

“Prima la musica!”

Elementi di storia del rapporto musica/matematica:
una lettura critica della
Table des correspondances di Iannis Xenakis

7 November 2024

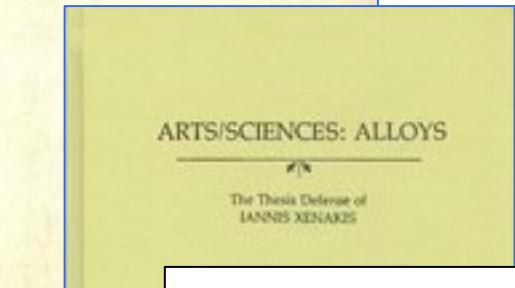
Moreno Andreatta
CNRS / IRMA / Université de Strasbourg
CNRS / IRCAM / Sorbonne Université
www.morenoandreatta.com

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

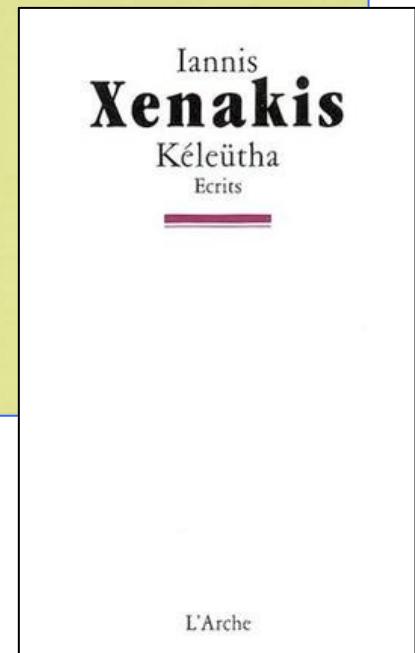


I. Xenakis
(1922-2001)

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Iannis
Xenakis
Kéleütha
Ecrits



L'Arche

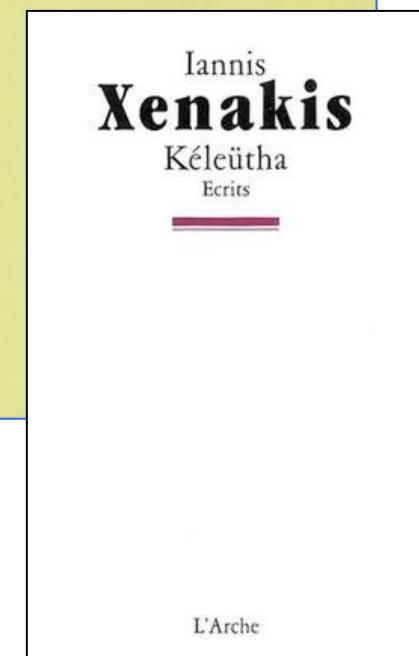
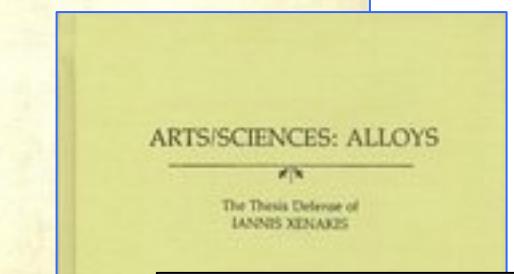
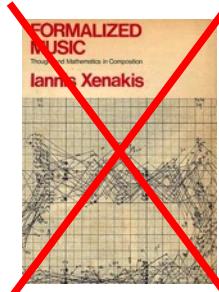
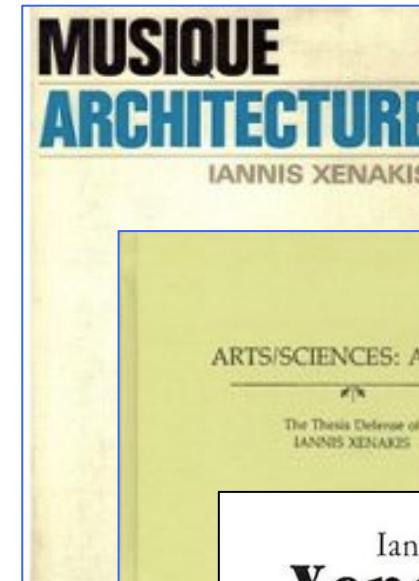
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE

MATHS

500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).

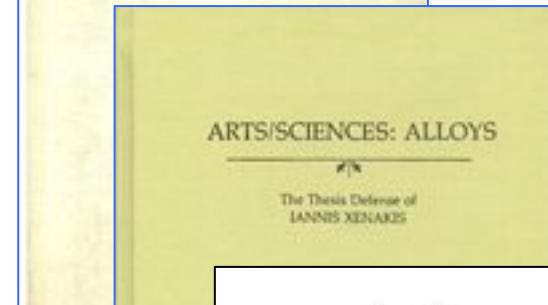
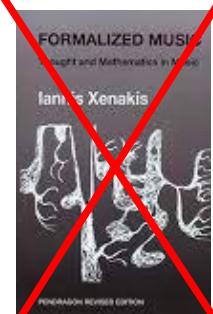


- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

L'Arche

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



L'Arche

- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.

- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE

MATHS

500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie.

Pas de correspondance musicale.

Nombres naturels et rationnels.

300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et **prémonition de la théorie des groupes**. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).

1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.

1500 Aucune reprise des concepts précédents.

1600 Aucune relation.

1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.

1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).

1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).

Nombres irrationnels, théorème de Pythagore.

Les mathématiques ne réagissent pas.

Aucune correspondance.

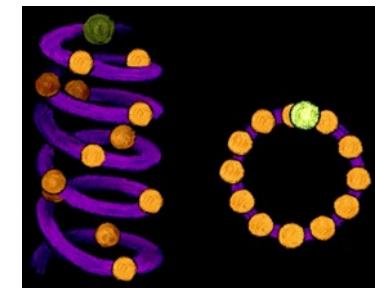
Nombres négatifs. Construction des rationnels.

Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.

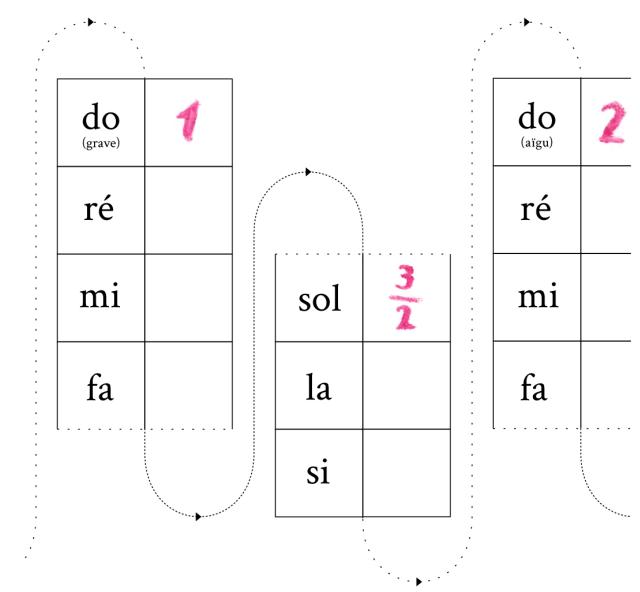
Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).

Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).

Aucun développement de la théorie des nombres. Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



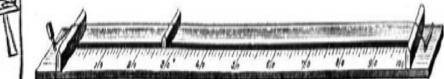
Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.



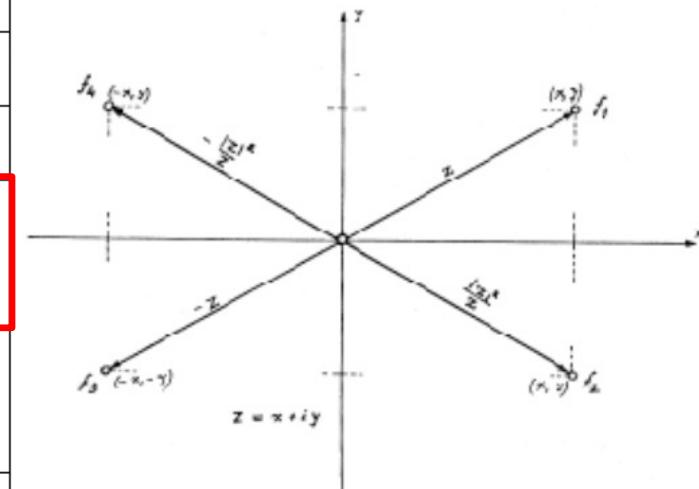
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.



Complex numbers and Klein group

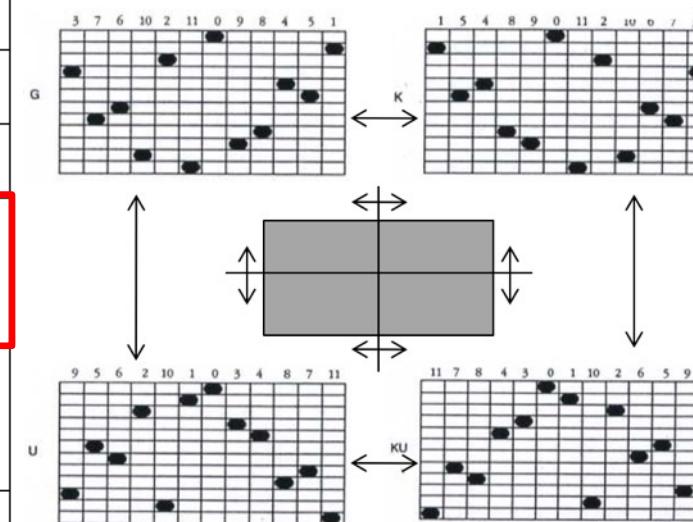
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



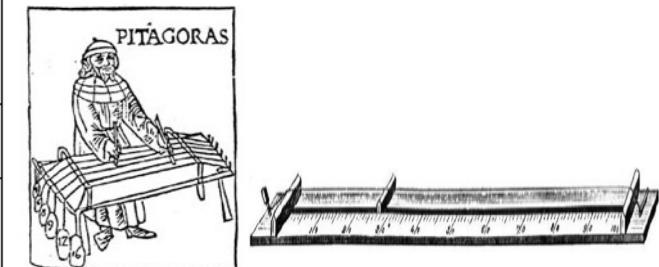
Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.



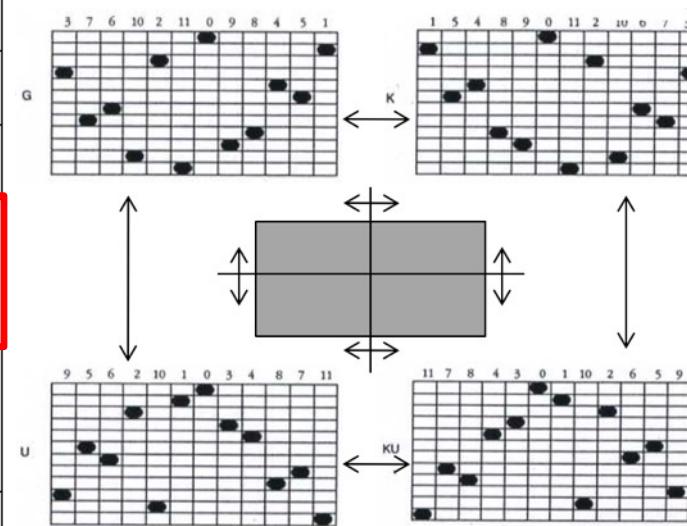
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Focus on Iannis Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein. Découverte (inconsciente) du ruban de Möbius	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).

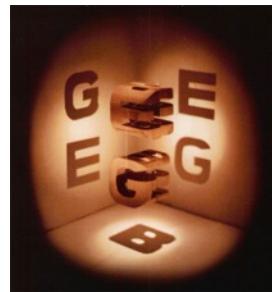


Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.



- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Bach's enigmatic canons and Möbius Strip



Canones diversi

super thema regium

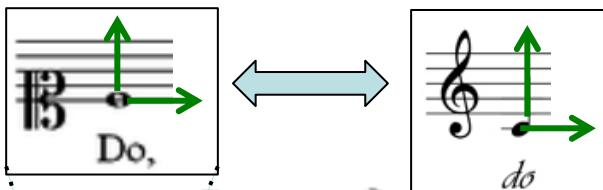
Canon a 2

1.

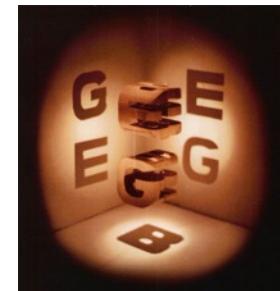
The musical score consists of three staves of music. The first staff begins with a bass clef, the second with a tenor clef, and the third with a soprano clef. The key signature is B-flat major (two flats). The time signature is common time. The music features various note heads and stems, with some notes connected by horizontal lines. The first staff ends with a double bar line and repeat dots, indicating a return to the beginning of the section.



Bach's enigmatic canons and Möbius Strip



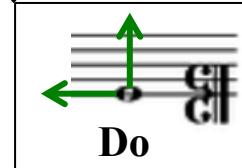
Canones diversi
super thema regium



Canon a 2

1.

The musical score consists of two staves. The top staff is in bass clef (B) and the bottom staff is in treble clef (G). A blue arrow points from the bass clef staff to the treble clef staff, indicating a 90-degree clockwise rotation. The music is in common time and includes various note values and rests.





