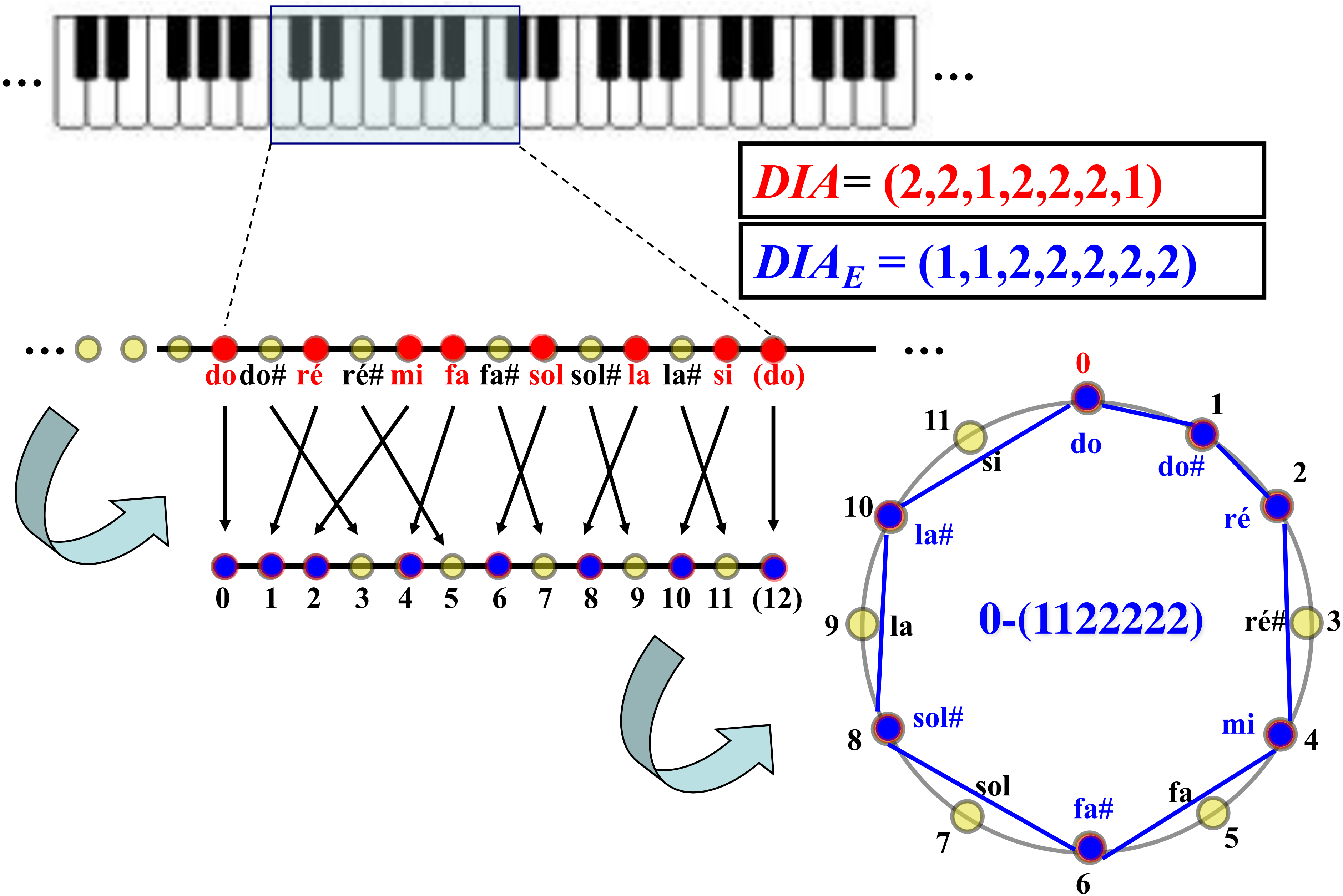
…ou passages diatonique/chromatique

Action de groupes et classification des structures musicales



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z_n	1	6	19	43	66	80	66	43	19	6	1	1
D_n	1	6	12	29	38	50	38	29	12	6	1	1
A_n	1	5	9	21	25	34	25	21	9	5	1	1

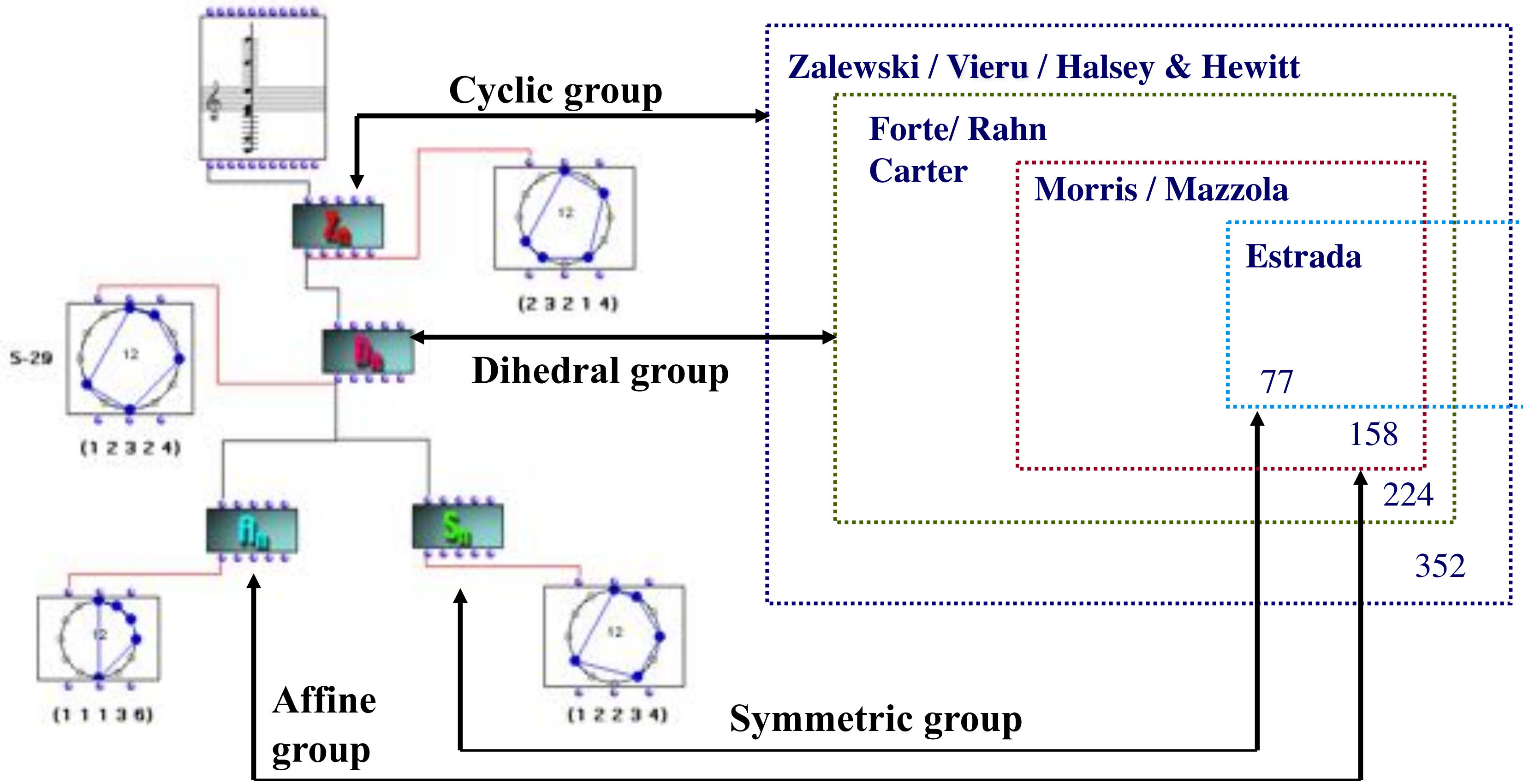
Les permutations comme ‘partitions’ d’entiers



$DIA = (2,2,1,2,2,2,1)$

$DIA_E = (1,1,2,2,2,2,2)$

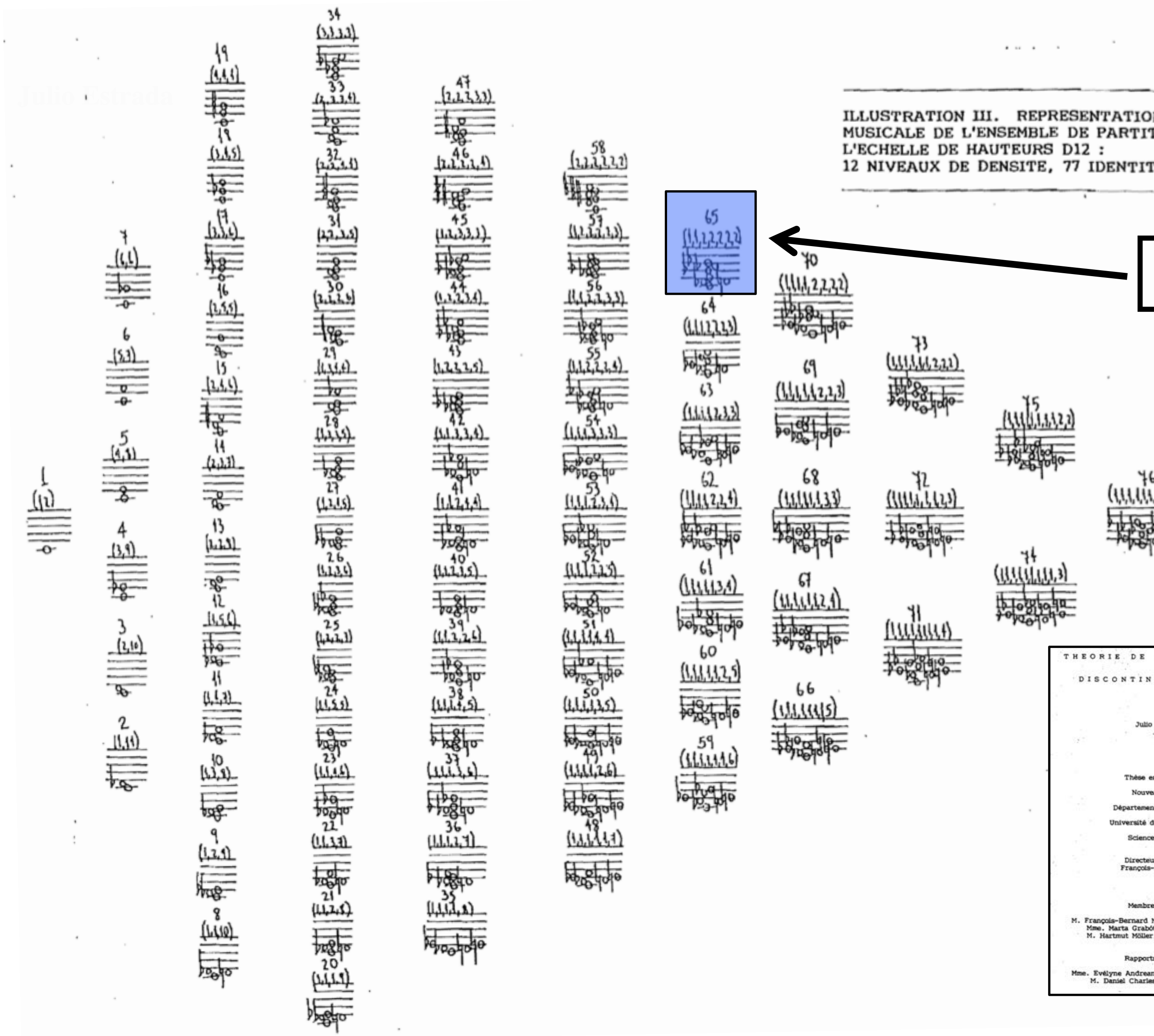
Action de groupes et classification des structures musicales



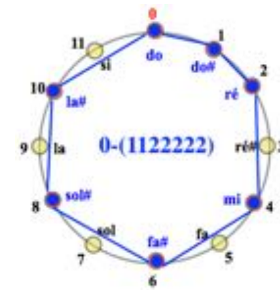
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z_n	1	6	19	43	66	80	66	43	19	6	1	1
D_n	1	6	12	29	38	50	38	29	12	6	1	1
A_n	1	5	9	21	25	34	25	21	9	5	1	1
S_n	*1*	*6*	*12*	*15*	*12*	*11*	*7*	*5*	*3*	*2*	*1*	*1*

Le permutohèdre comme espace *combinatoire*

Julio Estrada, ***Théorie de la composition : discontinuum – continuum,*** **université de Strasbourg II, 1994**



$DIA_E = (1,1,2,2,2,2,2)$



THEORIE DE LA COMPOSITION :

DISCONTINUUM - CONTINUUM

Julio ESTRADA

Thèse en Musicologie

Nouveau Doctorat

Département de Musicologie

Université de Strasbourg II

Sciences Humaines

Directeur de thèse :
François-Bernard Mâche

Membres du Jury :

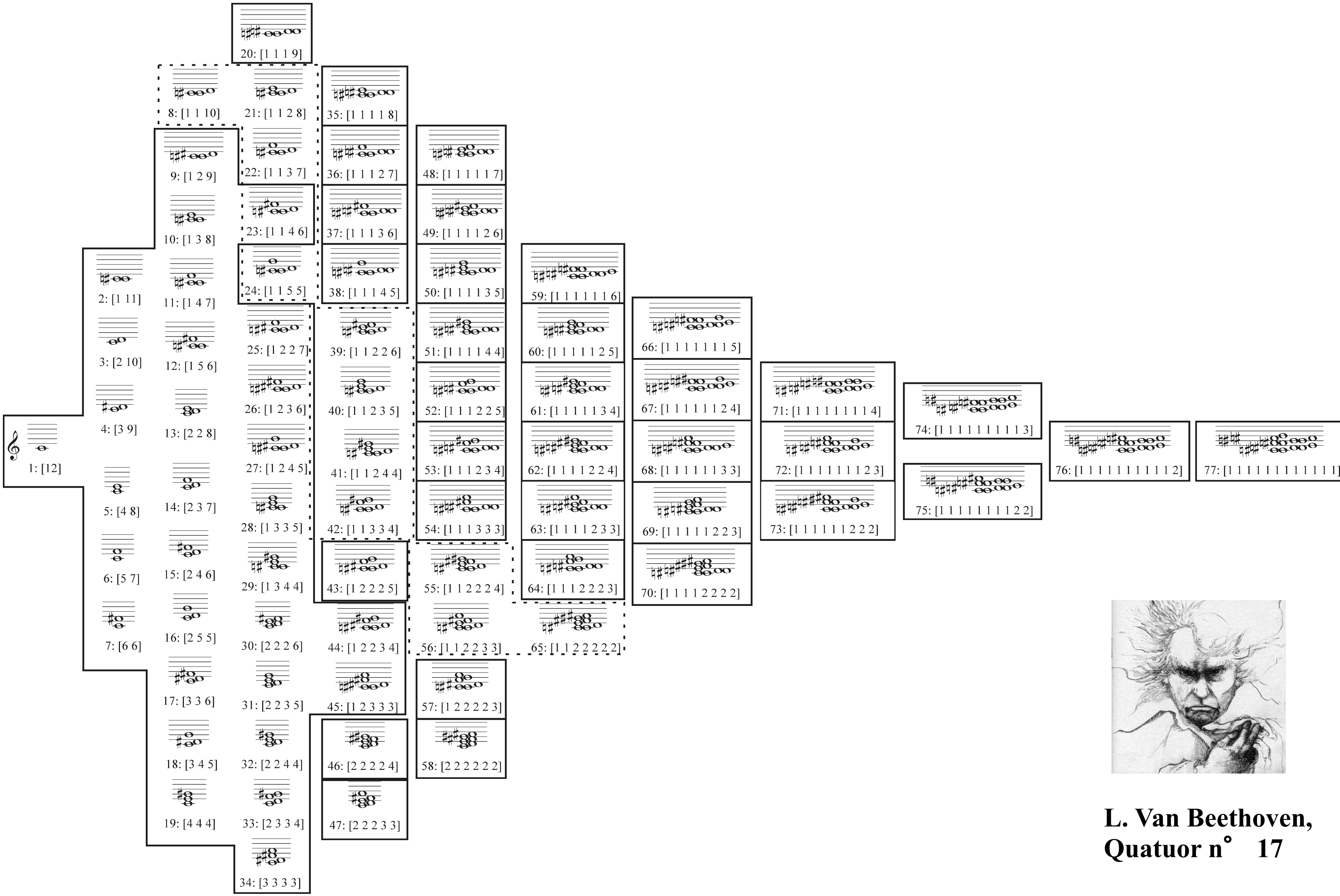
M. François-Bernard Mâche, Ecole d'Hautes Etudes
Mme. Marta Grabòcz, Université de Strasbourg
M. Hartmut Möller, Université de Rostock

