La musique mise en algèbre

Moreno Andreatta et Carlos Agon

La musique du XX^e siècle se comprend mieux avec les mathématiques et notamment avec la théorie des groupes. Ce sont des concepts abstraits, Pourtant, ces structures seraient inhérentes à notre cerveau.

L'ESSENTIEL

- ✔ La musique du XX^e siècle, notamment la musique sérielle, obéit à des règles mathématiques dont la connaissance facilite notablement l'analyse des compositions.
- ✔ Au cœur de ces règles mathématiques, on trouve le concept de groupes et diverses transformations, notamment des symétries.
- ✔ Selon certains, cette structure mathématique serait naturelle et préexisterait dans notre cerveau, ce qui ouvrirait de nouvelles perspectives pour étudier la perception musicale.

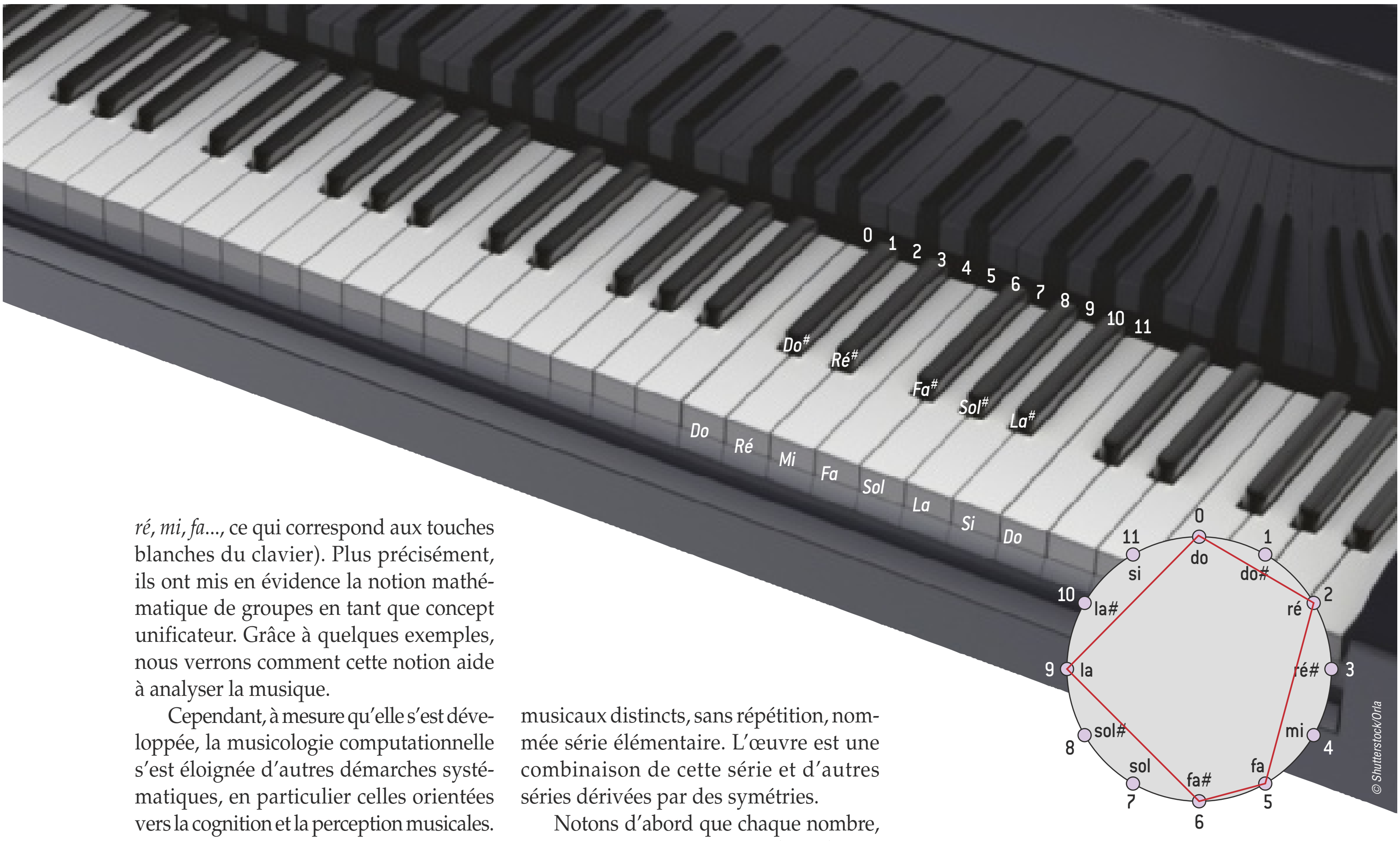
En 1739, le mathématicien suisse Leonhard Euler (1707-1783) publie son *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae* (Essai d'une nouvelle théorie de la musique, exposée en toute clarté selon les principes de l'harmonie les mieux fondés) dans lequel il souhaite expliquer pourquoi la musique apporte du plaisir. Selon lui, l'élément clef est la perfection, qu'il recherche dans les rapports de nombres représentant les accords.

Euler est l'un des nombreux mathématiciens qui se sont intéressés à la musique depuis Pythagore jusqu'à nos jours. Depuis une dizaine d'années, l'étude des relations entre mathématiques et musique a connu de nombreux développements et la communauté des mathématiciens et informaticiens et celle des musicologues et musiciens y portent un intérêt croissant.

