Master I.C.A.

Master I.C.A.

Spécialité A.S.T.

Art
Sciences
Technologies

Traitement interactif de l’image et du son

Méthodes mathématiques pour la création musicale : aspects théoriques, informatiques et cognitifs

– Moreno Andreatta –

Equipe Représentations Musicales

IRCAM/CNRS/UPMC UMR 9912

Moreno.Andreatta@ircam.fr

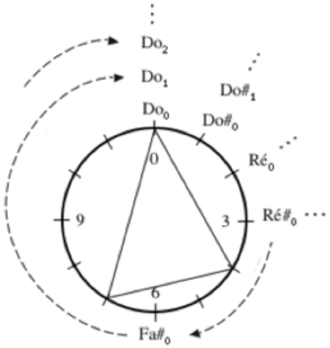
ircam Centre Pompidou

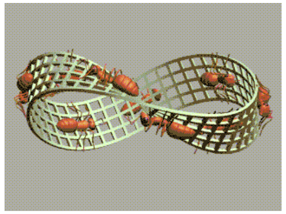
cnrs

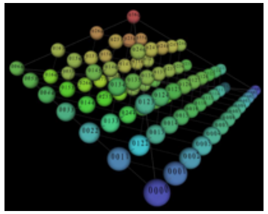
UPMC SORBONNE UNIVERSITÉS

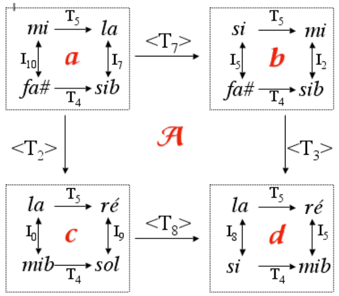
Plan du cours

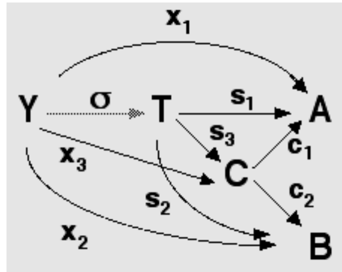
1.) Rappel historique et premiers éléments de musicologie computationnelle
2.) Représentation et énumération des structures musicales : *Set* Theory et théories transformationnelles
3.) Pavages en composition : la construction des canons rythmiques mosaïques
4.) Ramifications philosophiques et cognitives de l’approche algébrique en musique

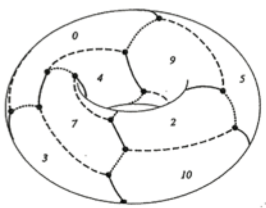


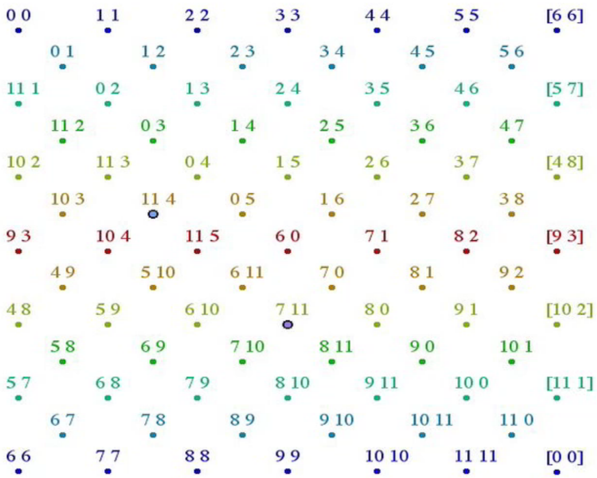


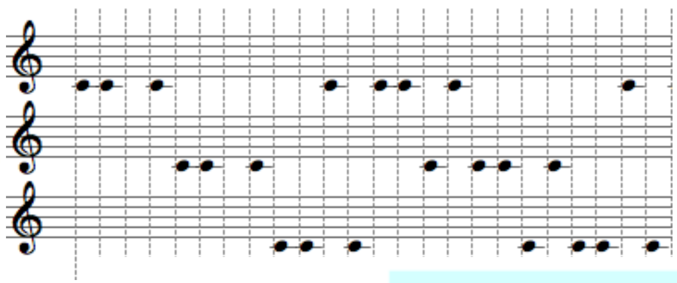


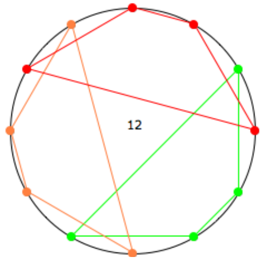


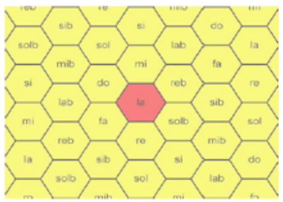












$$Df(x)=f(x)-f(x-1).$$

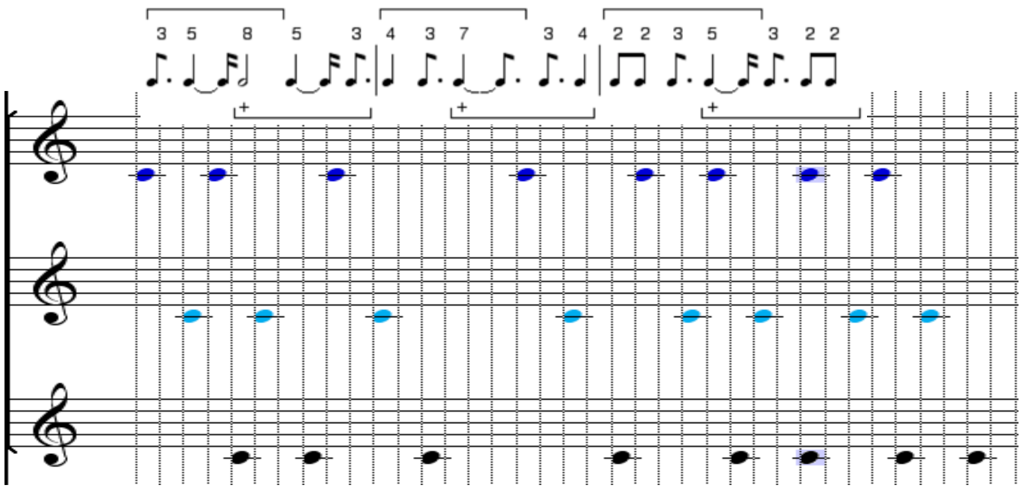
f	=	7 11 10 11 7 2 7 11 10 11 7 2 7 11…
Df	=	4 11 1 8 7 5 4 11 1 8 7 5 4 11…
$D^2 f$	=	7 2 7 11 10 11 7 2 7 11 10 11…
$D^3 f$	=	7 5 4 11 1 8 7 5 4 11 1 8…
$D^k f$	=	……

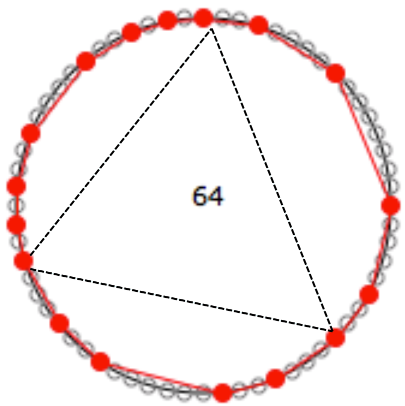
Le modèle des canons rythmiques mosaïques

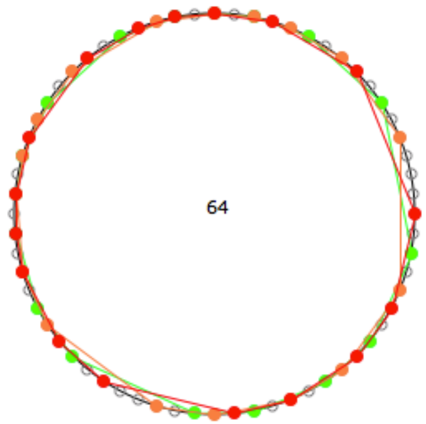
Harawi (1945)

Visions de l'Amen (1943)

O. Messiaen





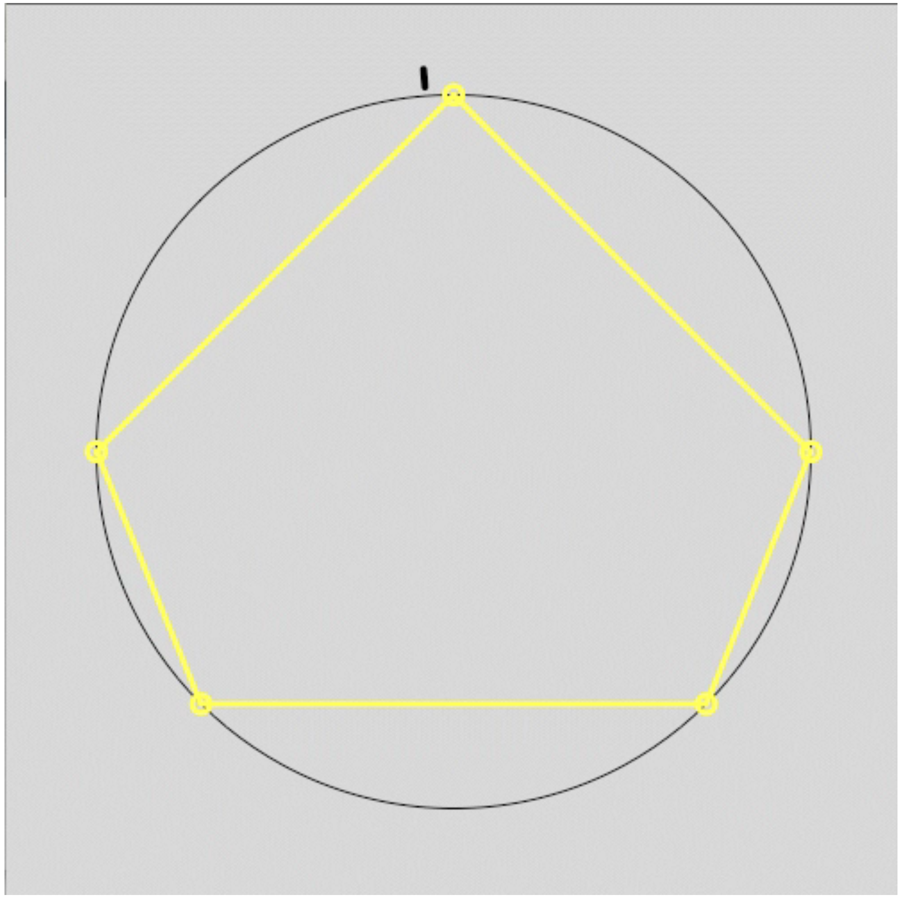


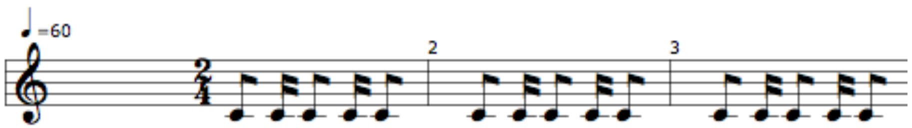
« …il résulte de tout cela que les différentes sonorités se mélangent ou s'opposent de manières très diverses, jamais au même moment ni au même endroit […]. C'est du désordre organisé »

O. Messiaen : *Traité de Rythme, de Couleur et d'Ornithologie*, tome 2, Alphonse Leduc, 1992.

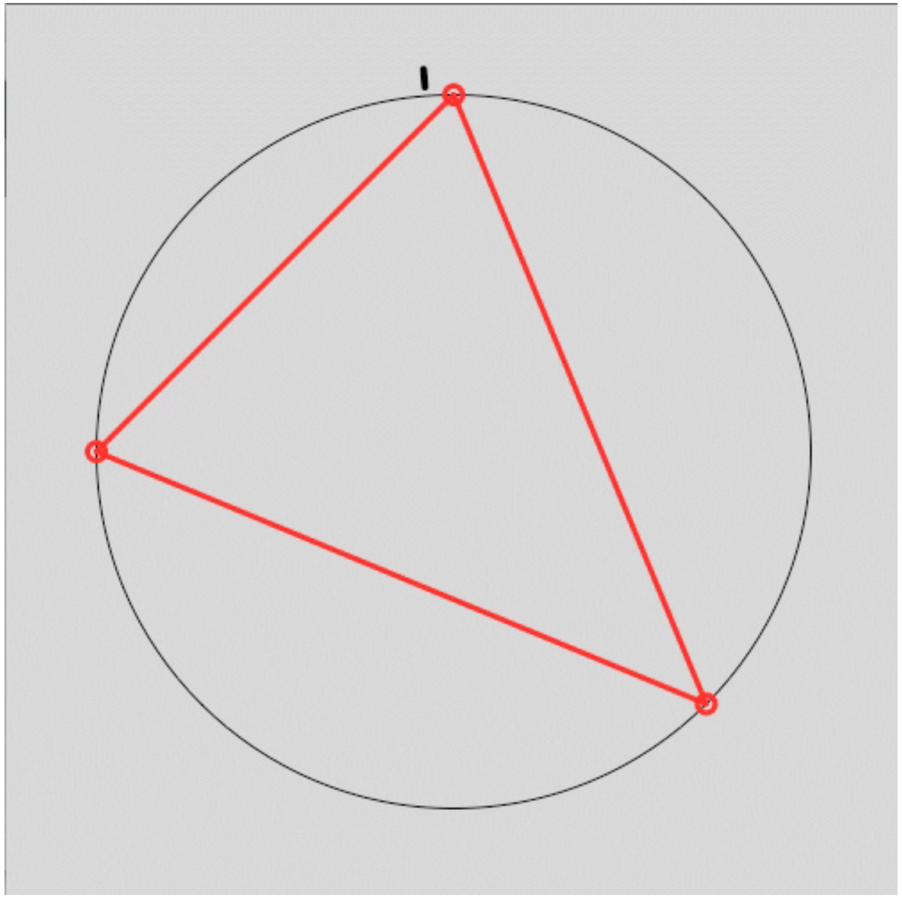
Deux rythmes traditionnels qui ne pavent pas