Rapports de thèse :

Mme. Evélyne Andreani, Université de Paris VIII
M. Daniel Charles, Université de Nice

J. Estrada

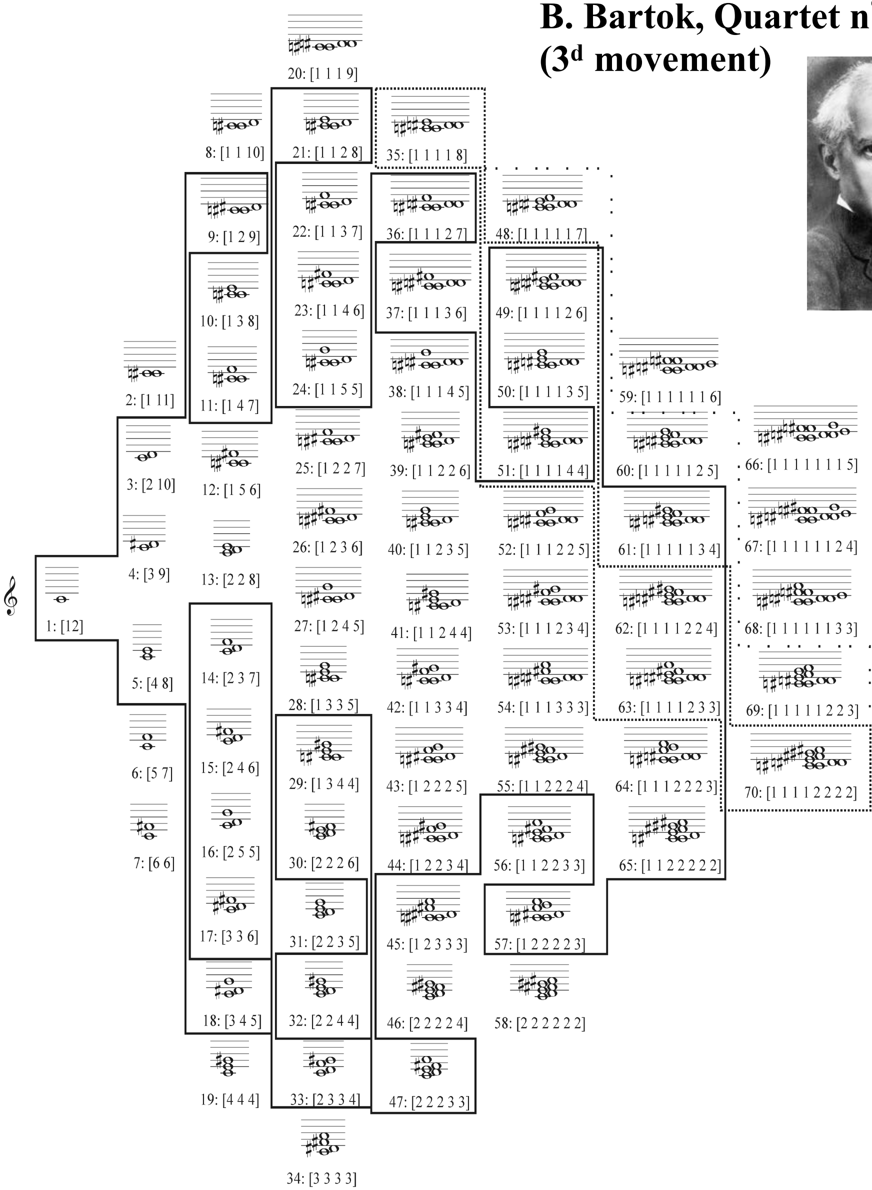
Le permutohèdre comme espace *conceptuel*



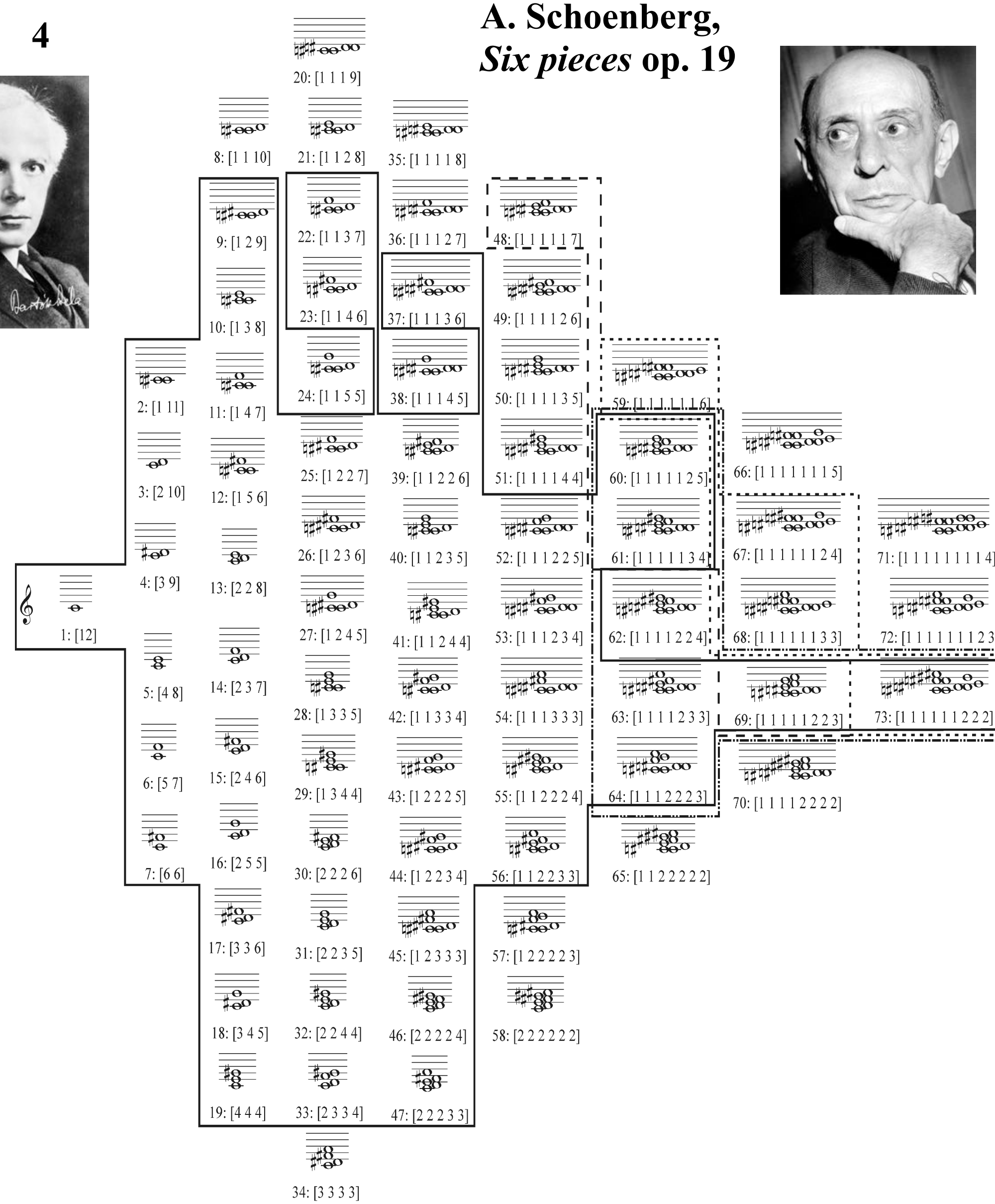
**L. Van Beethoven,
Quatuor n° 17**

Le permutohèdre comme espace *conceptuel*

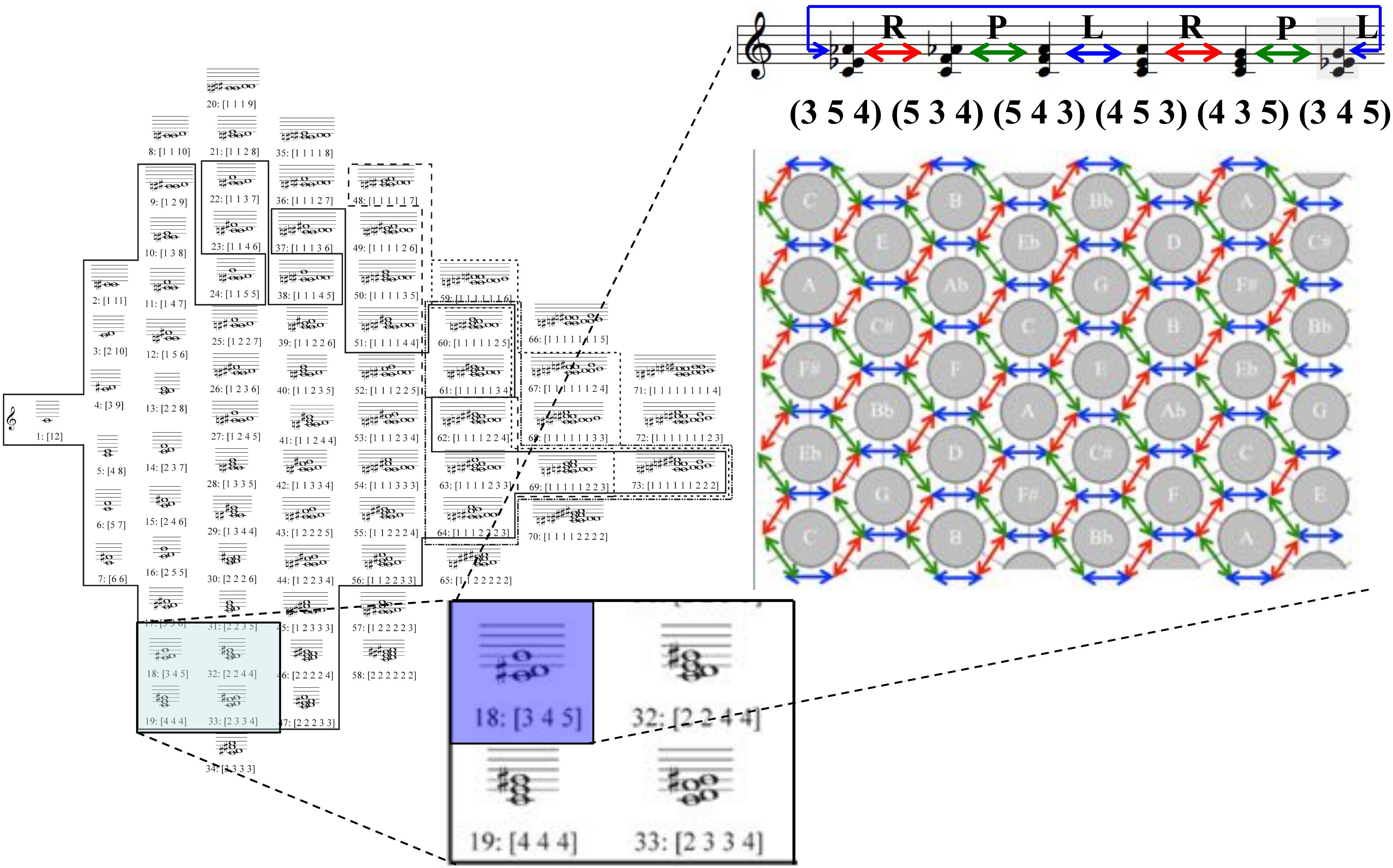
B. Bartok, Quartet n° 4 (3[d] movement)



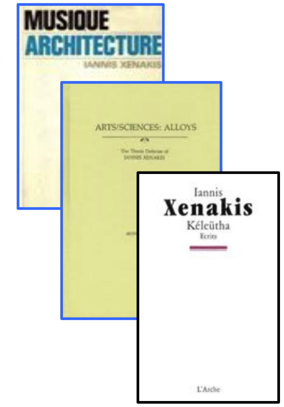
A. Schoenberg, *Six pieces* op. 19



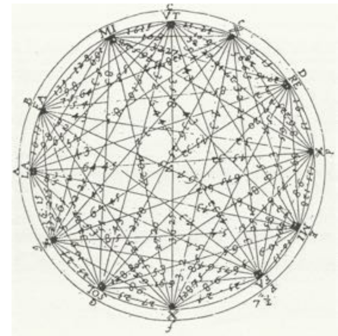
Inclusion structurelle d'espaces conceptuels



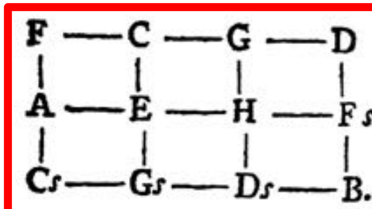
Musique et mathématiques : tableau des correspondances



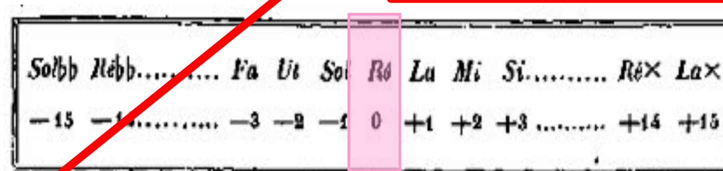
MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.	Nombres naturels et rationnels.
Pas de correspondance musicale.	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et **prémonition de la théorie des groupes**. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	*Aucune correspondance.*
1500 *Aucune reprise des concepts précédents.*	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 *Aucune relation.*	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (*Harmonicorum Libri*)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (*Ars Conjectandi*, 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (*Speculum Musicum*)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	*Aucun développement de la théorie des nombres.* Logique (contradictions de la théorie des ensembles).
1937-1939 Ernst Krenek : les axiomes en musique	David Hilbert, *Les fondements de la géométrie* (1899)
1946 Milton Babbitt : théorie des groupes et système dodécaphonique	Rudolf Carnap, *The Logical Syntax of Language* (1937)



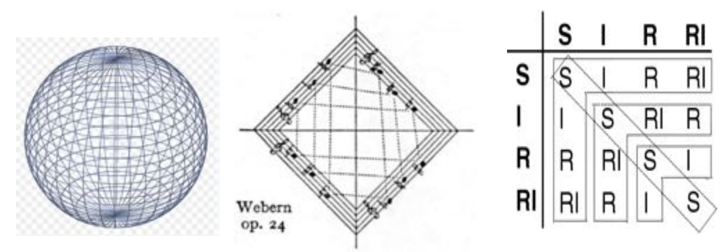
Mersenne, *Harmonicorum Libri* XII, 1648