Ce nouveau champ de recherche, dont l'informatique a été l'un des catalyseurs, a accompagné et parfois accéléré la transformation de la musicologie en une discipline systématique, jusqu'à donner naissance à un nouveau champ d'études, la « musicologie computationnelle ». Il s'agit d'analyser les œuvres musicales de façon à mettre en évidence les structures mathématiques sous-jacentes. Nous nous intéresserons ici plus particulièrement à la formalisation algébrique de la musique du XX^e siècle. L'utilisation des méthodes algébriques en musique met en œuvre trois aspects souvent liés, à savoir les aspects théoriques et analytiques, qui nous intéresseront ici, ainsi que ceux d'aide à la composition, que nous ne développerons pas.

La « trinité » algébrique

Trois compositeurs et théoriciens sont emblématiques de cette réflexion théorique sur la musique : l'Américain Milton Babbitt aux États-Unis, le Grec Iannis Xenakis (1922-2001) en Europe occidentale et le Roumain Anatol Vieru (1926-1998) en Europe de l'Est. Tous les trois sont arrivés, presque au même moment et d'une façon indépendante, à la découverte du caractère algébrique du tempérament égal, c'est-à-dire que dans une gamme, chaque note est séparée de sa voisine par un demi-ton (*do*, *do*#, *ré*, *ré*#, *mi*, *fa*..., soit une gamme à 12 demi-tons, ce qui diffère notablement de la gamme dite diatonique à 7 tons *do*,



1. LA GAMME TEMPÉRÉE, c'est-à-dire celle où toutes les notes sont séparées par un demi-ton, correspond à l'octave d'un piano. Elle est représentée par un cercle où chaque note est numérotée (le *do* est noté 0, le *do* dièse (*do*#) ou le *ré* bémol (*ré*♭) est noté 1, et ainsi de suite). Par convention et afin de faciliter la lecture des exemples, on adopte dans cet article la notation en dièses (#). Dans cette représentation, un ensemble de *n* notes, par exemple un accord, correspond à un polygone à *n* côtés *(en rouge)*. Dans tout l'article, on représente une série de notes dans ce cercle (leur position est notée entre parenthèses) et on s'intéresse aux polygones correspondants, ainsi qu'aux intervalles (en demi-tons) séparant les notes (dans l'exemple ci-dessus, 2 demi-tons entre *do* et *ré*, 3 demi-tons entre *ré* et *fa*, puis 1, 3 et 3)

ré, *mi*, *fa*..., ce qui correspond aux touches blanches du clavier). Plus précisément, ils ont mis en évidence la notion mathématique de groupes en tant que concept unificateur. Grâce à quelques exemples, nous verrons comment cette notion aide à analyser la musique.

Cependant, à mesure qu'elle s'est développée, la musicologie computationnelle s'est éloignée d'autres démarches systématiques, en particulier celles orientées vers la cognition et la perception musicales. Les deux visions sont-elles compatibles? Oui et, plus encore, elles s'enrichissent mutuellement. Nous montrerons qu'un dialogue est possible entre mathématiques et cognition, et que les premières peuvent éclairer la seconde.

De groupe en groupe

La notion de groupe est née au début du XIX^e siècle des travaux sur les racines de polynômes, notamment ceux d'Évariste Galois et de Joseph-Louis Lagrange. Cependant, cette structure ne fut utilisée en musique qu'à partir de la seconde moitié du XX^e siècle grâce au compositeur américain M. Babbitt. On lui doit l'observation fondamentale selon laquelle le système dodécaphonique est « un groupe de permutations qui est façonné par la structure de ce modèle mathématique ». En quoi consiste la musique dodécaphonique?

Elle se distingue de la musique tonale où une des sept notes de la gamme diatonique prédomine sur les autres et leur impose une hiérarchie. En 1923, Arnold Schoenberg (1874-1951) veut échapper à ce diktat et établit la méthode de composition avec 12 sons (d'où le nom dodécaphonique), qui donne le même mérite à chaque note de la gamme tempérée ou à tempérament égal.

Une composition dodécaphonique est fondée sur une séquence de ces 12 sons musicaux distincts, sans répétition, nommée série élémentaire. L'œuvre est une combinaison de cette série et d'autres séries dérivées par des symétries.

Notons d'abord que chaque nombre, représentant une note, est une classe d'équivalence modulo 12, c'est-à-dire que chaque nombre représente, d'une part, ce nombre, mais aussi ce nombre additionné d'un multiple de 12. Par exemple, 1 est équivalent à 49 ou à –11. L'addition de deux nombres devient une addition modulo 12: par exemple, $(3+8)_{12}=11$, $(5+9)_{12}=2$.

Examinons maintenant les symétries, à partir d'une série élémentaire P. La série rétrograde R est P jouée à l'envers. Dans la série renversée I, les nombres de la série élémentaire P sont remplacés par leurs nombres opposés *modulo 12*. La série renversée rétrograde RI est obtenue de P en appliquant les deux opérations précédentes. Enfin, la série transposée de P par *k* demi-tons est obtenue par l'addition *modulo 12* de *k* à tous les nombres de la série P. De même, nous obtenons les transposées par *k* demi-tons d'une série rétrograde T_kR, d'une série renversée T_kI et d'une série renversée rétrograde T_kRI.

La musique sérielle est une extension du dodécaphonisme où l'idée de série est appliquée aux notes, mais aussi aux rythmes, aux intensités et à tous les paramètres du son.