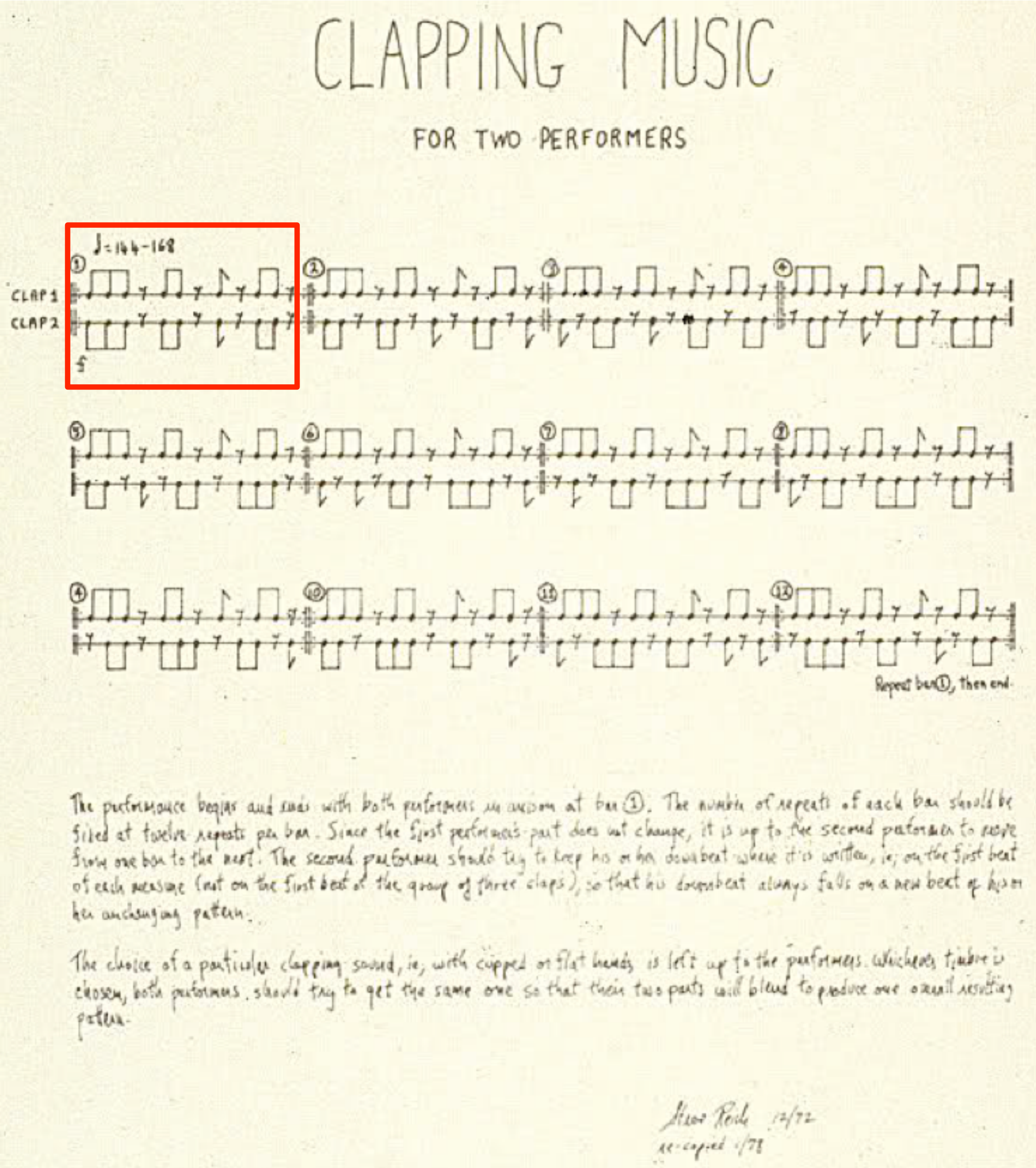
El cinquillo

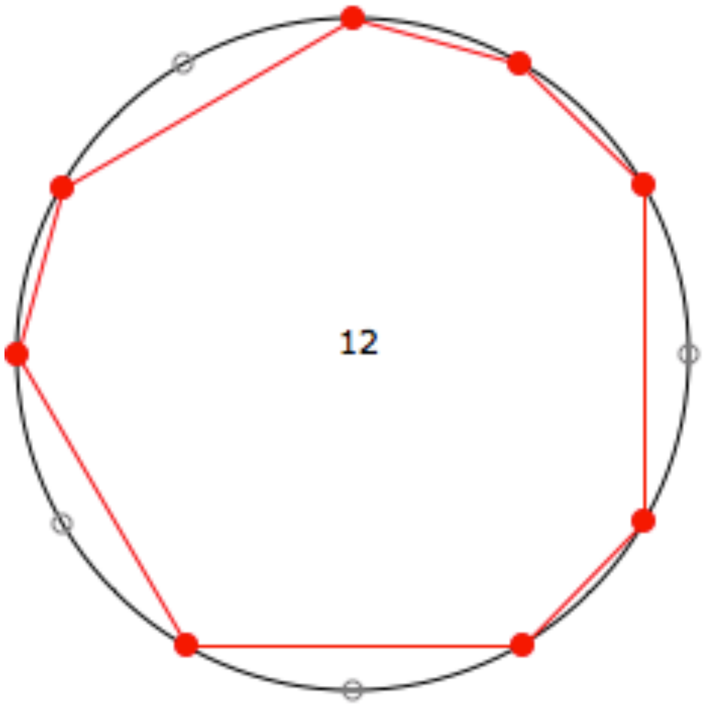




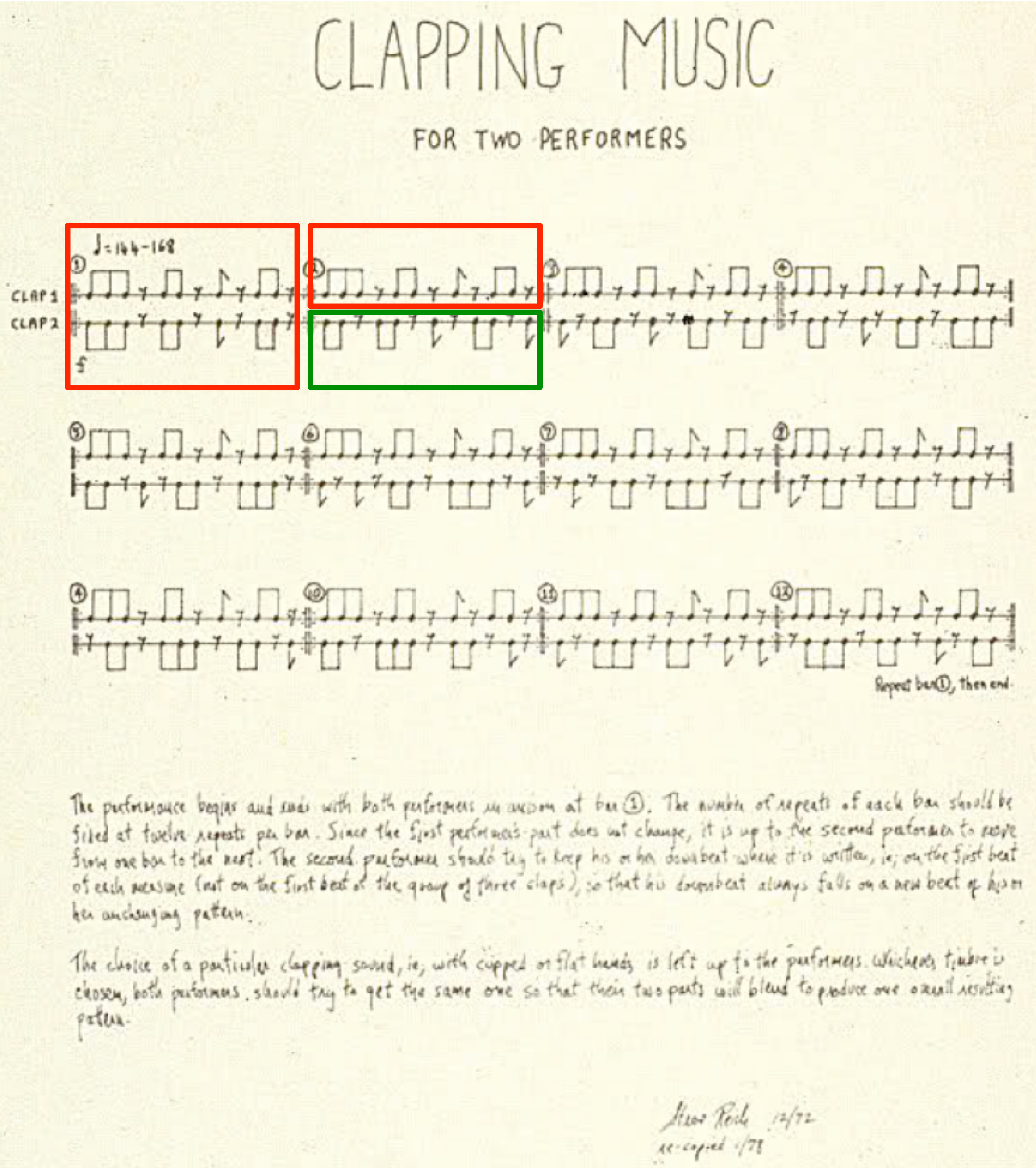
El trecillo

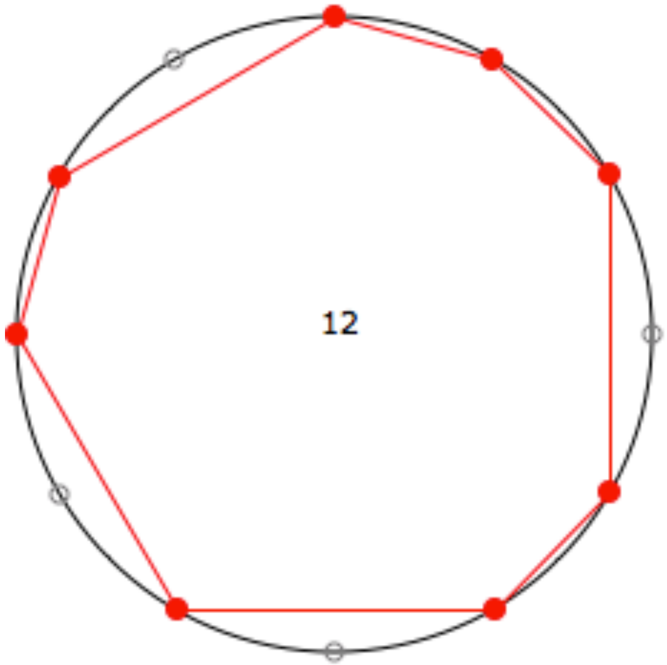


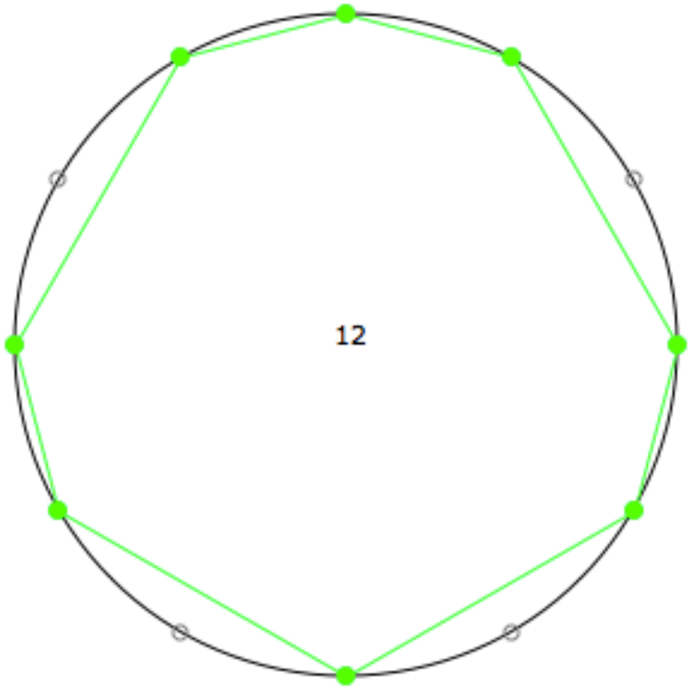




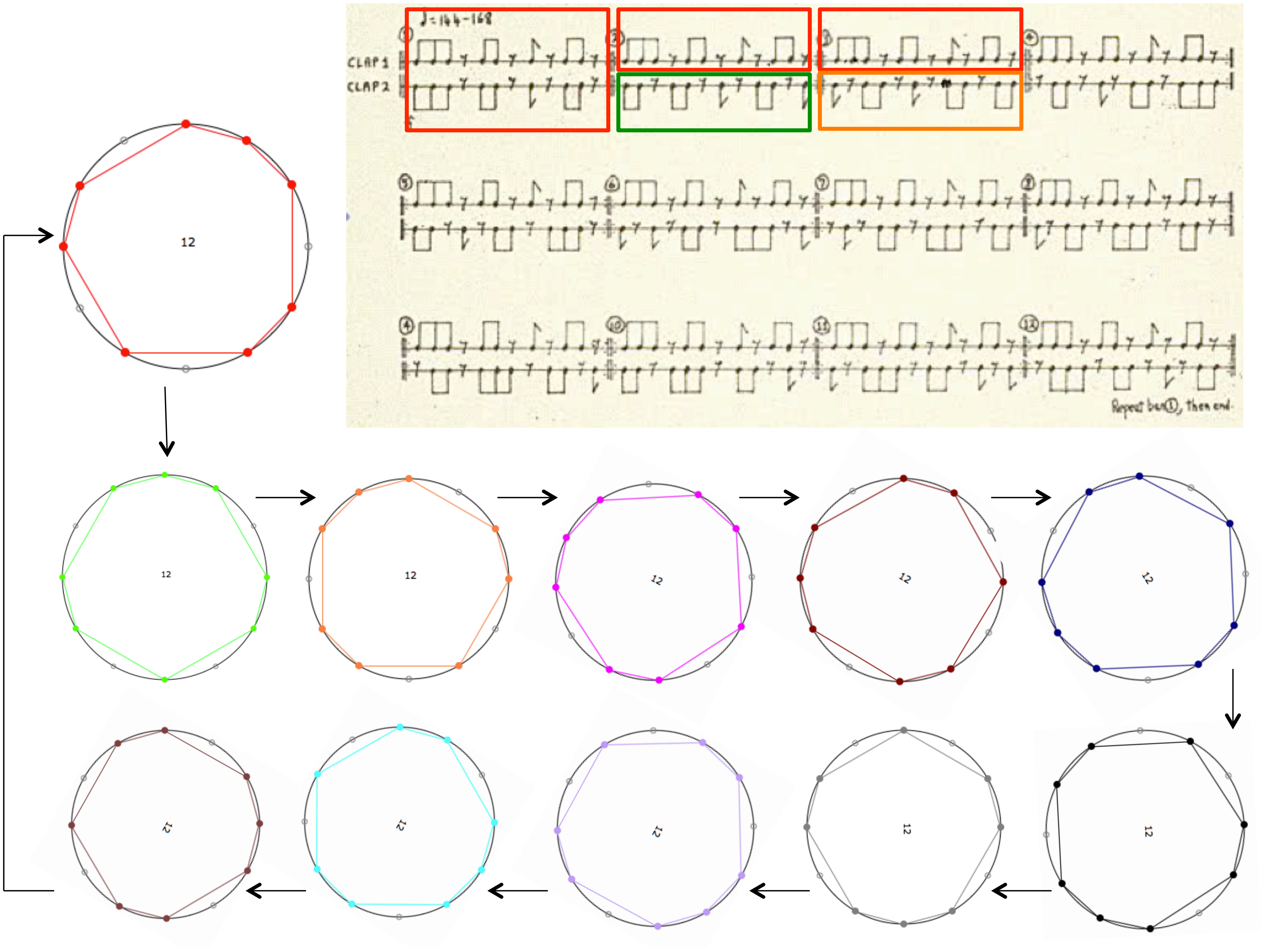
***Clapping Music* de Steve Reich (1972)**

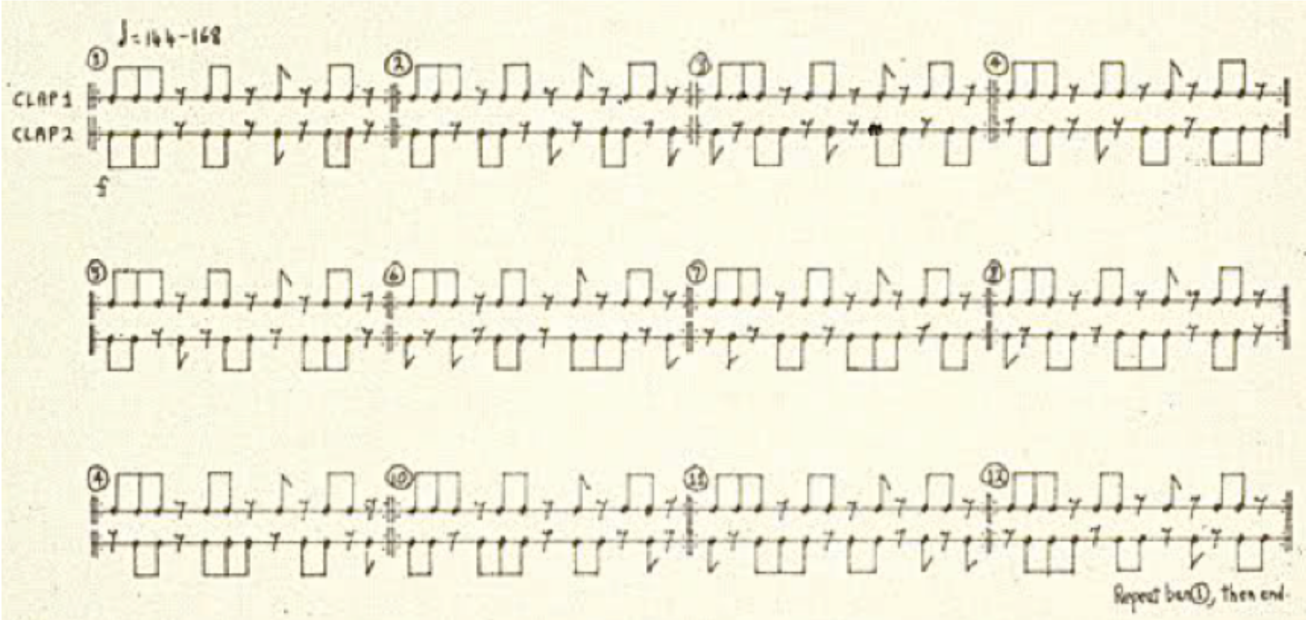




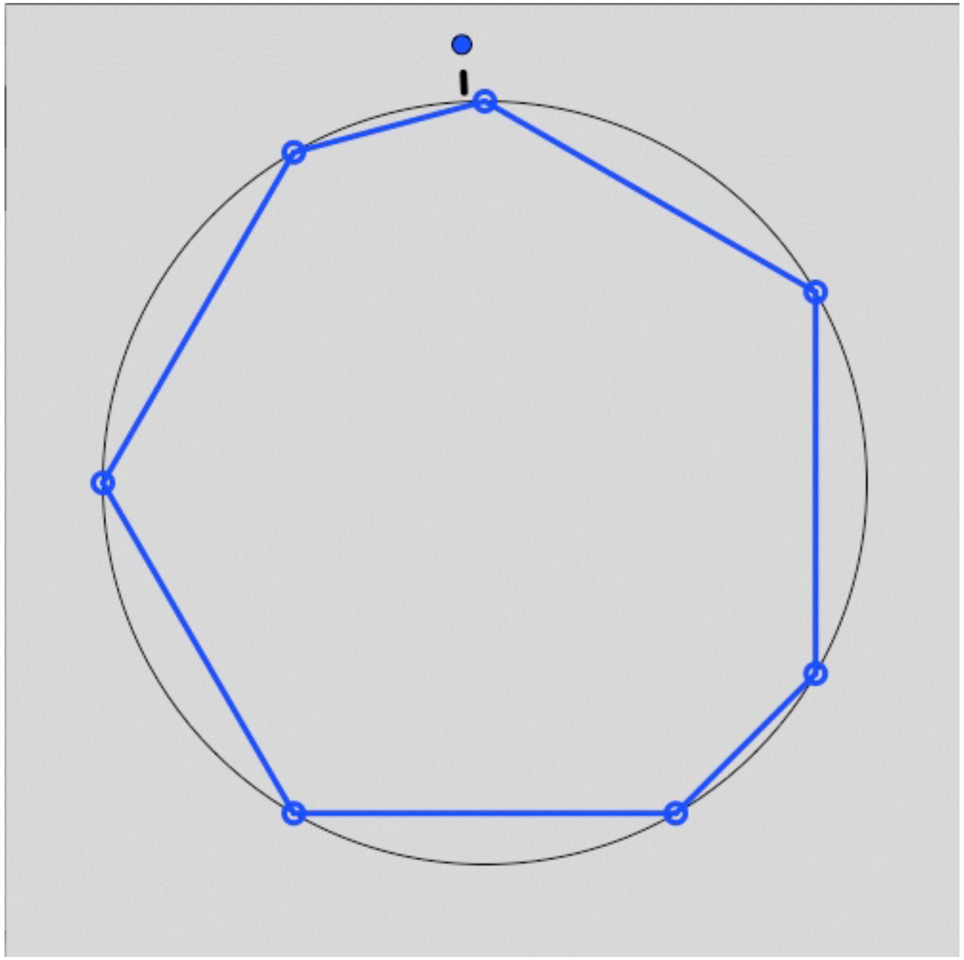


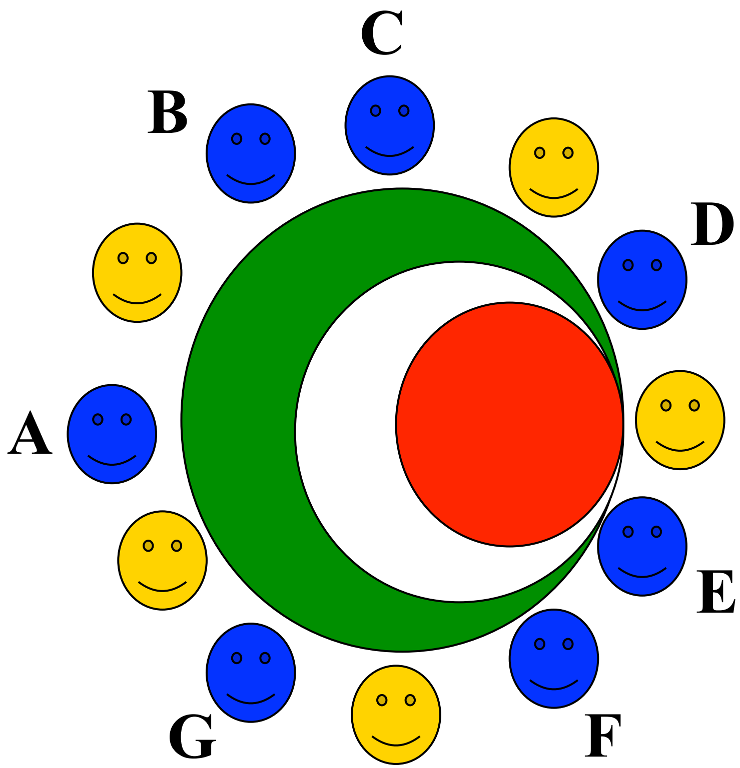
***Clapping Music* de Steve Reich (1972)**


♩=144-168
CLAP 1
CLAP 2
Repeat bar ①, then end.
12


♩= 144-168
CLAP 1
CLAP 2
f
Repeat bar ①, then end.

Abadja/Bembé ou rythme « diatonique »

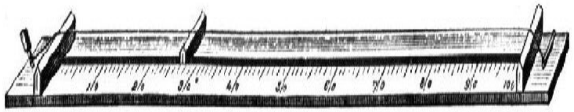


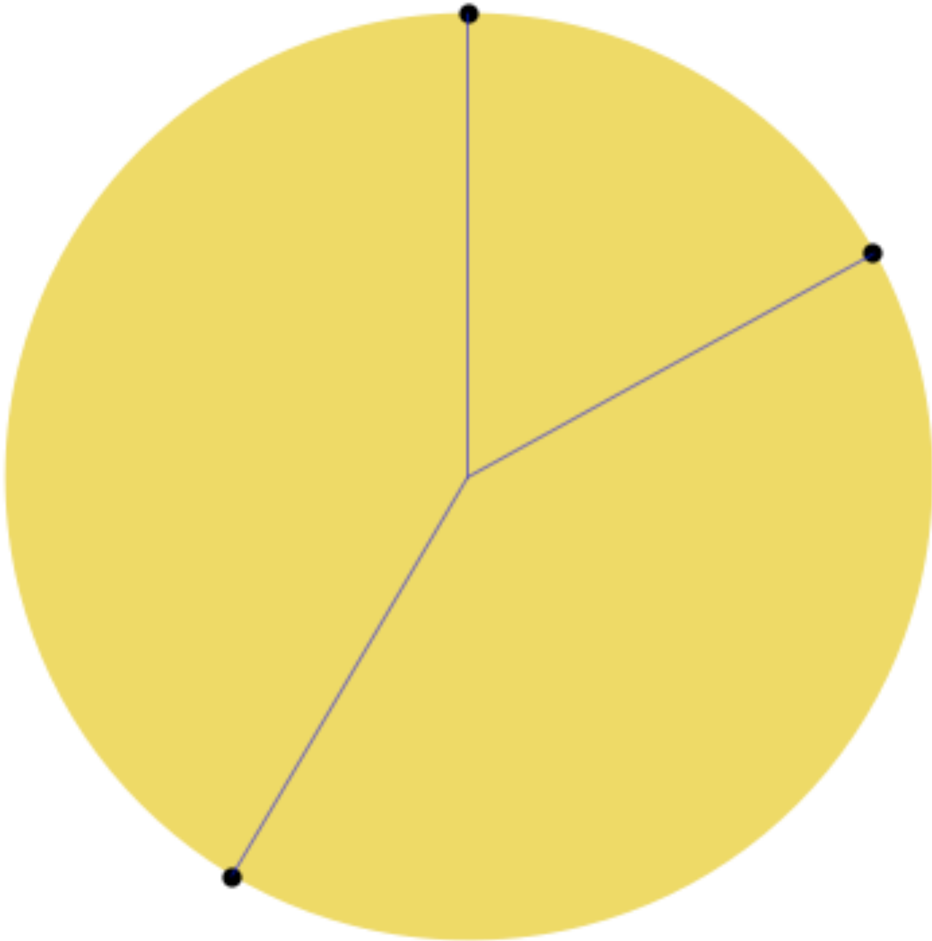


?

Jack Douthett & Richard Krantz, "Energy extremes and spin configurations for the one-dimensional antiferromagnetic Ising model with arbitrary-range interaction", *J. Math. Phys.* 37 (7), July 1996

DFT, Z-relation et *Maximally-Even Sets* (ME–sets),



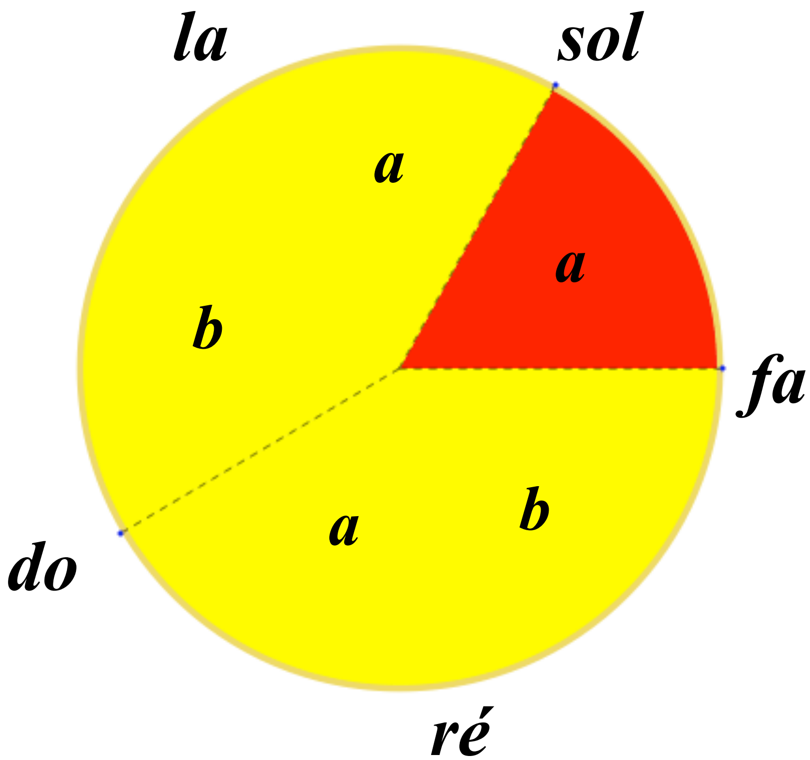


Théorème des trois intervalles (Steinhaus, 1958) :
k points engendrés par la rotation d’un angle α partitionnent le cercle en au plus trois longueurs différentes d’intervalle

Deux gammes bien connues : la pentatonique

k=5 points engendrés par la rotation d'un angle α=log$_2$3/2 partitionnent le cercle en exactement deux différentes d'intervalles avec une distribution bien repartie **(maximally even)** *de ces intervalles*

➔ **Well-formed scales (Carey & Clampitt, 1989)**



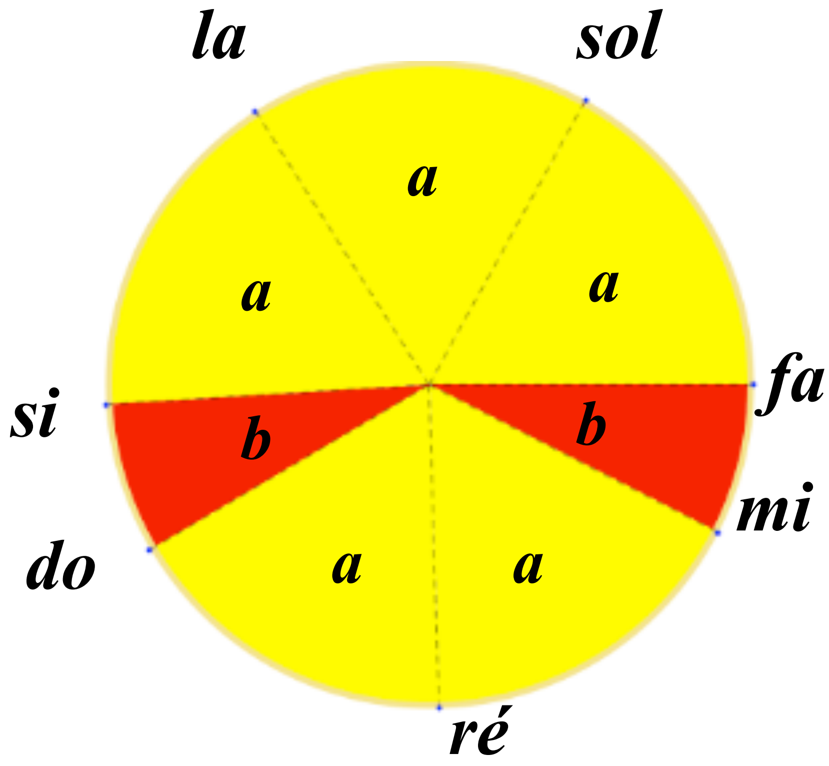
(*a a b a b*) [Christoffel word]

Deux gammes bien connues : la diatonique

k=7 points engendrés par la rotation d'un angle $\alpha=\log_2 3/2$ partitionnent le cercle en exactement deux longueurs différentes d'intervalle avec une distribution bien repartie (**maximally even**) *de ces intervalles*

➔ **Well-formed scales (Carey & Clampitt, 1989)**

➔ ***Cela touche aux* suites Sturmiennes *et aux* mots de Christoffel *(version finie)*.**

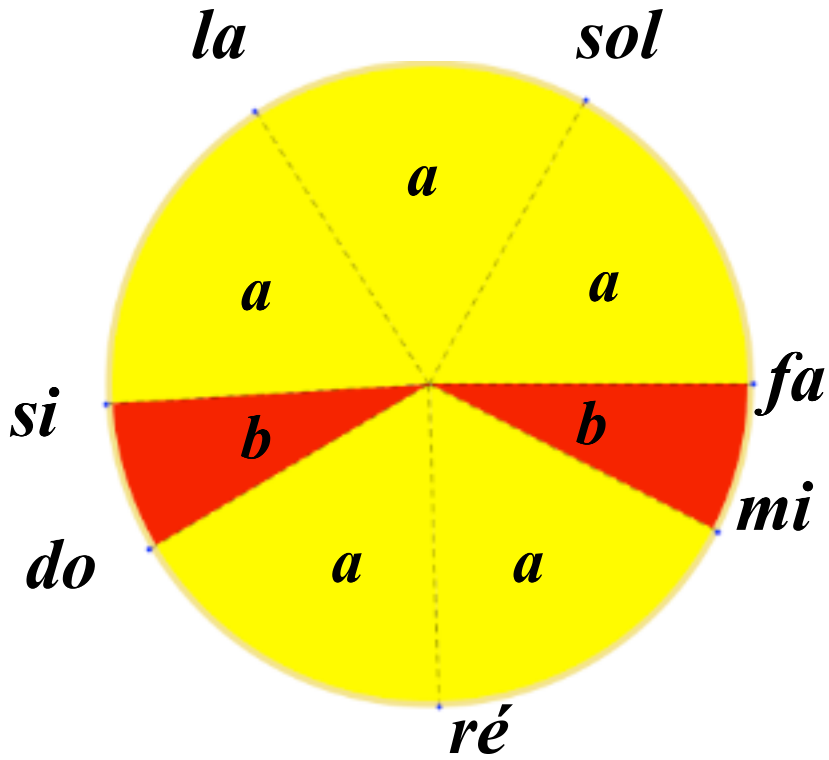


b* ➔ *ab

(*a* *a* *b* *a* *b*) ➔ (*a* *a* *a* *b* *a* *a* *b*) [Christoffel word]