Euler, *Speculum musicum*, 1773

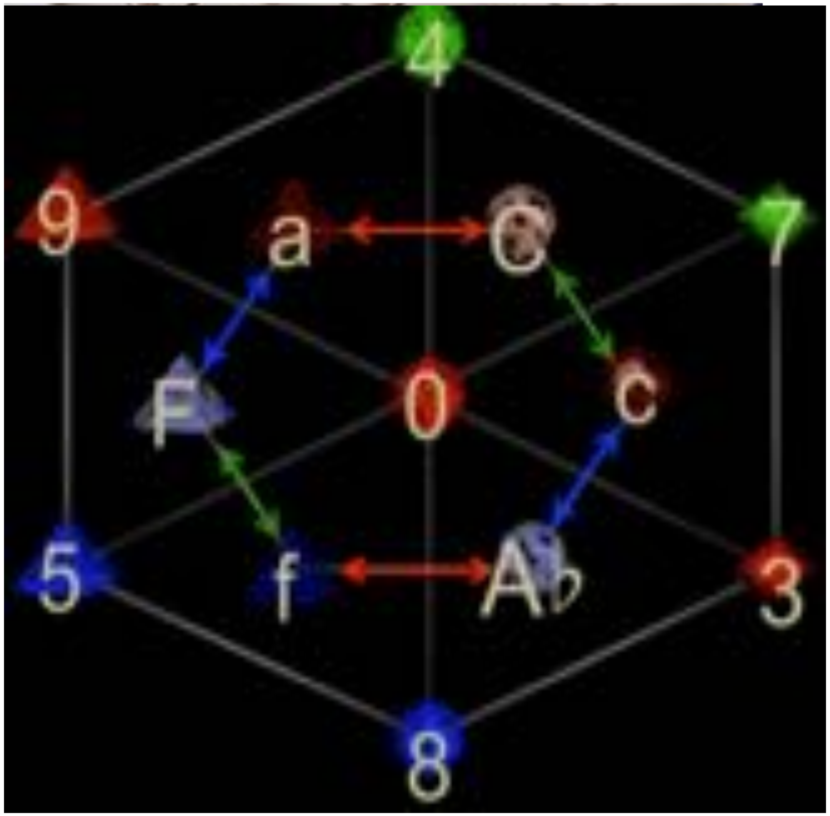


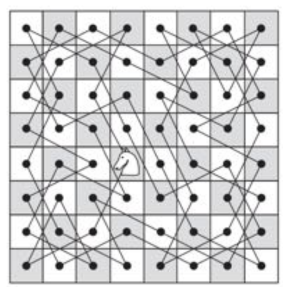
Durutte, *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)



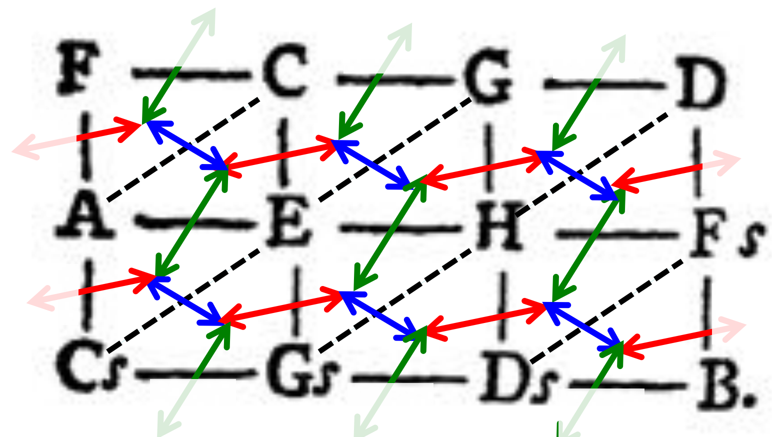
Krenek et Babbitt, technique dodécaphonique, axiomatique et groupe de Klein

Le *Tonnetz* (ou nid musical d'abeilles)





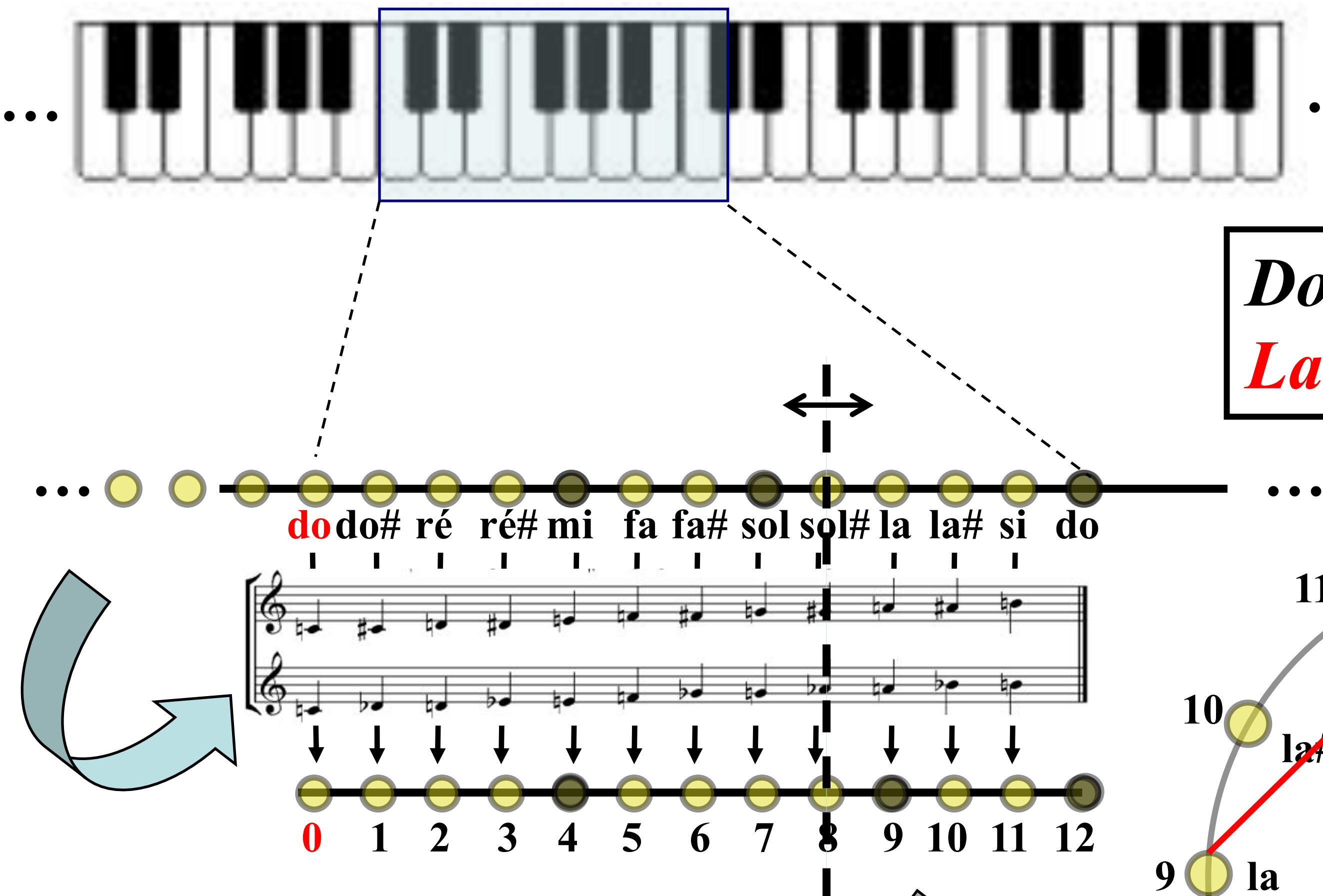
Leonhard Euler



Speculum Musicum (1773)

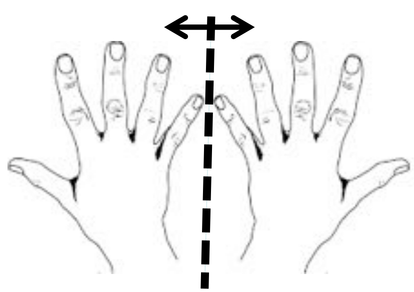
➔ DEMO

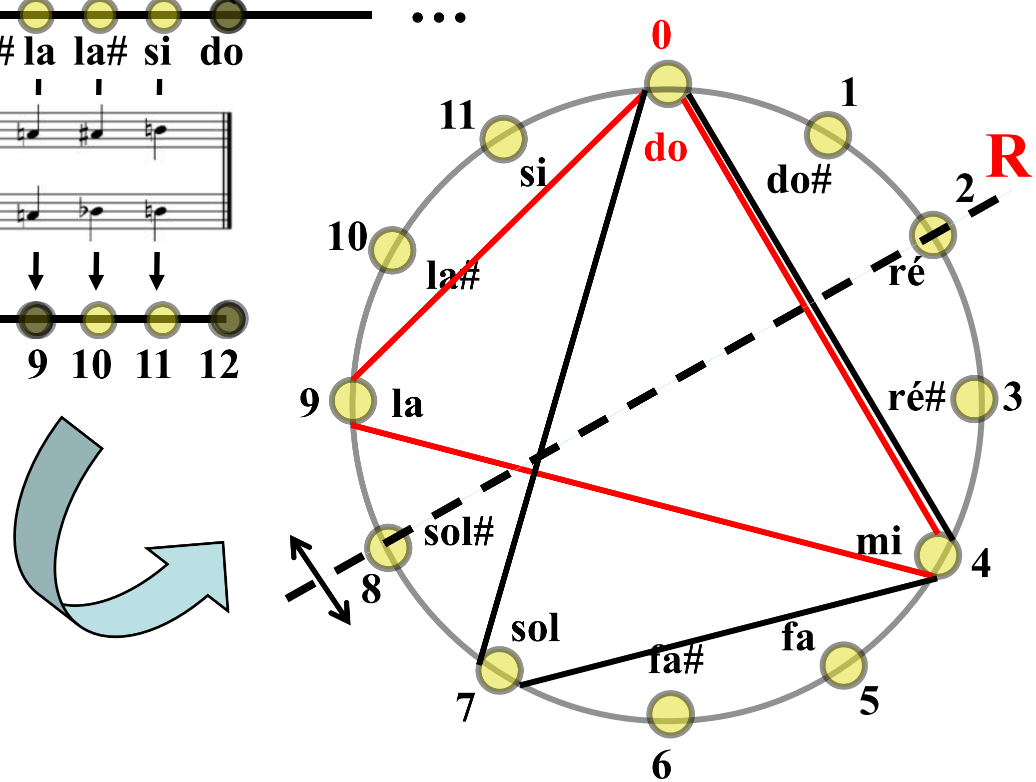
Les inversions sont des symétries axiales