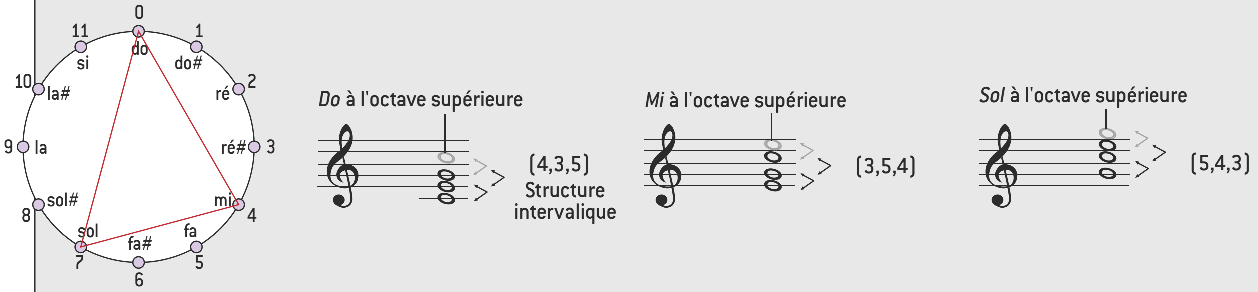
L'ensemble des entiers *modulo 12* offre un premier exemple musical de structure de groupe, celui noté $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. Il peut être interprété musicalement de plusieurs façons: soit comme le groupe des intervalles musicaux (avec l'addition *modulo 12*),

LES AUTEURS

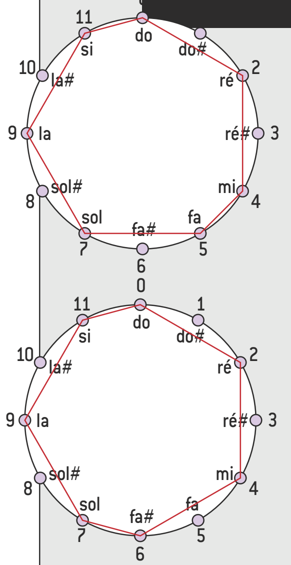
Moreno ANDREATTA est chercheur CNRS en musicologie computationnelle et Carlos AGON est chercheur en informatique dans l'équipe Représentations Musicales de l'IRCAM, à Paris.

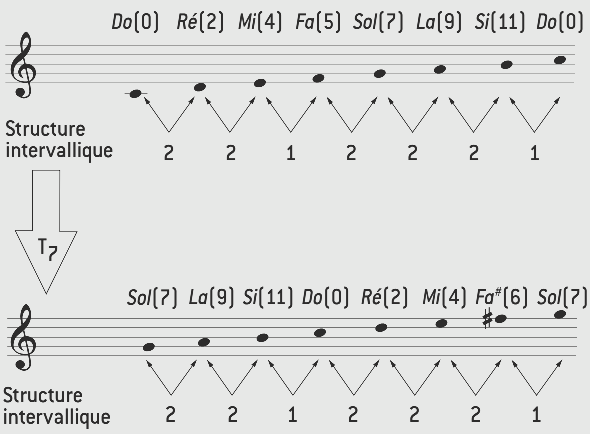
LA STRUCTURE INTERVALLIQUE

La structure intervallique est constituée de la suite d'intervalles (en demi-tons) séparant les notes consécutives d'un ensemble. Dans la représentation circulaire, elle correspond aux intervalles entre les sommets du polygone à *m* côtés correspondant à l'ensemble de notes. Par exemple, la structure intervallique de l'accord majeur (constitué d'une fondamentale, d'une tierce majeure et d'une quinte, tels *do*, *mi* et *sol*) est égale à (4, 3, 5). En effet, quatre demi-tons séparent *do* et *mi*, trois séparent *mi* et *sol* et cinq séparent *sol* et le *do* supérieur. Les permutations circulaires de cette structure intervallique – (3, 5, 4) et (5, 4, 3) – correspondent aux renversements de l'accord. La représentation circulaire est identique dans les trois cas.



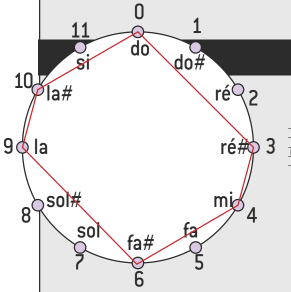
LA TRANSPOSITION

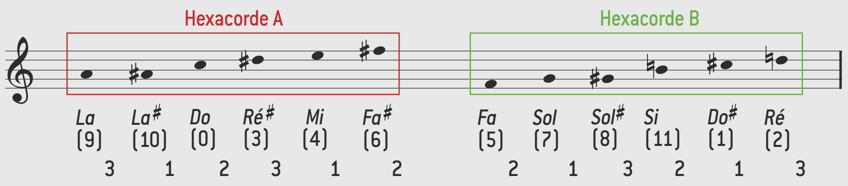


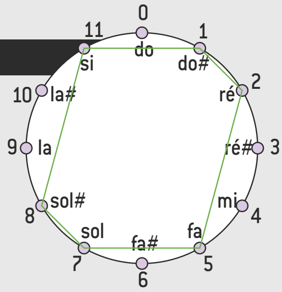


La transposition est une addition *modulo 12*. Elle laisse inchangée la structure intervallique d'une gamme ou d'un accord. Par exemple, imaginons une transposition de sept demi-tons (à chaque note, on ajoute 7 *modulo 12*) de la gamme diatonique : ainsi, de *do* (0) on passe à *sol* (7) et de *la* (9) on passe à *mi* (4), car $(9+7)_{12}=4$. Dans la représentation circulaire, cette transposition correspond à une rotation du polygone correspondant à la gamme diatonique de $(360/12)\times 7=210°$. En d'autres termes, la structure intervallique est un invariant qui permet d'identifier de façon unique un accord et ses transpositions d'un nombre donné de demi-tons, celles-ci étant des rotations du polygone inscrit dans le cercle : la structure intervallique est préservée.