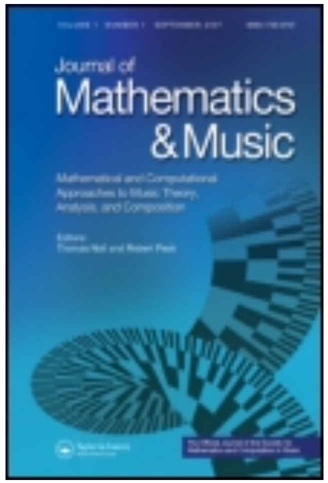
Deux gammes bien connues : la diatonique

k=7 points engendrés par la rotation d'un angle $\alpha=\log_2 3/2$ partitionnent le cercle en exactement deux longueurs différentes d'intervalle avec une distribution bien repartie (maximally even) de ces intervalles



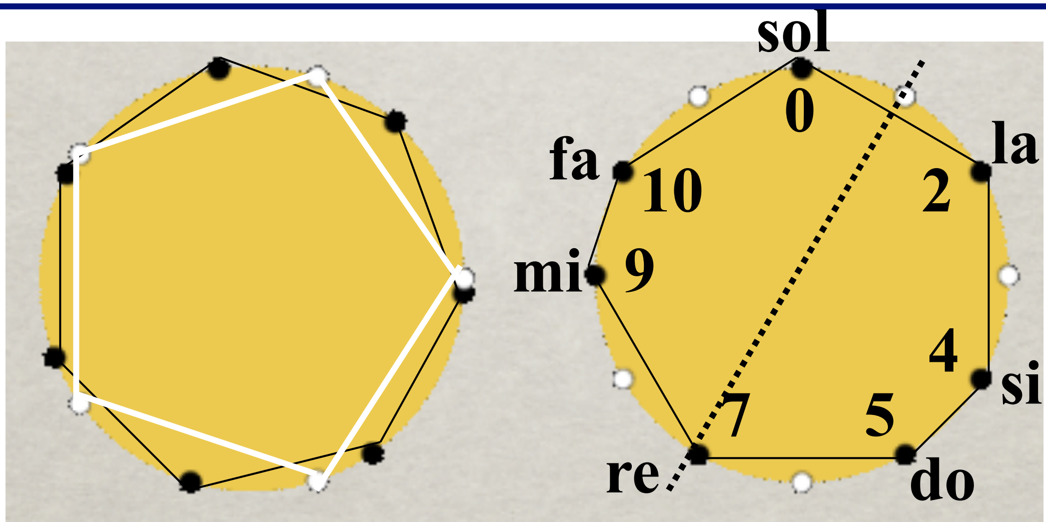
➔ **Well-formed scales (Carey & Clampitt, 1989)**

➔ ***Cela touche aux* suites Sturmiennes *et aux* mots de Christoffel *(version finie).***



- **P. Alessandri, V. Berthé, « Three distance theorems and combinatorics on words », *Enseign. Math.* 2, 44 1998, 103–132.**
- **D. Clampitt (ed.), special issue *Journal of Mathematics and Music*, Special Issue, Vol. 1, No. 2, July 2007, 7378**

Ensembles bien repartis (ME sets)



Gamme diatonique:
{0, 2, 4, 5, 7, 9, 10}

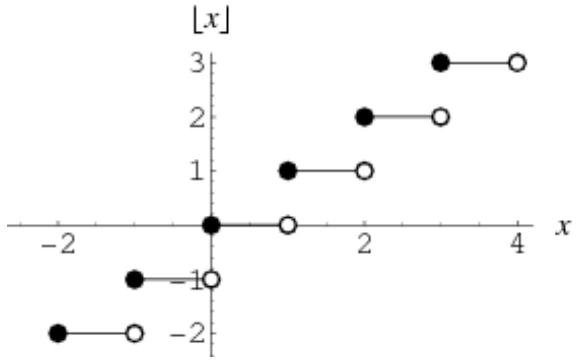
Gamme pentatonique:
{1, 3, 6, 8, 11}

Definition (Clough-Myerson-Douthett) A set A with cardinality d in a given equal tempered space $\mathbf{Z}_c$. is maximally even if $A = \{a_k\}$

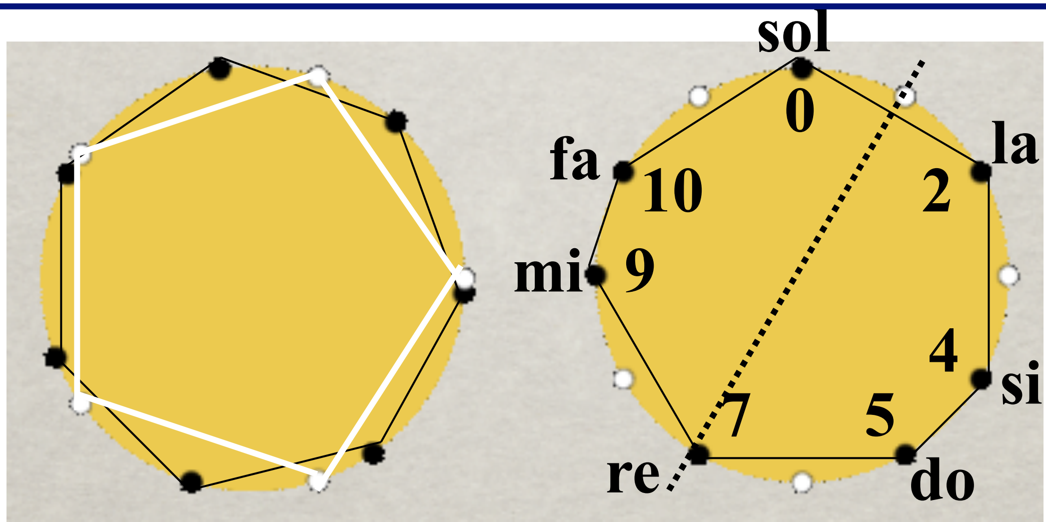
$$a_k = J^{\alpha}_{c,d}(k) = \lfloor \frac{kc+\alpha}{d} \rfloor$$

where $\alpha \in \mathbf{R}$
$\lfloor x \rfloor$ is the integer part of x

$$J^5_{12,7} = \left\{ \left\lfloor \frac{12k+5}{7} \right\rfloor \right\}_{k=0}^{6} = \{0,2,4,5,7,9,11\}$$



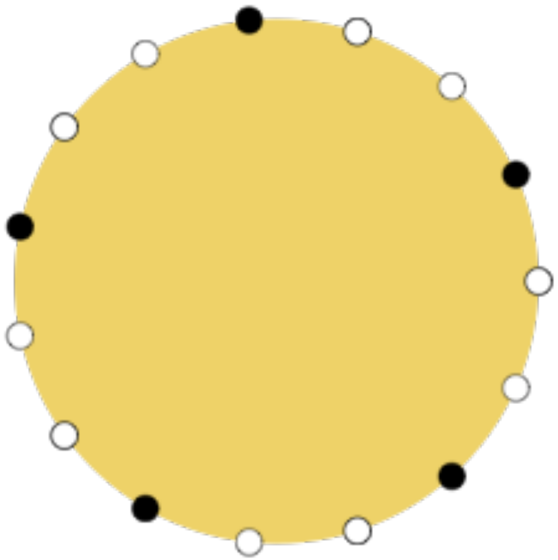
Ensembles bien repartis (ME sets)



Gamme diatonique:
{0, 2, 4, 5, 7, 9, 10}

Gamme pentatonique:
{1, 3, 6, 8, 11}

Definition (Amiot, 2005) A set A with cardinality d given equal tempered space $\mathbf{Z}_{c}$ is maximally even if $|F_A(d)| \geq |F_B(d)|$ for all subsets B of cardinality d in $\mathbf{Z}_c$.



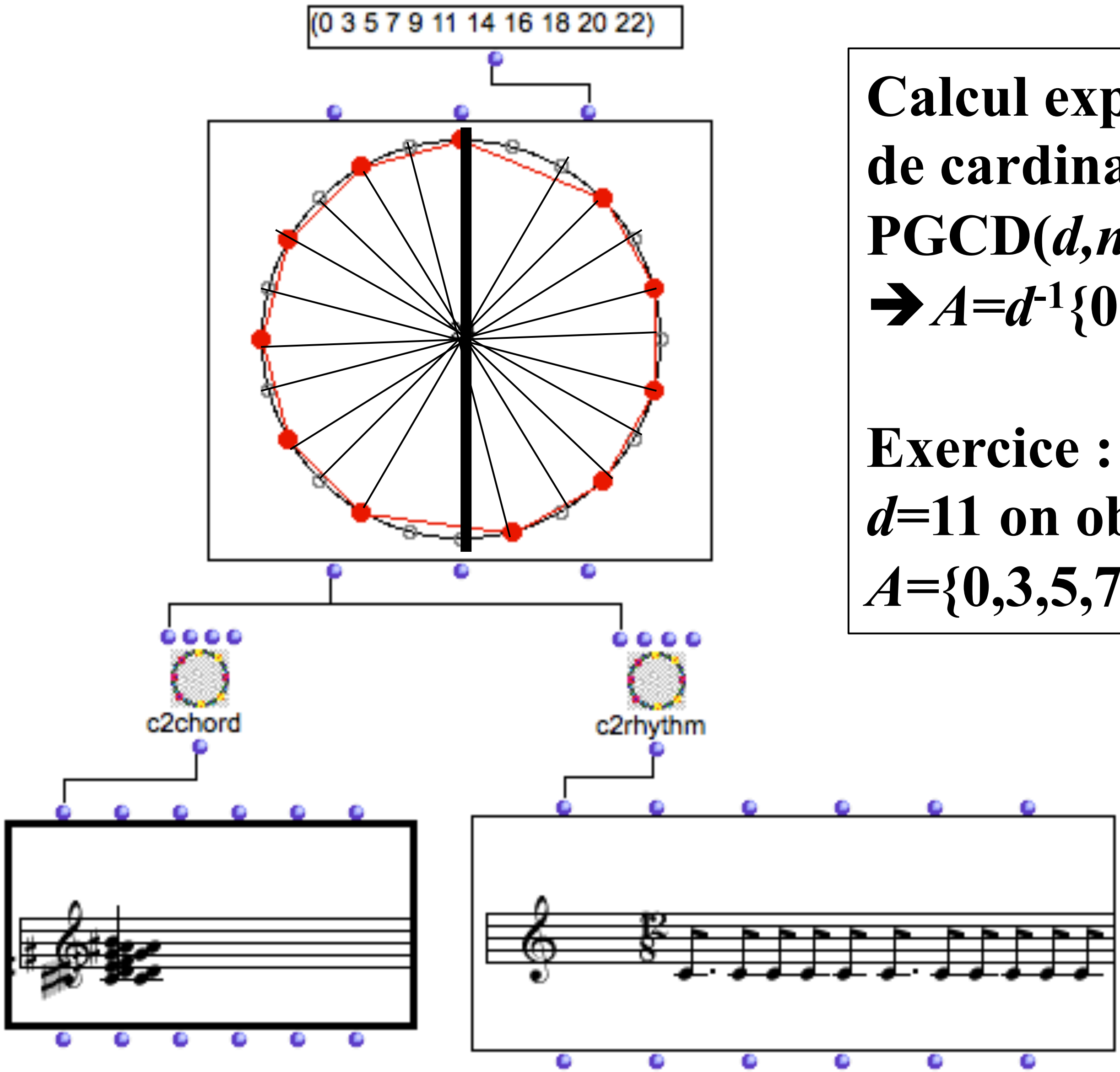
where $F_{set}(t) := \sum_{k \in set} e^{2i\pi kt/12}$

$$|F_A(5)| = 1+1+1+1+1=5$$

En général, $|F_A(t)| \leq \#A$

Rythmes asymétriques et ME-sets

(Simha Arom & Marc Chemillier)



Calcul explicit d'un ME-set *A* de cardinalité *d* dans Z/*n*Z avec PGCD(*d*,*n*)=1

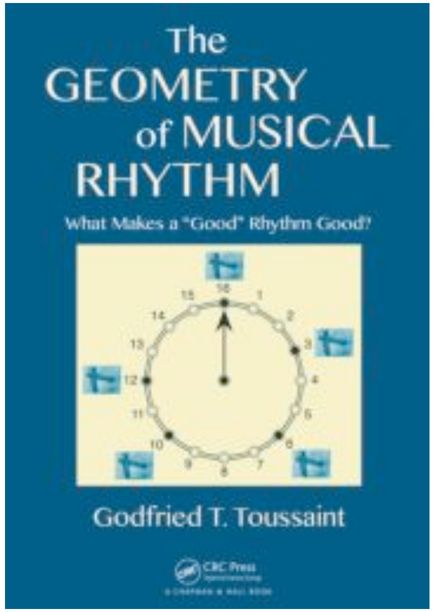
➔ $A=d^{-1}\{0, 1, ..., d-1\}$

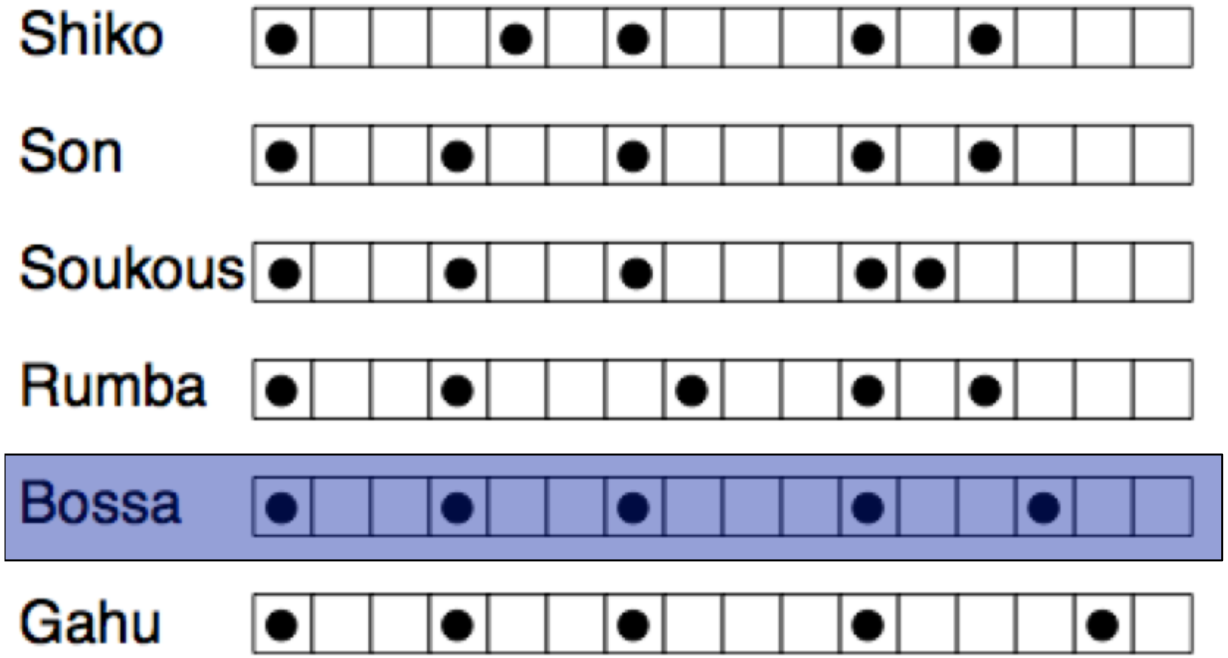
Exercice : vérifier que pour d=11 on obtient :

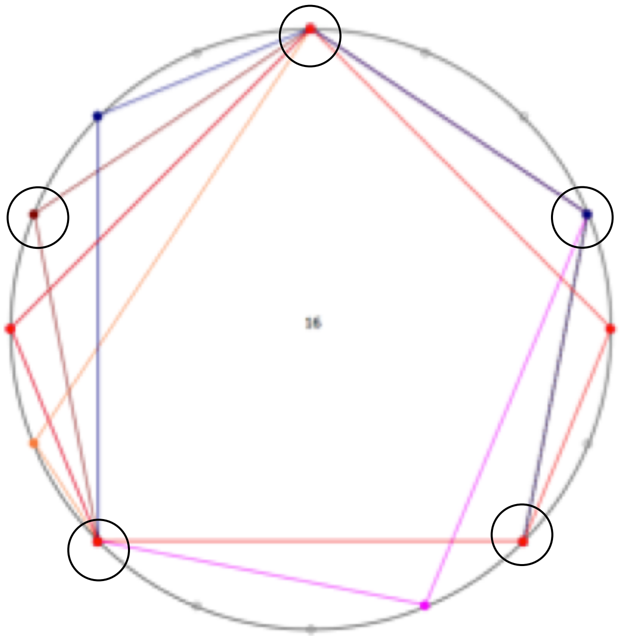
$A=\{0,3,5,7,9,11,14,16,18,20,22\}$

Autres exemples de rythmes qui ne pavent pas

Godfried T. Toussaint, The Geometry of Musical Rhythm: What Makes a "Good" Rhythm Good?, Chapman and Hall/CRC, 2013

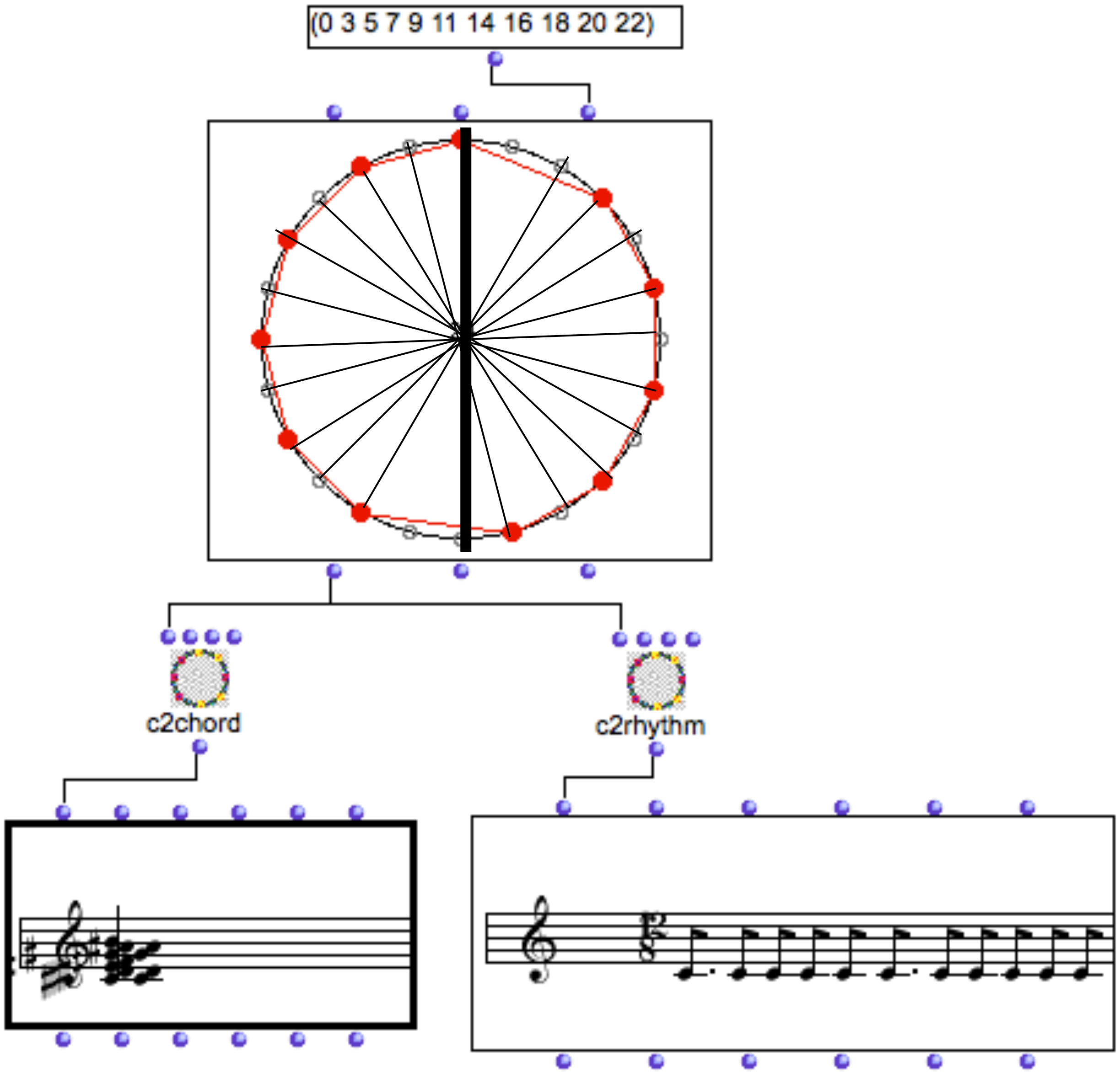




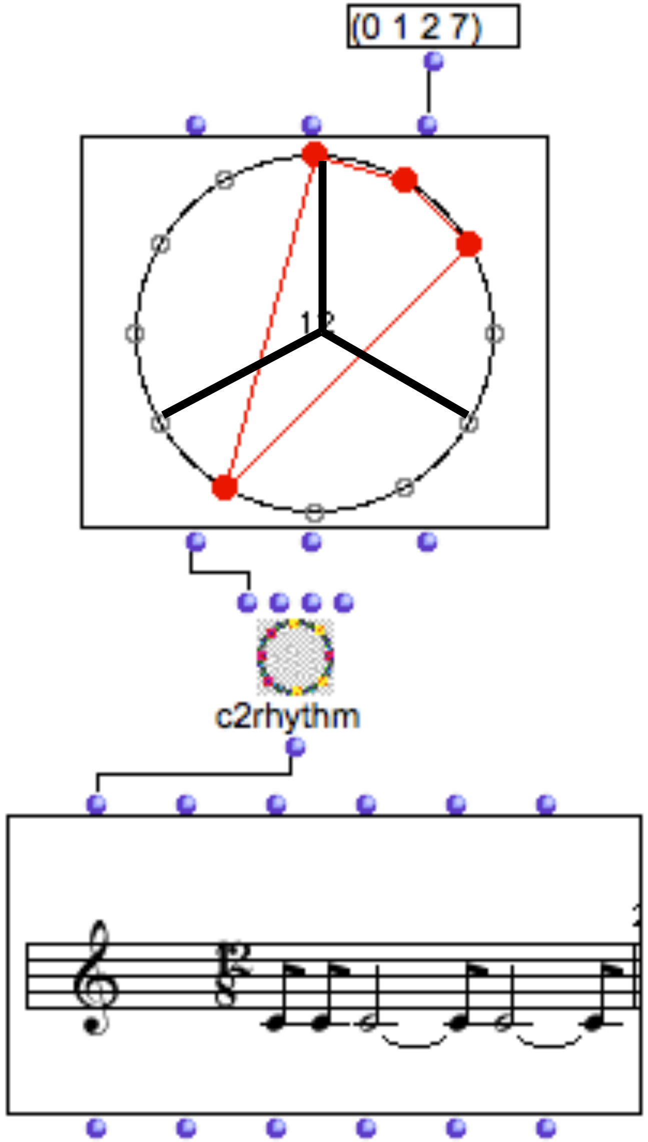


Rythmes *k*-asymétriques

(Simha Arom & Marc Chemillier)