R comme relatif

Do maj	= {0,4,7}
La min	= {0,4,9}



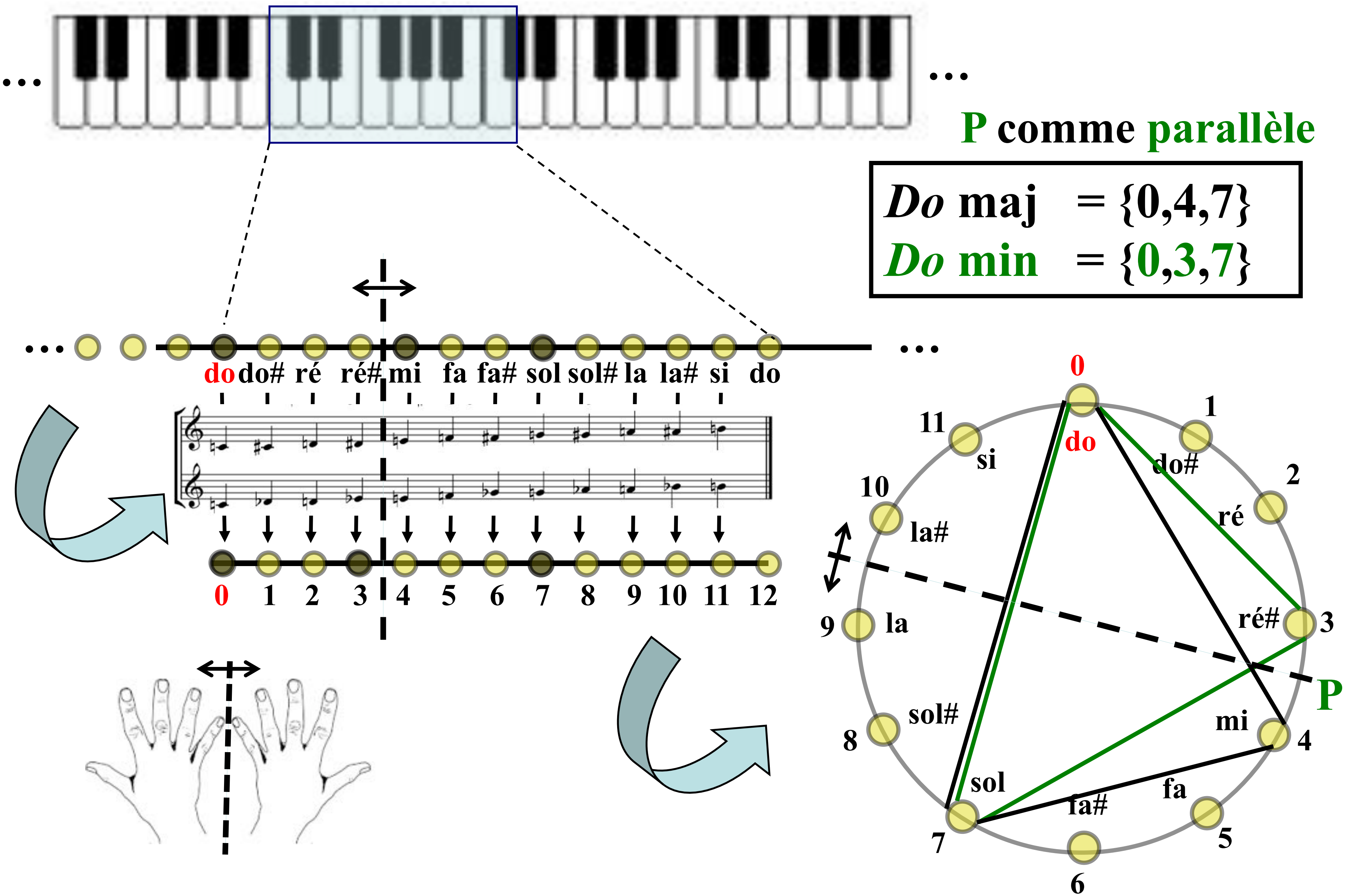


Les inversions sont des symétries axiales

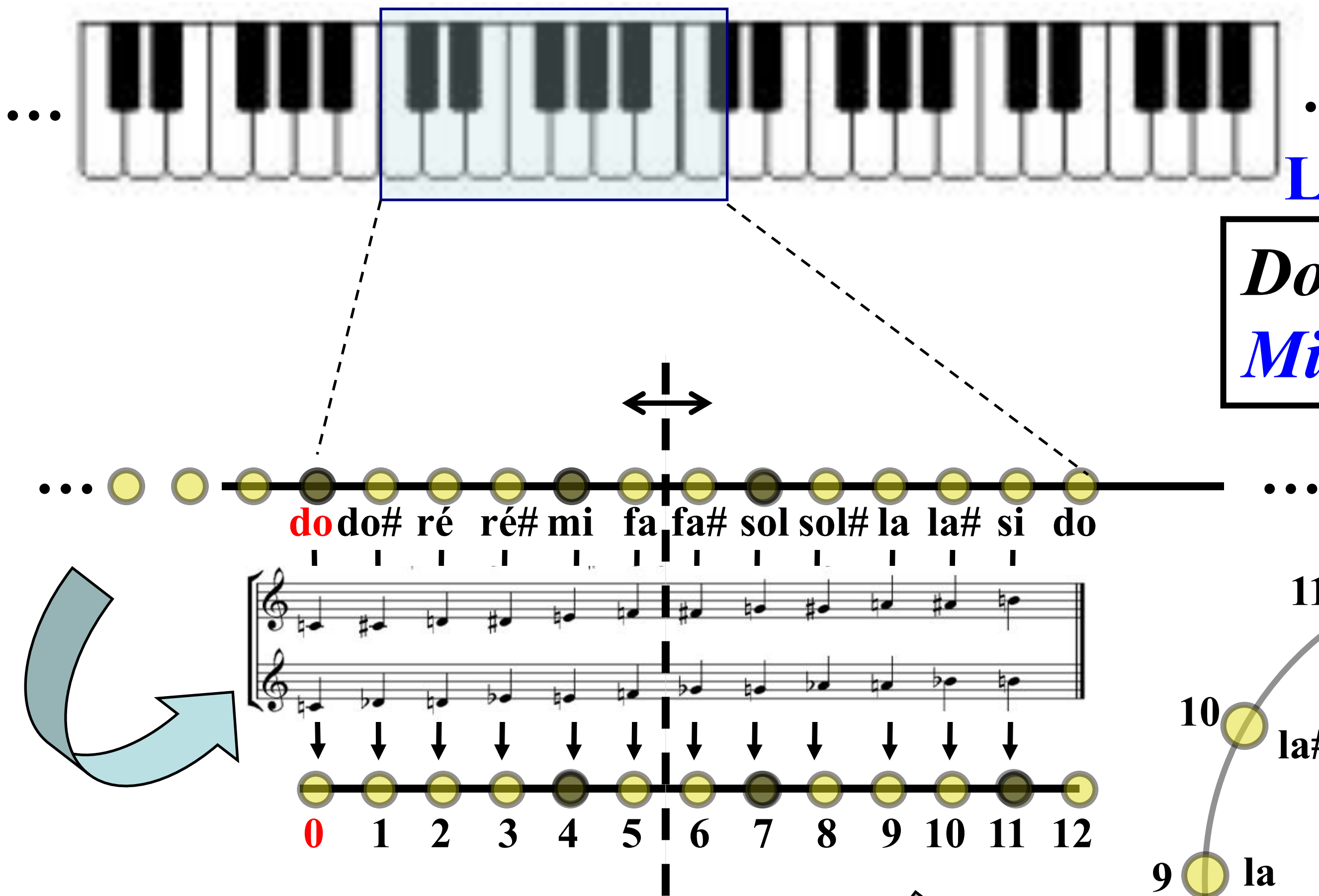
P comme **parallèle**

Do maj = {0,4,7}

Do min = {0,3,7}



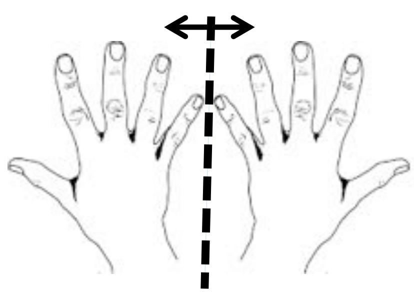
Les inversions sont des symétries axiales

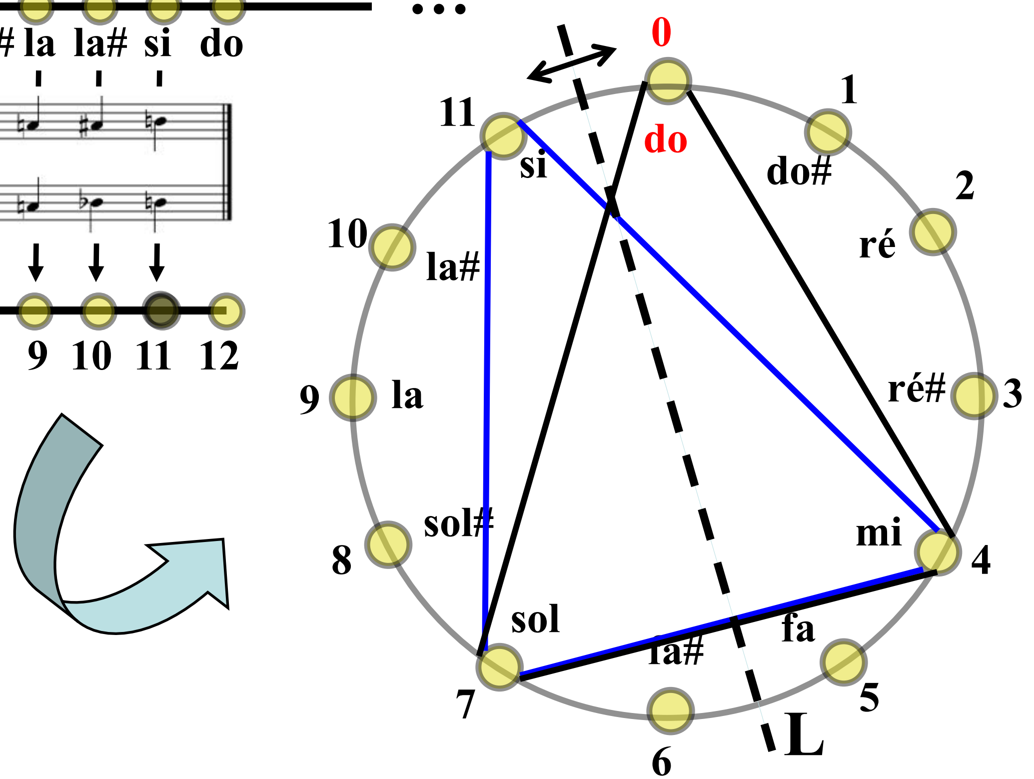


L = Leading Tone

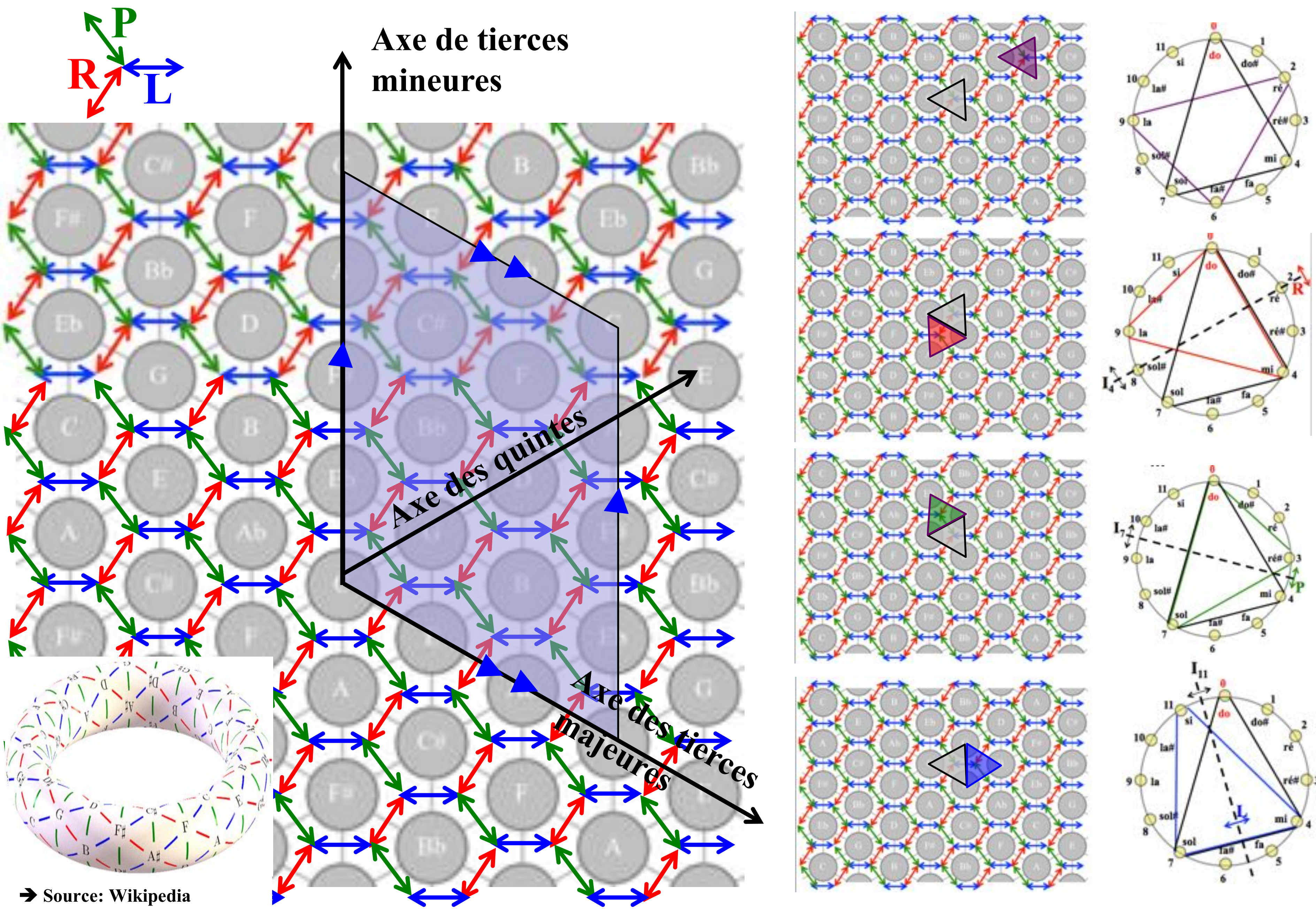
Do maj = {0,4,7}

Mi min = {4,7,11}



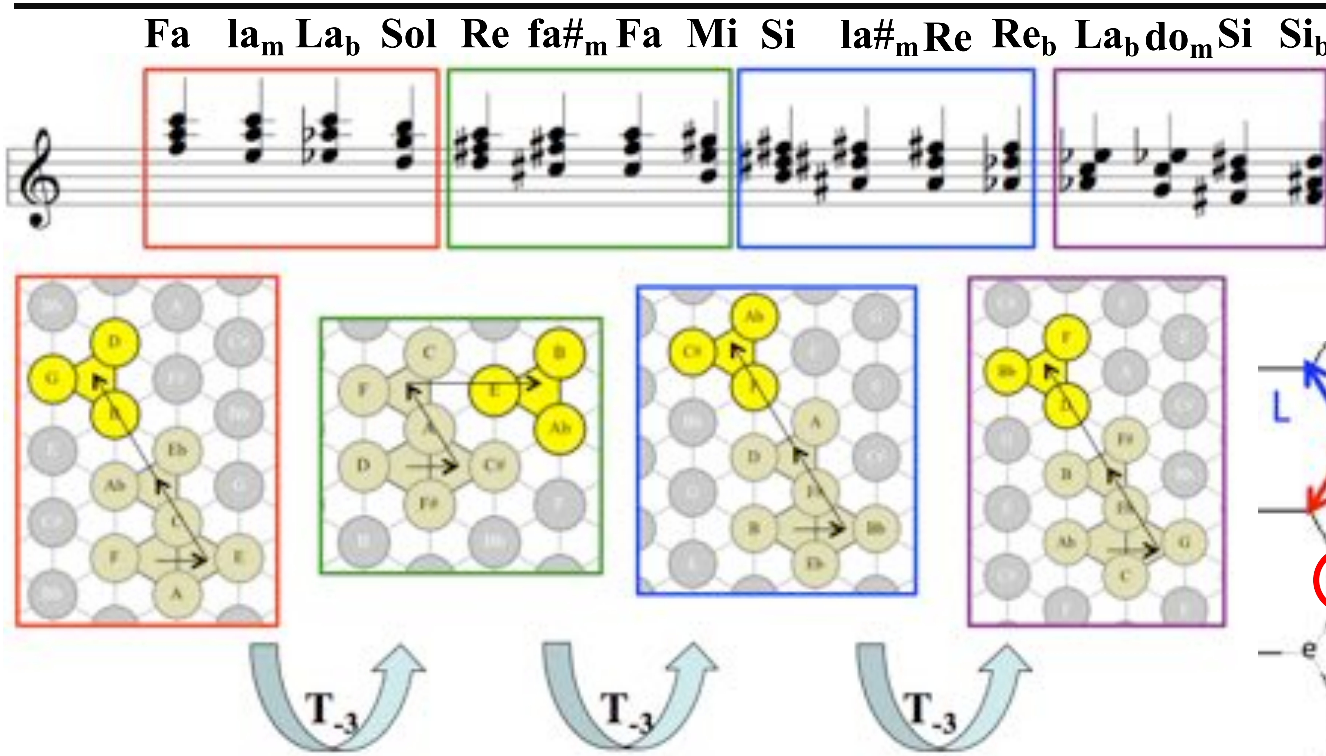


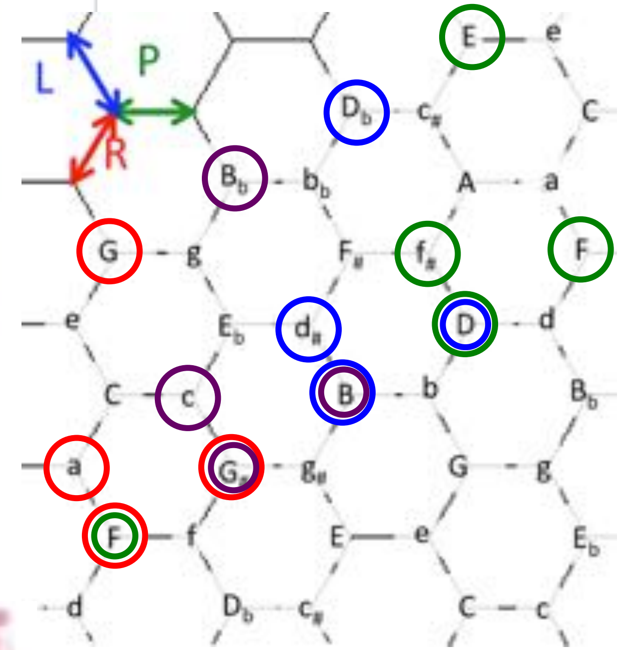
Le *Tonnetz*, ses symétries et sa structure toroïdale



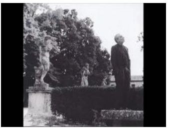
➔ Source: Wikipedia

Symétries spatiales dans la musique de Zappa



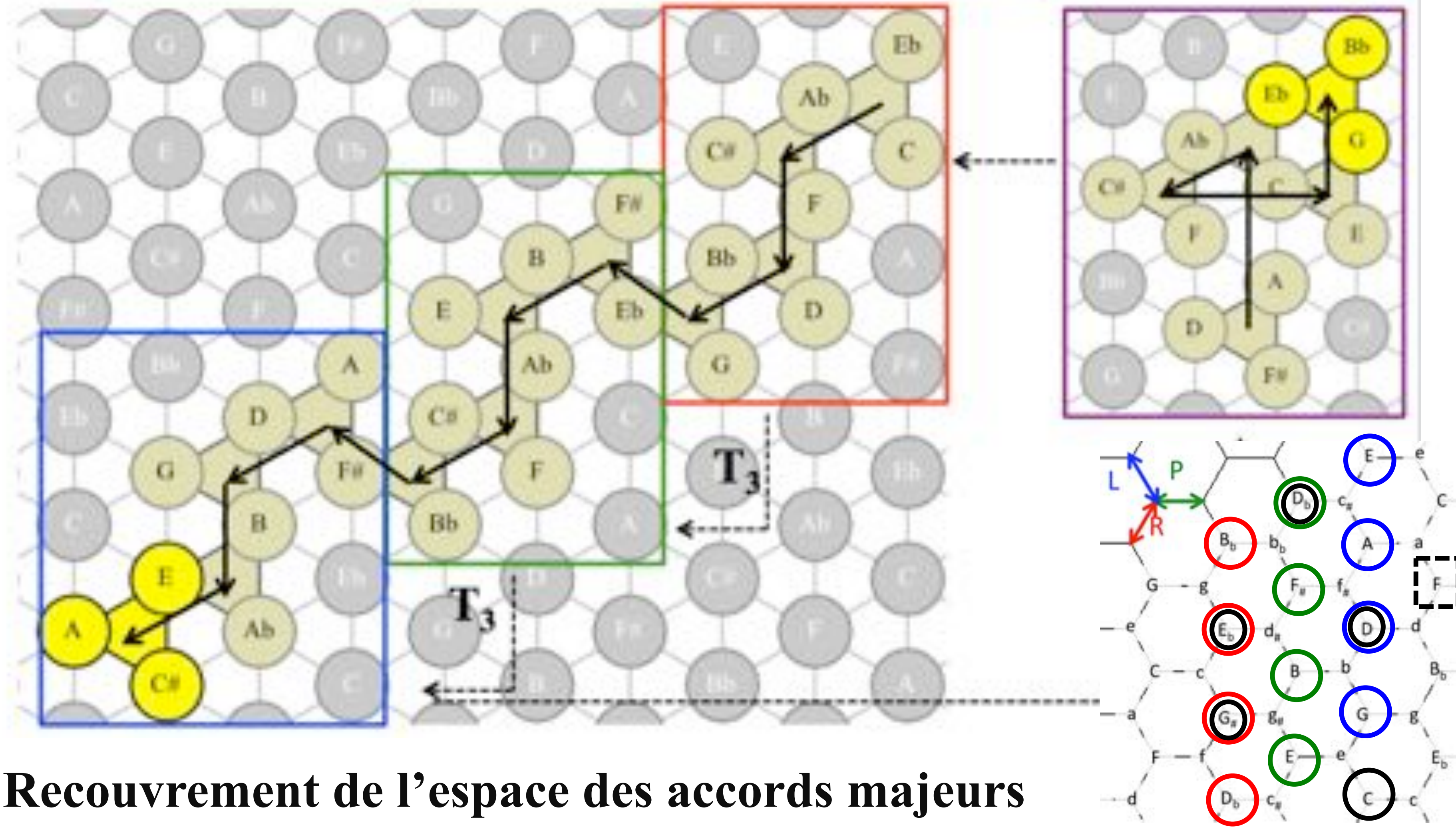


« Easy Meat » - 1981 (Frank Zappa)
min. 1’44” – 2’39”