Bach's enigmatic canons and Möbius Strip

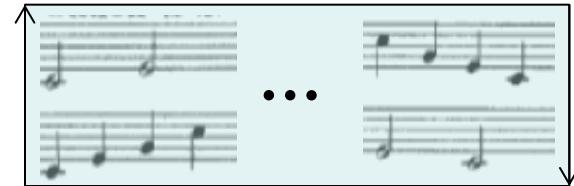
Canones diversi

super thema regium

1. Canon a 2

E-flat major, 2/4 time.

E-flat major, 2/4 time.



Canones diversi

super thema regium

4. Canon a 2

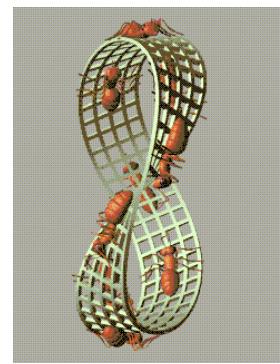
E-flat major, 2/4 time.

E-flat major, 2/4 time.

E-flat major, 2/4 time.



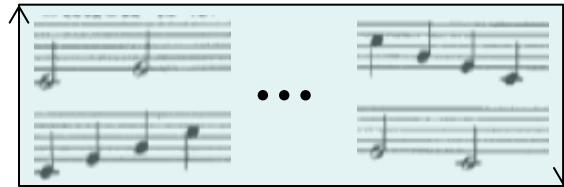
Bach's enigmatic canons and Möbius Strip



Canones diversi

super thema regium

1. Canon a 2



Canones diversi super thema regium

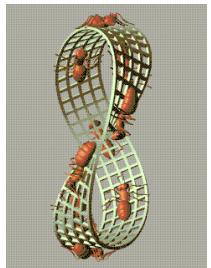
1. Canon a 2

4.



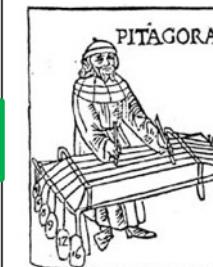
<http://www.josleys.com/Canon/Canon.html>

[min. 1'14"]

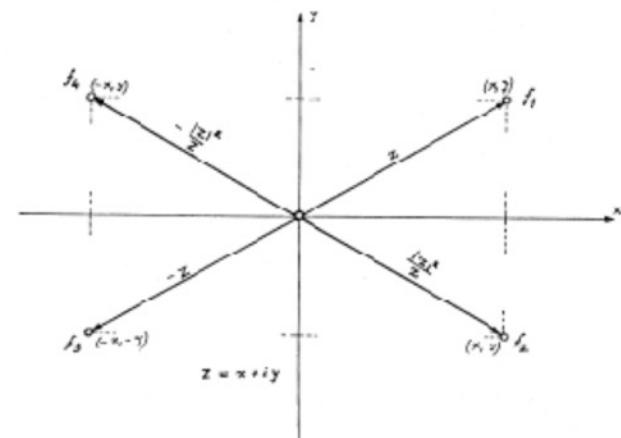


Missing links in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.



Complex numbers and Klein group

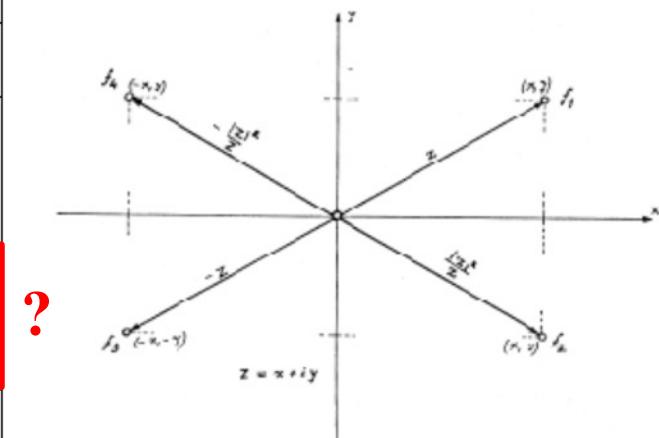
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Problematic links in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.



Complex numbers and Klein group

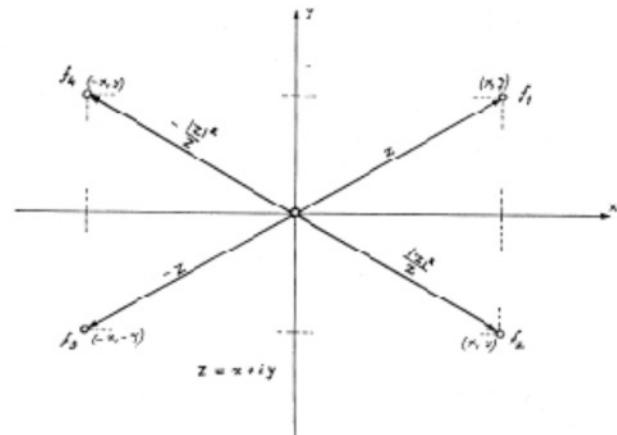
- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

Problematic links in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes . Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	<i>Aucun développement de la théorie des nombres.</i> Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Pythagoras and the monochord, VIth-Vth Century B.C.

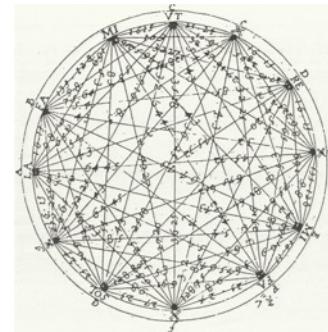


Complex numbers and Klein group

- *Musique. Architecture*, Casterman, 1971/1976
- *Arts/Sciences Alliages*, Casterman, 1979 (tr. *Arts/Sciences. Alloys*, Pendr. Press, 1985)
- *Kéleütha. Ecrits*, L'Arche, 1994

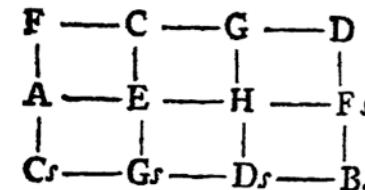
Filling the gaps in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (<i>Harmonicorum Libri</i>)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (<i>Ars Conjectandi</i> , 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (<i>Speculum Musicum</i>)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	Aucun développement de la théorie des nombres. Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Mersenne,
Harmonicorum
Libri XII, 1648

LIBER SEPTIMVS DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.	
I	1
II	2
III	6
IV	14
V	120
VI	710
VII	5040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127010800
XIV	87178191200
XV	1307674368000
XVI	2092278988000
XVII	333687418096000
XVIII	6402373705718000
XIX	1216431004088;1000
XX	243190100876640000
XXI	51090942171709440000
XXII,	1114000727777607680000



Euler, *Speculum*
musicum, 1773

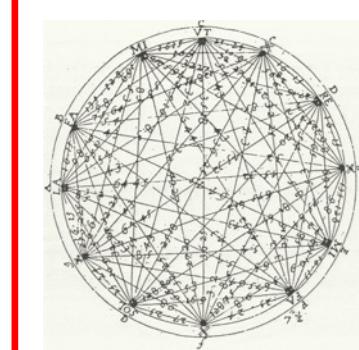


Solbb	Hébb	Fa	Ut	Sol	Ré	La	Mi	Si	Ré	La
-15	-14	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+14	+15

Durutte, *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)

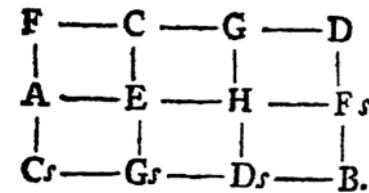
Filling the gaps in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (<i>Harmonicorum Libri</i>)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (<i>Ars Conjectandi</i> , 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (<i>Speculum Musicum</i>)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	Aucun développement de la théorie des nombres. Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Mersenne,
*Harmonicorum
Libri XII*, 1648

LIBER SEPTIMVS DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBV.	
<i>Tabula Combinationis ab I ad II.</i>	
I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127010800
XIV	87178191200
XV	1307674368000
XVI	2092278988000
XVII	333687418096000
XVIII	6402373705718000
XIX	12164310040881000
XX	2431901008176640000
XXI	51090942171709440000
XXII.	111400072777607680000