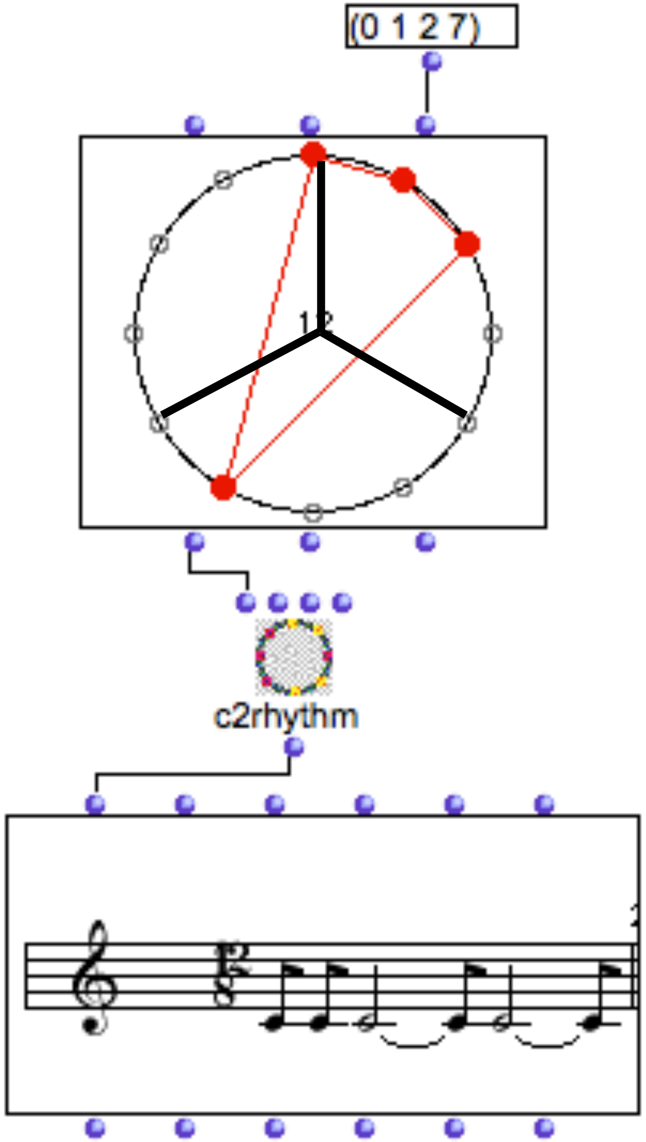


(Rachel W. Hall & P. Klingsberg)



Rythmes 3-asymétriques

(Rachel W. Hall & P. Klingsberg)

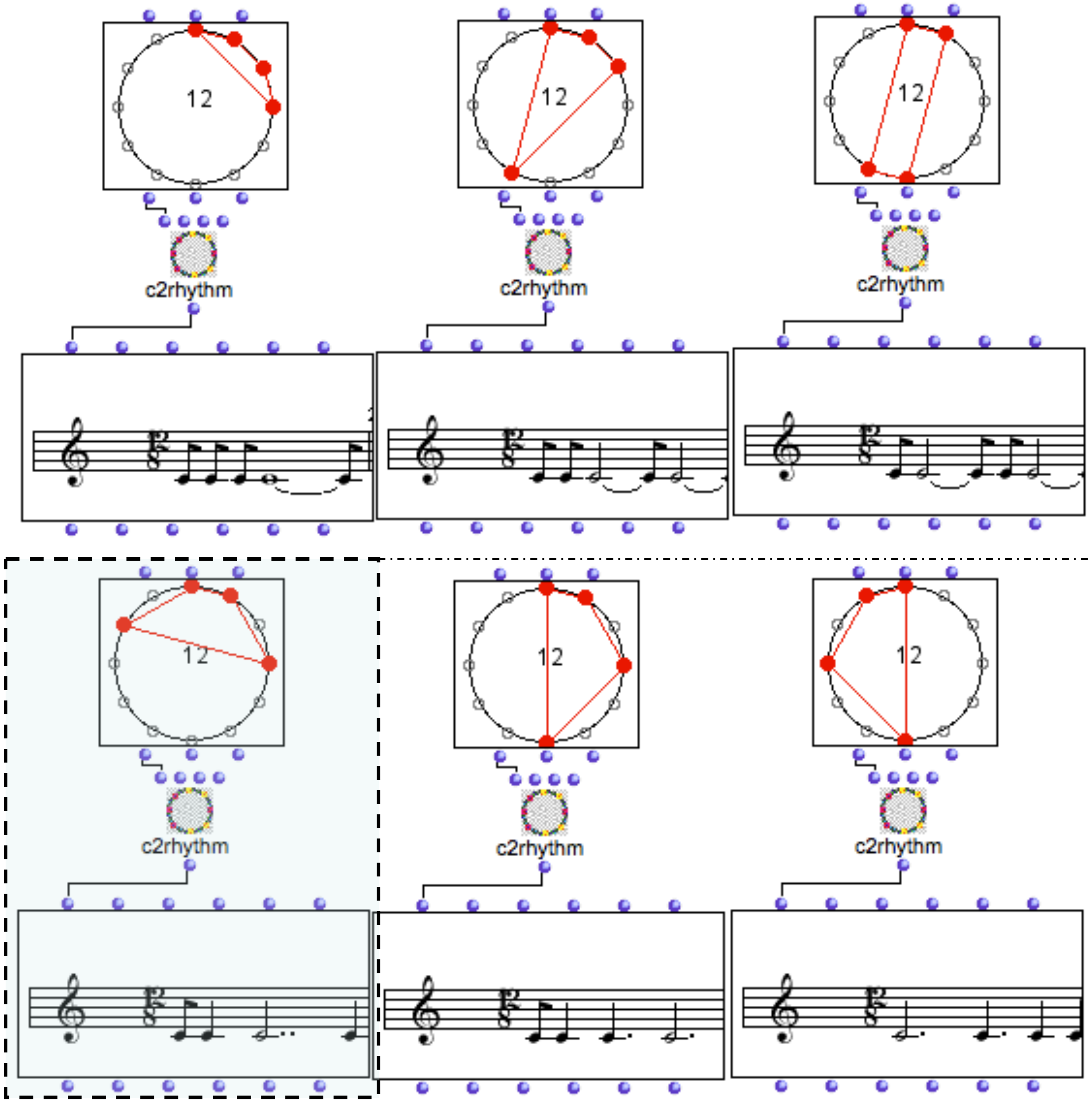


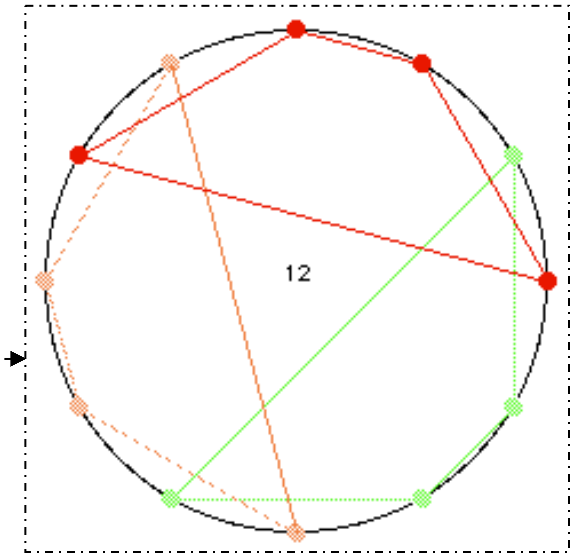
Un rythme périodique R de période kh est k-asymétrique s'il est tel que si une attaque de R occupe la position x alors toutes les autres positions y telles que

$$y \sim x \bmod h$$

ne correspondent pas à des attaques du rythme R.

Rythmes 3-asymétriques et pavage



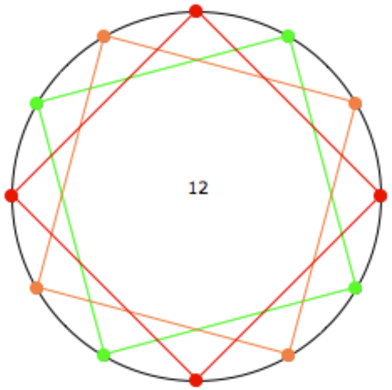


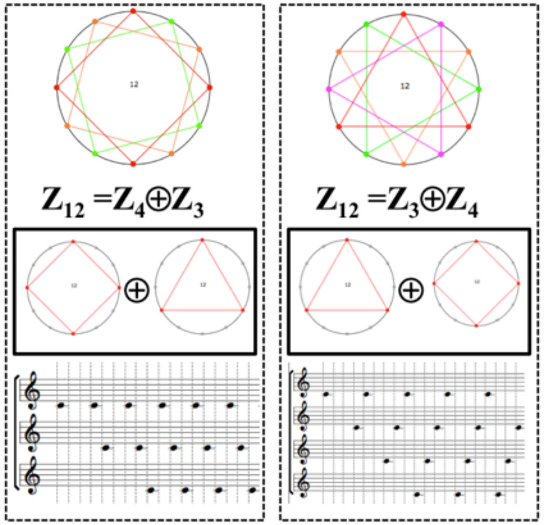
Quel est le rythme manquant ?

Factorisation de groupes et périodicités des facteurs

$A<Z_n$

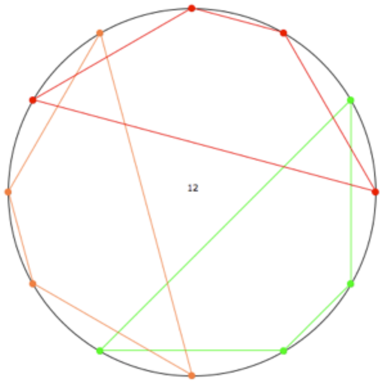
$B<Z_n$

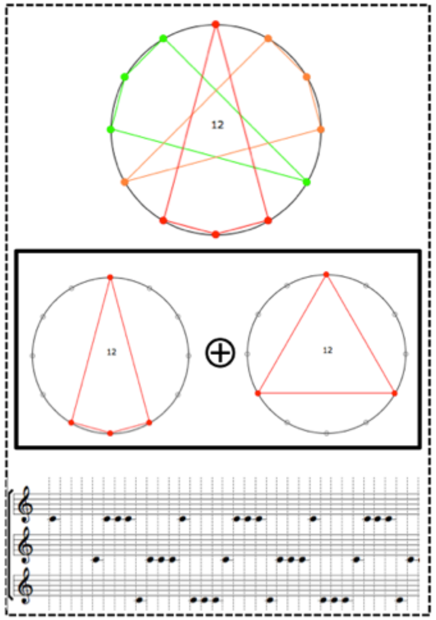




$A \subset Z_n$

$B<Z_n$

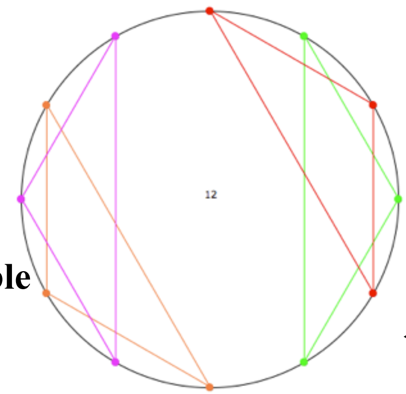


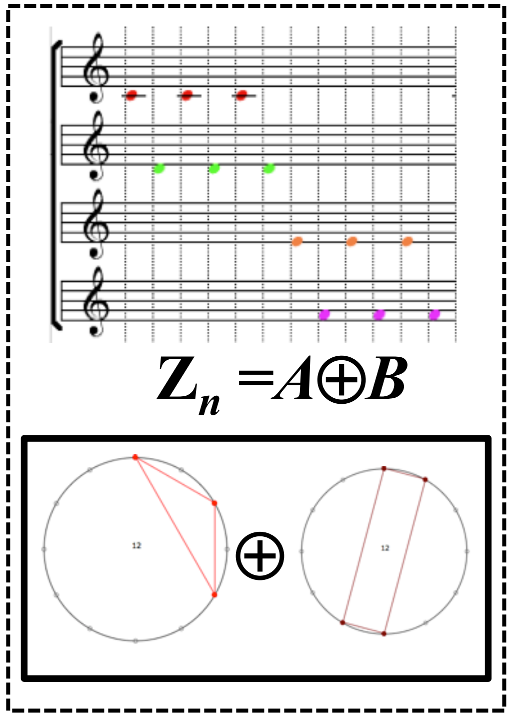


$A \subset Z_n$

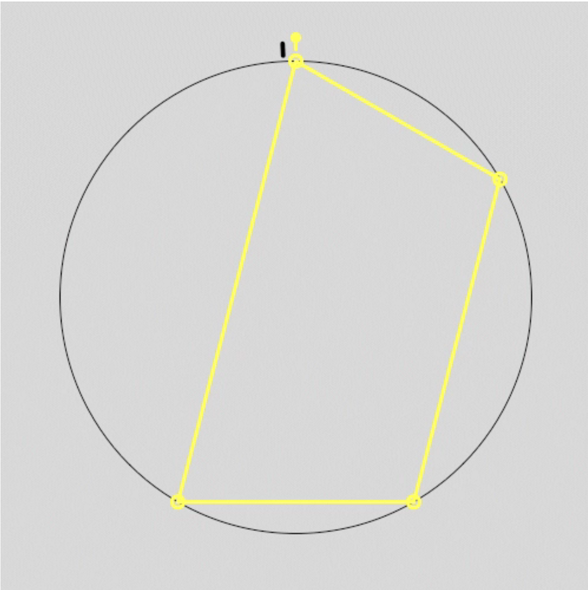
$B \subset Z_n$

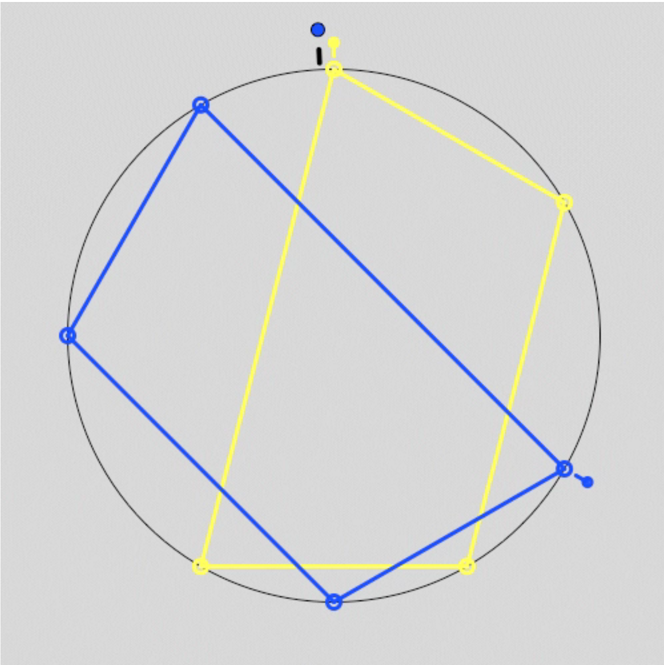
sous-ensemble périodique

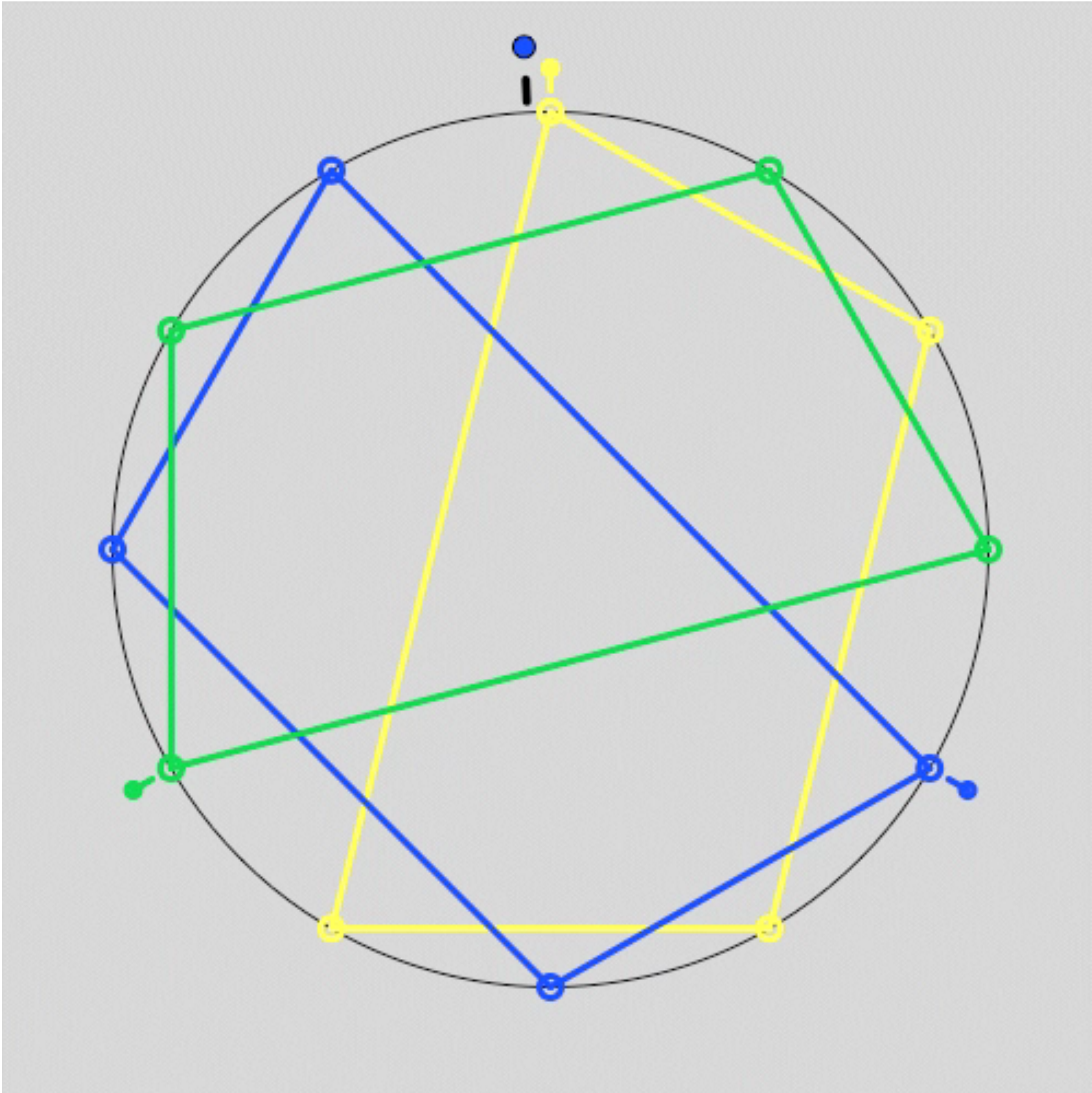




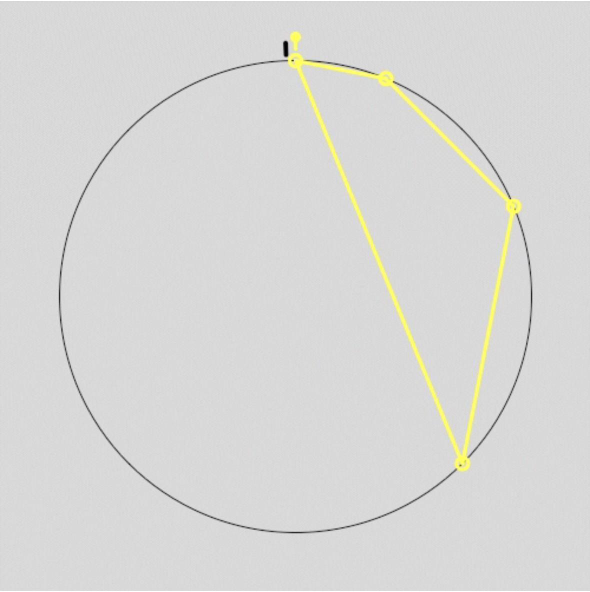
Premiers exemples de canons rythmiques mosaïques

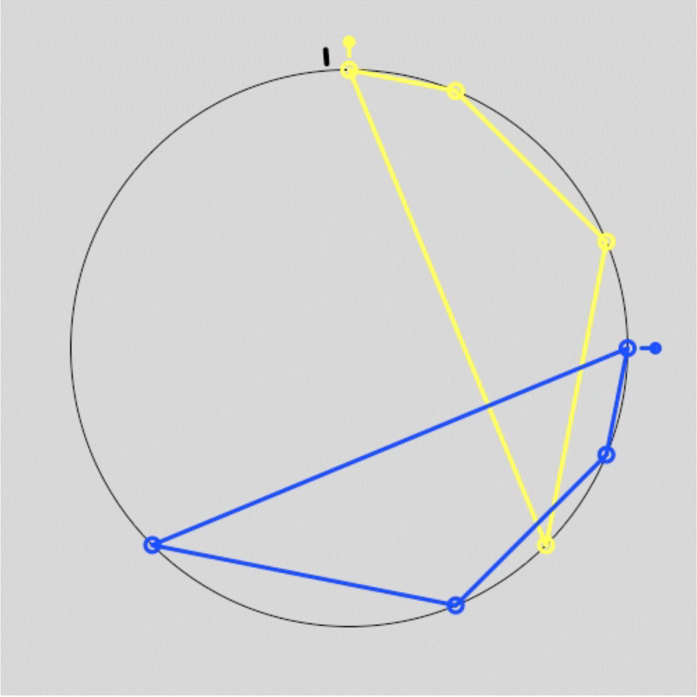


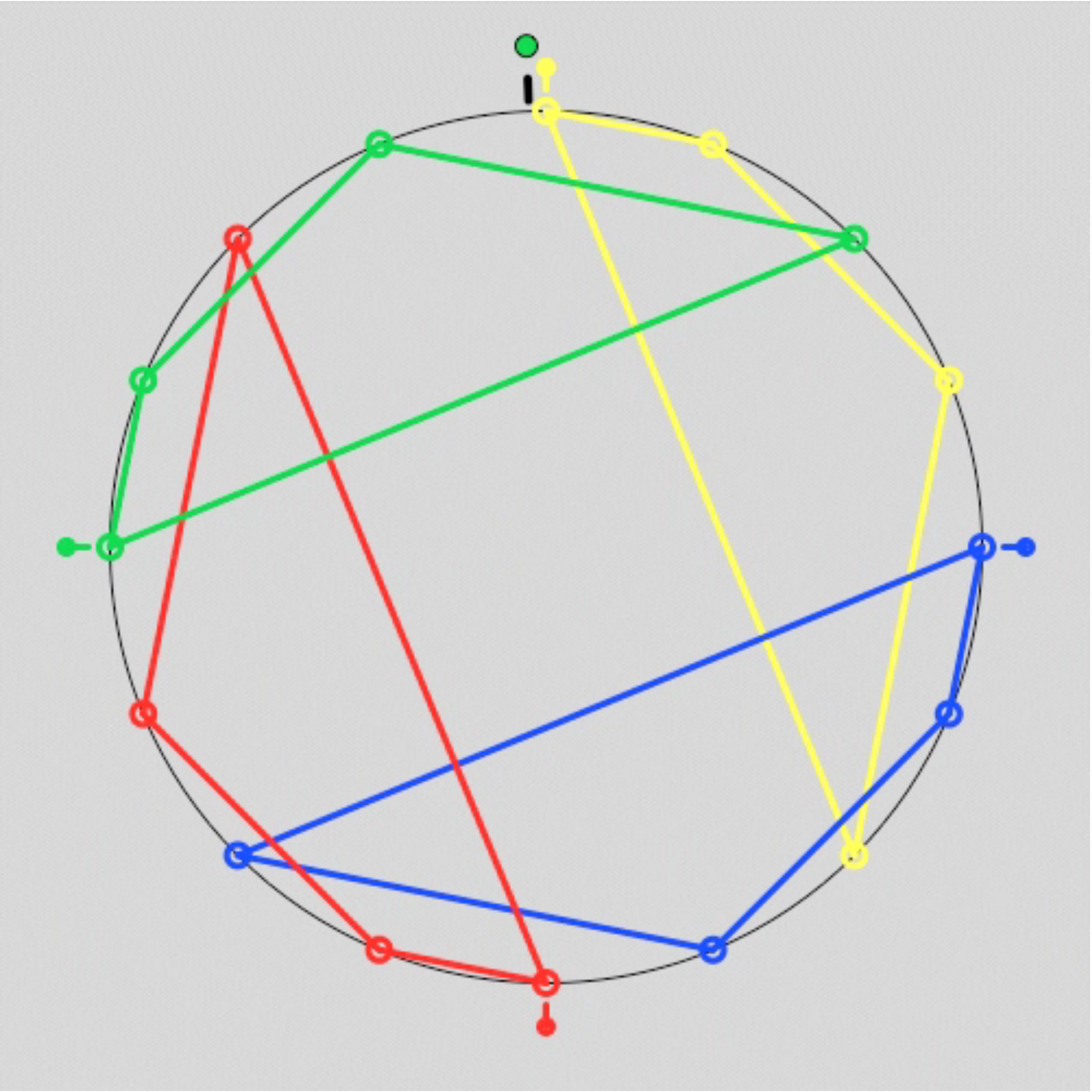




Canons mélodico-rythmiques mosaïques







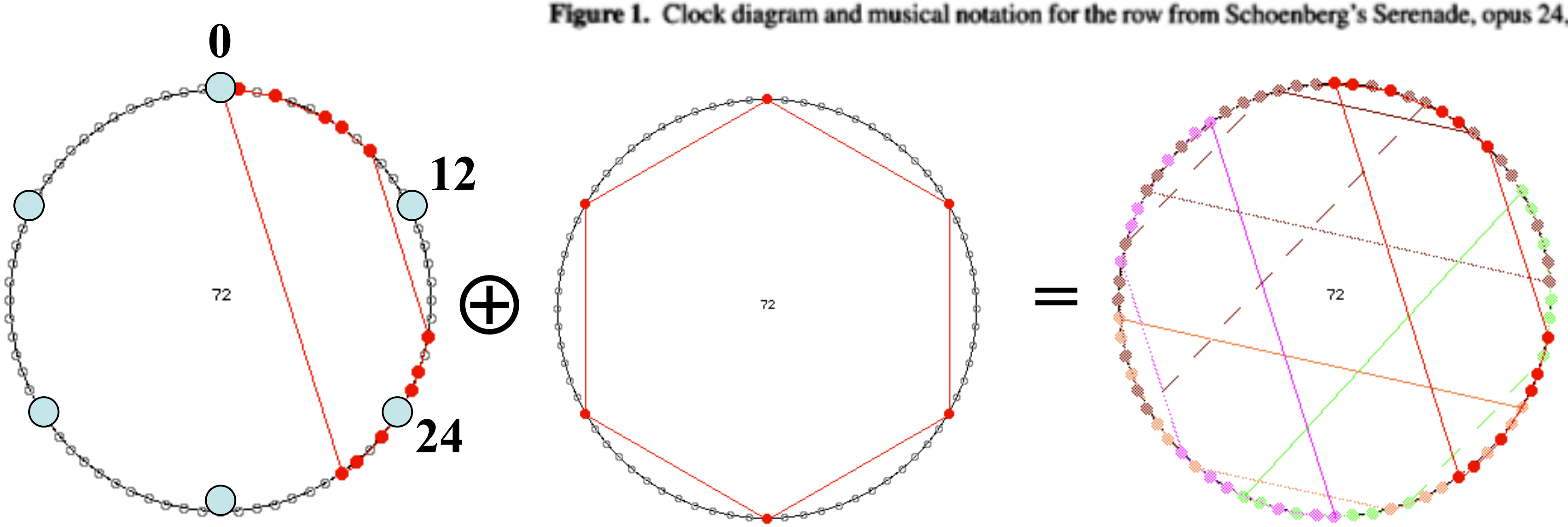
Construction explicite d'un rythme *k*-asymétrique