L'INVARIANCE TRANSPOSITIONNELLE

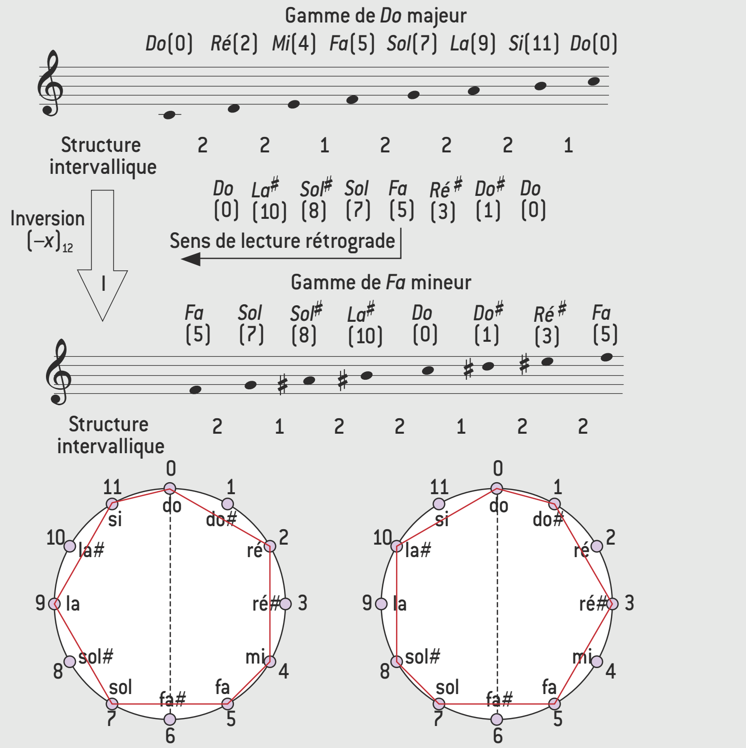






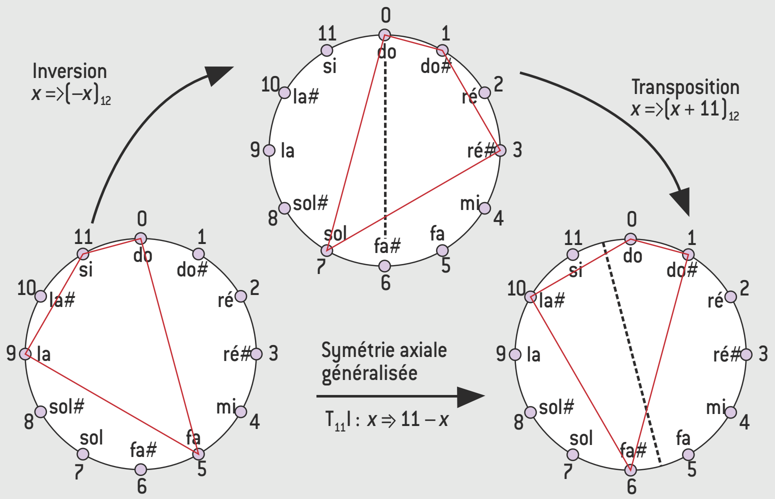
La structure intervallique met en évidence la symétrie interne de certaines séries de notes, tel un accord ou une gamme. Par exemple, des accords coïncident avec une, voire plusieurs de leurs transpositions. Une telle structure se nomme, d'après le compositeur français Olivier Messiaen (1908-1992), un « mode à transpositions limitées ». Tout mode de ce type est donné par une structure intervallique ayant des périodicités internes, c'est-à-dire des sous-structures intervalliques qui se répètent. On trouve de telles structures par exemple lorsqu'on partage une série dodécaphonique de Schoenberg dans le cinquième mouvement de la *Serenade op. 24* en deux hexacordes (des séries de six notes), notés A et B. Ces derniers sont dotés d'une propriété d'invariance transpositionnelle : dans les deux cas, la structure intervallique est « redondante », c'est-à-dire qu'elle se décompose en deux structures intervalliques plus petites identiques, respectivement (3, 1, 2) et (2, 1, 3). Notons que les deux hexacordes ne sont pas équivalents à une transposition près, car les structures intervalliques correspondantes ne sont pas les rotations circulaires l'une de l'autre. En fait, elles sont chacune la lecture rétrograde de l'autre.

L'INVERSION



L'inversion est une opération sur une gamme (ou un accord ou une série dodécaphonique) qui associe à chaque nombre x l'opposé $(-x)$ *modulo 12*, soit $(-x)_{12}$. Géométriquement, cela se traduit par une symétrie de la structure intervallique associée par rapport à un axe. L'exemple le plus simple d'inversion est celui d'une symétrie par rapport au diamètre principal (l'axe qui passe par les points *do* = 0 et *fa#* = 6). Ainsi, la gamme de *fa* mineur mélodique *(en bas)* est une inversion de la gamme de *do* majeur *(en haut)*.