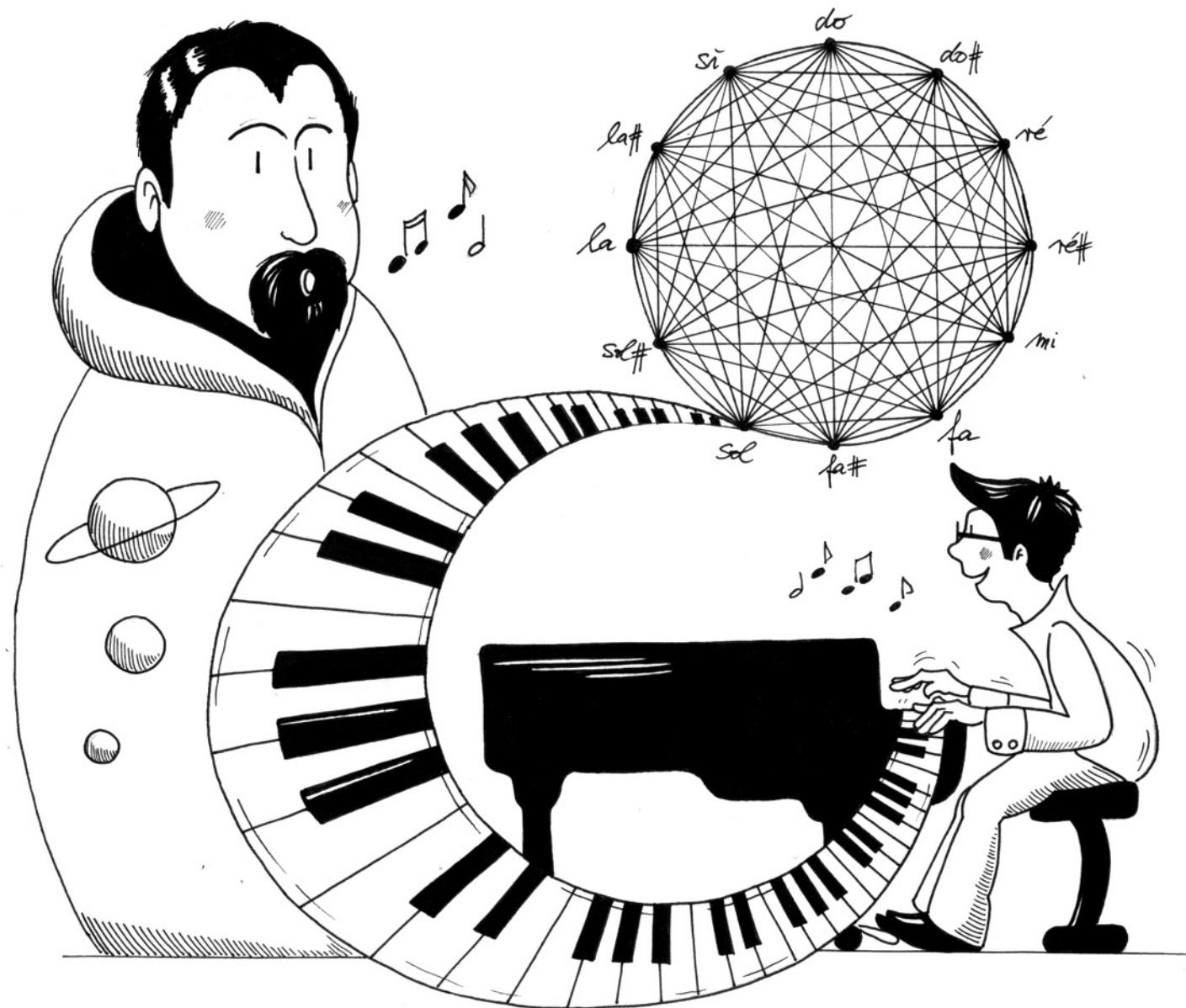
Euler, *Speculum
musicum*, 1773



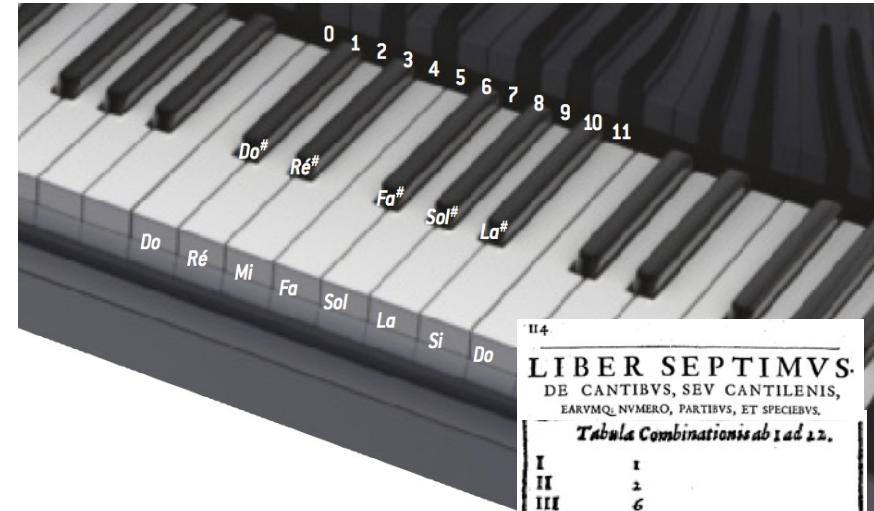
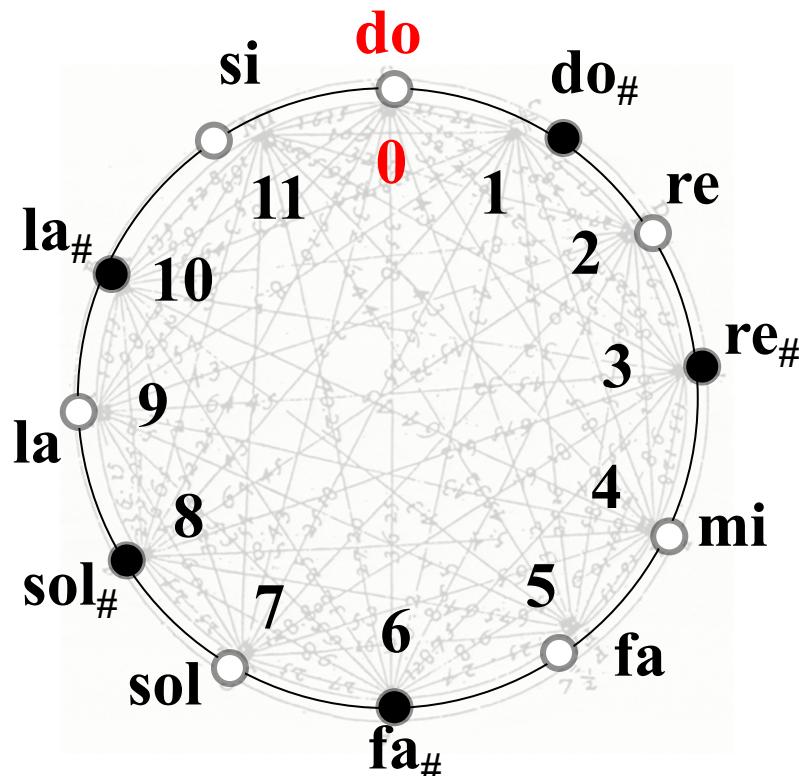
Solbb	Hébb	Fa	Ut	Sol	Ré	La	Mi	Si	Ré	La
-15	-14	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+14	+15

Durutte, *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)

Marin Mersenne, the father of combinatorics



The circular representation of the pitch space



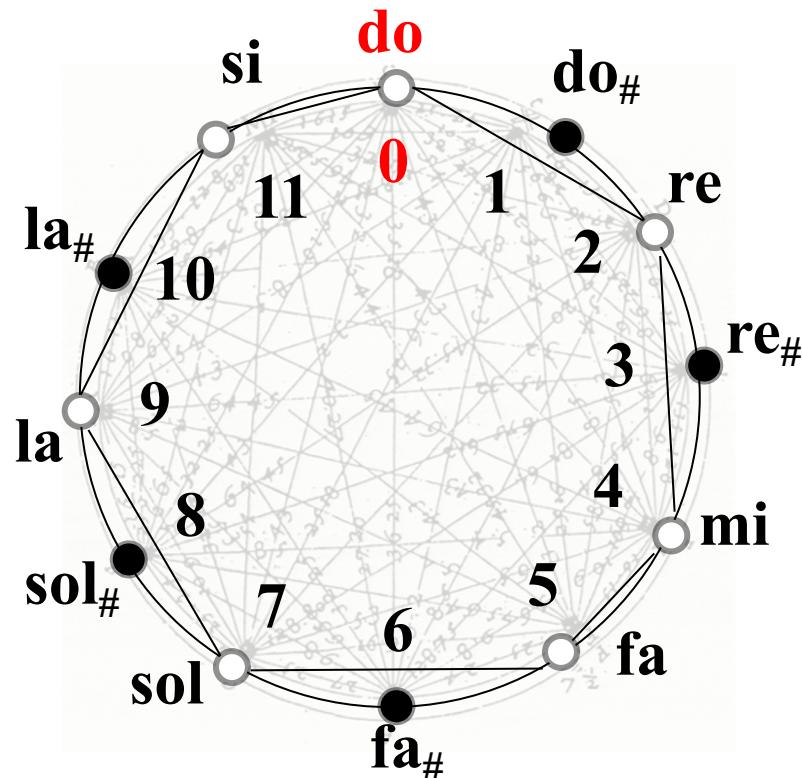
LIBER SEPTIMVS
DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS,
EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBV.

Tabula Combinationis ab I ad XII.

I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	1040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	617010800
XIV	87178191200
XV	1307674368000
XVI	20922789888000
XVII	335687418096000
XVIII	640373705718000
XIX	12164100405881000
XX	243190100876640000
XXI	51090942171709440000
XXII	11140007217777607680000



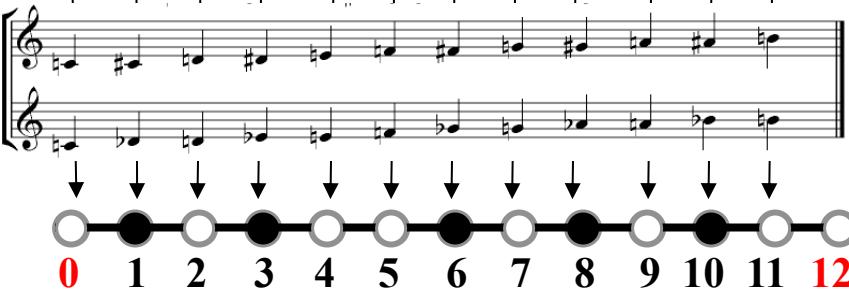
The circular representation of the pitch space



Harmonicorum Libri XII, 1648



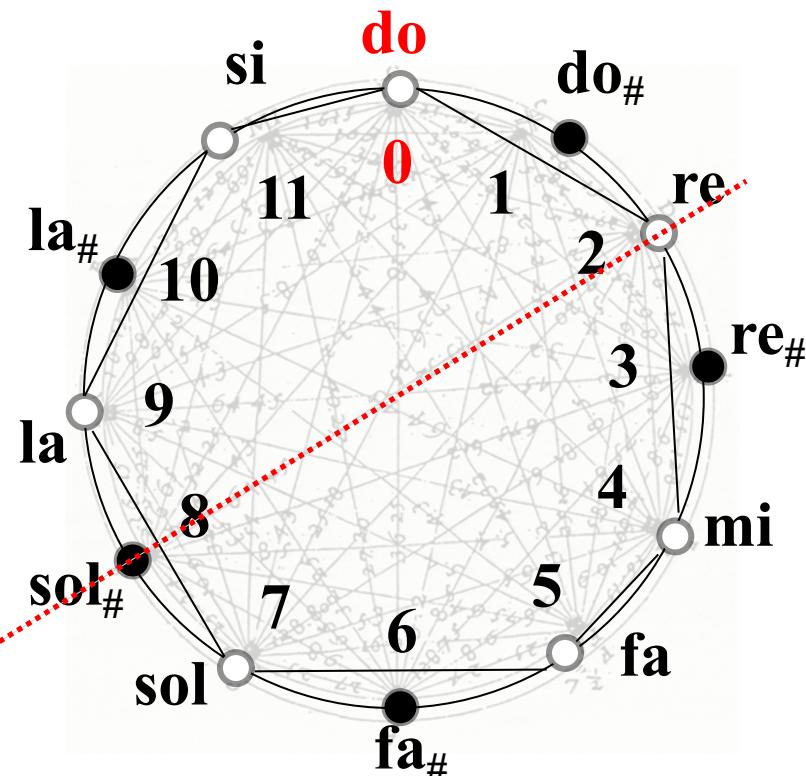
LIBER SEPTIMVS	
DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBV.	
<i>Tabula Combinationis ab I ad L.</i>	
I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	61170102800
XIV	87178191200
XV	1107674368000
XVI	12922789888000
XVII	135687418096000
XVIII	6402373705718000
XIX	12164510040583000
XX	1431902001876640000
XXI	5109094171709440000
XXII.	1114000727777607680000



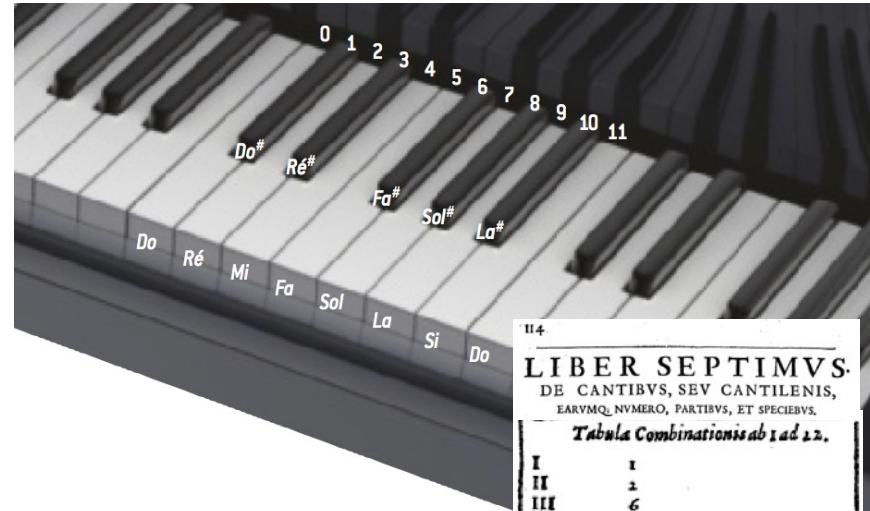
The circular representation of the pitch space



C. Durutte



Harmonicorum Libri XII, 1648

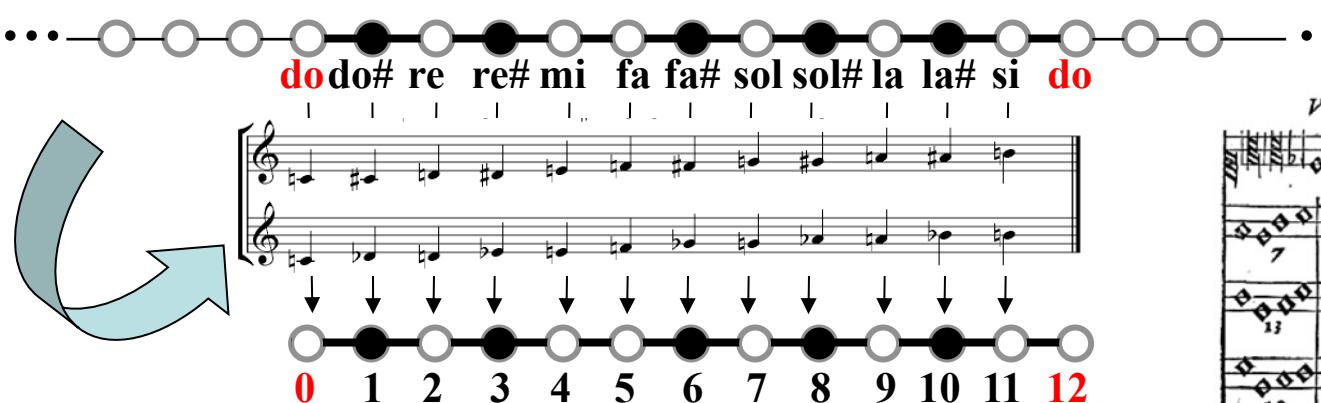


LIBER SEPTIMVS
DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS,
EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBV.

Tabula Combinationis ab I ad XII.

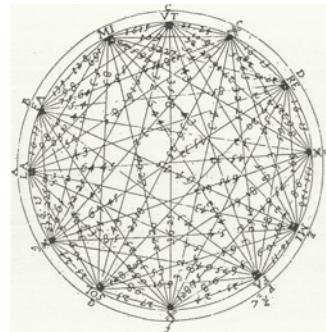
I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	617010800
XIV	87178191200
XV	1307674368000
XVI	20922789888000
XVII	335687418096000
XVIII	640373705718000
XIX	12164100405881000
XX	243190100876640000
XXI	51090942171709440000
XXII	1114000727777607680000

Varietas, seu Combinatio quator notarum.