…
…
25
24
13
12

S={0, 1, 3, 6, 7, 9, 8, 10, 11, 2, 4, 5)

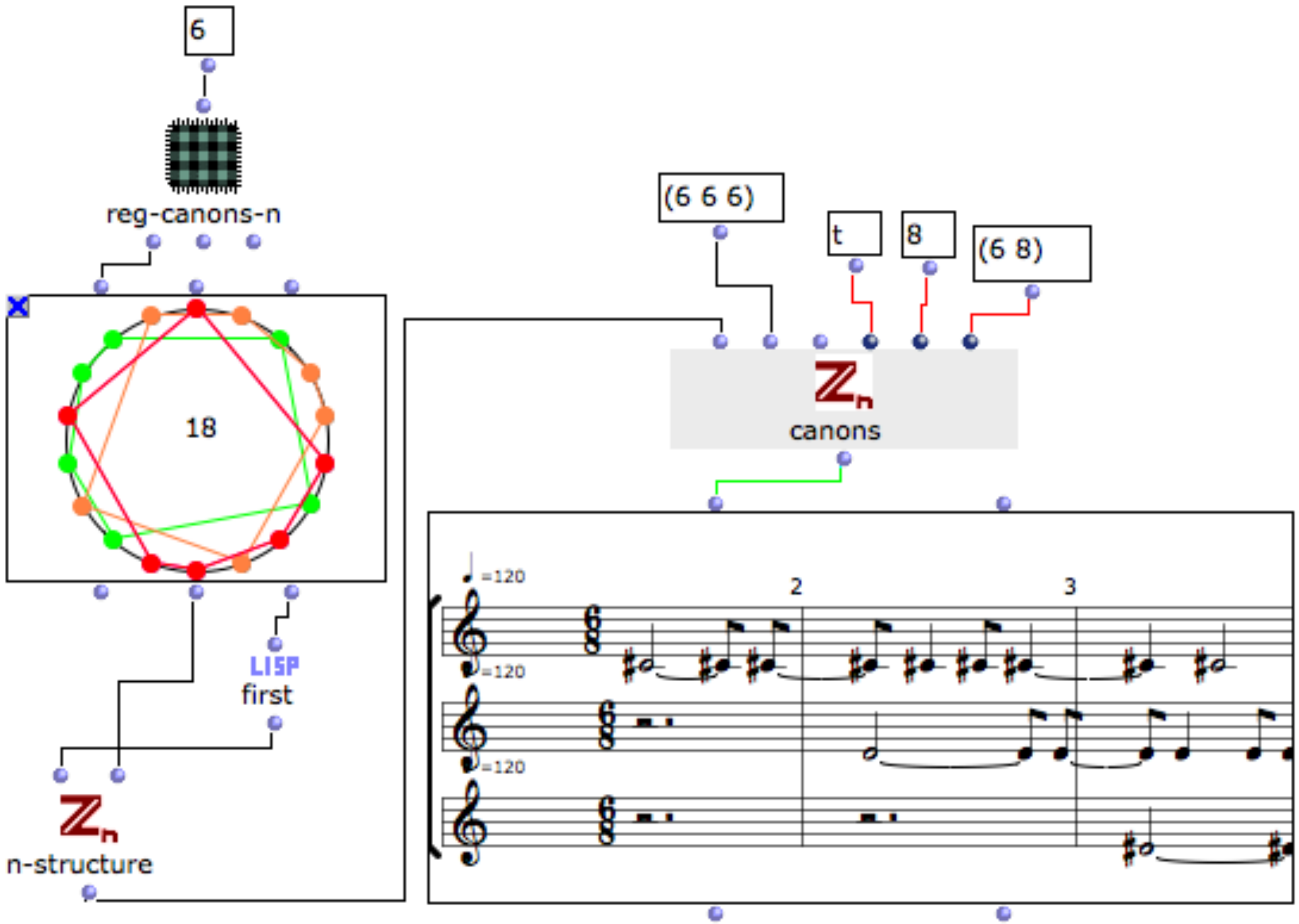
S*=(1,2,3,1,2,11,2,1,3,2,1,45)

Figure 1. Clock diagram and musical notation for the row from Schoenberg's Serenade, opus 24, movement 5.



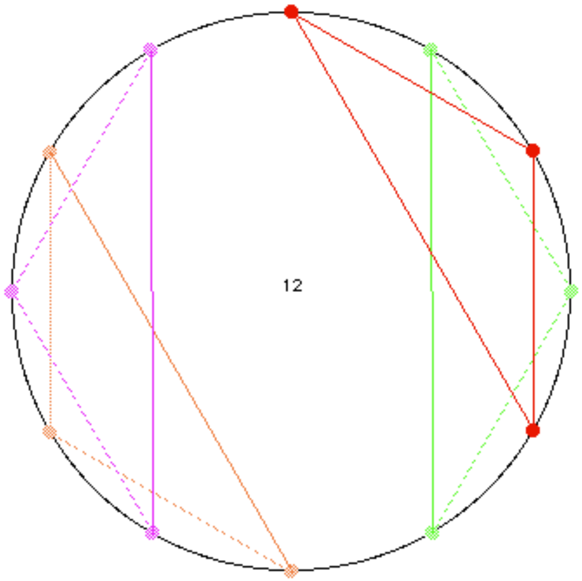
Pattern 8-asymétrique

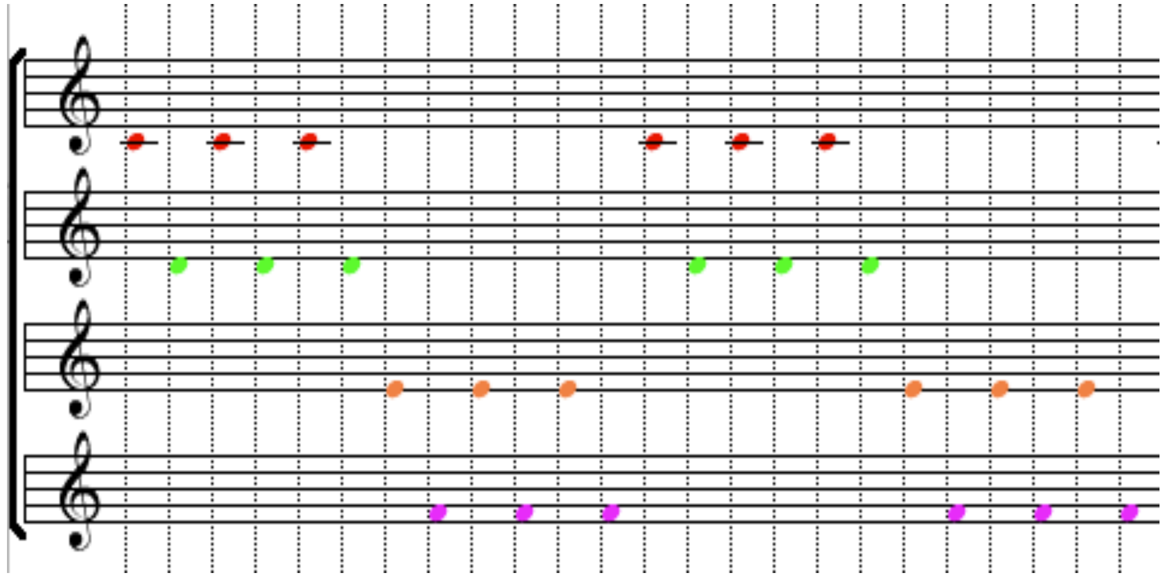
Construction explicite d’un rythme *k*-asymétrique



16-k-asymmetry-canons

Canons mosaïques avec symétrie transpositionnelle

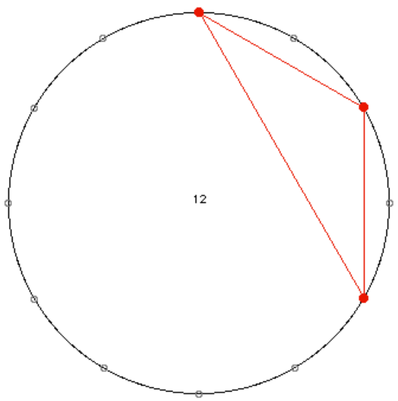


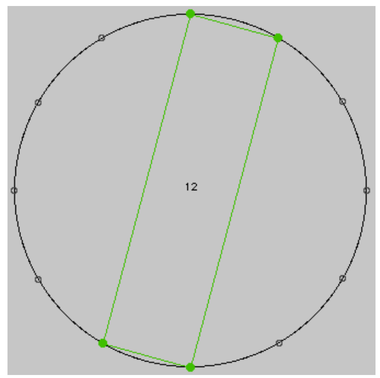


$\mathbf{Z}_{12} = A \oplus B$

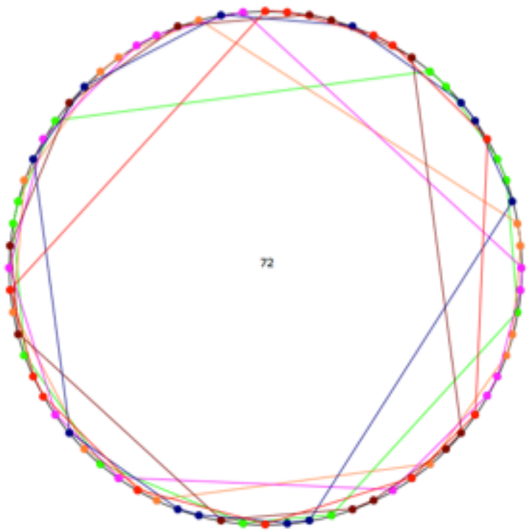
$A = \{0,2,4\}$

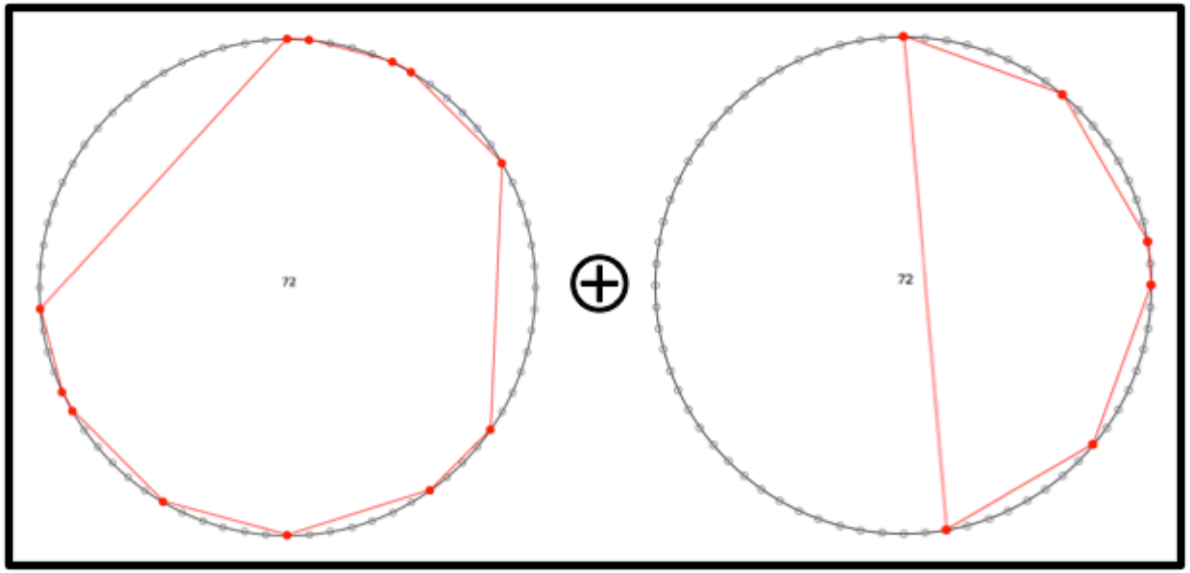
$B = \{0,1,6,7\}$





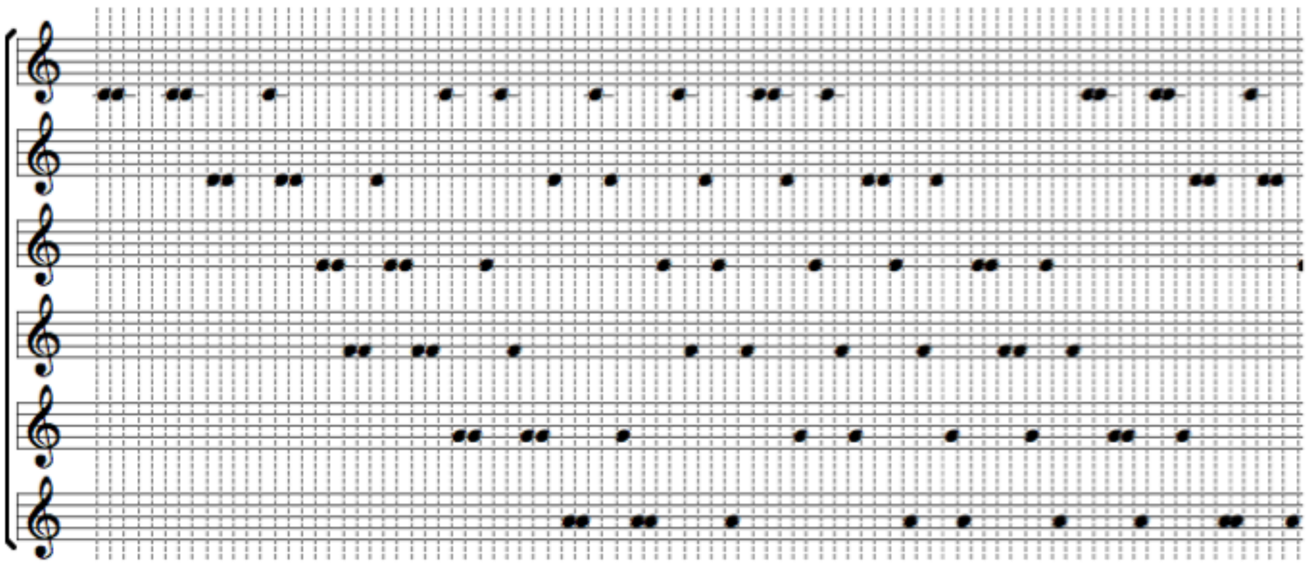
Canons rythmiques mosaïques sans périodicité interne





Dan Vuza

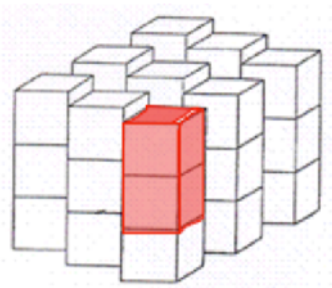
Anatol Vieru



Les canons mosaïques comme problème « mathémusical »

Le problème de Minkowski/Hajos

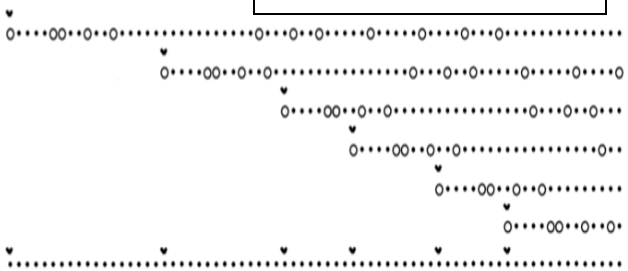
Dans un pavage simple [*simple lattice tiling*] d'un espace à *n* dimensions par des cubes unités, il y a au moins un couple de cubes qui ont en commun une face entière de dimension *n*-1.



Les canons mosaïques de Vieru/Vuza

Un canon de Vuza est une factorisation d'un groupe cyclique en somme directe de deux sous-ensembles non-périodiques

$$\boxed{Z/nZ = R \oplus S}$$



Lien entre Minkowski et Vuza (Andreatta, 1996)

Groupes de Hajós (*good groups*)

Z/*n*Z avec $n \in \{p^\alpha, p^\alpha q, pqr, p^2q^2, p^2qr, pqrs\}$ où p, q, r, s, sont des nombres premiers distincts

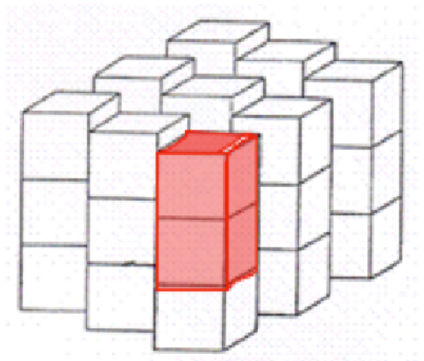
Groupes non-Hajós (*bad groups*)

72
108 120 144 168 180
200 216 240 252 264 270 280 288
300 312 324 336 360 378 392 396
400 408 432 440 450 456 468 480
500 504 520 528 540 552 560 576 588 594
600 612 616 624 648 672 675 680 684 696
700 702 720 728 744 750 756 760 784 792
800 810 816 828 864 880 882 888…

1907-1942 **1991** **1996**

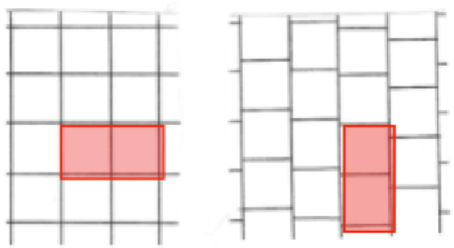
M. Andreatta, « Constructing and Formalizing Tiling Rhythmic Canons: a historical Survey of a "Mathemusical" Problem », Special Issue « Tiling Problems in Music », *Perspectives of New Music*, J. Rahn (ed.), University of Washington, Seattle (2011).

De la Conjecture de Minkowski aux groupes de Hajos



Conjecture de Minkowski (1896/1907)

Dans un pavage simple [simple lattice tiling] d'un espace à n dimensions par des cubes unités, il y a au moins un couple de cubes qui ont en commun une face entière de dimension n-1.



(Cf. S. Stein, S. Szabó : *Algebra and Tiling*, 1994)

Théorème de Hajós (1942)

Soit G un groupe abélien fini et soient $a_1, a_2, \ldots, a_n$ n éléments de G. Si l'on suppose que le groupe admet comme factorisation la somme directe des sous-ensembles $A_1 \ldots A_n$

$$A_1 = \{1, a_1, \ldots, a_1^{m_1-1}\}, A_2 = \{1, a_2, \ldots, a_2^{m_2-1}\}, \ldots, A_n = \{1, a_n, \ldots, a_n^{m_n-1}\}$$

avec $m_i > 0$ pour tout i=1, 2, …, n, alors un des A_i est un groupe

Groupes de Hajos (good groups)

Rédei 1947	**(p, p)**
Hajós 1950	**Z**
	$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ avec $n = p^{\alpha}$
De Brujin 1953	**(p^{α}, q)**
	(p, q, r)
Sands 1957	**(p^2, q^2)**
	(p^2, q, r)
	(p, q, r, s)
Sands 1959	**$(2^2, 2^2)$**
	$(3^2, 3)$
	$(2^n, 2)$
Sands 1962	**$(p, 3, 3)$**
	$(p, 2^2, 2)$
	$(p, 2, 2, 2, 2)$
	$(p^2, 2, 2, 2)$
	$(p^3, 2, 2)$
	$(p, q, 2, 2)$
Sands 1964	**Q**
	$\mathbb{Z}+\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$
	$\mathbb{Q}+\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$

Groupes non Hajos et Canons de Vuza

Groupes non-Hajós (bad groups)

72
108 120 144 168 180
200 216 240 252 264 270 280 288
300 312 324 336 360 378 392 396
400 408 432 440 450 456 468 480
500 504 520 528 540 552 560 576 588 594
600 612 616 624 648 672 675 680 684 696
700 702 720 728 744 750 756 760 784 792
800 810 816 828 864 880 882 888…

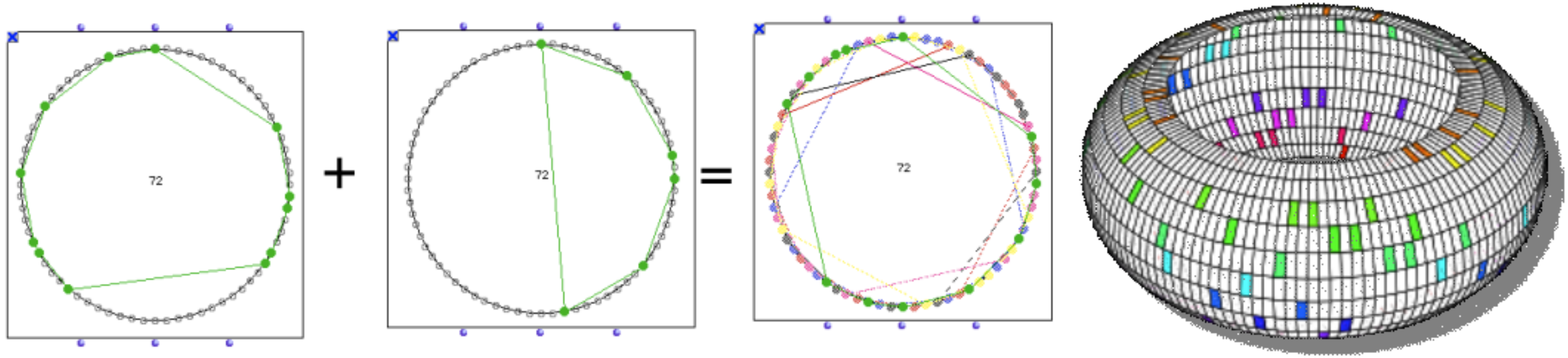
Groupes Hajós (good groups)

Z/*n*Z avec

$n \in \{p^{\alpha}, p^{\alpha}q, pqr, p^2q^2, p^2qr, pqrs\}$

où p, q, r, s, sont des nombres premiers distincts

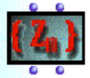
Problème ouvert : Trouver un algorithme qui permet d'obtenir toutes le factorisations d'un groupe cyclique non-Hajos en somme directe de deux sous-ensembles non périodiques (i.e. classifier tous les Canons de Vuza).