LA SYMÉTRIE AXIALE GÉNÉRALISÉE



La symétrie axiale généralisée est la combinaison d'une transposition et d'une inversion, c'est-à-dire d'une transposition et d'une symétrie autour du diamètre principal (*do-fa#*). On obtient alors des symétries génériques qui correspondent à des réflexions par rapport à des axes qui ne passent par aucun point du cercle de la gamme tempérée.

soit comme un groupe de transformations, celui engendré par les transpositions, l'un des types des transformations utilisées dans la technique dodécaphonique. On peut représenter ce groupe par un cercle, celui-ci correspondant à une octave, divisé en 12 parties.

L'hypothèse sous-jacente de cette représentation circulaire est qu'elle permet de formaliser tout accord musical : tout accord de m notes distinctes correspond, d'un point de vue géométrique, à un polygone à m côtés inscrit dans le cercle *(voir la figure 1)*.

Dans la tradition américaine, la note *do* est notée 0, tandis que les compositeurs sériels européens de la seconde moitié du XXe siècle, tels le Français Pierre Boulez et l'Allemand Karlheinz Stockhausen (1928-2007), ont privilégié une autre représentation faisant correspondre au *do* l'entier 1. La différence entre école américaine et européenne est moins une différence de notation qu'une distance conceptuelle qui sépare les deux traditions théoriques. Dans cet article, nous adopterons la notation américaine.

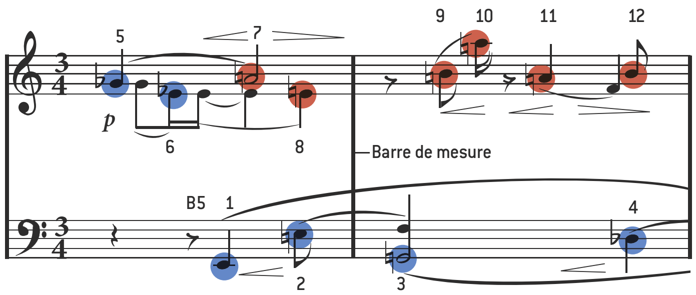
M. Babbitt propose au début des années 1950 d'exprimer les opérations sérielles comme des transformations de la structure du groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. En effet, il remarque que l'on peut interpréter les quatre formes d'une série dodécaphonique (la série elle-même, la série rétrograde, la série inversée et la série renversée rétrograde) comme les quatre transformations suivantes :

P : $(a, b) \Rightarrow (a, b)$
I : $(a, b) \Rightarrow (a, (12-b)_{12})$
R : $(a, b) \Rightarrow (11-a, b)$
IR : $(a, b) \Rightarrow (11-a, (12-b)_{12})$

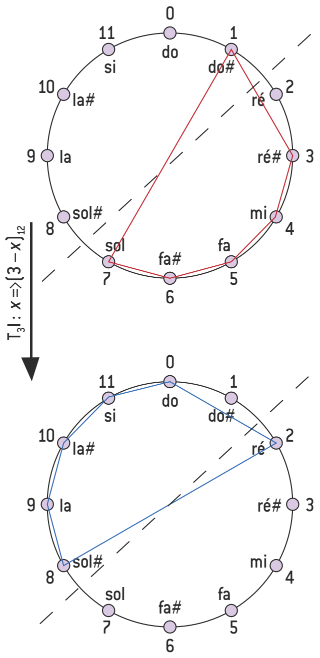
Ici, la série dodécaphonique P est représentée par une suite de couples (a, b), a indiquant la position de la note dans la série et b, la note (relative à une origine 0).

Ces quatre transformations d'une série dodécaphonique et, plus généralement, d'un profil mélodique constituent les éléments d'une structure algébrique nommée groupe de Klein de quatre éléments. Il tient compte de toutes les transformations de la musique dodécaphonique, alors que le groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ ne rend compte que des transpositions.

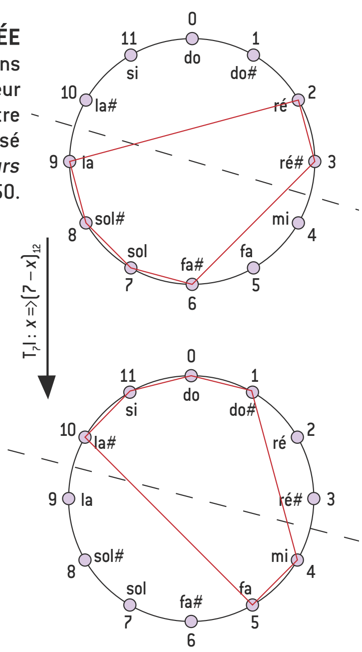
Le groupe cyclique $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ et le groupe de Klein ne sont pas les seules structures algébriques intéressantes en musique. Deux autres groupes sont importants, mais avant de les décrire, nous devons définir deux



2. LA SYMÉTRIE AXIALE GÉNÉRALISÉE permet d'analyser cet extrait d'une polyphonie sérielle *(ci-dessus)* à deux voix. Ces deux voix correspondent à deux hexacordes *(l'un en bleu, l'autre en rouge)* liés par une symétrie axiale généralisée, comme le montre la représentation circulaire *(ci-contre)*. On peut aussi vérifier que si on segmente l'extrait en deux parties correspondant aux barres de mesure, on obtient également deux hexacordes en rapport de symétrie axiale généralisée.