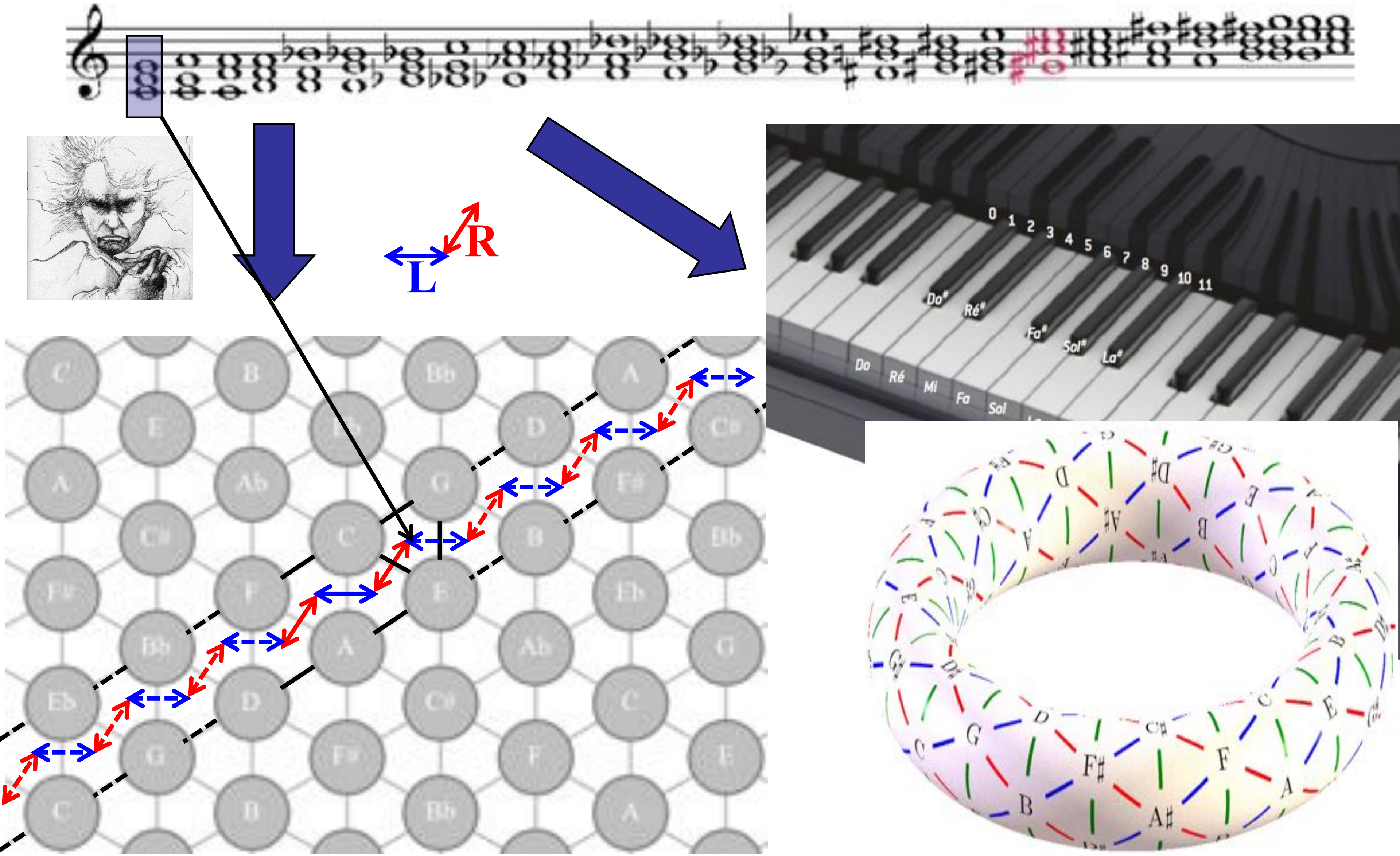
Symétries spatiales dans *Madeleine* de Paolo Conte

La_b Re_b Si_b Mi_b Si Mi Re_b $Fa_\#$ Re Sol Mi La Re La_b Re_b Do Mi_b



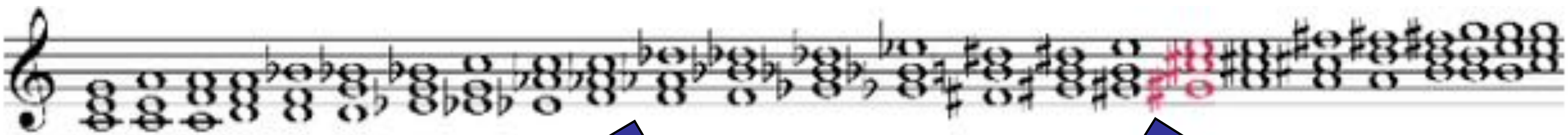
Recouvrement de l'espace des accords majeurs

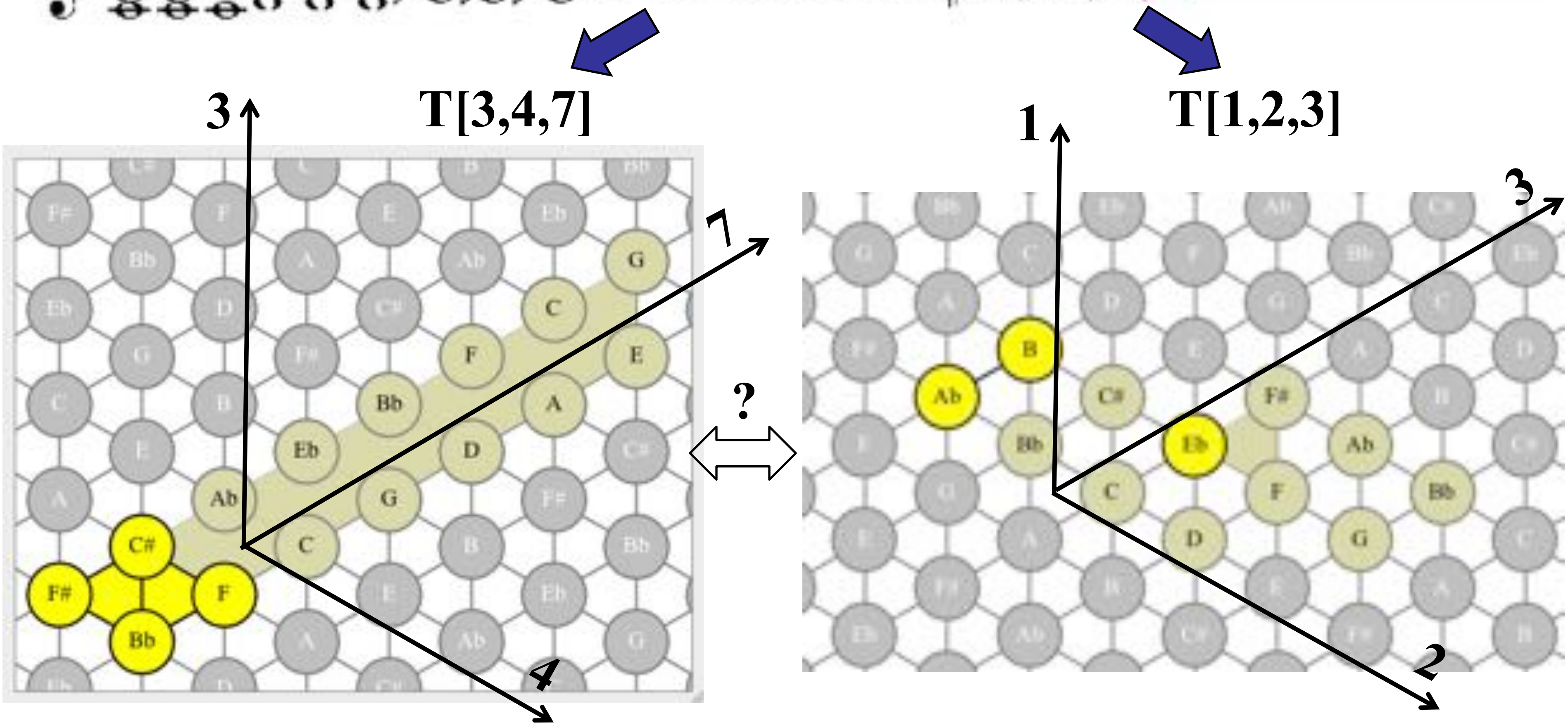
Progressions harmoniques comme trajectoires spatiales



➔ Source : https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/67/TonnetzTorus.gif

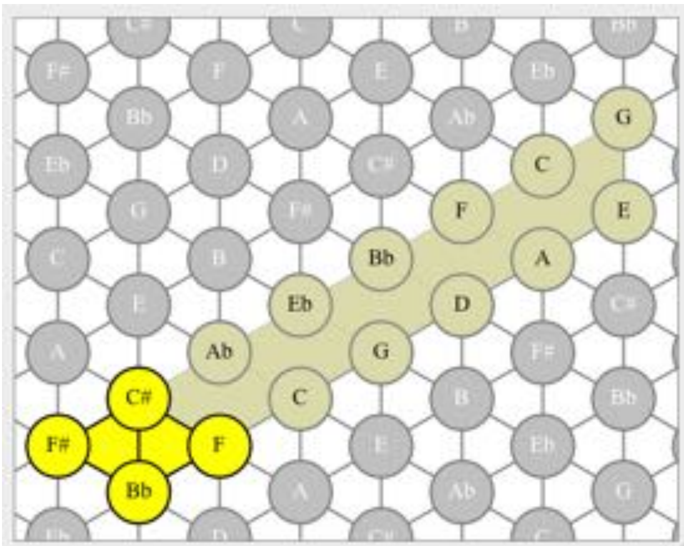
La logique musicale et ses espaces de représentation



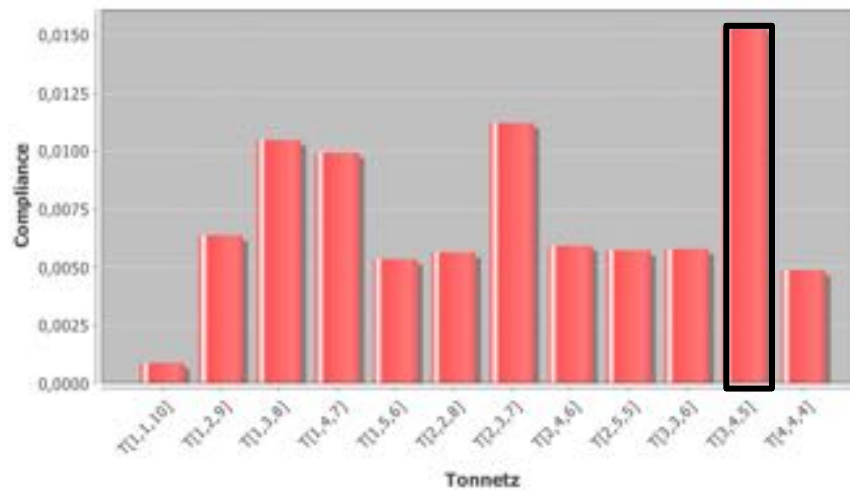


L. Bigo, M. Andreatta, J.-L. Giavitto, O. Michel, et A. Spicher, « Computation and Visualization of Musical Structures in Chord-based Simplicial Complexes », Proceedings Mathematics and Computation in Music Conference 2013 – Montreal, Springer

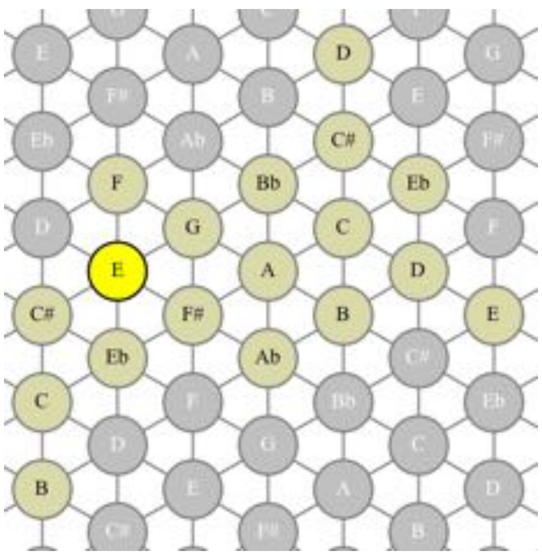
Le caractère spatial du « style musical »



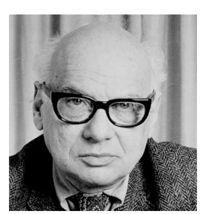
T[3,4,7]