Classification « paradigmatique » des canons mosaïques de Vuza

Résultat : uniquement deux « types » de canons différents (à une *transformation affine* près, i.e. $f : \mathbb{Z}_{72} \rightarrow \mathbb{Z}_{72}$ t.q. $f(x)=ax+b$ avec $a \in (\mathbb{Z}_{72})^*$ et $b \in \mathbb{Z}_{72}$

- **R. Tijdeman: "Decomposition of the Integers as a direct sum of two subsets", *Number Theory*, Cambridge University Press, 1995. The fundamental Lemma: *R* pave Z_n => *aR* pave Z_n $<a,n>=1$**



R
(1 3 3 6 11 4 9 6 5 1 3 20)
(20 3 1 5 6 9 4 11 6 3 3 1)
(1 4 1 19 4 1 6 6 7 4 13 6)
(6 13 4 7 6 6 1 4 19 1 4 1)
(1 5 15 4 5 6 6 3 4 17 3 3)
(3 3 17 4 3 6 6 5 4 15 5 1)

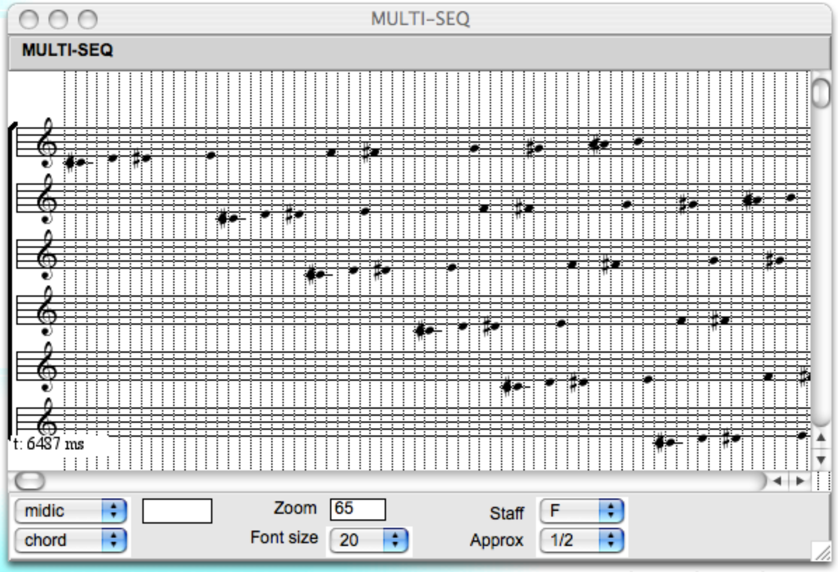
S
(8 8 2 8 8 38)
(16 2 14 2 16 22)
(14 8 10 8 14 18)

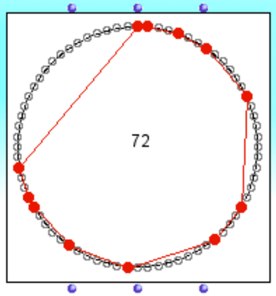
R
(1 3 3 6 11 4 9 6 5 1 3 20)
(1 4 1 19 4 1 6 6 7 4 13 6)
(1 5 15 4 5 6 6 3 4 17 3 3)

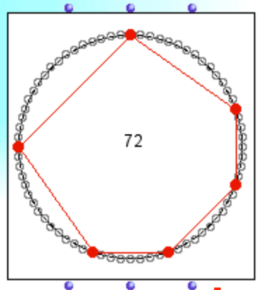
S
(8 8 2 8 8 38)
(16 2 14 2 16 22)
(14 8 10 8 14 18)

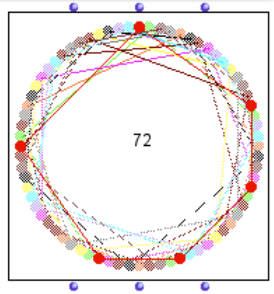
R
(1 3 3 6 11 4 9 6 5 1 3 20)
(1 4 1 19 4 1 6 6 7 4 13 6)

S
(14 8 10 8 14 18)









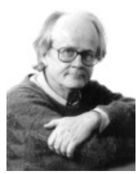
Z/72Z =R⊕S

Collection « Musique/ Sciences » (dir. J.-M. Bardez & M. Andreatta)

F. Lévy

G. Bloch

M. Lanza



T. Johnson

1999

18-Catalogue-Z72

Conjecture spectrale et problème de Minkowski/Hajos

La conjecture de Fuglede

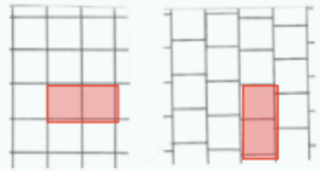
Un sous-ensemble de R^n pave par translation *ssi* il est spectral (i.e. il admet une décomposition hilbertienne d'exponentiels complexes)

***J. Func. Anal.* 16, 1974.**

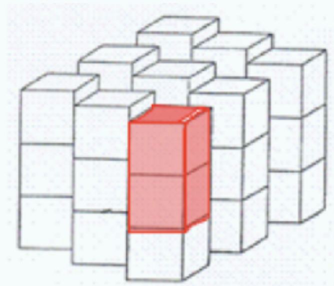
Fausse en dim. $n \geq 3$
Ouverte en dim. 1 et 2

?

Le problème de Minkowski/Hajos



Dans un pavage simple [*simple lattice tiling*] d'un espace à *n* dimensions par des cubes unités, il y a au moins un couple de cubes qui ont en commun une face entière de dimension *n*-1.



DEFINITION 6 *A subset A of some vector space (say $\mathbb{R}^n$) is spectral iff it admits a Hilbert base of exponentials, i.e. if any map $f \in L^2(A)$ can be written*

$$f(x) = \sum f_k \exp(2i\pi\lambda_k.x)$$

for some fixed family of vectors $(\lambda_k)_{k\in\mathbb{Z}}$ where the maps $e_k : x \mapsto \exp(2i\pi\lambda_k.x)$ are mutually orthogonal (i.e. $\int_A \overline{e_k} e_j = 0$ whenever $k \neq j$).

(M. Andreatta et C. Agon, eds 2009)

Conjecture spectrale et canons de Vuza

La conjecture de Fuglede

Un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ pave par translation *ssi* il est spectral (i.e. il admet une décomposition hilbertienne d'exponentiels complexes)

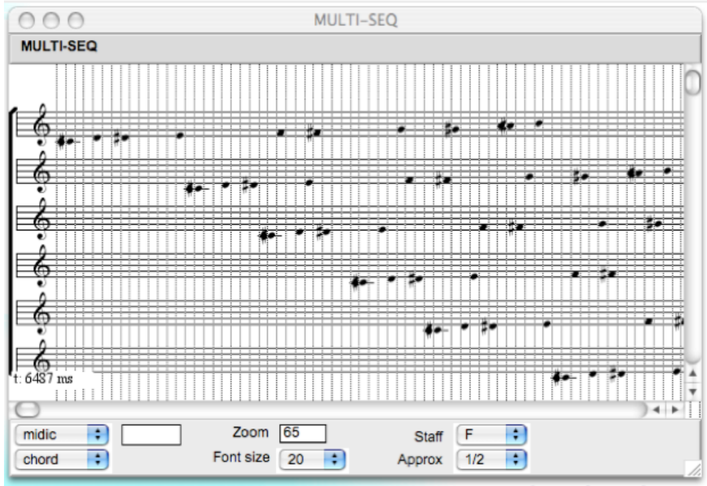
J. Func. Anal. 16, 1974.

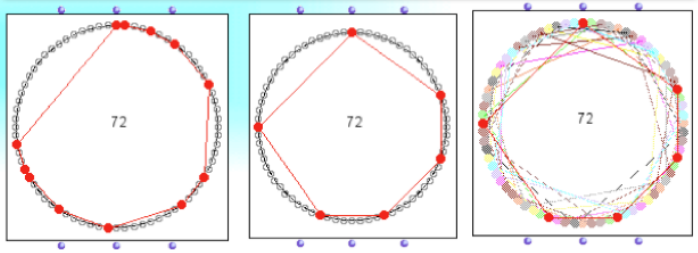
Fausse en dim. $n \geq 3$
Ouverte en dim. 1 et 2

Canons de Vuza de période *n*

- $n = p_1 p_2 n_1 n_2 n_3$
- $< p_1 n_1, p_2 n_2 > = 1$
- $n_3 > 1$

72
108 120 144 168 180
200 216 240 252 264 270 280 288
300 312 324 336 360 378 392 396
400 408 432 440 450 456 468 480
500 504 520 528 540 552 560 576 588 594
600 612 616 624 648 672 675 680 684 696
700 702 720 728 744 750 756 760 784 792
800 810 816 828 864 880 882 888…

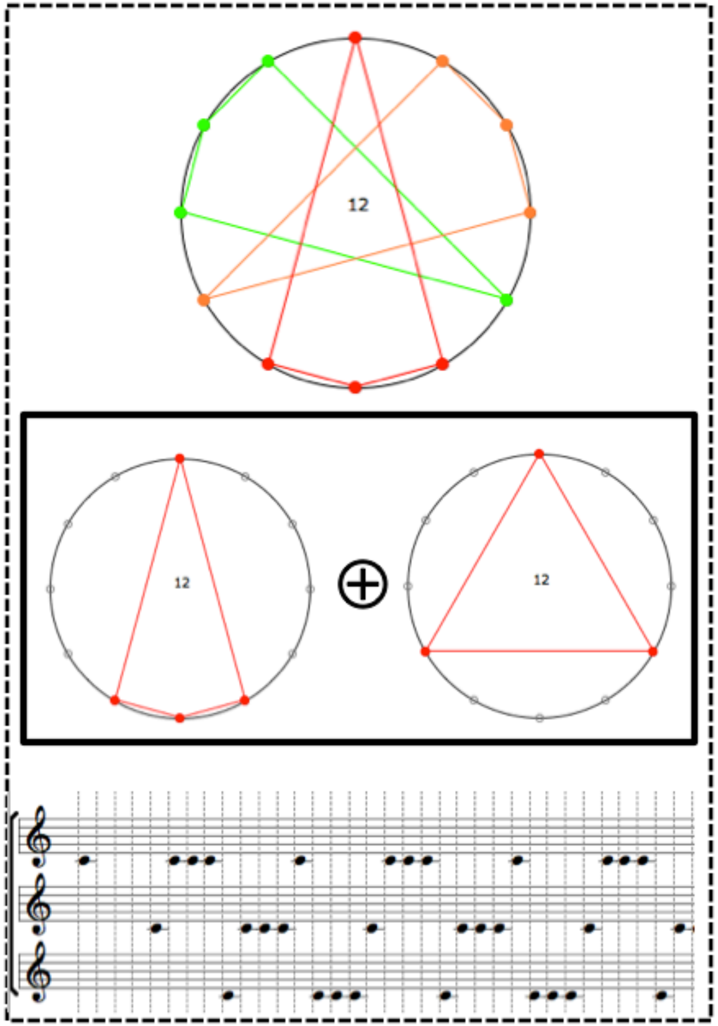




Résultat (Amiot 2009) :
Si *A* pave mais il n'est pas spéctral
=> *A* est le rythme d'un canon de Vuza

Problème ouvert : Trouver un algorithme qui permet d'obtenir toutes le factorisations d'un groupe cyclique non-Hajos en somme directe de deux sous-ensembles non périodiques

Representation polynômiale



$$\mathbb{Z}_n \longleftrightarrow 1 + X + X^2 + \ldots + X^{n-1}$$

$$A=\{0,5,6,7\} \longleftrightarrow A(X)=1 + X^5 + X^6 + X^7$$

$$B=\{0,4,8\} \longleftrightarrow B(X)=1 + X^4 + X^8$$

$$\boxed{\Delta_{12} = 1 + X + \ldots + X^{11} = A(X)\times B(X) \bmod X^{12}-1}$$

Conjecture spectrale et canons de Vuza

La conjecture de Fuglede

Un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$ pave par translation *ssi* il est spectral (i.e. il admet une décomposition hilbertienne d'exponentiels complexes)

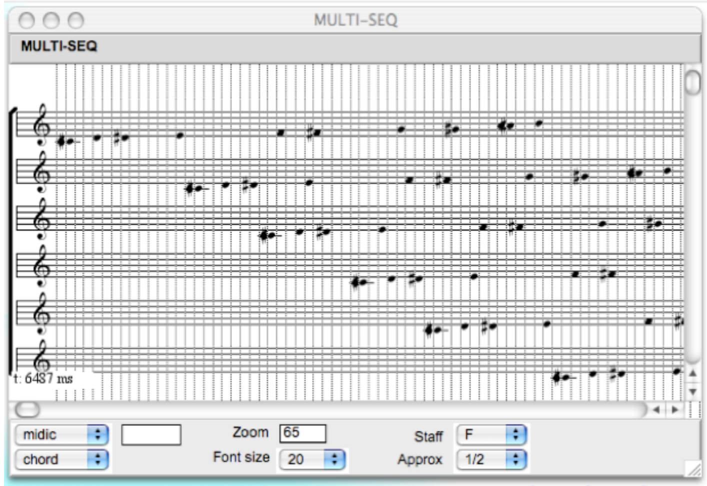
J. Func. Anal. 16, 1974.

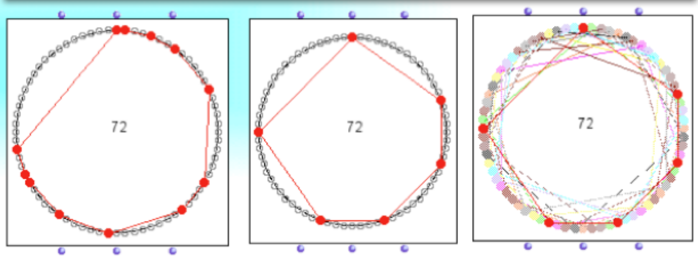
Fausse en dim. $n \geq 3$
Ouverte en dim. 1 et 2

Canons de Vuza de période n

- $n = p_1 p_2 n_1 n_2 n_3$
- $<p_1 n_1, p_2 n_2> = 1$
- $n_3 > 1$

72
108 120 144 168 180
200 216 240 252 264 270 280 288
300 312 324 336 360 378 392 396
400 408 432 440 450 456 468 480
500 504 520 528 540 552 560 576 588 594
600 612 616 624 648 672 675 680 684 696
700 702 720 728 744 750 756 760 784 792
800 810 816 828 864 880 882 888…





Résultat (Amiot 2009) :
Si A pave mais il n'est pas spéctral
=> A est le rythme d'un canon de Vuza

Problème ouvert : Trouver un algorithme qui permet d'obtenir toutes le factorisations d'un groupe cyclique non-Hajos en somme directe de deux sous-ensembles non périodiques

Transformée de Fourier discrète et pavage

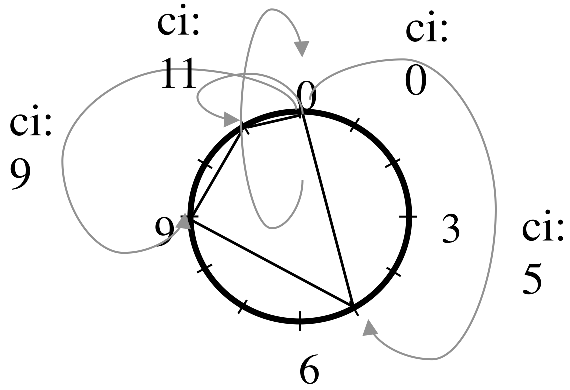
TILING

Let $Z_A = \{ t \in \mathbb{Z}_c,\ F_A(t)=0 \}$

A tiles $\mathbb{Z}_c$ when equivalently:

- There exists B, $A \oplus B = \mathbb{Z}_c$
- $1_A \star 1_B = 1$
- $F_A \times F_B\,(t) = 1 + e^{-2i\pi t/c} + \dots e^{-2i\pi t(c-1)/c}$ (0 unless t=0)
- $Z_A \cup Z_B = \{1, 2 \dots c-1\}$ AND Card A × Card B = c
- $IC_A \star IC_B = IC(\mathbb{Z}_c) = c$ and Card A × Card B = c

$$\mathcal{F}_A : t \mapsto \sum_{k \in A} e^{-2i\pi kt/c}$$



$A = \{0, 5, 9, 11\}$

$IC_A(k) = 1\ \forall\, k = 1 \dots 11$

$$IC_A(k) = \mathrm{Card}\{(x, y) \in A \times A \mid x + k = y\}$$

$$IC_A(k) = (1_A \star 1_{-A})(k)$$

E. Amiot, « New Perspectives on Rhythmic Canons and the Spectral Conjecture », *Journal of Mathematics and Music*, 2009.

Homométrie et canons rythmiques mosaïques

Tiling

Let $Z_A = \{ t \in \mathbb{Z}_c,\ F_A(t)=0 \}$

A tiles $\mathbb{Z}_c$ when equivalently:

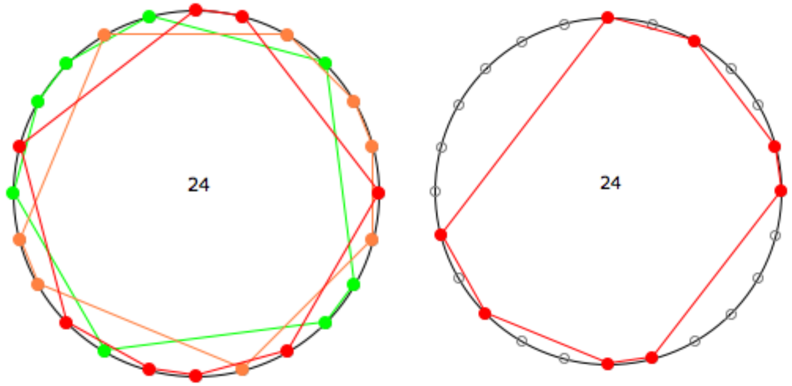
- There exists B, $A \oplus B = \mathbb{Z}_c$
- $1_A \star 1_B = 1$
- $F_A \times F_B\,(t) = 1 + e^{-2i\pi t/c} + \dots e^{-2i\pi t(c-1)/c}$ (0 unless t=0)
- $Z_A \cup Z_B = \{1,2 \dots c-1\}$ AND Card A × Card B = c
- $IC_A \star IC_B = IC(\mathbb{Z}_c)=c$ and Card A × Card B = c

$$\mathcal{F}_A : t \mapsto \sum_{k\in A} e^{-2i\pi kt/c}$$

$$IC_A(k) = (1_A \star 1_{-A})(k)$$

A musical offering:

Theorem:
If A tiles with B and A' has the same IC, then A' tiles with B, too.



E. Amiot, « New Perspectives on Rhythmic Canons and the Spectral Conjecture », *JMM*, 2009.

Pavages et homométrie

Tiling

Let $Z_A = \{ t \in \mathbb{Z}_c,\ F_A(t)=0 \}$

A tiles $\mathbb{Z}_c$ when equivalently:

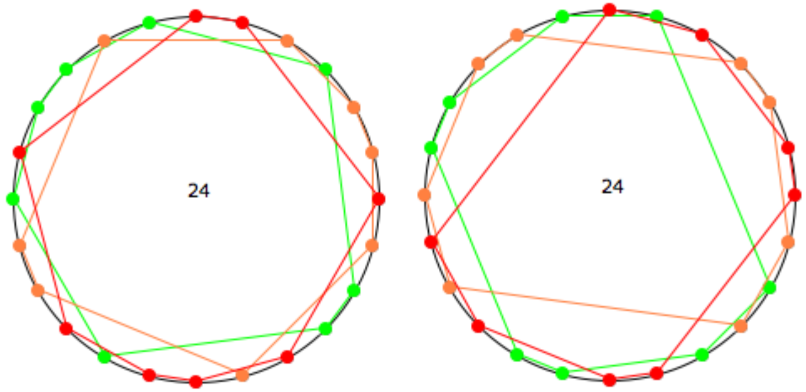
- There exists B, $A \oplus B = \mathbb{Z}_c$
- $1_A \star 1_B = 1$
- $F_A \times F_B\ (t) = 1 + e^{-2i\pi t/c} + \ldots\ e^{-2i\pi t(c-1)/c}$ (0 unless t=0)
- $Z_A \cup Z_B = \{1,2 \ldots c\text{-}1\}$ AND Card A × Card B = c
- $IC_A \star IC_B = IC(\mathbb{Z}_c)=c$ and Card A × Card B = c

$$\mathcal{F}_A : t \mapsto \sum_{k \in A} e^{-2i\pi kt/c}$$

$$IC_A(k) = (1_A \star 1_{-A})(k)$$

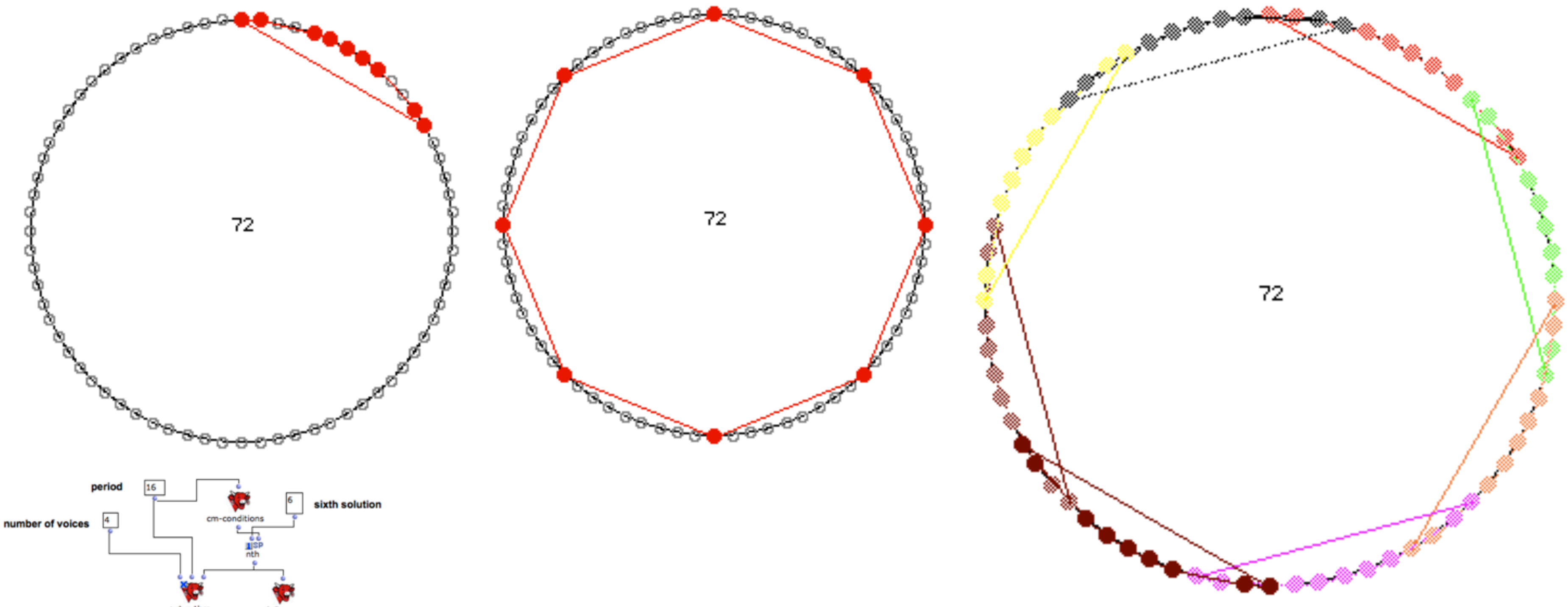
A musical offering:

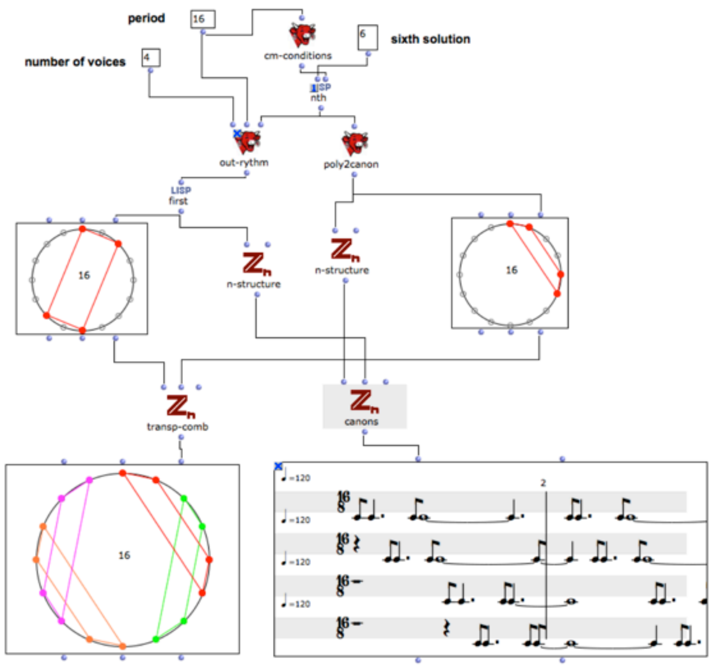
- ***Theorem***:
  If A tiles with B and A' has the same IC, then A' tiles with B, too.