3. LA SYMÉTRIE AXIALE GÉNÉRALISÉE n'est pas utilisée uniquement dans la musique sérielle. Ainsi, le compositeur Olivier Messiaen en fait usage entre les deux hexacordes du mode utilisé dans la pièce *Mode des valeurs et d'intensités*, composée en 1950.



concepts importants, celui de la structure intervallique – l'énumération des intervalles, en demi-tons, qui séparent les notes successives d'un accord – et de la symétrie axiale généralisée, soit la composition d'une transposition et d'une inversion *(voir l'encadré page 94)*. La représentation circulaire de ces deux idées, ajoutées à celles de la transposition et de l'inversion, nous fournira un ensemble d'outils d'analyse qui nous aideront à comprendre la structure de diverses œuvres.

Une boîte à outils

Ainsi, la notion de symétrie axiale généralisée nous éclaire sur la composition d'une polyphonie sérielle constituée de deux hexacordes (séries de six notes) liés par une telle symétrie *(voir la figure 2)*. Le recours à une symétrie axiale généralisée dans le sérialisme n'est pas étonnant, car cette technique de composition est fondée sur une structure mathématique de groupe. En revanche, et cela soulève des questions quant au caractère universel de certaines constructions algébriques, on trouve de telles symétries chez des compositeurs utilisant d'autres techniques que le sérialisme, par exemple dans la musique modale du compositeur français Olivier Messiaen. De quoi s'agit-il ?

En musique, le mode d'une gamme est constitué des mêmes notes que la gamme dont il est issu, mais a une sonorité qui lui est propre, caractérisée par une tonique et par les intervalles entre cette tonique et les autres notes. Par exemple, à partir de la gamme de *do* majeur, dont la tonique est la note *do* (*do*, *ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la* et *si*), avec pour structure intervallique (en demi-tons : 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1), on peut déplacer l'axe tonal sur la deuxième note afin d'obtenir un nouveau mode (en *ré*) ayant une nouvelle structure intervallique (2, 1, 2, 2, 2, 1, 2) en conservant les mêmes notes (*ré*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *do*). Dans ce type de composition, on privilégie des notes ou des intervalles au détriment des autres. Dans la pièce *Mode de valeurs et d'intensités* de Messiaen, le mode qui engendre tout le matériau est constitué de deux parties liées par une symétrie axiale généralisée *(voir la figure 3)*.

Nous pouvons maintenant aborder les deux autres groupes importants en musique. Commençons par le groupe diédral. Il s'agit de l'ensemble de toutes les compositions (au sens mathématique) des transpositions et des inversions. En d'autres termes, c'est le groupe des symétries axiales généralisées. Le nom diédral (à deux faces) indique que d'un point de vue géométrique, ce groupe correspond au groupe des symétries d'un polygone régulier de n côtés dans le plan. Ces symétries sont de deux types : rotations et réflexions (ou miroirs par rapport à un axe). Musicalement, les rotations correspondent aux transpositions et les réflexions sont des inversions par rapport soit à une note choisie comme pôle, soit à une note « imaginaire » qui se trouve entre deux notes à distance d'un demi-ton, quand l'axe de symétrie ne passe pas par une note du cercle chromatique.

Un premier exemple d'application du groupe diédral pour l'analyse musicale concerne la *Pièce pour piano op. 33a* écrite par Schoenberg en 1929. Les accords, obtenus par la segmentation de l'œuvre, se disposent d'une façon symétrique dans la partition *(voir la figure 4)*.

D'une façon plus générale, les parties résultant de la segmentation de l'œuvre peuvent avoir des intersections ; on parle alors d'une segmentation par imbrication. Un exemple d'une telle démarche est l'analyse que le théoricien américain David Lewin propose du *Klavierstück III* de Stockhausen *(voir la figure 5)*.

Dans son analyse, D. Lewin distingue deux stratégies. Selon la première, les transformations sont organisées dans un ordre qui reflète le déroulement temporel de la pièce. Cette vision « chronologique » de l'organisation des transformations est une progression transformationnelle. Ici, le processus de segmentation par imbrication met en évidence une structure de pentacorde (une série de cinq notes), où l'on passe de l'un à l'autre (les deux ayant des notes en commun) grâce à une symétrie axiale généralisée : tous les pentacordes sont reliés par des transpositions et des inversions.

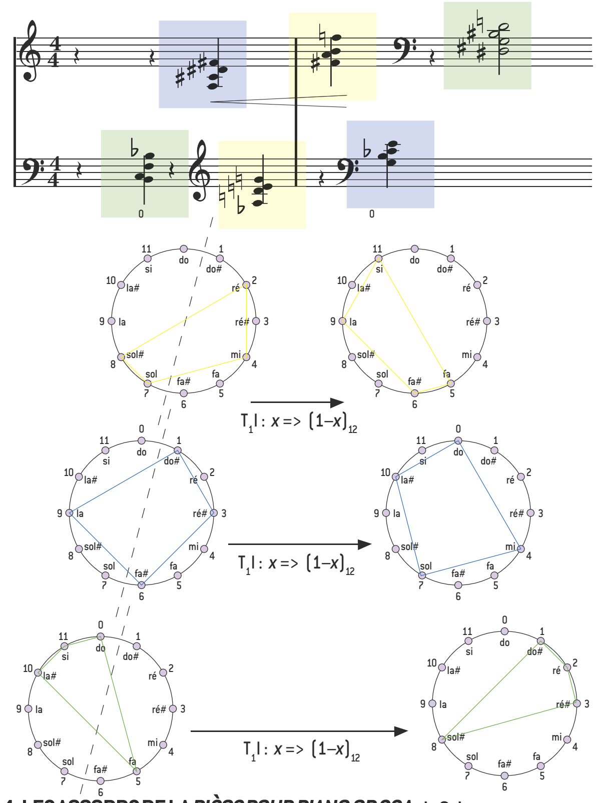
Progressions et réseaux

L'autre stratégie consiste à voir les transformations comme une structuration possible d'un espace abstrait, un réseau transformationnel, des formes du pentacorde dans lequel on analyse le déroulement de la pièce. Dans le réseau transformationnel du *Klavierstück III*, tous les pentacordes sont liés par des relations de transposition et d'inversion. Ici, à l'inverse de la progression transformationnelle, l'organisation des formes du pentacorde dans un réseau n'a aucun lien direct avec leur apparition chronologique.