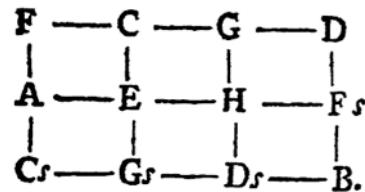
Filling the gaps in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (<i>Harmonicorum Libri</i>)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (<i>Ars Conjectandi</i> , 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (<i>Speculum Musicum</i>)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	Aucun développement de la théorie des nombres. Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Mersenne,
*Harmonicorum
Libri XII*, 1648

LIBER SEPTIMVS DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS. Tabula Combinationis ab I ad XXII.	
I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127010800
XIV	87178191200
XV	1307674368000
XVI	2092278988000
XVII	333687418096000
XVIII	6402373705718000
XIX	1216431004088;1000
XX	2431901008176640000
XXI	51090942171709440000
XXII,	1114000727777607680000



Euler, *Speculum
musicum*, 1773

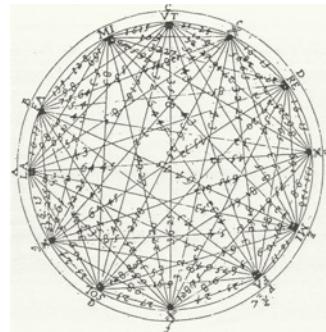


Solb	Habbb.....	Fa	Ut	Sol	Rd	La	Mi	Si.....	Rd	Lax
-15	-14.....	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+14	+15

Durutte, *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)

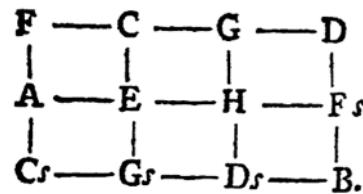
Filling the gaps in Xenakis' *Table des correspondances*

MUSIQUE	MATHS
500 av. J. C. Relation hauteur/longueur corde. La musique est source d'inspiration pour la théorie des nombres et la géométrie. <i>Pas de correspondance musicale.</i>	Nombres naturels et rationnels.
300 a.J. Invention (théorique) de la gamme chromatique tempérée égale par Aristoxénos de Tarente) et prémonition de la théorie des groupes. Isomorphismes entre les logarithmes (intervalles musicaux) et les exponentiels (longueur d'une corde).	Nombres irrationnels, théorème de Pythagore. Les mathématiques ne réagissent pas.
1000 ap. J.C. Invention de la représentation bidimensionnelle des hauteurs.	<i>Aucune correspondance.</i>
1500 Aucune reprise des concepts précédents.	Nombres négatifs. Construction des rationnels.
1600 Aucune relation.	Nombres réels et les logarithmes. Invention des repères cartésiens.
1648 Marin Mersenne : invention de la combinatoire musicale (<i>Harmonicorum Libri</i>)	Systématisation du calcul des probabilités par Bernoulli (<i>Ars Conjectandi</i> , 1713)
1700 La fugue comme un automate abstrait. Manipulation inconsciente du groupe de Klein.	Nombres complexes (Euler, Gauss), les quaternions (Hamilton), continuité (Cauchy), structure de groupe (Galois, Abel).
1773 Leonhard Euler : représentation géométrique des hauteurs (<i>Speculum Musicum</i>)	Invention de la théorie des graphes
1855 Camille Durutte : analyse harmonique, rythmique et mélodique	Développement en série d'une fonction (Wronski)
1900 Libération de la prison de la tonalité (Loquin, Hauer, Schoenberg).	Nombres infinis et transfinis (Cantor). Axiomatique de Peano. Théorie de la mesure (Lebesgue, Borel).
1920 Formalisation radicale des macrostructures à travers le système sériel (Schoenberg).	Aucun développement de la théorie des nombres. Logique (contradictions de la théorie des ensembles).



Mersenne,
*Harmonicorum
Libri XII, 1648*

LIBER SEPTIMVS DE CANTIBVS, SEV CANTILENIS, EARVMQ; NVMERO, PARTIBVS, ET SPECIEBVS.	
I	1
II	2
III	6
IV	24
V	120
VI	720
VII	5040
VIII	40320
IX	361880
X	3618800
XI	39916800
XII	479001600
XIII	6127010800
XIV	8717819100
XV	1307674368000
XVI	2092278988000
XVII	333687418096000
XVIII	6402373705718000
XIX	1216431004088;1000
XX	2431901008176640000
XXI	51090942171709440000
XXII,	111400072777607680000



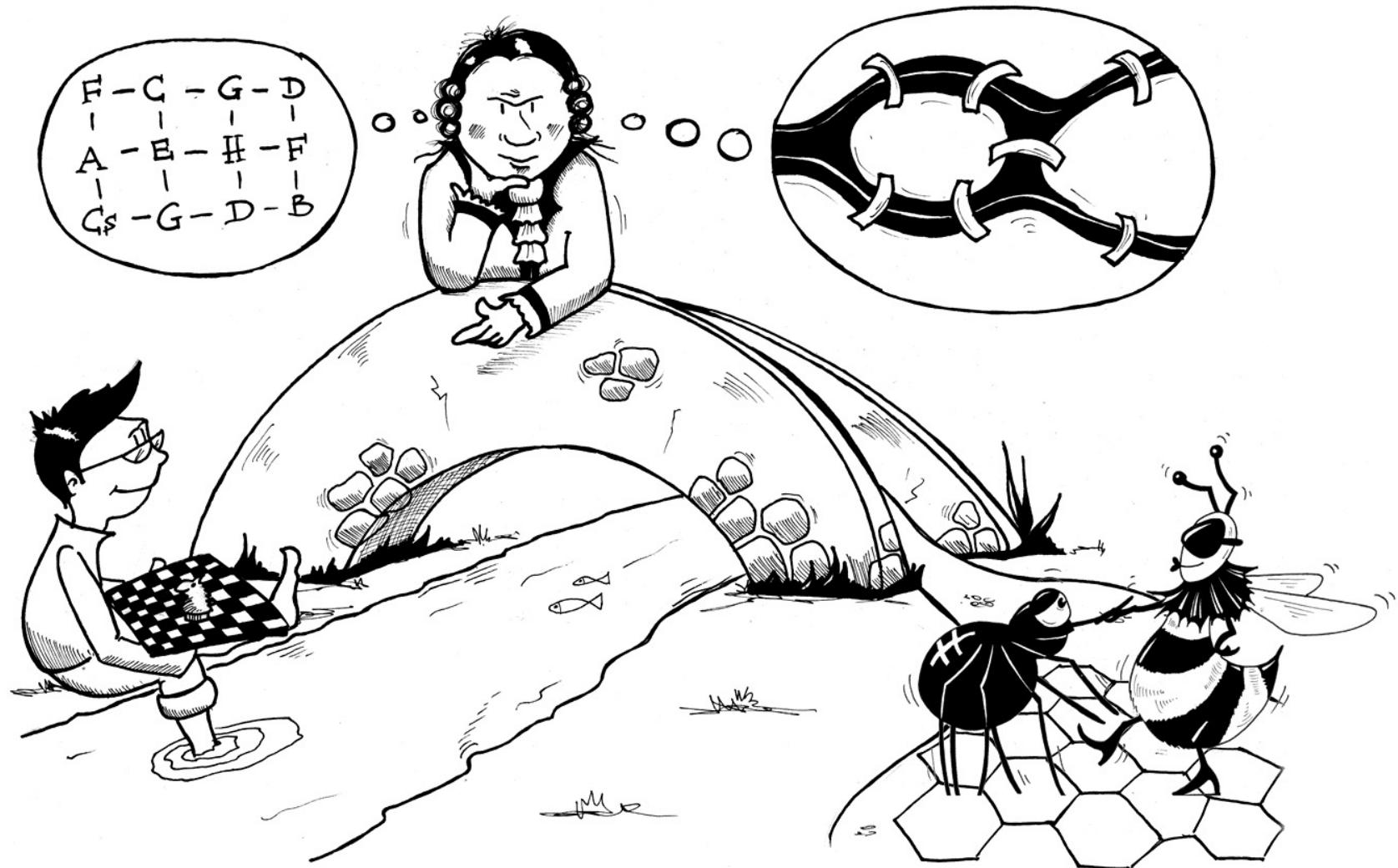
Euler, *Speculum
musicum, 1773*

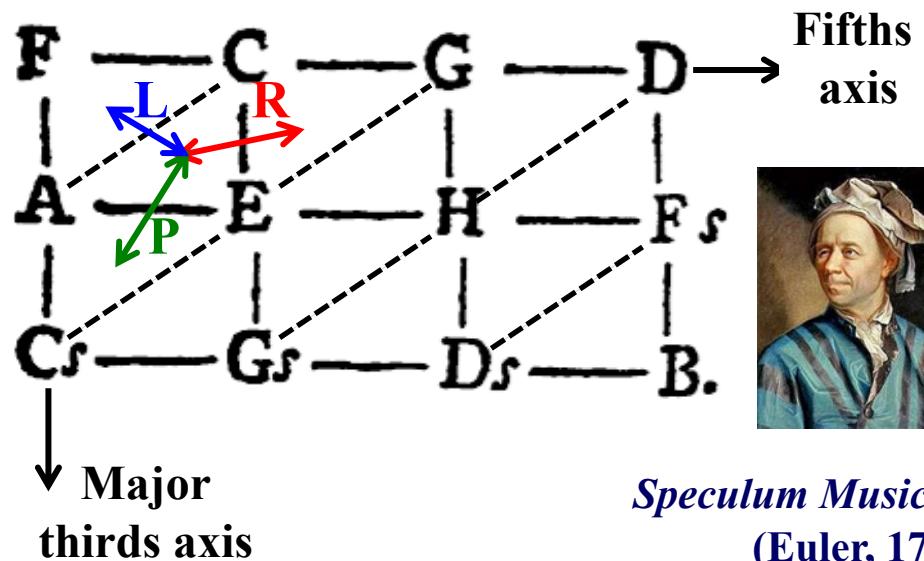
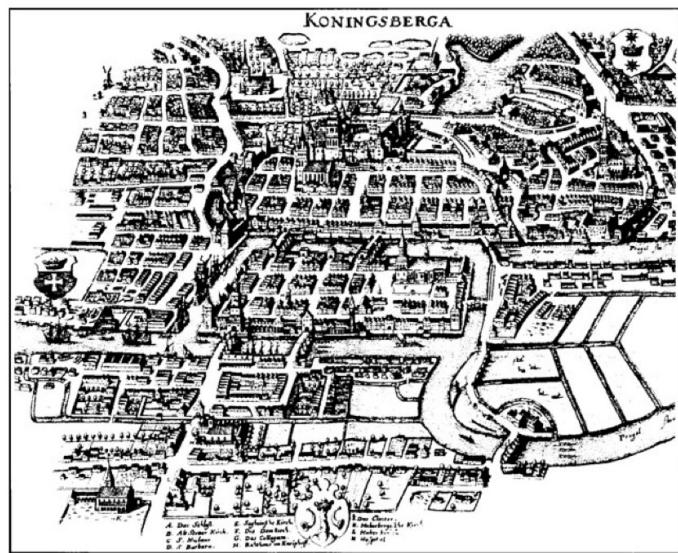
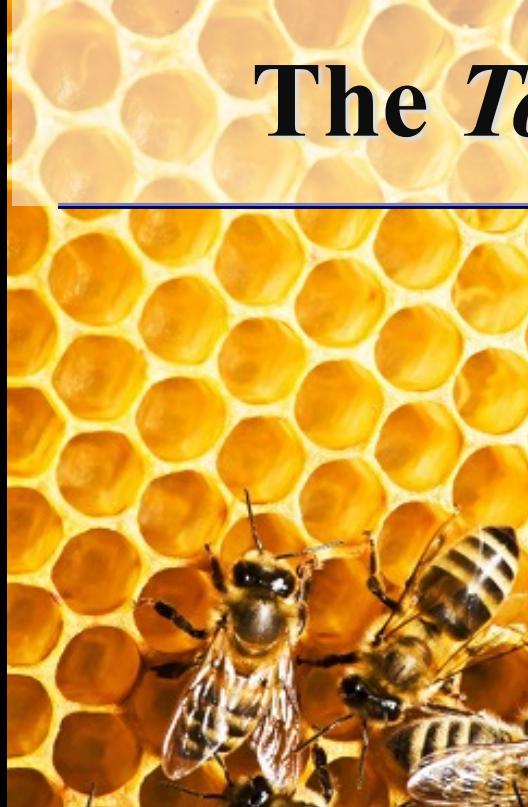
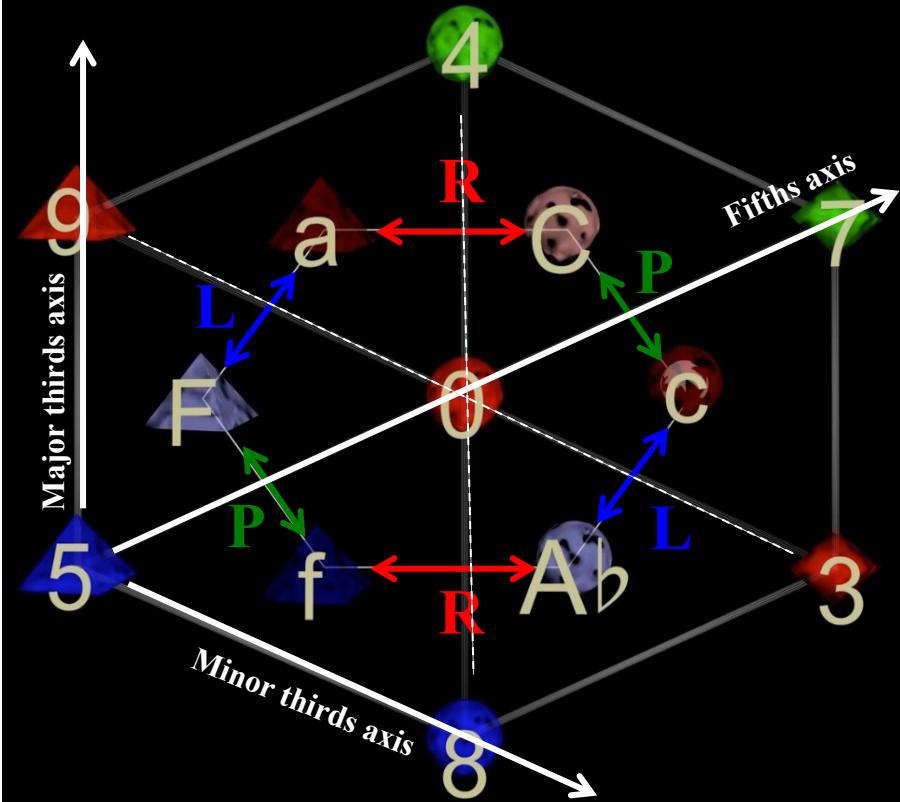