E. Amiot, « New Perspectives on Rhythmic Canons and the Spectral Conjecture », *JMM*, 2009.

La famille des « canons cyclotomiques »



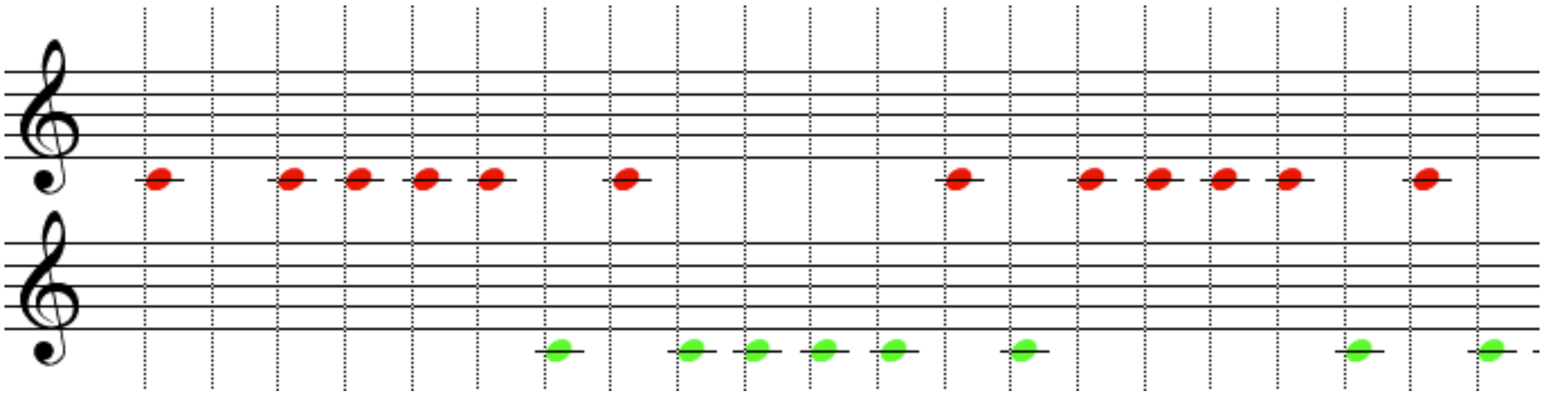


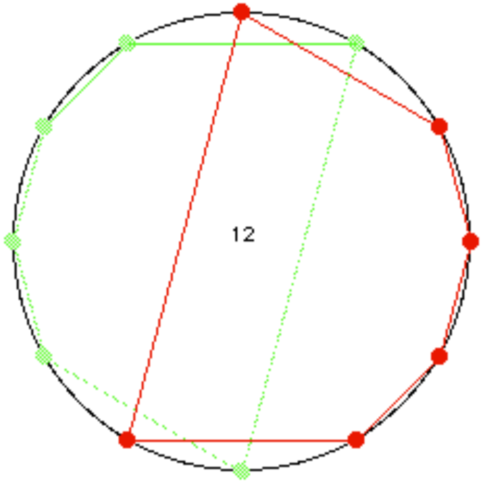
• E. Amiot, M. Andreatta, C. Agon, « Tiling the (musical) line with polynomial: some theoretical and implementational aspects », *ICMC*, Barcelona, 2005, 227-230
• C. Agon, M. Andreatta, «Modelling and Implementing Tiling Rhythmic Canons in OpenMusic Visual Programming Language », Perspectives of New Music, Special Issue, vol. 1-2, n° 49.

➔ 

20-Canons-Cyclo

Canons mosaïques par translation et augmentation



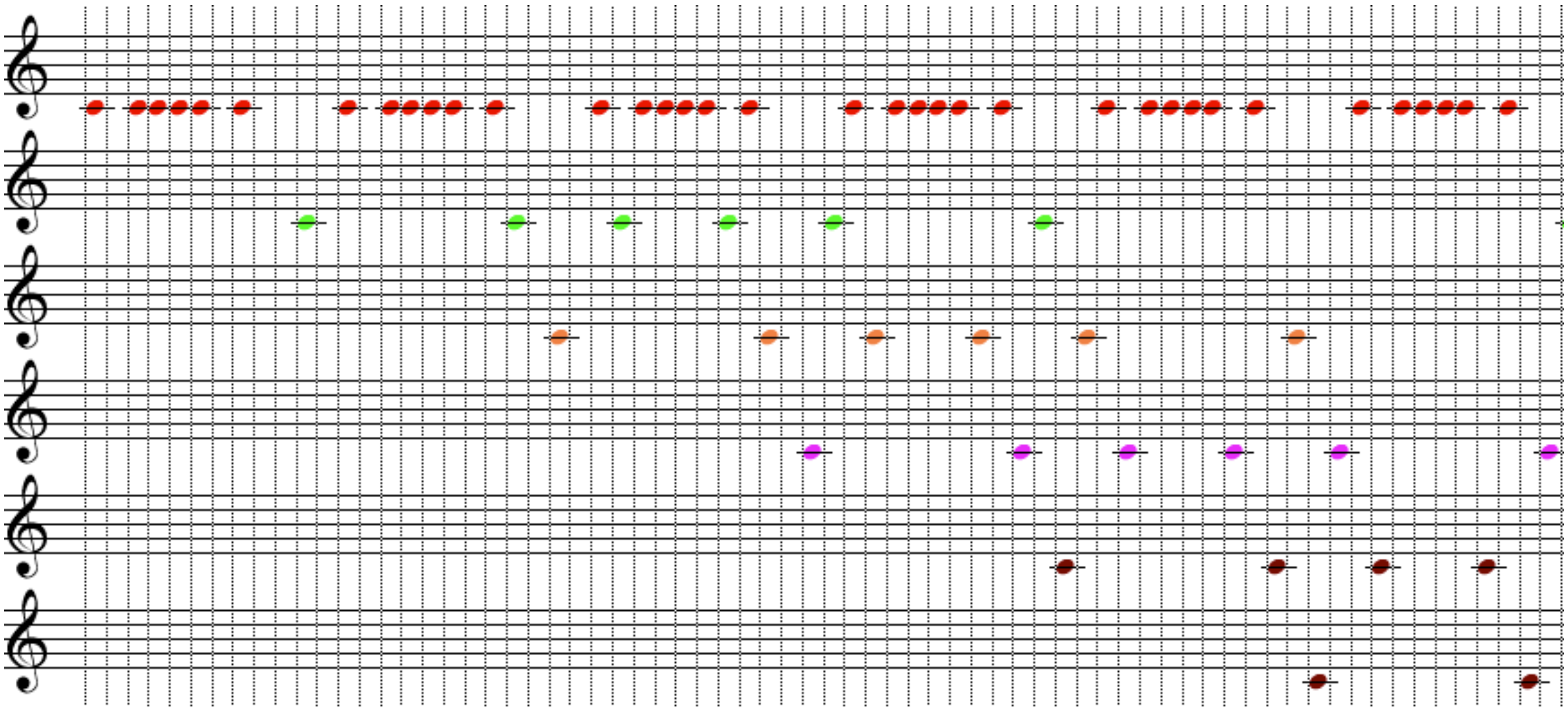



```
(((0 1 2 3 4 6) ((1 11)))
((0 1 2 3 4 5) ((1 11) (1 1)))
((0 1 2 3 5 7) ((1 11) (1 7)))
((0 1 3 4 7 8) ((1 5)))
((0 1 2 3 6 7) ((1 11)))
((0 1 3 4 6 9) ((1 11) (1 5)))
((0 1 3 6 7 9) ((1 11) (1 5)))
((0 1 2 6 7 8) ((1 11) (1 7) (1 5) (1 1)))
((0 1 4 5 8 9) ((1 11) (1 7) (1 5) (1 1)))
((0 1 2 5 6 7) ((1 7) (1 5)))
((0 2 3 4 5 7) ((1 11) (1 7) (1 5) (1 1)))
((0 1 4 5 6 8) ((1 11) (1 7)))
((0 1 2 4 5 7) ((1 5)))
((0 1 3 4 5 8) ((1 5) (1 1)))
((0 1 2 4 5 8) ((1 11)))
((0 1 2 4 6 8) ((1 11) (1 7)))
((0 2 3 4 6 8) ((1 11)))
((0 2 4 6 8 10) ((1 11) (1 7) (1 5) (1 1))))
```

21-Augmented-Canons

Augmented Tiling Canons ou l'action du groupe affine

(en collaboration avec Thomas Noll)

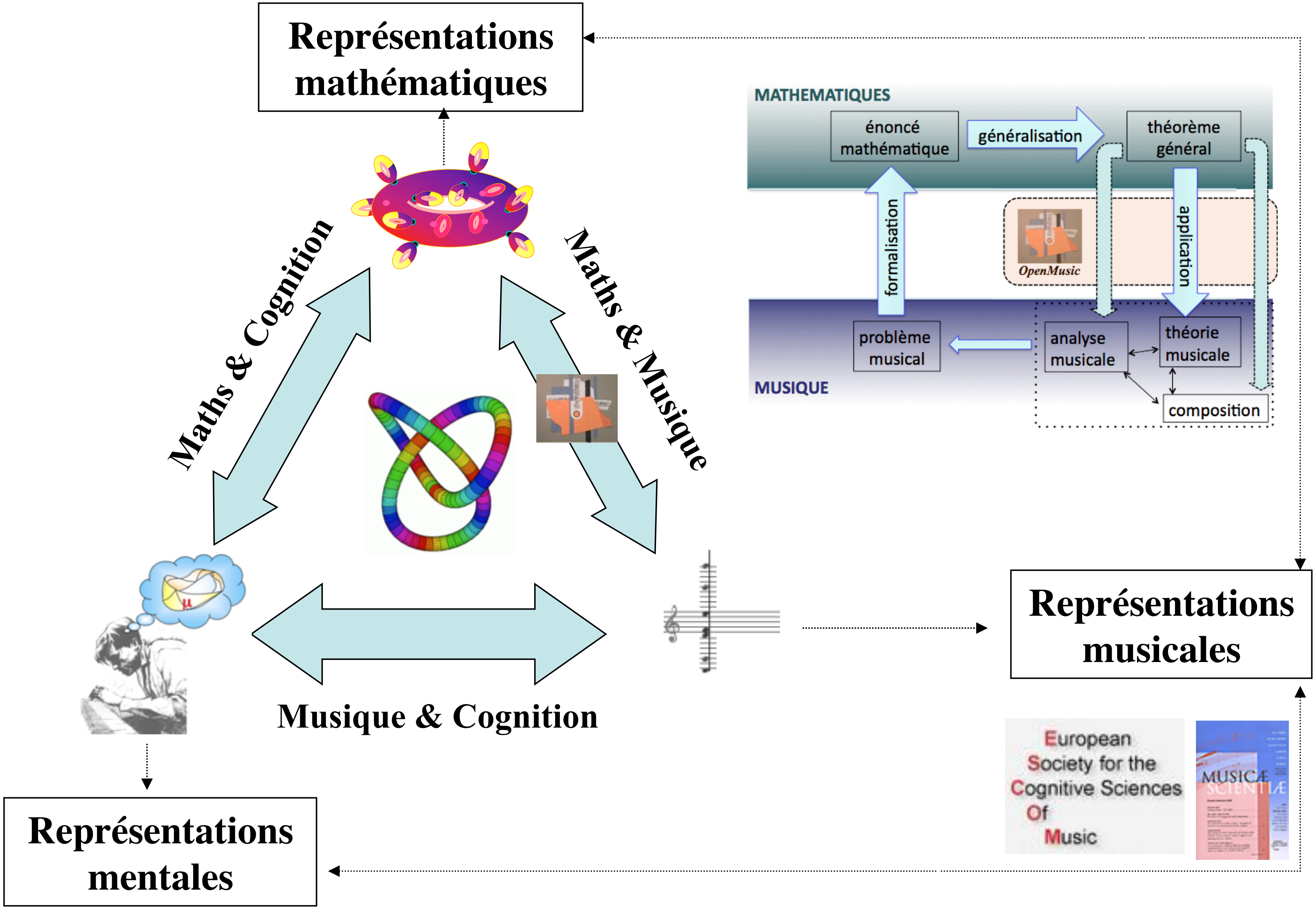


➔ 

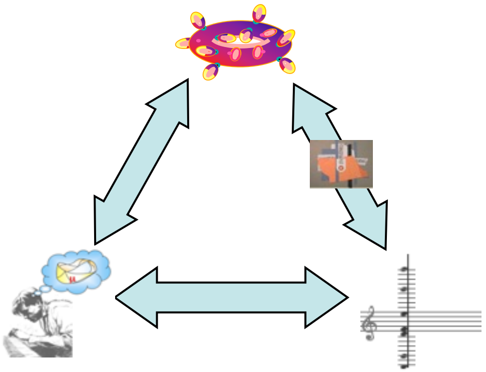
22-Augmented-Canons

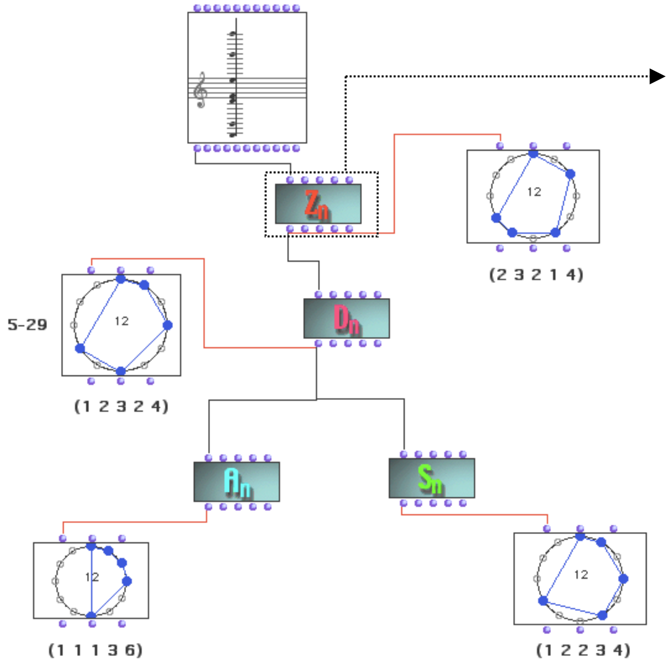
Quelle est la place de la cognition ?

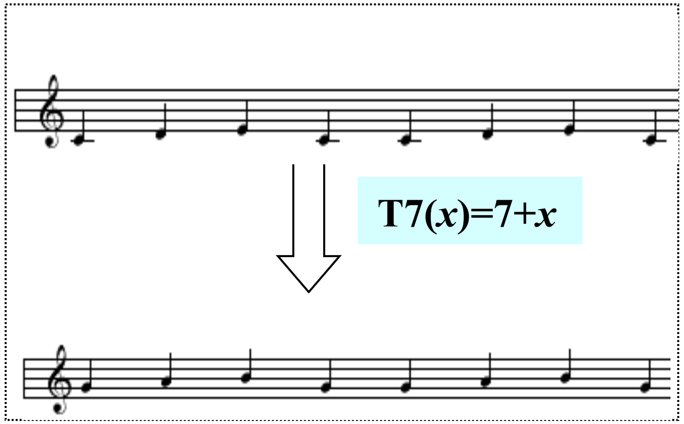
http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/mamux/Cognition.html



Approche paradigmatique et perception







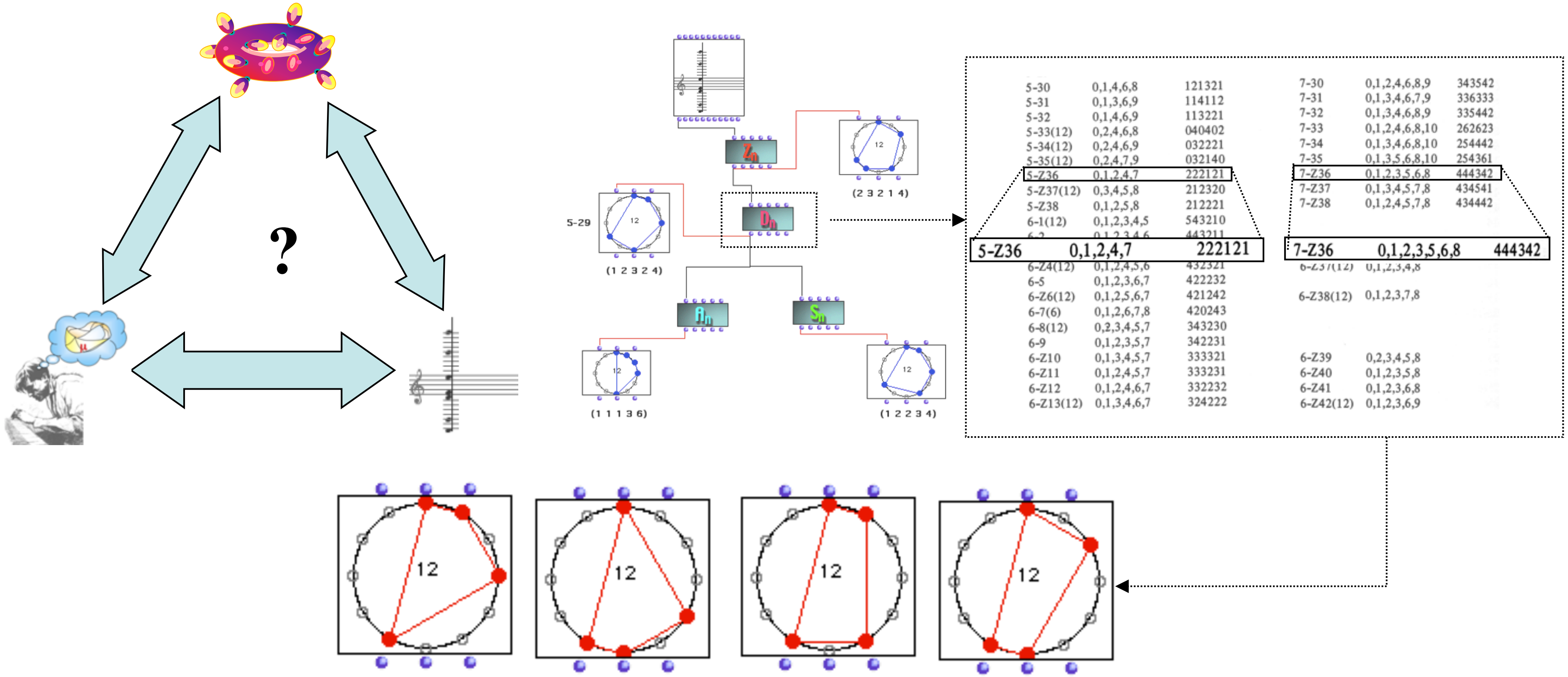
The nature of a given geometry is […] defined by the *reference* to a determinate group and the way in which spatial forms are related within that type of geometry. [*Cf. Felix Klein Erlangen Program - 1872*][…] We may raise the question whether there are any concepts and principles that are, although in different ways and different degrees of distinctness, necessary conditions for both the *constitution* of the perceptual world and the construction of the universe of geometrical thought. It seems to me that the concept of group and the concept of invariance are such principles.

E. Cassirer : « The concept of group and the theory of perception », 1944

Felix Klein

Ernst Cassirer

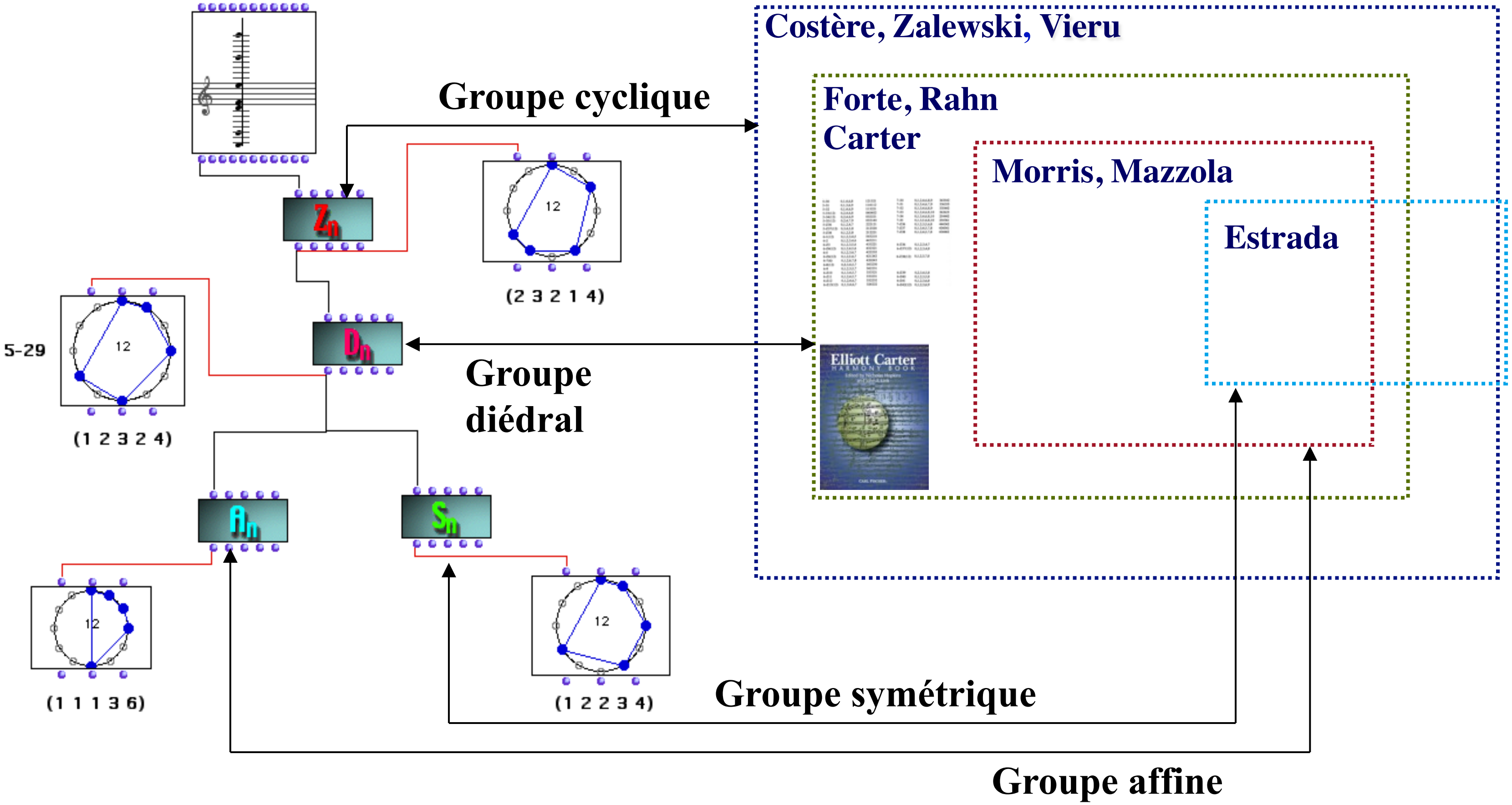
Approches « set-théoriques » et perception musicale