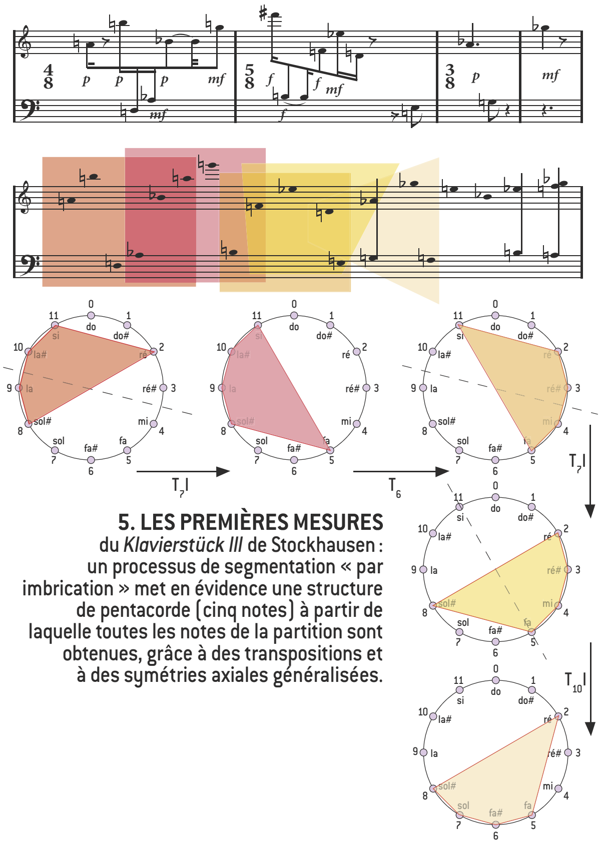
Dans un réseau, on retrouve parfois les mêmes configurations de correspondances entre pentacordes de la pièce dans des régions différentes : ce sont des isographies à partir desquelles on peut imaginer un lien étroit entre les réseaux transformationnels et la perception musicale. L'écoute de la pièce deviendrait ainsi l'un des parcours à l'intérieur de ce réseau avec la possibilité de repérer les isographies. Cependant, cette hypothèse doit encore être testée d'un point de vue de la psychologie expérimentale.

Passons maintenant au groupe affine d'ordre 48. Il est l'ensemble des fonctions f qui transforment un élément x de $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ en $(ax+b)_{12}$, où a est premier avec 12 et b appartient à $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$. Le facteur multiplicatif a appartient donc à l'ensemble $U = \{1, 5, 7, 11\}$. Dans ce cadre, une transformation affine se réduit à une transposition quand $a = 1$ et à une inversion lorsque $a = 11$. Le théoricien américain Robert Morris a montré que les transformations affines sont compatibles avec des techniques utilisées par les musiciens de jazz, comme, par exemple, la substitution d'accords *(voir l'encadré page 97)*.

La description de ces différents groupes nous conduit à l'approche dite « paradigmatique » du problème de

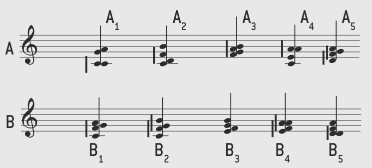


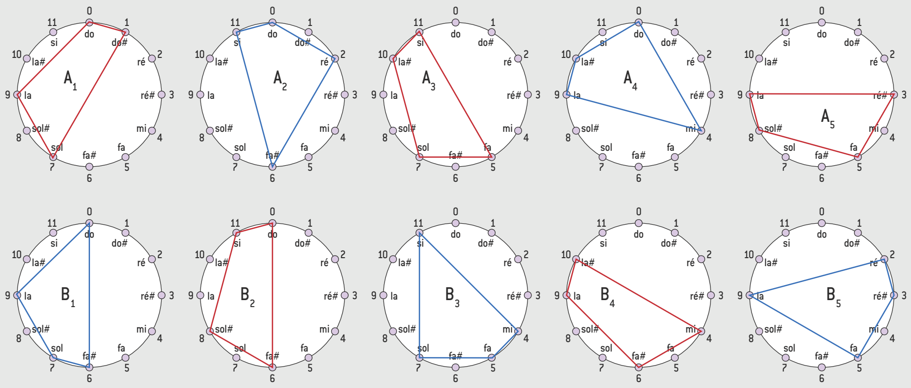
4. LES ACCORDS DE LA *PIÈCE POUR PIANO OP 33A* de Schoenberg sont disposés de façon symétrique dans la partition. Il s'agit d'un exemple du paradigme du groupe diédral, car la symétrie axiale généralisée relie chaque couple d'accords.