Solb	Hab	Fa	Ut	Sol	Ré	La	Mi	Si	Ré	La
-15	-14	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+14	+15

Durutte, *Technie, ou lois générales du système harmonique* (1855)

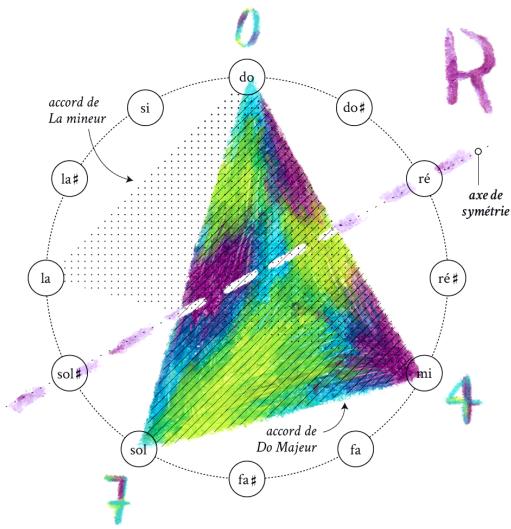
Leonhard Euler, the father of graph theory



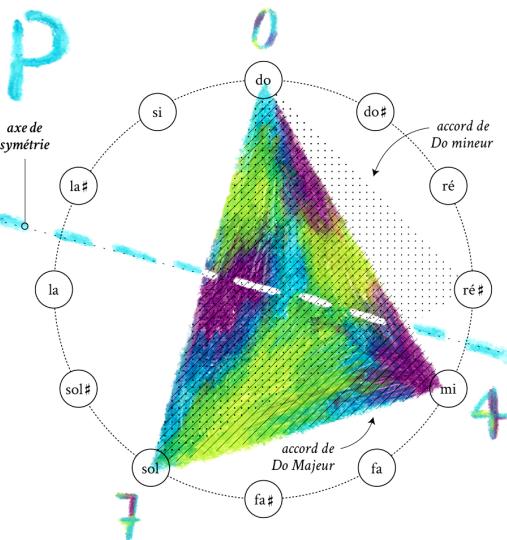


Speculum Musicum
(Euler, 1773)

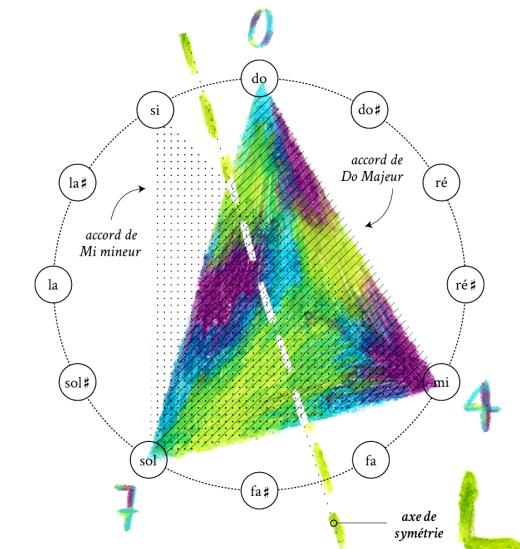
The three main major-minor symmetries



R as RELATIVE



P as PARALLEL



**L as LEADING-TONE
(EXCHANGE)**

C major



A minor

C major



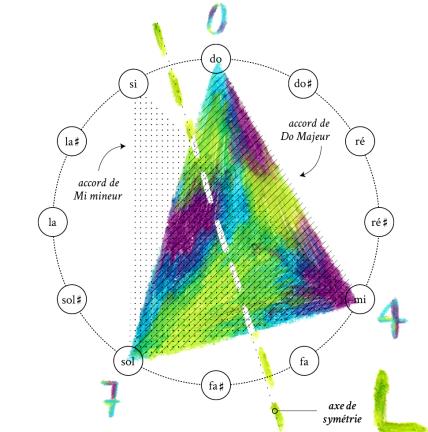
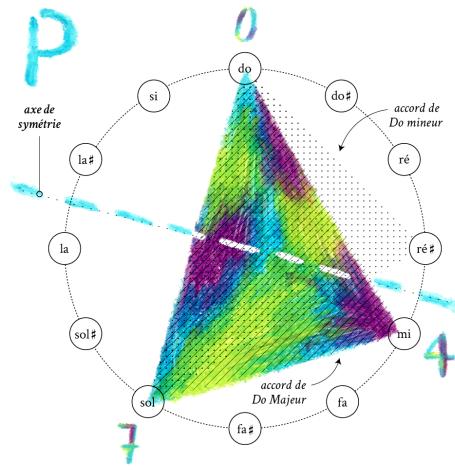
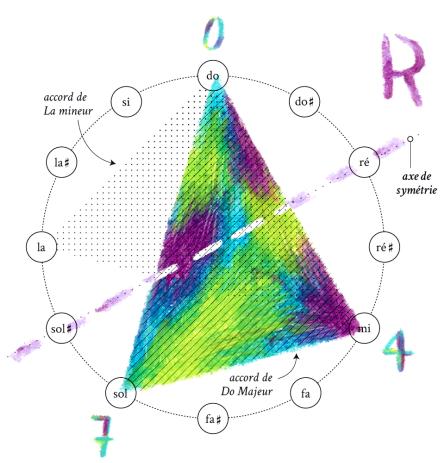
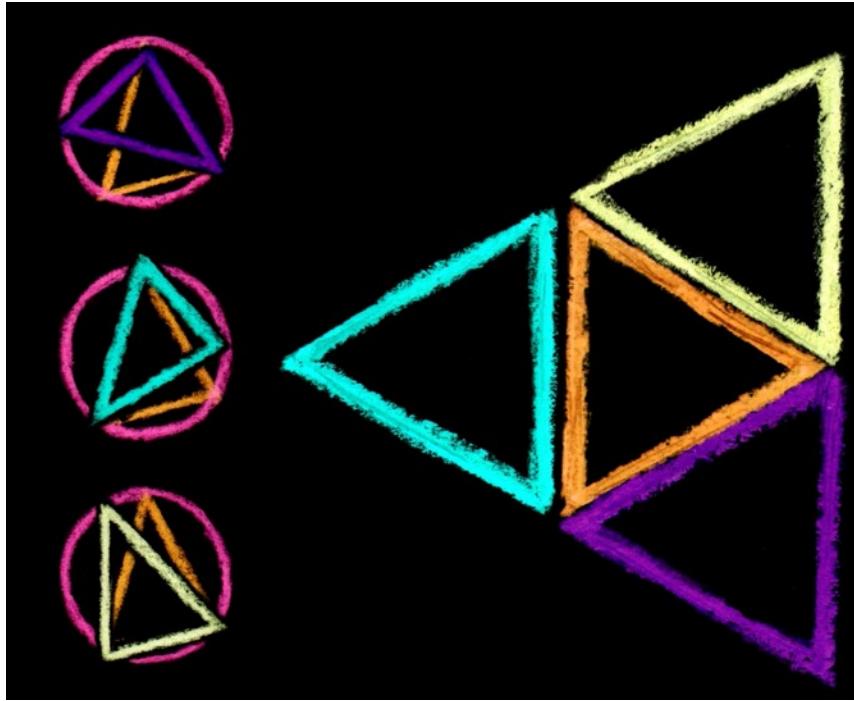
C minor

C major



E minor

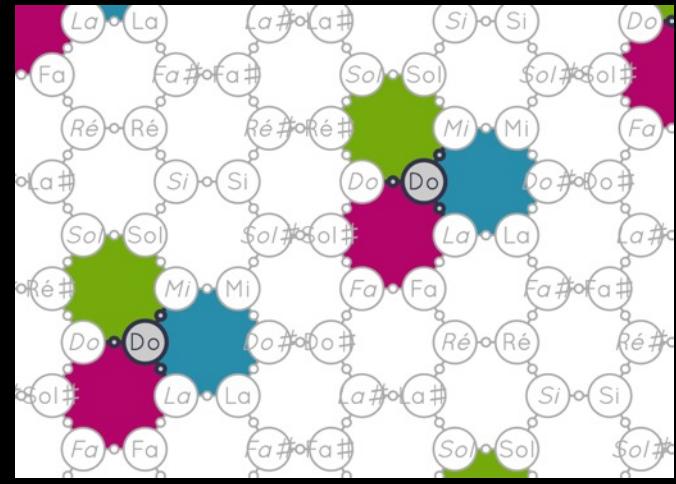
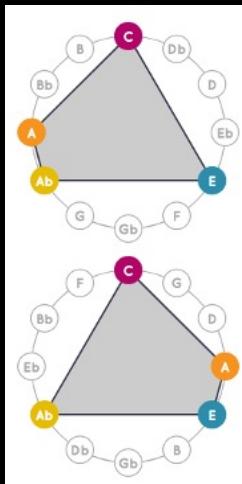
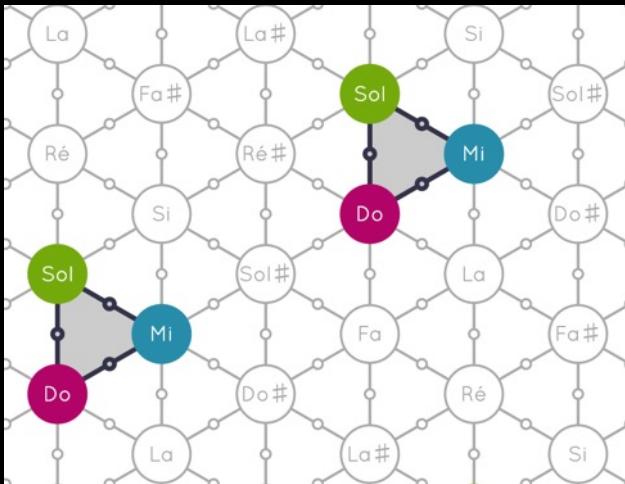
The three main symmetries in the Tonnetz



The generalized Tonnetz environment

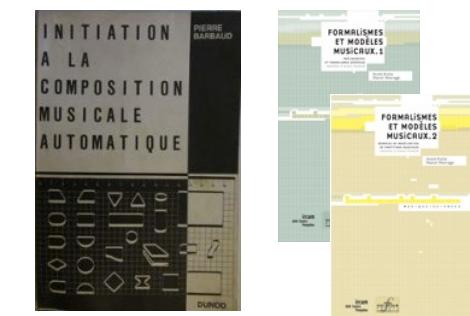
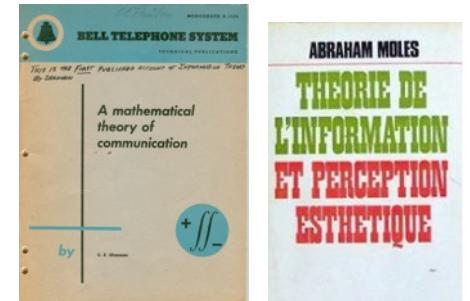
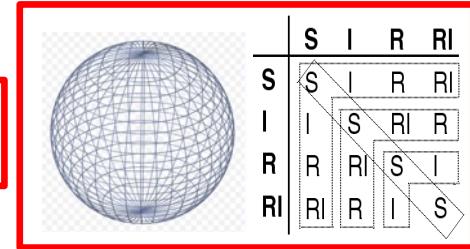
www.thetonnnetz.com

DEMO



Further developments (1930-1970)

- **1930** Reintroduction of finer pitch gradations through the use of quarter tones, sixth tones, etc., although still immersed in the tonal system. (Wyschnegradsky, Haba, Carillo).
- **1937-39** Ernst Krenek and the place of axiomatics in music
- **1946** Milton Babbitt and the use of group theory in music theory and composition
- **1949** Information Theory (Shannon & Weaver, *The mathematical theory of communication*)
- **1950** Second radical formalization of macrostructures with permutations, pitch modes of limited transpositions, and non-retrogradable rhythms (Messiaen).
- **1953** Introduction of the continuous scale of pitches and time (use of real numbers) in calculating the characteristics of sound, even if, for reasons of perception and interpretation, the real numbers are approximated with rationals. (This is my own contribution, theoretical as well as musical, which included as well the use of various domains of mathematics such as probabilities, logic calculus, and several structures including group structure. These will play an important role later in macro- and microcomposition).
- **1954** Edmond Costère, *Lois et Styles des Harmonies Musicales*. Paris: Presses Universitaires de France.
- **1957** New formalizations in music on the macrostructure level: stochastic Processes, Markov chains, though used in quite different ways (Hiller, Xenakis), and also the use of computers (Hiller).
- **1958** Abraham Moles, *Théorie de l'information et perception esthétique*.
- **1960** Axiomatics of the musical scales with the sieve theory and introduction of complex numbers in composition (this is also a result of my work).
- **1960-1970** Algorithmic music (Barbaud, Philippot) and the birth of computational musicology (Riotte, Mesnage)
- **1970** New proposals in the microstructure sounds by the introduction of continuous discontinuity with the aid of probability laws (random walk, Brownian movement). This continuous discontinuity is extended to macrostructures, thus introducing another architectural aspect on a macrolevel—for example, in instrumental music (this also is a result of my work).