« Trained musicians rated the similarity of 24 instances of set classes [0137/0467] and [0157/0267] at three different transposition levels and two different spacing types. […] The results are consistent with the hypothesis that even musicians with significant experience of atonal music do not use the equivalence relation TnI in making similarity judgments »

Art Samplaski, « The Relative Perceptual Salienece of Tn and TnI », *MP*, 21(4), 2004

Architecture paradigmatique et dualité objectale/opératoire



« [C'est la notion de groupe qui] donne un sens précis à l'idée de structure d'un ensemble [et] permet de déterminer les éléments efficaces des transformations en réduisant en quelque sorte à son schéma opératoire le domaine envisagé. […]L'objet véritable de la science est le système des relations et non pas les termes supposés qu'il relie. […] Intégrer les résultats - symbolisés - d'une expérience nouvelle revient […] à créer un canevas nouveau, un groupe de transformations plus complexe et plus compréhensif »

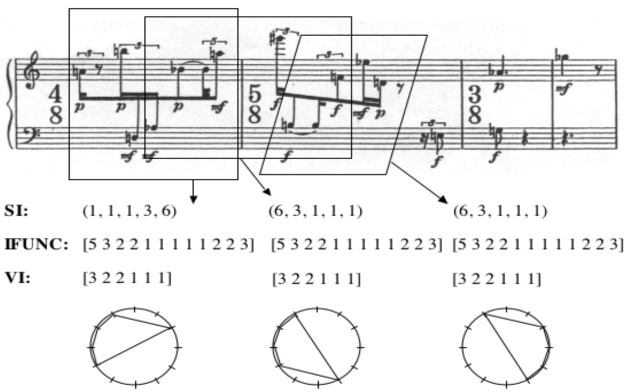
G.-G. Granger

G.-G. Granger : « Pygmalion. Réflexions sur la pensée formelle », 1947

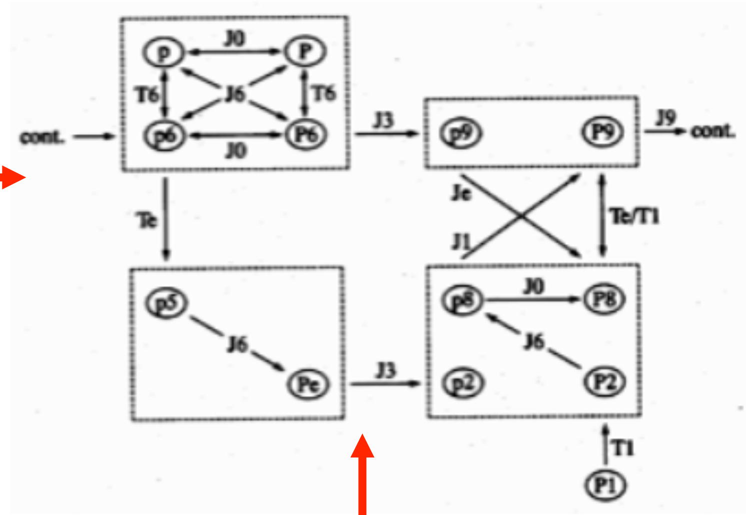
Progression transformationnelle *vs* réseau transformationnel

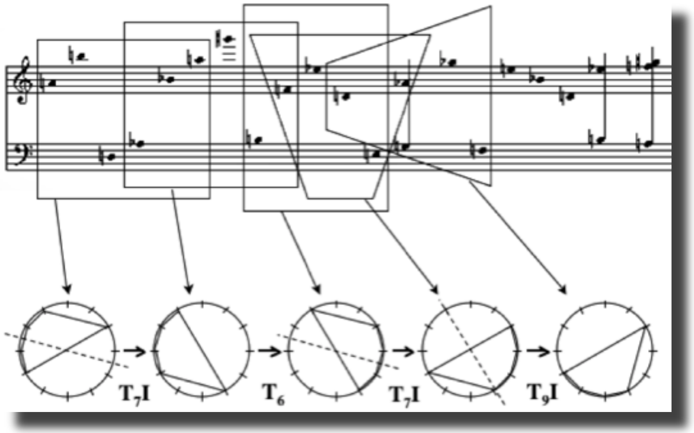
« Group Theory has emerged as a powerful tool for analyzing cognitive structure. The number of cognitive disciplines using group theory is now enormous. The power of group theory lies in its ability to identify organization, and to express organization in terms of **generative actions that structure a space** »

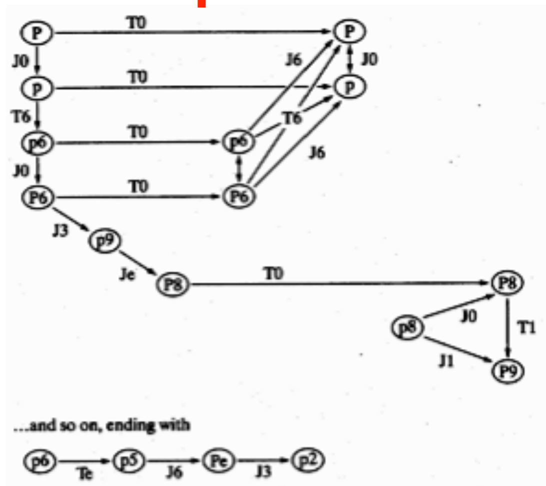
Michael Leyton, The International Society for Group Theory in Cognitive Science



?



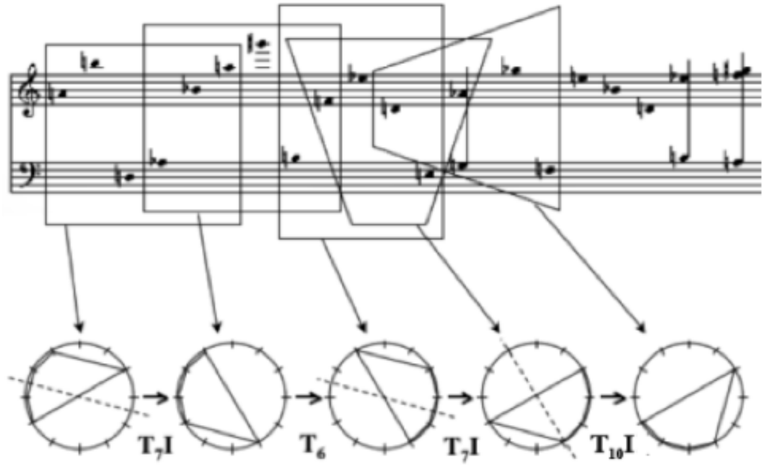


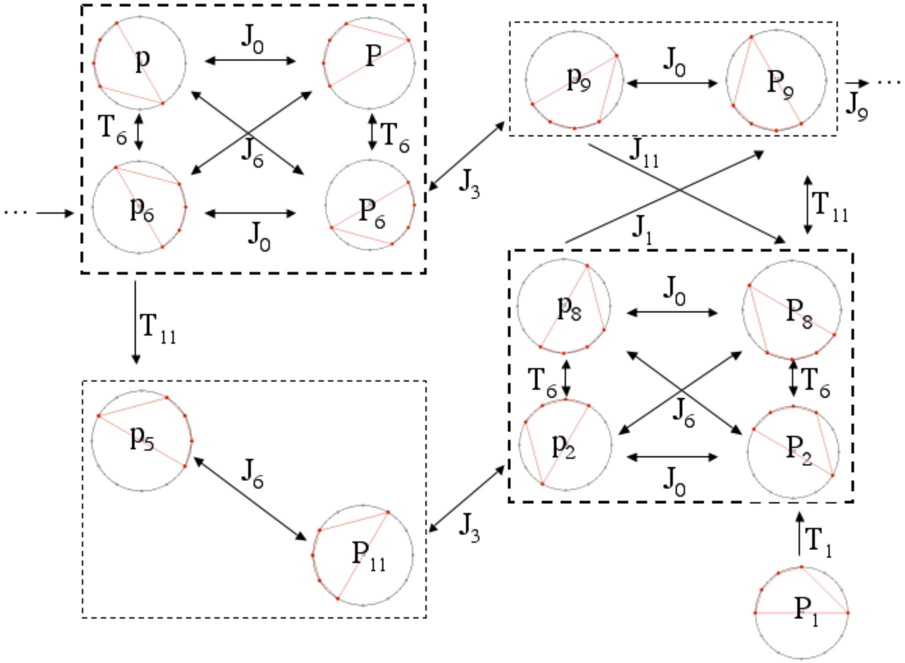


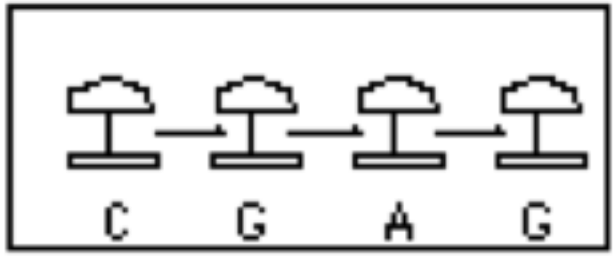
Example 2.4. A network whose left-to-right layout reflects the chronological progress of the piece through P/p forms.

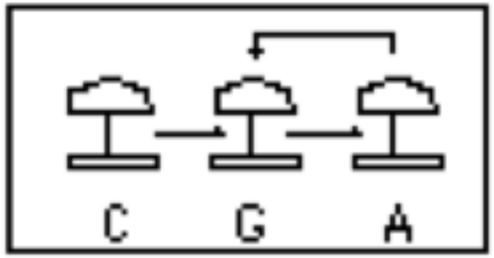
Réseau transformationnel et cognition (musicale)

Bamberger, J. (1986). Cognitive issues in the development of musically gifted children. In *Conceptions of giftedness (eds., R. J. Sternberg, & J. E. Davidson), pp. 388-413. Cambridge University Press, Cambridge*









Bamberger, J. (2006). "What develops in musical development?" In G. MacPherson (ed.) *The child as musician: Musical development from conception to adolescence.* Oxford, U.K. Oxford University Press.

Réseau transformationnel et cognition/perception musicales

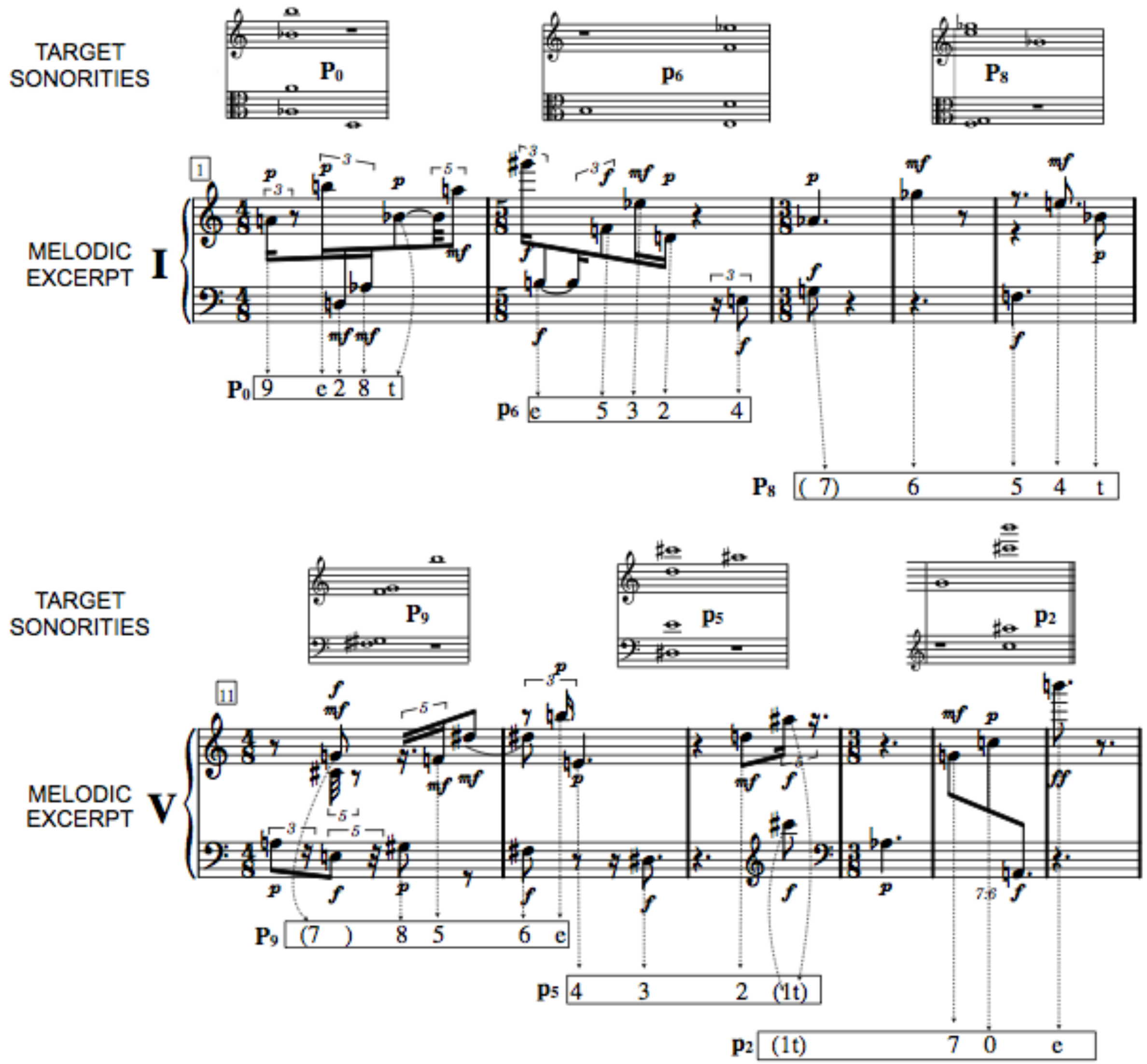


FIGURE 5. Six target sonorities used for Phase I pitch-detection tasks (circled in dashed-line boxes): Single Pentachords appeared in form of either 'st' or 'ts' according to Lewin's ear-training aid (*MFT*, Example 2.7, p. 42). Their corresponding melodies are either Excerpt I or V.

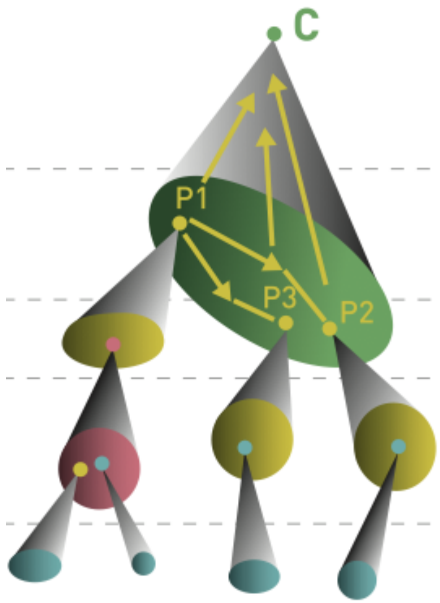
De Piaget aux Systèmes évolutifs à mémoire

« La théorie des catégories est une théorie des constructions mathématiques, qui est macroscopique, et procède d'étage en étage. Elle est un bel exemple d'abstraction réfléchissante, cette dernière reprenant elle-même un principe constructeur présent dès le stade sensori-moteur. Le style catégoriel qui est ainsi à l'image d'un aspect important de la genèse des facultés cognitives, est un style adéquat à la description de cette genèse »

J. Piaget

Jean Piaget, Gil Henriques et Edgar Ascher, *Morphismes et Catégories. Comparer et transformer*, 1990

« […]L'émergence d'une œuvre d'art est l'expression d'une dynamique se développant dans un système hiérarchique de complexité croissante à multiples temporalités. Notamment, dans le cadre de notre modèle mathématique « les systèmes évolutifs à mémoire » (SEM), nous analysons l'existence d'objets multiformes émergeant dans le système sociétal d'un « monde artistique »; il pourrait s'agir de courants artistiques, issus de mouvements de pensée, de mouvements sociaux, culturels, scientifiques, technologiques. »
(Colloque « Complexité dan les sciences et dans les arts », Ircam, 8-19 juin 2009)



A. Ehresmann et J.-P. Vanbremeersch, « Petite mathématique de la création », *L'étincelle*, n° 6, novembre 2009

Vers une « algèbre des objets mentaux » (Changeux) en musique

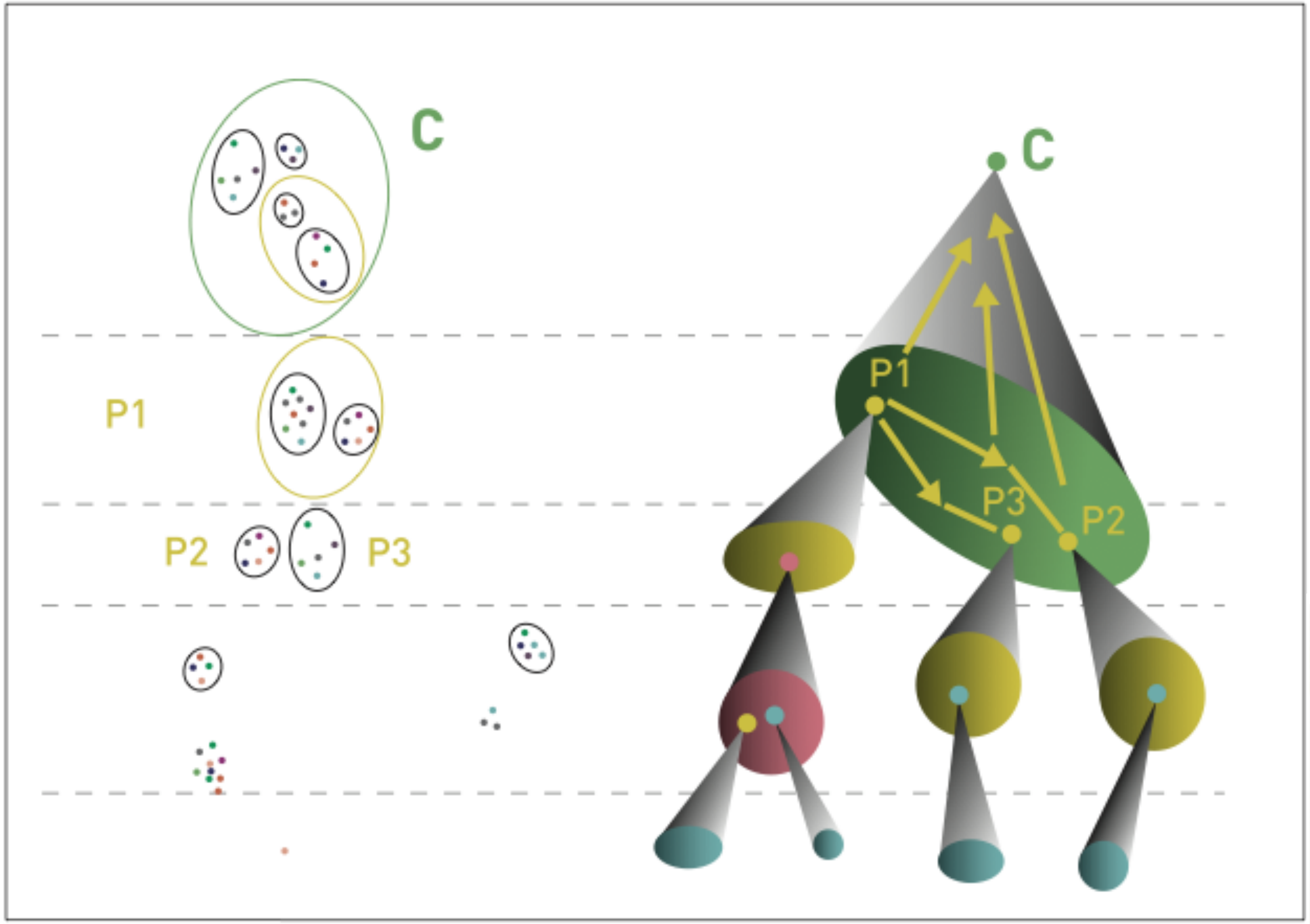
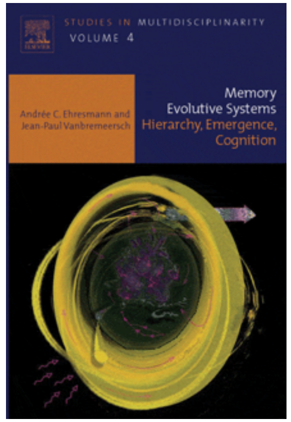


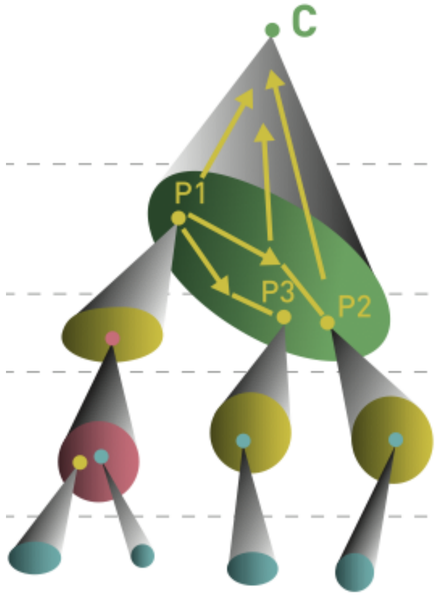
FIGURE 1 : À GAUCHE, FORMATION PROGRESSIVE D'UN OBJET COMPLEXE C PAR RECOLLEMENT D'OBJETS PLUS SIMPLES. À DROITE MODÈLE CATÉGORIQUE DE LA RAMIFICATION DE C, DÉPLOYÉE « DE HAUT EN BAS ».

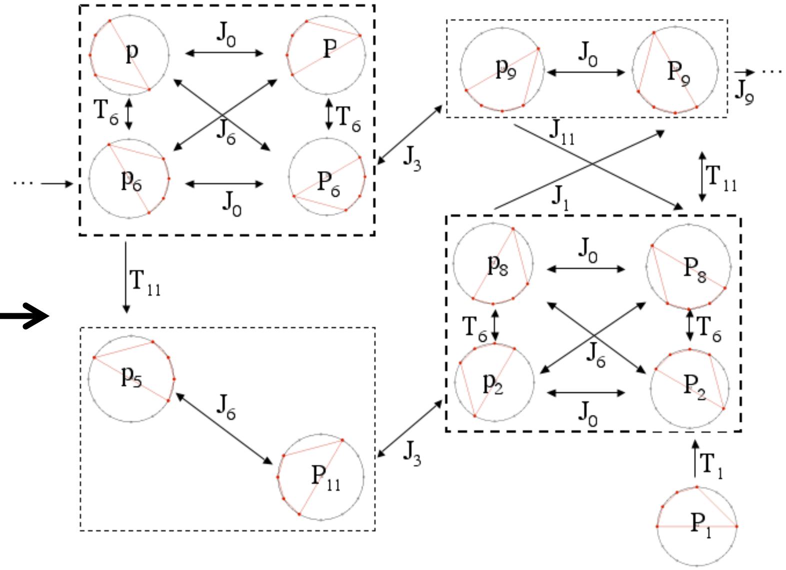


PORTRAIT DE DORA MAAR
PABLO PICASSO
HUILE SUR TOILE, 1937
© SUCCESSION
PICASSO 2009

A. Ehresmann et J.-P. Vanbremeersch, « Petite mathématique de la création », *L'étincelle*, n° 6, novembre 2009

Vers une explication catégorielle de la perception musicale ?





- G. S. Halford & W. H. Wilson, "A Category Theory Approach to Cognitive Development", *Cognitive Psychology*, 12, 1980
- J. Macnamara & G. E. Reyes, *The Logical Foundation of Cognition*, OUP, 1994
- A. Ehresmann, J.-P Vanbremeerch, *Memory Evolutive Systems, Hierarchy, Emergence, Cognition*, 2007
- …
- S. Phillips, W. H. Wilson, "Categorical Compositionality: A Category Theory Explanation for the Systematicity of Human Cognition", PLoS Comp. Biology, 6(7), July 2010