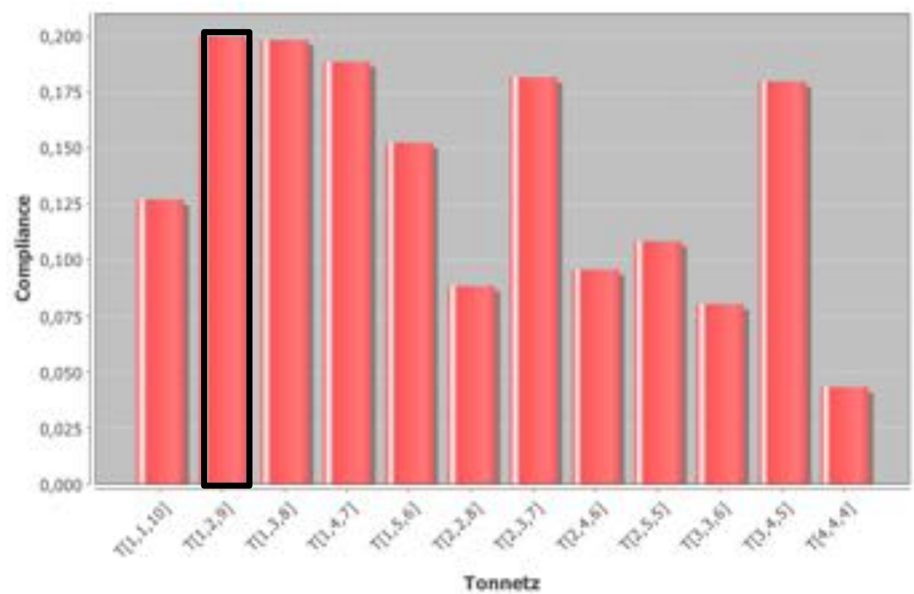


Beethoven, 2e mouvement de la *9e Symphonie*



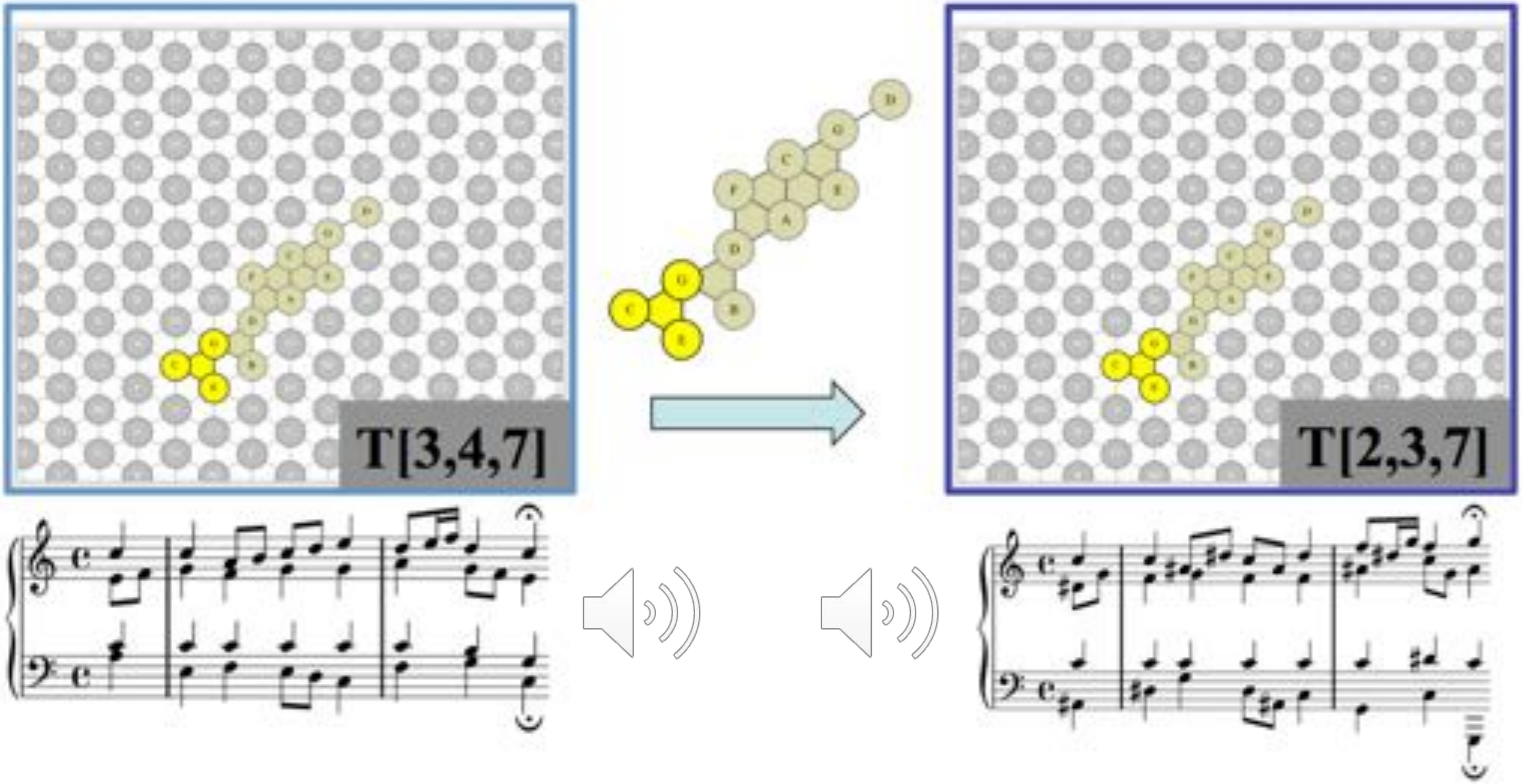
T[1,2,9]





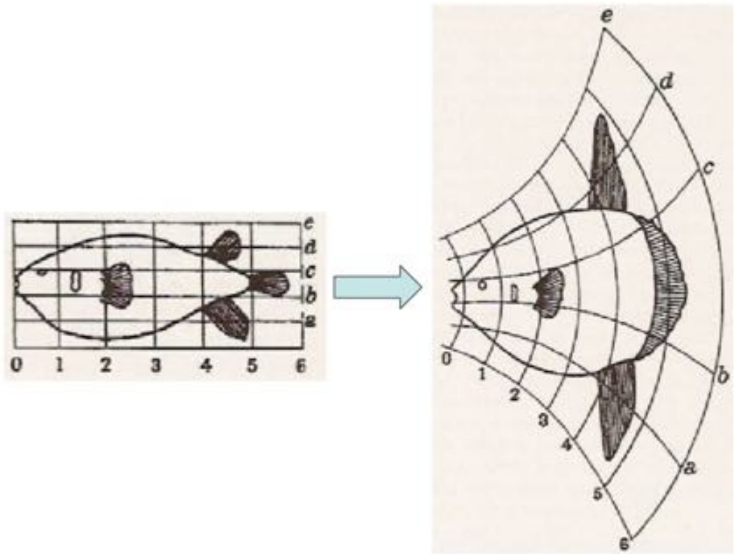
Babbitt, *Semi-Simple Variations*

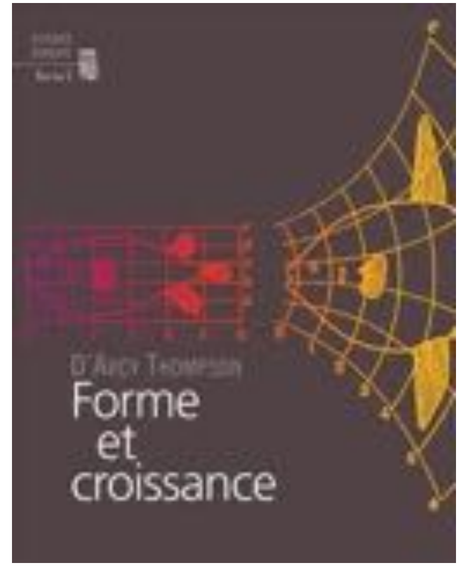
Transformations géométriques *de* l'espace



« Il me semble que le **style** est l'un des outils opératoire majeurs dont nous disposions pour essayer de comprendre la corrélation entre la nature et la culture…Dans le domaine de la musique […] il ne fait aucun doute, dans mon esprit, qu'il est possible de passer d'une mélodie classique à une mélodie moderne par une **transformation purement mathématique** dont les compositeurs sont, bien entendu, totalement ignorants. Mais le fait saillant à propos du style, c'est que l'esprit humain travaille inconsciemment dans une direction comparable à celle de la nature » (Lévi-Strauss, 1953 / tr. J.-J. Nattiez 1973).

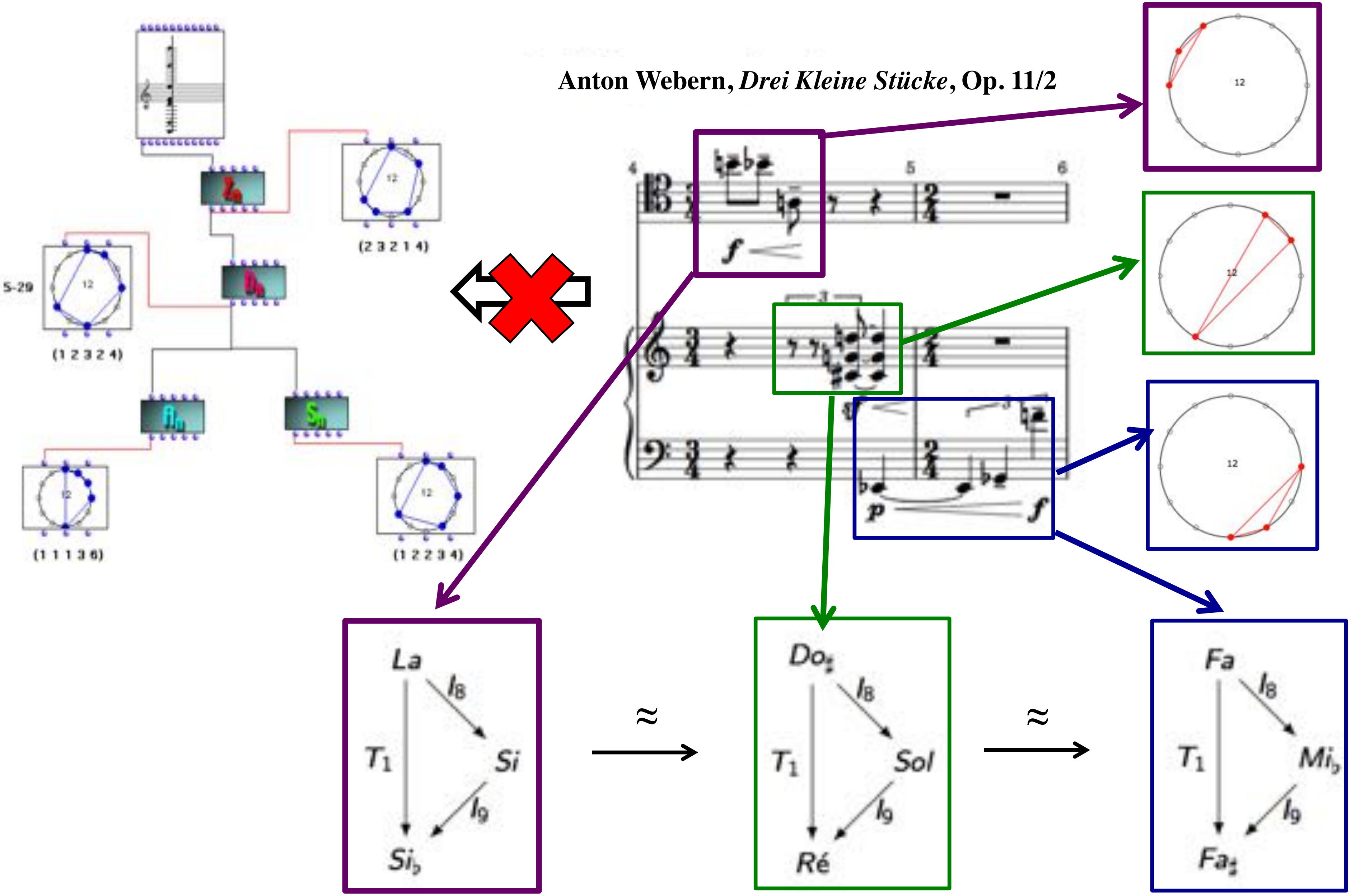
Généalogie linguistique vs algébrico-géométrico-morphologique du structuralisme et ses implications en musique





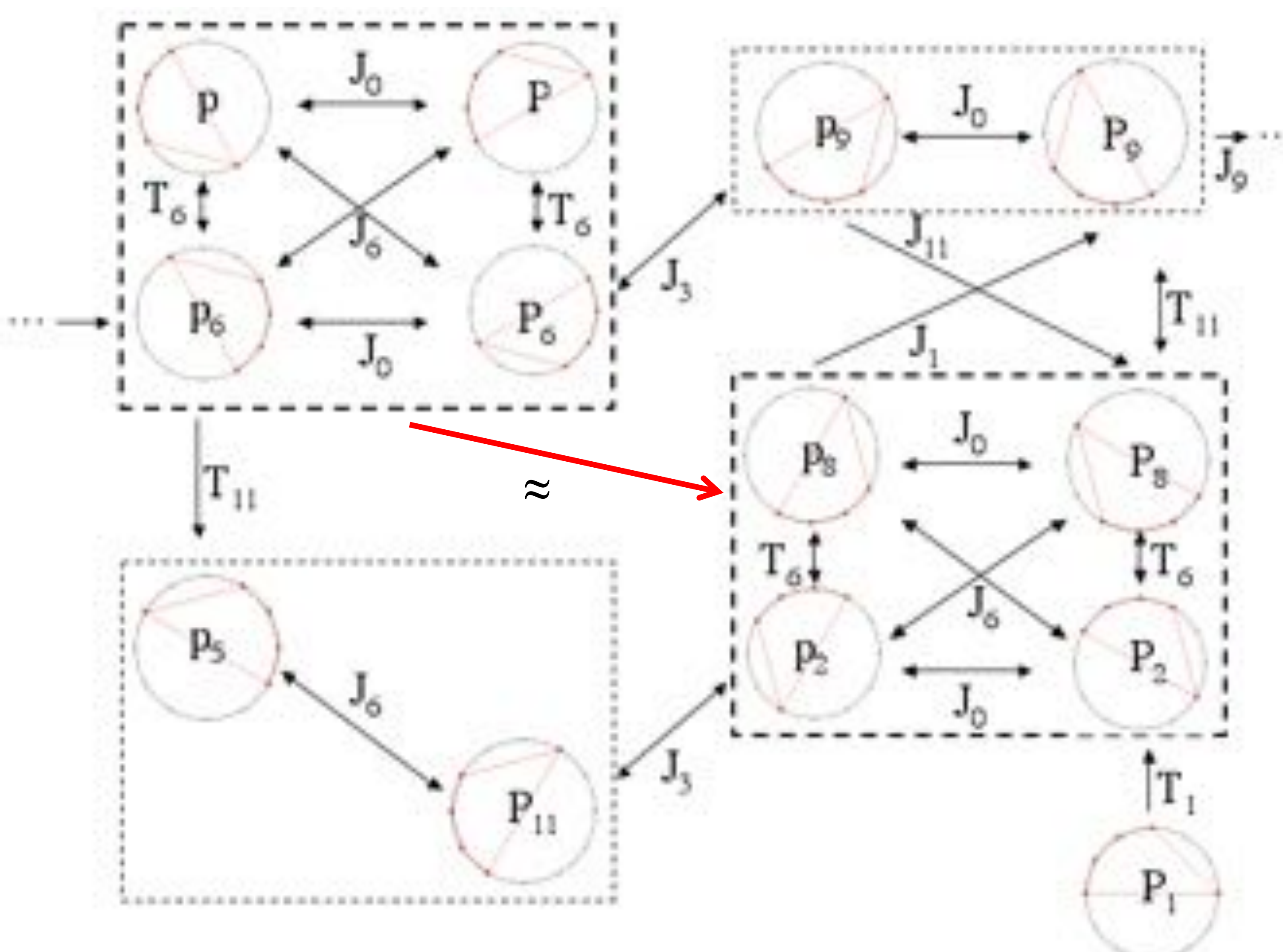
« [La notion de **transformation**] me vient d'un ouvrage qui a joué pour moi un rôle décisif et que j'ai lu pendant la guerre aux États Unis: *On Growth and Form*, en deux volumes, de D'Arcy Wentworth Thompson, paru pour la première fois en 1917. L'auteur, naturaliste écossais, (...) interprétait comme des transformations les différences visibles entre les espèces ou organes animaux ou végétaux au sein d'un même genre. Ce fut une illumination, d'autant que j'allais vite m'apercevoir que cette façon de voir s'inscrivait dans une longue tradition: derrière Thompson, il y avait la botanique de Goethe, et derrière Goethe, Albert Dürer avec son Traité de la proportion du corps humain » (Lévi-Strauss et Eribon, 1988).