Axiomatics and Group Theory in Music

Physicists and mathematicians are far in advance of musicians in realizing that their respective sciences do not serve to establish a concept of the universe conforming to an objectively existent nature.

*As the study of **axioms** eliminates the idea that axioms are something absolute, conceiving them instead as **free propositions of the human mind**, just so would this **musical theory free us from the concept of major/minor tonality [...] as an irrevocable law of nature**.*

Ernst Krenek : *Über Neue Musik*, 1937 (Engl. Transl. *Music here and now*, 1939)



D. Hilbert



E. Krenek

Axiomatics and Group Theory in Music

Physicists and mathematicians are far in advance of musicians in realizing that their respective sciences do not serve to establish a concept of the universe conforming to an objectively existent nature.

As the study of axioms eliminates the idea that axioms are something absolute, conceiving them instead as free propositions of the human mind, just so would this musical theory free us from the concept of major/minor tonality [...] as an irrevocable law of nature.

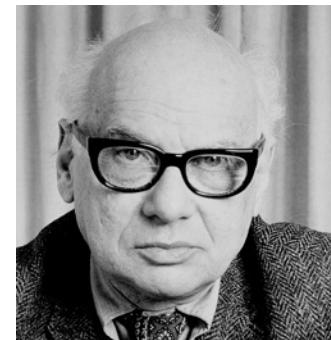
Ernst Krenek : *Über Neue Musik*, 1937 (Engl. Transl. *Music here and now*, 1939)



D. Hilbert



E. Krenek



M. Babbitt

Axiomatics and Group Theory in Music

Physicists and mathematicians are far in advance of musicians in realizing that their respective sciences do not serve to establish a concept of the universe conforming to an objectively existent nature.

As the study of axioms eliminates the idea that axioms are something absolute, conceiving them instead as free propositions of the human mind, just so would this musical theory free us from the concept of major/minor tonality [...] as an irrevocable law of nature.

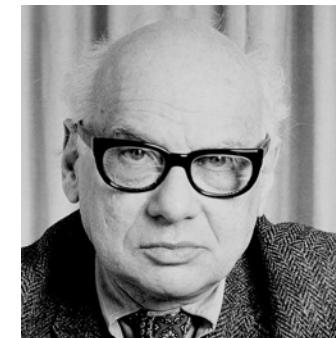
Ernst Krenek : *Über Neue Musik*, 1937 (Engl. Transl. *Music here and now*, 1939)



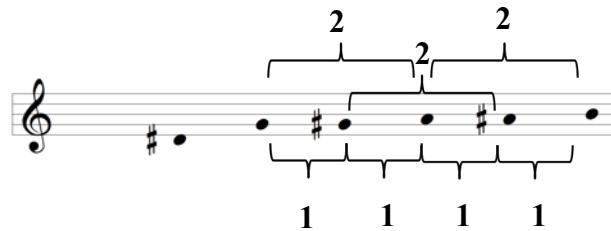
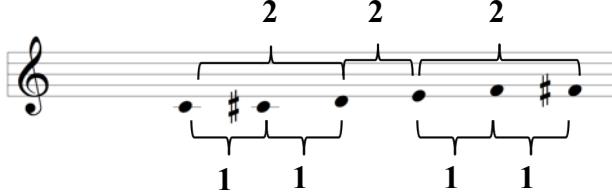
D. Hilbert



E. Krenek



M. Babbitt



Axiomatics and Group Theory in Music



D. Hilbert

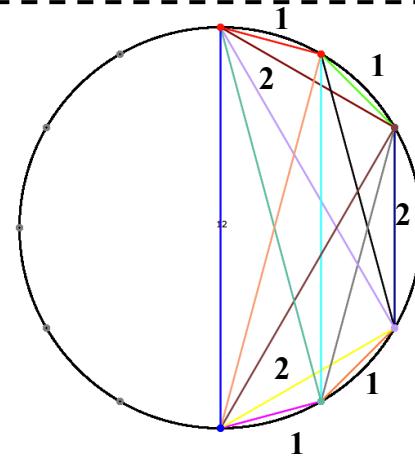


E. Krenek

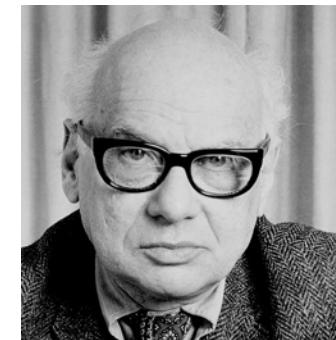
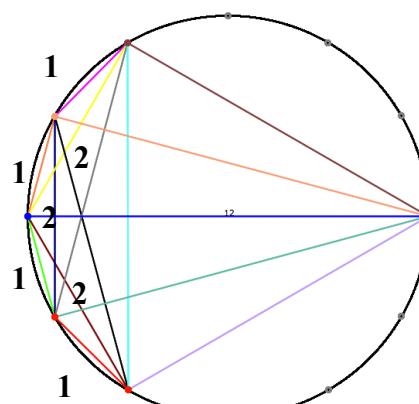
Physicists and mathematicians are far in advance of musicians in realizing that their respective sciences do not serve to establish a concept of the universe conforming to an objectively existent nature.

As the study of axioms eliminates the idea that axioms are something absolute, conceiving them instead as free propositions of the human mind, just so would this musical theory free us from the concept of major/minor tonality [...] as an irrevocable law of nature.

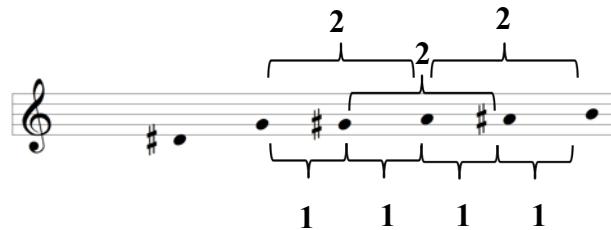
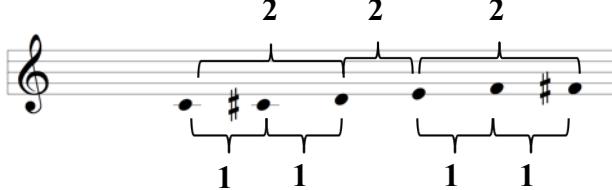
Ernst Krenek : *Über Neue Musik*, 1937 (Engl. Transl. *Music here and now*, 1939)



Hexachord
Theorem

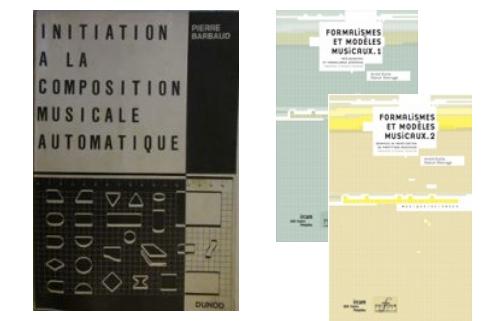
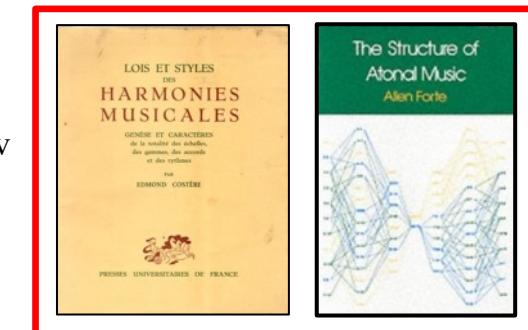
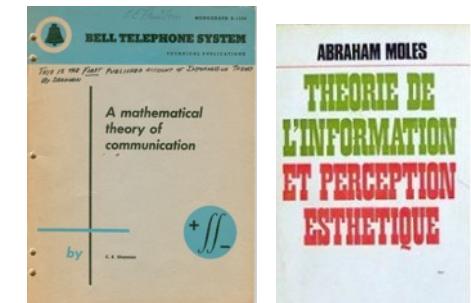
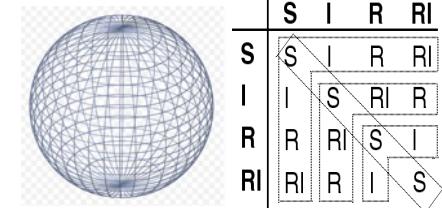


M. Babbitt



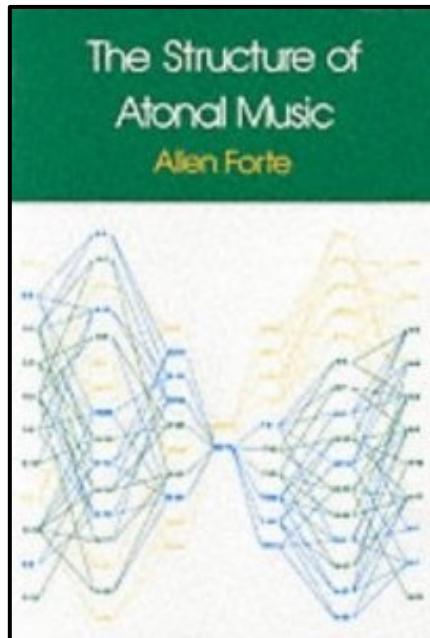
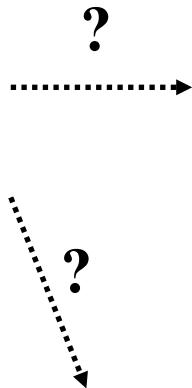
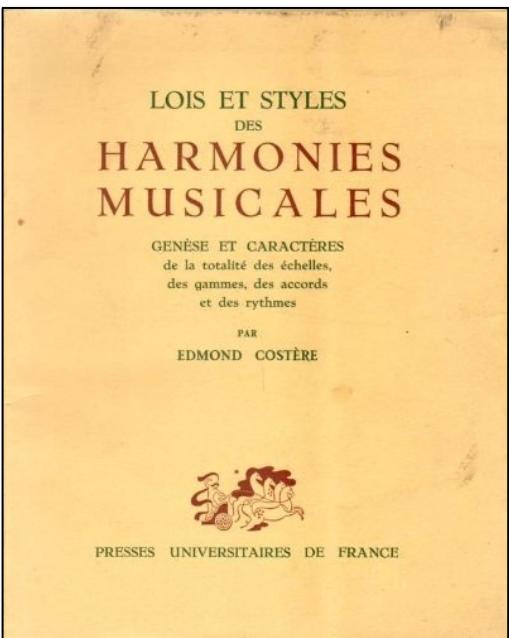
Further developments (1930-1970)

- **1930** Reintroduction of finer pitch gradations through the use of quarter tones, sixth tones, etc., although still immersed in the tonal system. (Wyschnegradsky, Haba, Carillo).
- **1937-39** Ernst Krenek and the place of axiomatics in music
- **1946** Milton Babbitt and the use of group theory in music theory and composition
- **1949** Information Theory (Shannon & Weaver, *The mathematical theory of communication*)
- **1950** Second radical formalization of macrostructures with permutations, pitch modes of limited transpositions, and non-retrogradable rhythms (Messiaen).
- **1953** Introduction of the continuous scale of pitches and time (use of real numbers) in calculating the characteristics of sound, even if, for reasons of perception and interpretation, the real numbers are approximated with rationals. (This is my own contribution, theoretical as well as musical, which included as well the use of various domains of mathematics such as probabilities, logic calculus, and several structures including group structure. These will play an important role later in macro- and microcomposition).
- **1954** Edmond Costère, *Lois et Styles des Harmonies Musicales*. Paris: Presses Universitaires de France.
- **1957** New formalizations in music on the macrostructure level: stochastic Processes, Markov chains, though used in quite different ways (Hiller, Xenakis), and also the use of computers (Hiller).
- **1958** Abraham Moles, *Théorie de l'information et perception esthétique*.
- **1960** Axiomatics of the musical scales with the sieve theory and introduction of complex numbers in composition (this is also a result of my work).
- **1960-1970** Algorithmic music (Barbaud, Philippot) and the birth of computational musicology (Riotte, Mesnage)
- **1970** New proposals in the microstructure sounds by the introduction of continuous discontinuity with the aid of probability laws (random walk, Brownian movement). This continuous discontinuity is extended to macrostructures, thus introducing another architectural aspect on a macrolevel—for example, in instrumental music (this also is a result of my work).
- **1973** (Musical) Set Theory. The Structure of Atonal Music (Allen Forte)



Enumerating musical structures: Costère, Set Theory, Sieve Theory

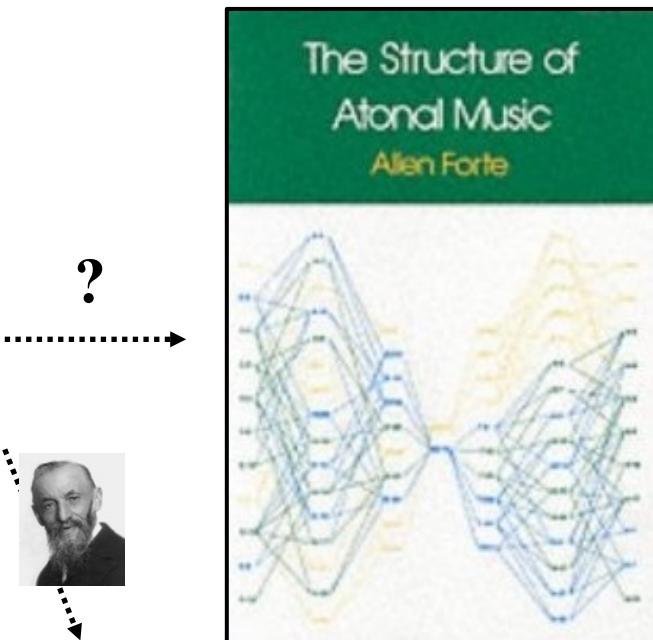
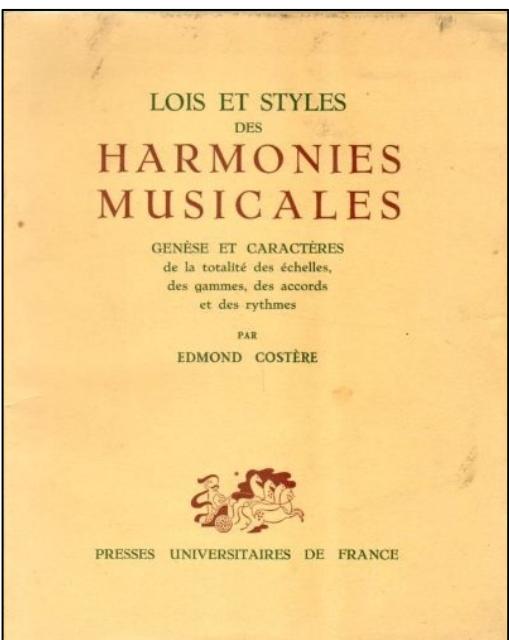
Edmond Costère, Lois et Styles des Harmonies Musicales. Paris: Presses Universitaires de France, 1954.