5. LES PREMIÈRES MESURES du *Klavierstück III* de Stockhausen : un processus de segmentation « par imbrication » met en évidence une structure de pentacorde (cinq notes) à partir de laquelle toutes les notes de la partition sont obtenues, grâce à des transpositions et à des symétries axiales généralisées.

L'invariance transpositionnelle





LES DEUX PROGRESSIONS (A et B) sont « préservées », dans leur caractère cadentiel, par les transformations affines : si on les analyse à l'aide des représentations circulaires, on se rend compte qu'elles sont constituées de seulement deux types d'accords *(en rouge et en bleu)* qui sont échangés à travers l'application affine.

la classification des structures musicales. Nous avons intégré ce concept d'analyse musicale, qui s'inspire des travaux du linguiste belge Nicolas Ruwet (1932-2001), dans notre démarche d'analyse musicale computationnelle. Grâce à *OpenMusic*, un langage de programmation visuelle pour la théorie, l'analyse et la composition assistées par ordinateur conçu et développé à l'IRCAM, un catalogue d'accords, ainsi qu'une analyse qui utilise ce catalogue, est valable à l'intérieur d'un paradigme qui sera plus ou moins pertinent en fonction du type de contexte qu'il essaie de décrire. Par exemple, nous avons vu que le paradigme du groupe diédral est valable dans le contexte de la musique atonale, tandis que le paradigme affine rendrait compte des techniques qu'on retrouve dans le jazz.

L'application de la théorie des groupes à la classification des structures musicales soulève des questions qui dépassent l'étude combinatoire du système tempéré. En effet, le philosophe allemand Ernst Cassirer (1874-1945) a étudié les relations entre le concept de groupe et les théories de la perception. Il a montré que la ressemblance perceptive entre différentes transpositions d'un même profil mélodique est liée « à un problème beaucoup plus général, un problème qui concerne les mathématiques abstraites ». On peut compléter : le groupe des transpositions engendre une relation d'équivalence entre structures musicales. En d'autres termes, une mélodie est reconnaissable à une transposition près : la structure du groupe cyclique et son action sur l'espace tempéré égal sont « transparentes » du point de vue de la perception musicale.

La perception algébrique

Peut-on généraliser cette propriété aux autres paradigmes ? Malheureusement, dans le cas d'autres structures algébriques, comme les trois autres groupes que nous avons détaillés, le problème n'a pas fait l'objet d'études approfondies. Pourtant, les compositeurs qui ont, consciemment ou inconsciemment, utilisé ce type de transformations en musique n'étaient sans doute pas insensibles à des considérations d'ordre perceptif. On a vu plusieurs exemples d'utilisation musicale de la symétrie axiale généralisée et d'invariance par rapport à l'action d'un groupe sur un ensemble. Certains compositeurs, tel Elliot Carter, ont utilisé intuitivement le paradigme diédral, c'est-à-dire que ses techniques sont fondées sur les propriétés de ce groupe sans que l'auteur n'en ait eu conscience.

L'hypothèse d'une articulation entre progressions et réseaux transformationnels que nous avons décrite dans le cas de l'analyse du *Klavierstück III* de Stockhausen par D. Lewin conduit à proposer une alternative aux approches traditionnelles de l'analyse des formes temporelles.

L'analyse transformationnelle implique, d'une part, la « construction » d'un réseau, mais aussi, d'autre part, l'« utilisation » de cette architecture formelle pour dégager des critères de pertinence pour la réception de l'œuvre et pour son interprétation. Autrement dit, l'intérêt de construire un réseau transformationnel réside dans la possibilité de l'utiliser, à la fois pour « structurer » l'écoute et pour établir des critères formels utiles à son interprétation. En effet, la construction d'un réseau transformationnel s'appuie sur une volonté implicite de rendre « intelligible » une logique musicale à l'œuvre dans la pièce analysée.

Cette démarche analytique a probablement des implications théoriques inédites pour les sciences cognitives. Ainsi, l'approche transformationnelle non seulement représenterait un tournant en théorie et analyse musicales, mais elle déterminerait aussi une position singulière dans les rapports entre mathématiques, musique et cognition.

En somme, le concept de groupe est loin d'être simplement un outil technique de calcul. Comme l'a souligné le philosophe et épistémologue Gilles-Gaston Granger, « [C'est la notion de groupe qui] donne un sens précis à l'idée de structure d'un ensemble. […] L'objet véritable de la science est le système des relations et non pas les termes supposés qu'il relie. » D'autre part, souvenons-nous de ce que disait le mathématicien Henri Poincaré : « le concept général de groupe préexiste dans notre esprit. Il s'est imposé à nous, non pas comme une forme de notre sensibilité, mais comme une forme de notre entendement. » C'est à nous, un siècle après, d'en tirer toutes les conséquences en musique.

✔ BIBLIOGRAPHIE

M. Andreatta *et al.*, ***Autour de la Set Theory. Rencontre Musicologique Franco/Américaine***, Collection « Musique /Sciences », IRCAM-Delatour, 2008.

M. Andreatta, ***Méthodes algébriques en musique et musicologie du XX^{e} siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels***, thèse, EHESS, Paris, 2003.

G. Assayag, ***Computer assisted composition at IRCAM : PatchWork & OpenMusic***, Computer Music Journal, vol. 23(3), 1999.

M. Leman, ***Music, Gestalt and Computing. Studies in Cognitive and Systematic Musicology***, Springer, 1997.

I. Xenakis, ***Formalized Music (Rev. Edition)***, Pendragon Press, Stuyvesant NY, 1992.