Dépassement de l'approche paradigmatique

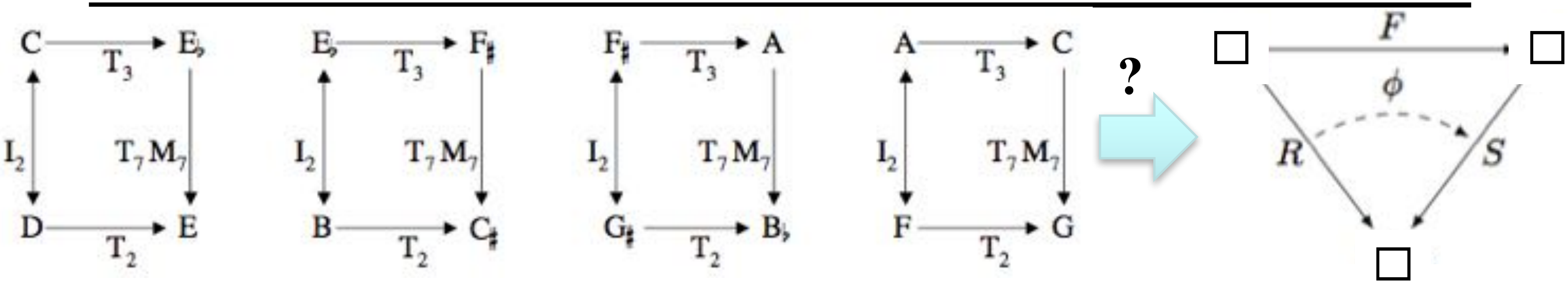


K-nets, isographies et réseaux transformationnels

Stockhausen: *Klavierstück III* (analyse de D. Lewin)



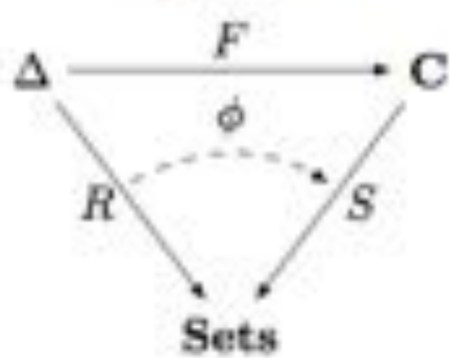
Des K-nets aux Poly-K-nets (PK-nets)



Definition 1 *Let* **C** *be a category, and S a functor from* **C** *to the category* **Sets**. *Let Δ be a small category and R a functor from Δ to* **Sets**. *A PK-net of form R and of support S is a 4-tuple (R, S, F, ϕ), in which*

- *F is a functor from Δ to* **C**,
- *and ϕ is a natural transformation from R to SF.*

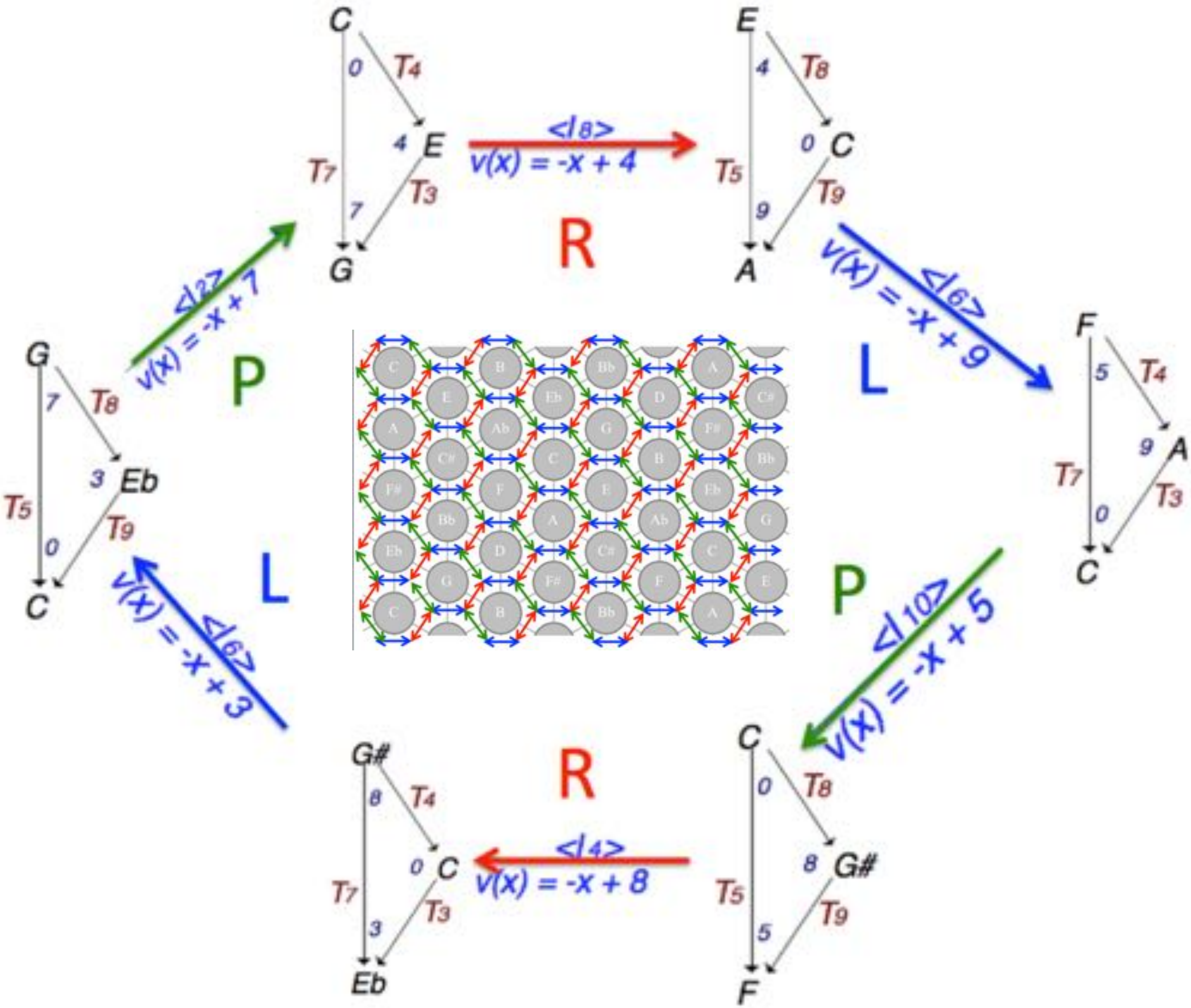
The definition of a PK-net is summed up by the following diagram:



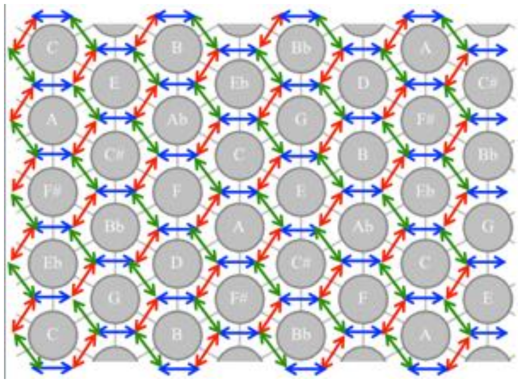
Popoff A., M. Andreatta, A. Ehresmann, (2015), « A Categorical Generalization of Klumpenhouwer Networks », MCM 2015, Queen Mary University, Springer, p. 303-314

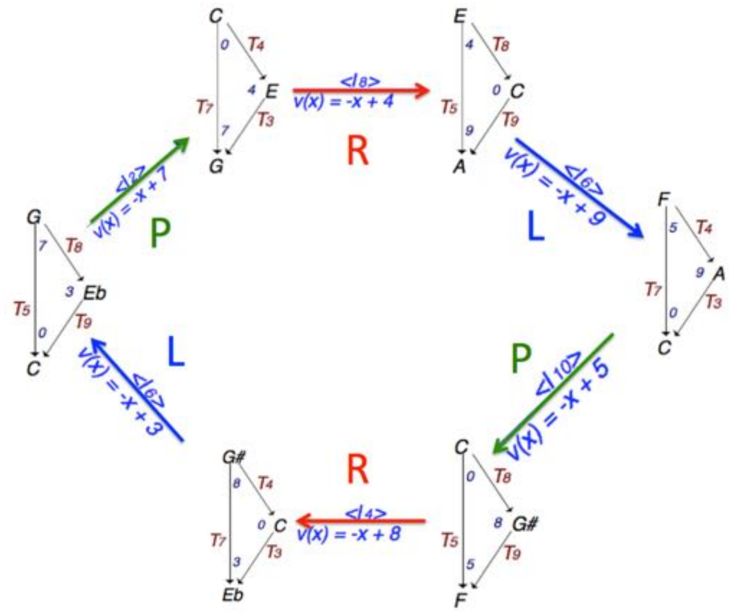
MCM 2015 London 22-25 June 2015 Mathematics and Computation in Music

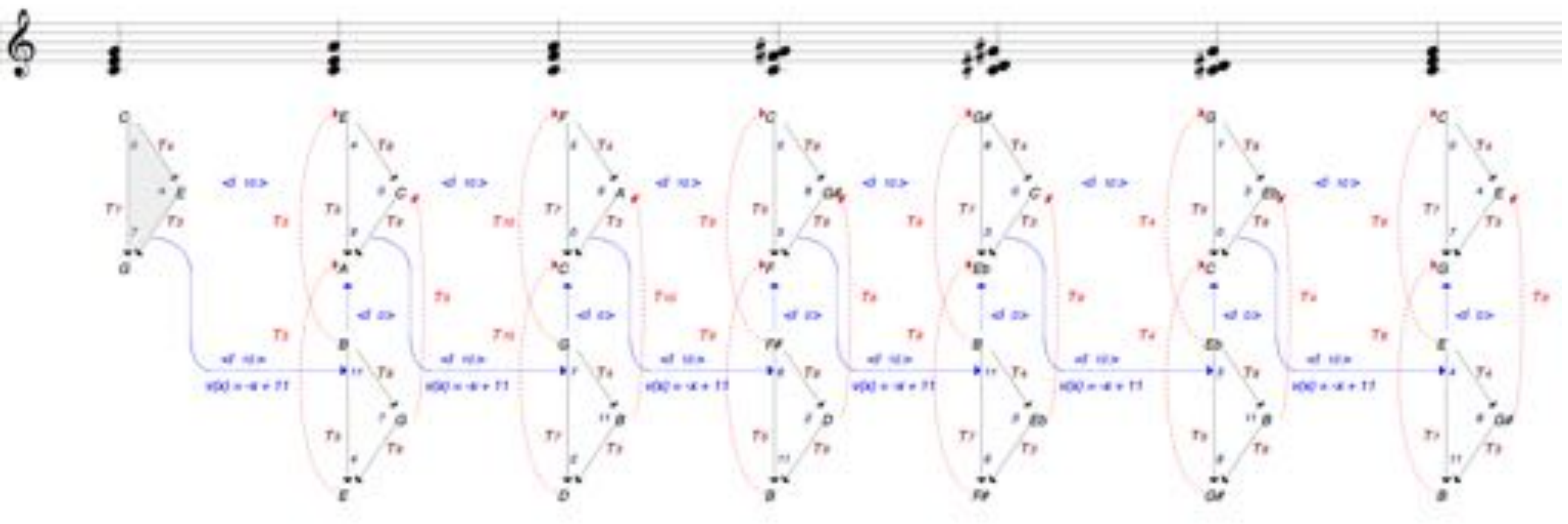
Approche catégorielle au *Tonnetz* via les K-nets



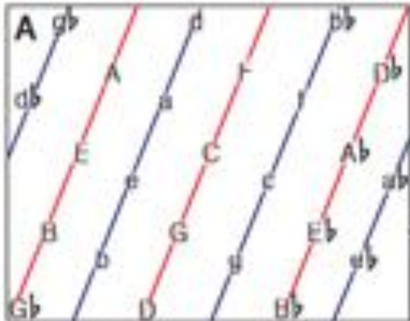
Approche catégorielle au *Tonnetz* via les K-nets







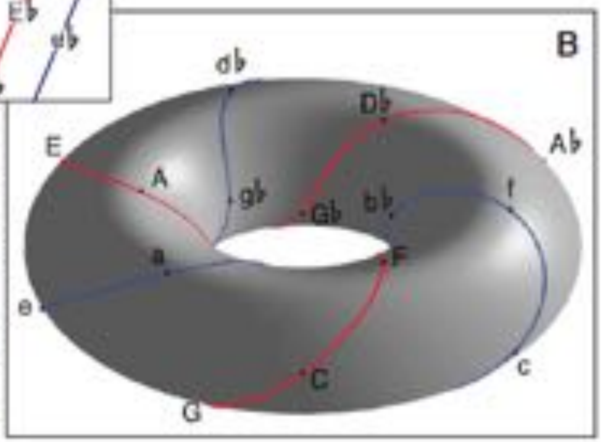
Tonnetz et neurosciences cognitives



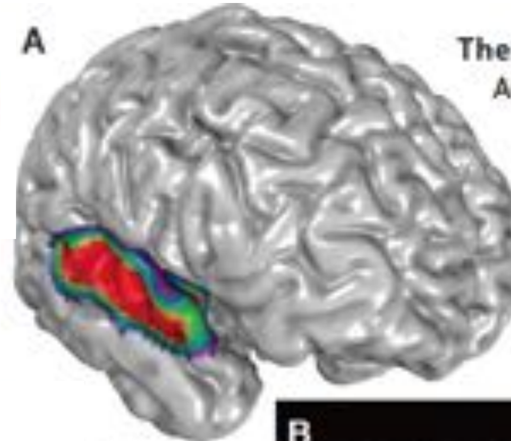
PERSPECTIVES: NEUROSCIENCE

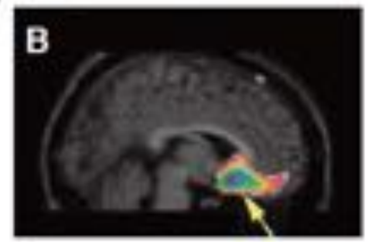
Mental Models and Musical Minds

Robert J. Zatorre and Carol L. Krumhansl

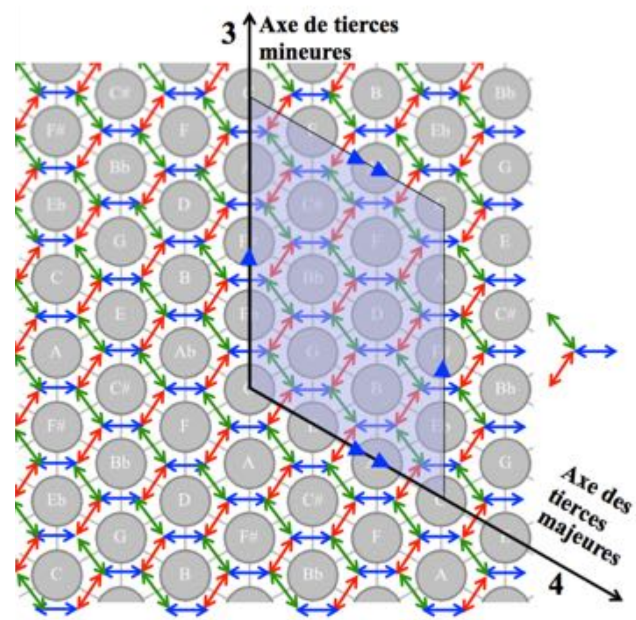


Mental key maps. (A) Unfolded version of the key map, with opposite edges to be considered matched. There is one circle of fifths for major keys (red) and one for minor keys (blue), each wrapping the torus three times. In this way, every major key is flanked by its relative minor on one side (for example, C major and a minor) and its parallel minor on the other (for example, C major and c minor). (B) Musical keys as points on the surface of a torus.