THESAURUS											- 115 -	(0 1 3 7)
interval vector: <1 1 1 1 1 1> Tn/Tn! type: [0 1 3 7] complementary: (0 2 3 4 6 7 8 9) isomers: (0 1 4 6) (0 2 5 6)												
azimuth: -87.21° root: 15 11 (2) 15 (0 8 5) 10 (8 5 1 4) vertax: 10 12 (6) 11 (3 6 0) 18 (5 1 7 5)												
Tn-roughness: 4.06 fusion: 1.18 tonicity: 9.38 phonicity: 33.75 + Costère number: 21 13 14 i = 0 Forte number: 4-Z29												
cardinal: 3 2 (3) 1 (1 1 2) 2 (3 0 1 1) tonal M: (6 6 5 4 5 4 5 6 7 3 5 4) tonal m: 6 (6 4 4 4 7 4 6 5 4 4 6 6)												
transpositional: 8 (9 5 5 5 9 6 9 5 5 5 5 9) inversional: (5 8 8 10 4 6 5 8 8 4 6 6) Tn invariance: 4 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 Tn! invariance: 1 2 2 2 0 1 2 2 0 2 0 2												
SUBSETS (0 1 3 5 6 8 9) (0) (0 1 3 5 6 8 9) (0 1) (0 1 3 5 7 8 9) (0 2) (0 1 4 6 7 8 9) (0 3) (0 2 3 4 5 6 8) (0 4) (0 2 3 4 5 6 9) (0 5) (0 2 3 4 5 6 8 9) (0 6) (0 2 3 4 5 6 7 8) (0 7) (0 2 3 4 5 6 7 9) (0 8) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 9) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 10) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 11) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 12) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 13) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 14) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 15) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 16) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 17) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 18) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 19) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 20) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 21) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 22) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 23) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 24) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 25) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 26) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 27) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 28) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 29) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 30) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 31) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 32) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 33) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 34) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 35) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 36) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 37) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 38) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 39) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 40) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 41) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 42) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 43) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 44) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 45) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 46) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 47) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 48) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 49) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 50) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 51) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 52) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 53) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 54) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 55) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 56) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 57) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 58) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 59) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 60) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 61) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 62) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 63) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 64) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 65) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 66) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 67) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 68) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 69) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 70) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 71) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 72) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 73) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 74) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 75) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 76) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 77) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 78) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 79) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 80) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 81) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 82) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 83) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 84) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 85) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 86) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 87) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 88) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 89) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 90) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 91) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 92) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 93) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 94) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 95) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 96) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 97) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 98) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 99) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 100) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 101) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 102) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 103) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 104) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 105) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 106) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 107) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 108) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 109) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 110) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 111) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 112) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 113) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 114) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 115) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 116) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 117) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 118) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 119) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 120) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 121) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 122) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 123) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 124) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 125) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 126) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 127) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 128) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 129) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 130) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 131) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 132) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 133) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 134) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 135) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 136) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 137) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 138) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 139) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 140) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 141) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 142) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 143) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 144) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 145) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 146) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 147) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 148) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 149) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 150) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 151) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 152) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 153) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 154) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 155) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 156) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 157) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 158) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 159) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 160) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 161) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 162) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 163) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 164) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 165) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 166) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 167) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 168) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 169) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 170) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 171) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 172) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 173) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 174) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 175) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 176) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 177) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 178) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 179) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 180) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 181) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 182) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 183) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 184) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 185) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 186) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 187) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 188) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 189) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 190) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 191) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 192) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 193) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 194) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 195) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 196) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 197) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 198) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 199) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 200) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 201) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 202) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 203) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 204) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 205) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 206) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 207) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 208) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 209) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 210) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 211) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 212) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 213) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 214) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 215) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 216) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 217) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 218) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 219) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 220) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 221) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 222) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 223) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 224) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 225) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 226) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 227) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 228) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 229) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 230) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 231) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 232) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 233) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 234) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 235) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 236) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 237) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 238) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 239) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 240) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 241) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 242) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 243) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 244) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 245) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 246) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 247) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 248) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 249) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 250) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 251) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 252) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 253) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 254) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 255) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 256) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 257) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 258) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 259) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 260) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 261) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 262) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 263) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 264) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 265) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 266) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 267) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 268) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 269) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 270) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 271) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 272) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 273) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 274) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 275) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 276) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 277) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 278) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 279) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 280) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 281) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 282) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 283) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 284) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 285) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 286) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 287) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 288) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 289) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 290) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 291) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 292) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 293) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 294) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 295) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 296) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 297) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 298) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 299) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 300) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 301) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 302) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 303) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 304) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 305) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 306) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 307) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 308) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 309) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 310) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 311) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 312) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 313) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 314) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 315) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 316) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 317) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 318) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 319) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 320) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 321) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 322) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 323) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 324) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 325) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 326) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 327) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 328) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 329) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 330) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 331) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 332) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 333) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 334) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 335) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 336) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 337) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 338) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 339) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 340) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 341) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 342) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 343) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 344) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 345) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 346) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 347) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 348) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 349) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 350) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 351) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 352) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 353) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 354) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 355) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 356) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 357) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 358) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 359) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 360) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 361) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 362) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 363) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 364) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 365) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 366) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 367) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 368) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 369) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 370) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 371) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 372) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0 373) (0 2 3 4 5 6 7 8 9) (0												

Enumerating musical structures: Costère, Set Theory, Sieve Theory

Edmond Costère, Lois et Styles des Harmonies Musicales. Paris: Presses Universitaires de France, 1954.



« L'ensemble des intervalles mélodiques est muni d'une **structure de groupe** avec comme loi de composition l'addition. [...] Or, cette structure n'est pas spécifique aux **hauteurs**, mais également aux **durées**, aux **intensités**, aux **densités** et à d'autres caractères des sons ou de la musique, comme par exemple le **degré d'ordre ou de désordre** »

(Xenakis, "La voie de la recherche et de la question", *Preuves*, 1965).

Marcus Alessi Bittencourt, “A computational model of E. Costère's music theories and Set-Theory implemented as an analytical calculator”, SBCM 2007, São Paulo.

Giuseppe Peano lu par Xenakis



Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti
Venezia, 9-11 maggio 2016

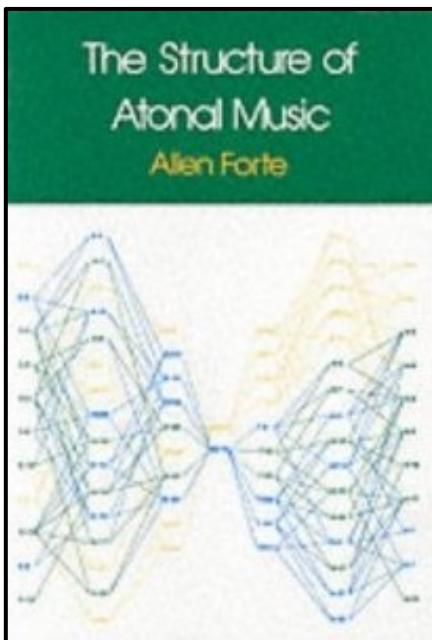
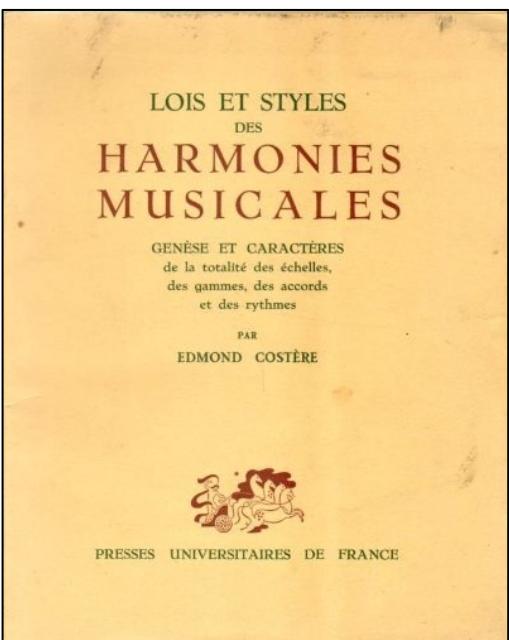
Moreno Andreatta
Equipe Représentations Musicales
IRCAM/CNRS UMR 9912
Moreno.Andreatta@ircam.fr



Istituto Veneto
di Scienze Lettere
ed Arti

Enumerating musical structures: Costère, Set Theory, Sieve Theory

Edmond Costère, Lois et Styles des Harmonies Musicales. Paris: Presses Universitaires de France, 1954.



THESAURUS

- 115 -

(0 1 3 7)

interval vector: <1 1 1 1 1 1>
Tn/Tn! type: [0 1 3 7]
complementarity: (0 2 3 4 6 7 8 9)
isomers: (0 1 4 6) (0 2 5 6)
Tn-roughness: 4.06 fusion: 1.18
tonicity: 9.38 phonicity: 33.75+
Costère number: 21 13 14 i=0
Forte number: 4-Z29

azimuth: -87.21°
root: 15 11 (2) 15 (0 8 5) 10 (8 5 1 4)
vertax: 10 12 (6) 11 (3 6 0) 18 (5 1 7 5)
cardinal: 3 2 (3) 1 (1 1 2) 2 (3 0 1 1)
tonal M: (6 6 5 4 5 4 5 6 7 3 5 4)
tonal m: 6 (6 4 4 4 7 4 6 5 4 4 6 6)
transpositional: 8 (9 5 5 5 9 6 9 5 5 5 5 9)
inversional: (5 8 8 10 4 6 5 8 8 4 6 6)
Tn invariance: 4 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1
Tn! invariance: 1 2 2 2 0 1 2 2 0 2 0

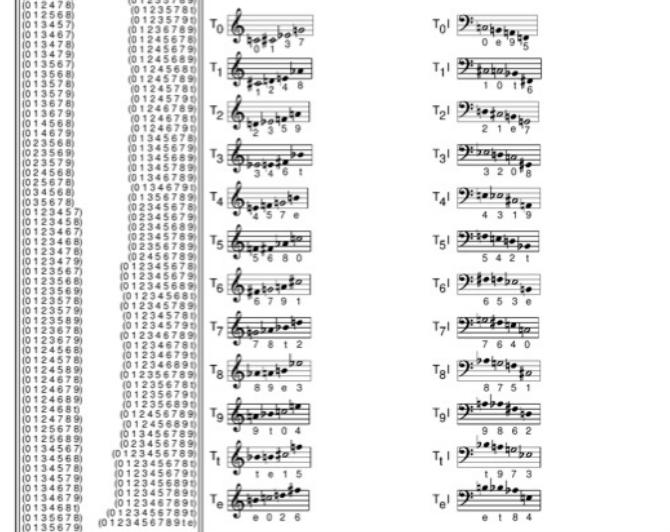
4 items

SUBSETS (0 1 3 5 6 8 9)
(0) (0 1 3 5 6 8 9)
(0 1) (0 1 3 5 7 8 9)
(0 2) (0 1 4 6 7 8 9)
(0 3) (0 1 3 4 5 6 8)
(0 4) (0 1 3 4 5 6 9)
(0 5) (0 1 3 4 5 6 8)
(0 6) (0 1 3 4 5 6 7)
(0 7) (0 1 3 4 5 6 7)
(0 2 6) (0 1 3 5 6 7 8)
(0 3 7) (0 1 3 5 6 7 9)
(0 5 6) (0 1 3 5 6 7 8)