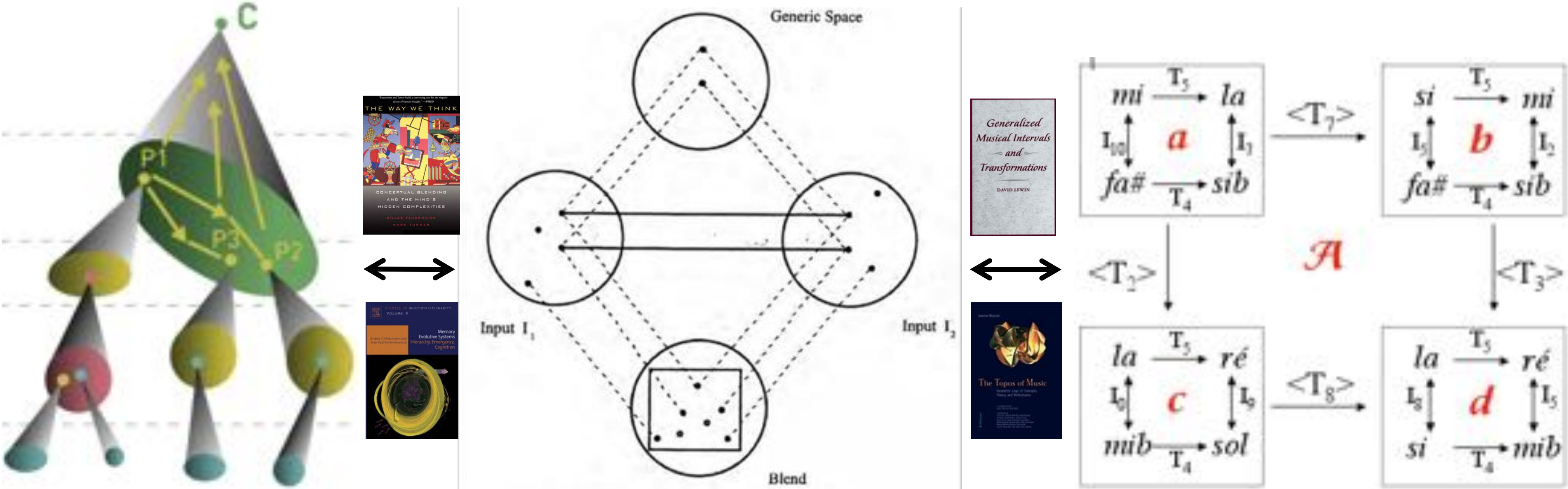
The sensation of music. (A) Auditory cortical areas in the superior temporal gyrus that respond to musical stimuli. Regions that are most strongly activated are shown in red. (B) Metabolic activity in the ventromedial region of the frontal lobe increases as a tonal stimulus becomes more consonant.



Acotto E. et M. Andreatta (2012), « Between Mind and Mathematics. Different Kinds of Computational Representations of Music », *Mathematics and Social Sciences*, n° 199, 2012(3), p. 9-26.

EUROPEAN MATHEMATICAL PSYCHOLOGY GROUP

Vers une explication catégorielle de la perception musicale ?



(a) **(b)** **(c)**

(a) Processus de « colimite » à la base des systèmes évolutifs à mémoire (Ehresmann et Vanbremeersch, 2007) ; (b) réseau minimal pour le « blending conceptuel » (Fauconnier & Turner, 2002) et exemple de Klumpenhouwer Network (ou *K-net*).

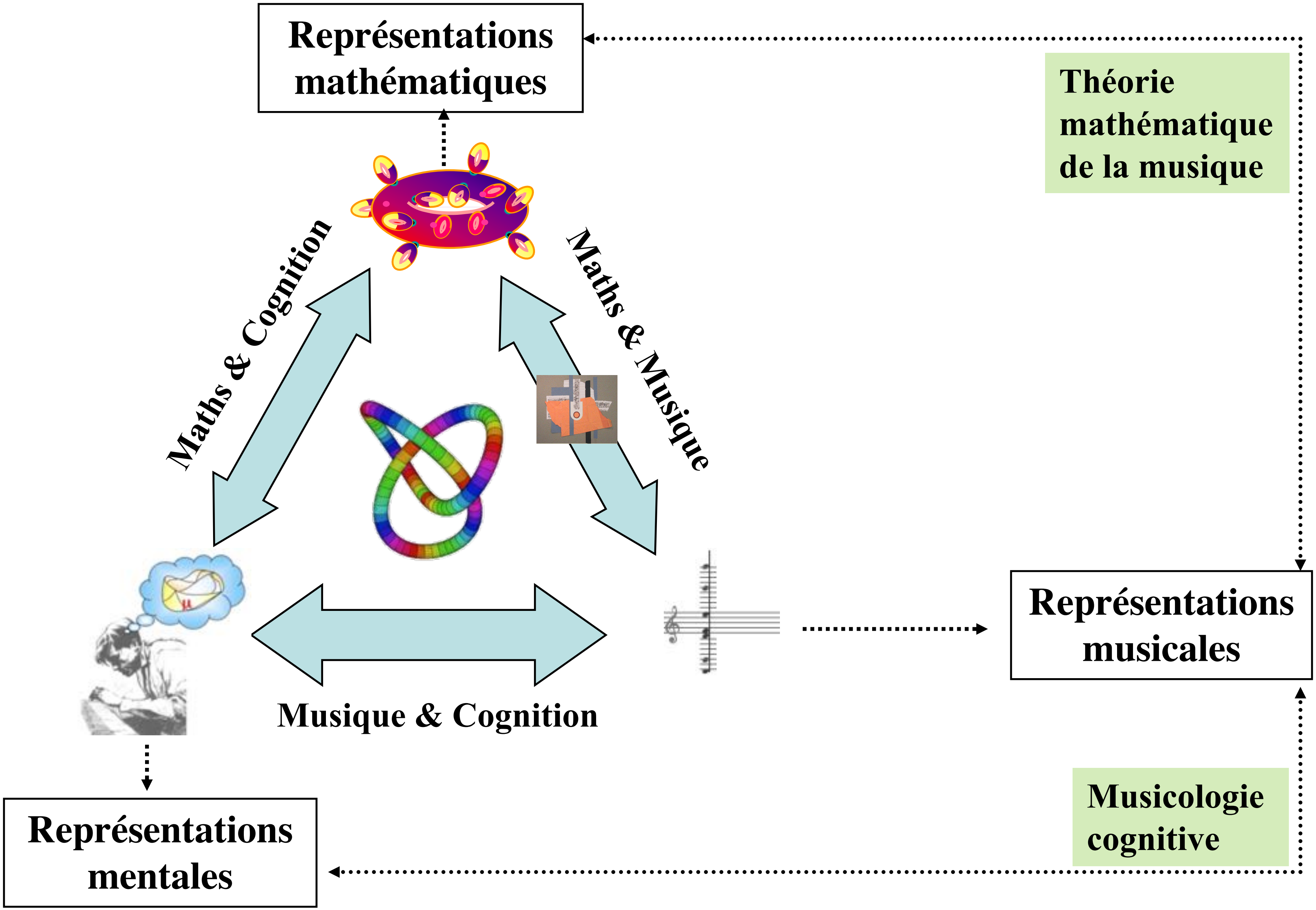
« La **théorie des catégories** est une théorie des constructions mathématiques, qui est macroscopique, et procède d'étage en étage. Elle est un bel exemple d'**abstraction réfléchissante**, cette dernière reprenant elle-même un principe constructeur présent dès le stade sensori-moteur. Le **style catégoriel** qui est ainsi à l'image d'un aspect important de la **genèse des facultés cognitives**, est un style adéquat à la description de cette genèse »

J. Piaget

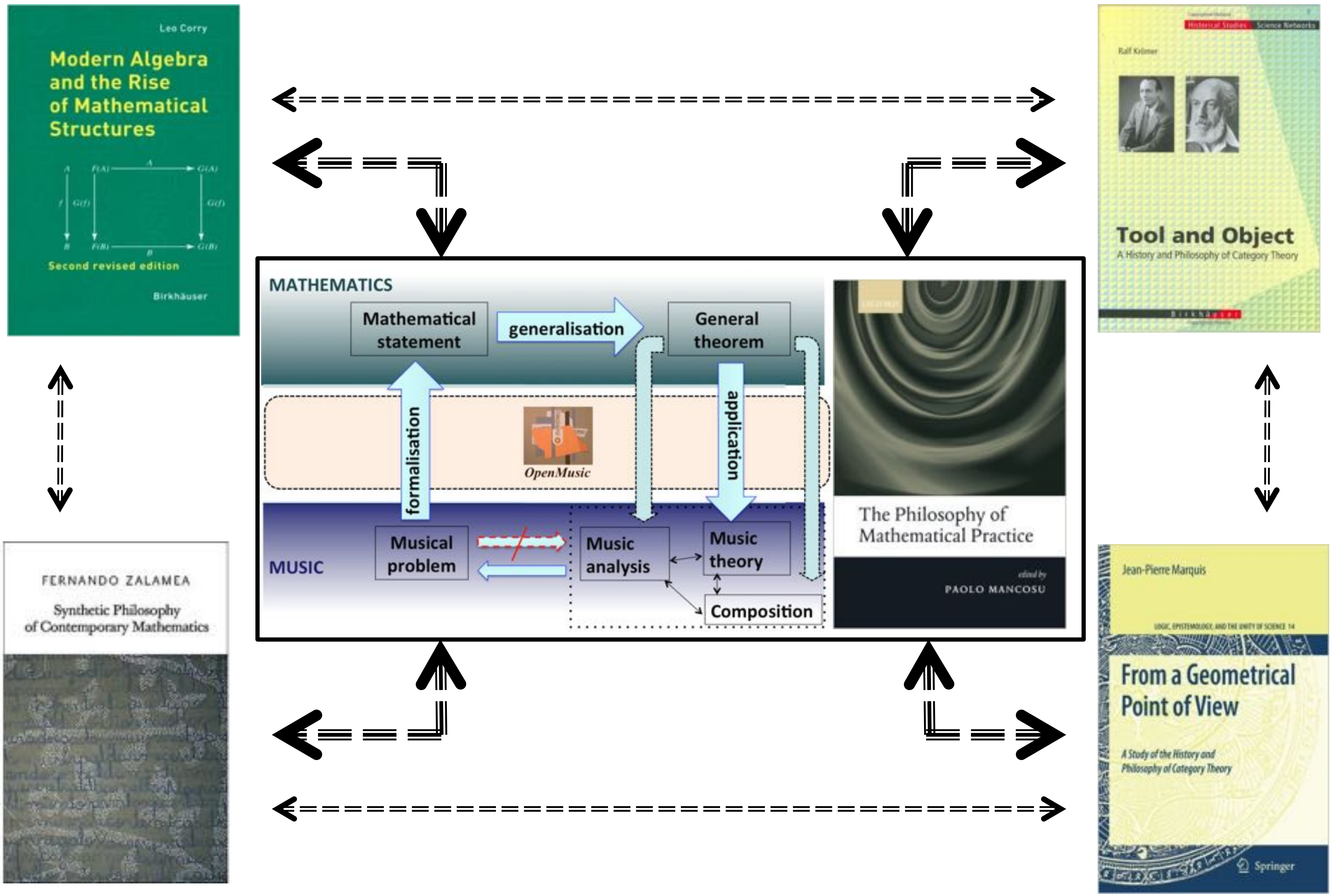
Jean Piaget, Gil Henriques et Edgar Ascher, *Morphismes et Catégories. Comparer et transformer*, 1990

Quelle est la place de la cognition ?

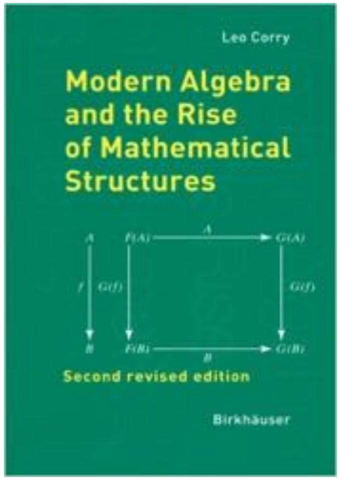
http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/Cognition.html

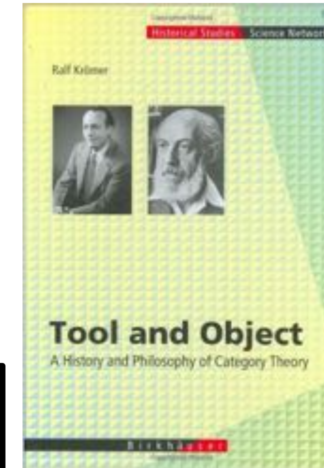


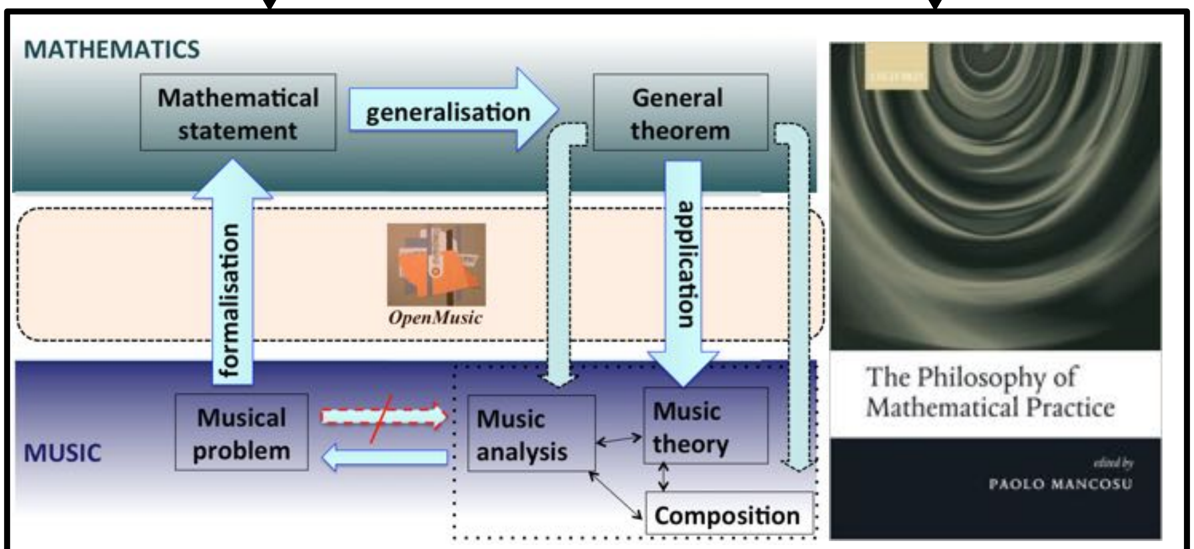
Quelle philosophie pour la pratique mathemusicale ?

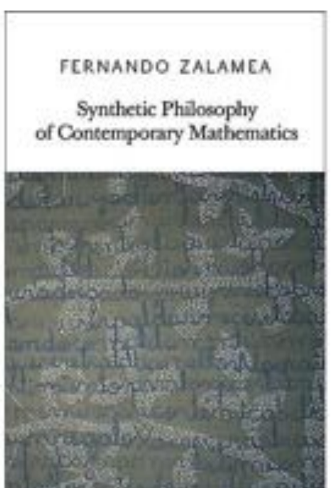


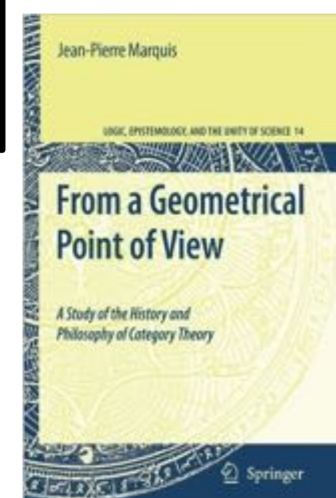
Quelle philosophie pour la pratique mathemusicale ?











*A **synthetic** vision allows us to link together apparently distant strata of mathematics and culture, helping us to break down many artificial barriers. Not only can today's mathematics be appreciated through epistemic, ontic, phenomenological and aesthetic modes, but in turn, it should help to transform **philosophy.***

Hexachord (by Louis Bigo, 2013)

Merci de votre attention !