SUPERTSETS (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 2 3 4 6) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 2 3 4 7) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 2 3 5 7) (0 1 2 3 4 5 6 9)
(0 1 2 3 6 7) (0 1 2 3 4 5 7 9)
(0 1 2 3 7 8) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 2 3 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 2 4 6 8) (0 1 2 3 4 5 6 9)
(0 1 2 4 7 8) (0 1 2 3 4 5 7 9)
(0 1 2 4 8 9) (0 1 2 3 4 6 7 9)
(0 1 3 4 5 7) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 3 4 6 7) (0 1 2 3 4 5 6 9)
(0 1 3 4 7 8) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 3 4 7 9) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 3 4 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 3 5 6 7) (0 1 2 3 4 6 7 9)
(0 1 3 5 6 8) (0 1 2 3 4 5 6 9)
(0 1 3 5 6 9) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 3 5 7 8) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 3 5 7 9) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 3 5 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 3 6 7 8) (0 1 2 3 4 5 7 9)
(0 1 3 6 7 9) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 3 6 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 3 7 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 6)
(0 1 3 8 9 0) (0 1 2 3 4 5 6 5)
(0 1 4 5 6 7 8) (0 1 2 3 4 5 6 9)
(0 1 4 5 6 7 9) (0 1 2 3 4 5 6 8)
(0 1 4 5 6 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 4 5 7 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 6)
(0 1 4 5 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 7)
(0 1 4 6 7 8 9) (0 1 2 3 4 5 6 5)
(0 1 4 6 7 9 0) (0 1 2 3 4 5 6 4)
(0 1 4 6 8 9 0) (0 1 2 3 4 5 6 3)
(0 1 4 6 9 0 1) (0 1 2 3 4 5 6 2)
(0 1 4 7 8 9 0 1) (0 1 2 3 4 5 6 1)
(0 1 4 7 8 9 0 2) (0 1 2 3 4 5 6 0)
(0 1 4 8 9 0 2) (0 1 2 3 4 5 5 9)
(0 1 4 8 9 0 3) (0 1 2 3 4 5 5 8)
(0 1 4 8 9 0 4) (0 1 2 3 4 5 5 7)
(0 1 4 8 9 0 5) (0 1 2 3 4 5 5 6)
(0 1 4 8 9 0 6) (0 1 2 3 4 5 5 5)
(0 1 4 8 9 0 7) (0 1 2 3 4 5 5 4)
(0 1 4 8 9 0 8) (0 1 2 3 4 5 5 3)
(0 1 4 8 9 0 9) (0 1 2 3 4 5 5 2)
(0 1 4 8 9 0 10) (0 1 2 3 4 5 5 1)
(0 1 4 8 9 0 11) (0 1 2 3 4 5 5 0)
(0 1 4 8 9 0 12) (0 1 2 3 4 5 4 9)
(0 1 4 8 9 0 13) (0 1 2 3 4 5 4 8)
(0 1 4 8 9 0 14) (0 1 2 3 4 5 4 7)
(0 1 4 8 9 0 15) (0 1 2 3 4 5 4 6)
(0 1 4 8 9 0 16) (0 1 2 3 4 5 4 5)
(0 1 4 8 9 0 17) (0 1 2 3 4 5 4 4)
(0 1 4 8 9 0 18) (0 1 2 3 4 5 4 3)
(0 1 4 8 9 0 19) (0 1 2 3 4 5 4 2)
(0 1 4 8 9 0 20) (0 1 2 3 4 5 4 1)
(0 1 4 8 9 0 21) (0 1 2 3 4 5 4 0)
(0 1 4 8 9 0 22) (0 1 2 3 4 5 3 9)
(0 1 4 8 9 0 23) (0 1 2 3 4 5 3 8)
(0 1 4 8 9 0 24) (0 1 2 3 4 5 3 7)
(0 1 4 8 9 0 25) (0 1 2 3 4 5 3 6)
(0 1 4 8 9 0 26) (0 1 2 3 4 5 3 5)
(0 1 4 8 9 0 27) (0 1 2 3 4 5 3 4)
(0 1 4 8 9 0 28) (0 1 2 3 4 5 3 3)
(0 1 4 8 9 0 29) (0 1 2 3 4 5 3 2)
(0 1 4 8 9 0 30) (0 1 2 3 4 5 3 1)
(0 1 4 8 9 0 31) (0 1 2 3 4 5 3 0)
(0 1 4 8 9 0 32) (0 1 2 3 4 5 2 9)
(0 1 4 8 9 0 33) (0 1 2 3 4 5 2 8)
(0 1 4 8 9 0 34) (0 1 2 3 4 5 2 7)
(0 1 4 8 9 0 35) (0 1 2 3 4 5 2 6)
(0 1 4 8 9 0 36) (0 1 2 3 4 5 2 5)
(0 1 4 8 9 0 37) (0 1 2 3 4 5 2 4)
(0 1 4 8 9 0 38) (0 1 2 3 4 5 2 3)
(0 1 4 8 9 0 39) (0 1 2 3 4 5 2 2)
(0 1 4 8 9 0 40) (0 1 2 3 4 5 2 1)
(0 1 4 8 9 0 41) (0 1 2 3 4 5 2 0)
(0 1 4 8 9 0 42) (0 1 2 3 4 5 1 9)
(0 1 4 8 9 0 43) (0 1 2 3 4 5 1 8)
(0 1 4 8 9 0 44) (0 1 2 3 4 5 1 7)
(0 1 4 8 9 0 45) (0 1 2 3 4 5 1 6)
(0 1 4 8 9 0 46) (0 1 2 3 4 5 1 5)
(0 1 4 8 9 0 47) (0 1 2 3 4 5 1 4)
(0 1 4 8 9 0 48) (0 1 2 3 4 5 1 3)
(0 1 4 8 9 0 49) (0 1 2 3 4 5 1 2)
(0 1 4 8 9 0 50) (0 1 2 3 4 5 1 1)
(0 1 4 8 9 0 51) (0 1 2 3 4 5 1 0)
(0 1 4 8 9 0 52) (0 1 2 3 4 5 0 9)
(0 1 4 8 9 0 53) (0 1 2 3 4 5 0 8)
(0 1 4 8 9 0 54) (0 1 2 3 4 5 0 7)
(0 1 4 8 9 0 55) (0 1 2 3 4 5 0 6)
(0 1 4 8 9 0 56) (0 1 2 3 4 5 0 5)
(0 1 4 8 9 0 57) (0 1 2 3 4 5 0 4)
(0 1 4 8 9 0 58) (0 1 2 3 4 5 0 3)
(0 1 4 8 9 0 59) (0 1 2 3 4 5 0 2)
(0 1 4 8 9 0 60) (0 1 2 3 4 5 0 1)
(0 1 4 8 9 0 61) (0 1 2 3 4 5 0 0)

Asymmetrical relative: (0 4 6 7)
integally tonal-imitative
0m [ab-bA]
Cardinally
relative with balanced cardinal pole
cardinal poles: (0 2) (8)
Tonality Minor
Tonally Explosive
Tonic m
tonal poles: (8M) (5m)
intrinsic tonic poles: 0m

COMMONALITY
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 t e
Tr: 109 28 36 32 36 39 54 39 36 32 36 28
Tr!: 35 47 43 51 44 24 38 57 54 20 43 23
(0 4 7): 53 31 13 51 15 30 31 26 46 24 20 29
(0 3 7): 79 23 15 28 25 34 28 31 30 22 28 12

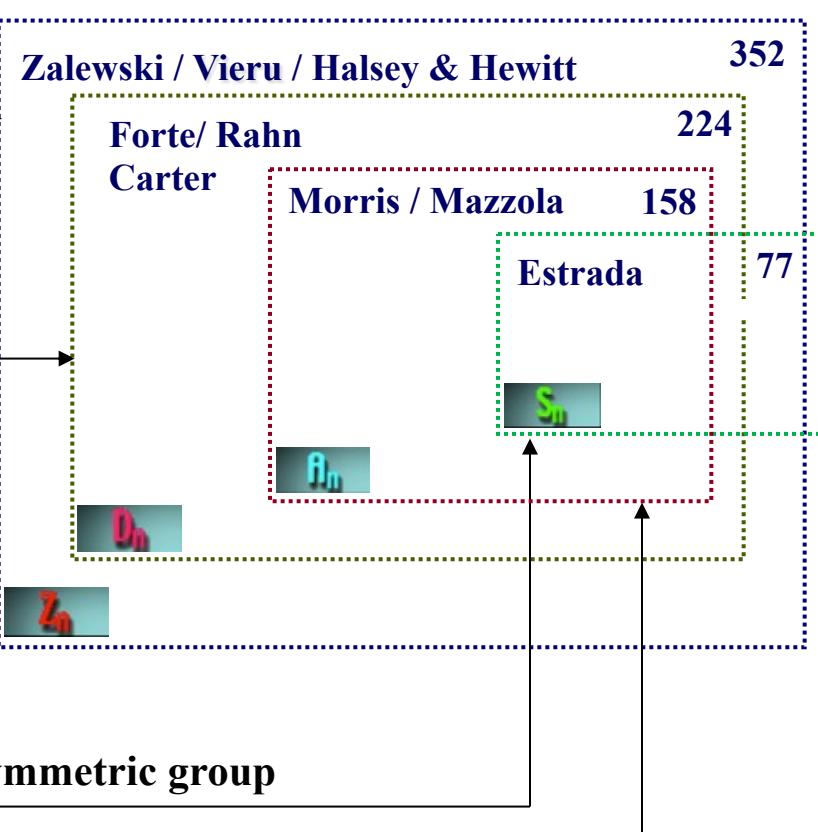
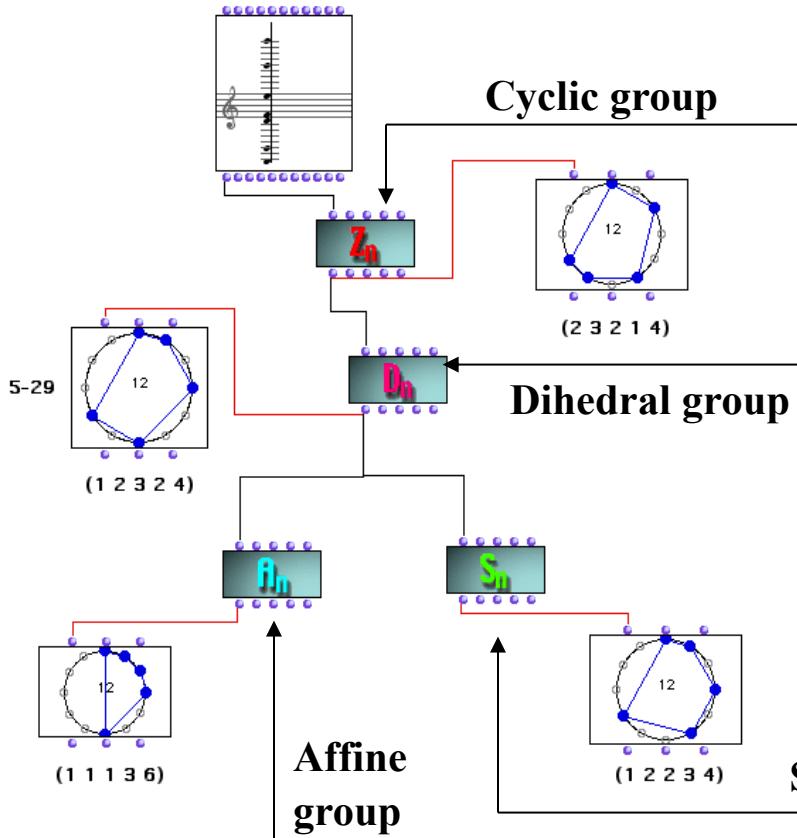


« L'ensemble des intervalles mélodiques est muni d'une **structure de groupe** avec comme loi de composition l'addition. [...] Or, cette structure n'est pas spécifique aux **hauteurs**, mais également aux **durées**, aux **intensités**, aux **densités** et à d'autres caractères des sons ou de la musique, comme par exemple le **degré d'ordre ou de désordre** »

(Xenakis, "La voie de la recherche et de la question", *Preuves*, 1965).

Marcus Alessi Bittencourt, "A computational model of E. Costère's music theories and Set-Theory implemented as an analytical calculator", SBCM 2007, São Paulo.

Klein Erlangen Program and chord classification



F. Klein



W. Burnside

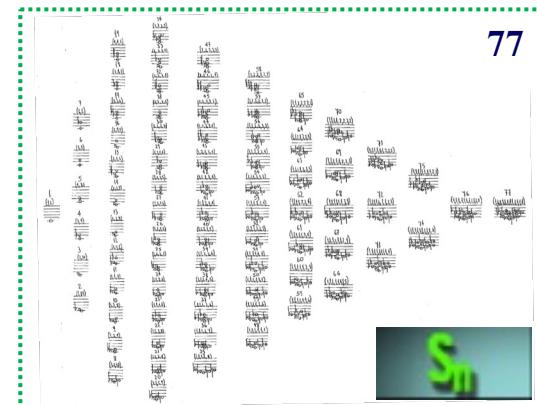


G. Polya

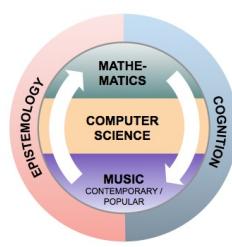


Julian Estrada

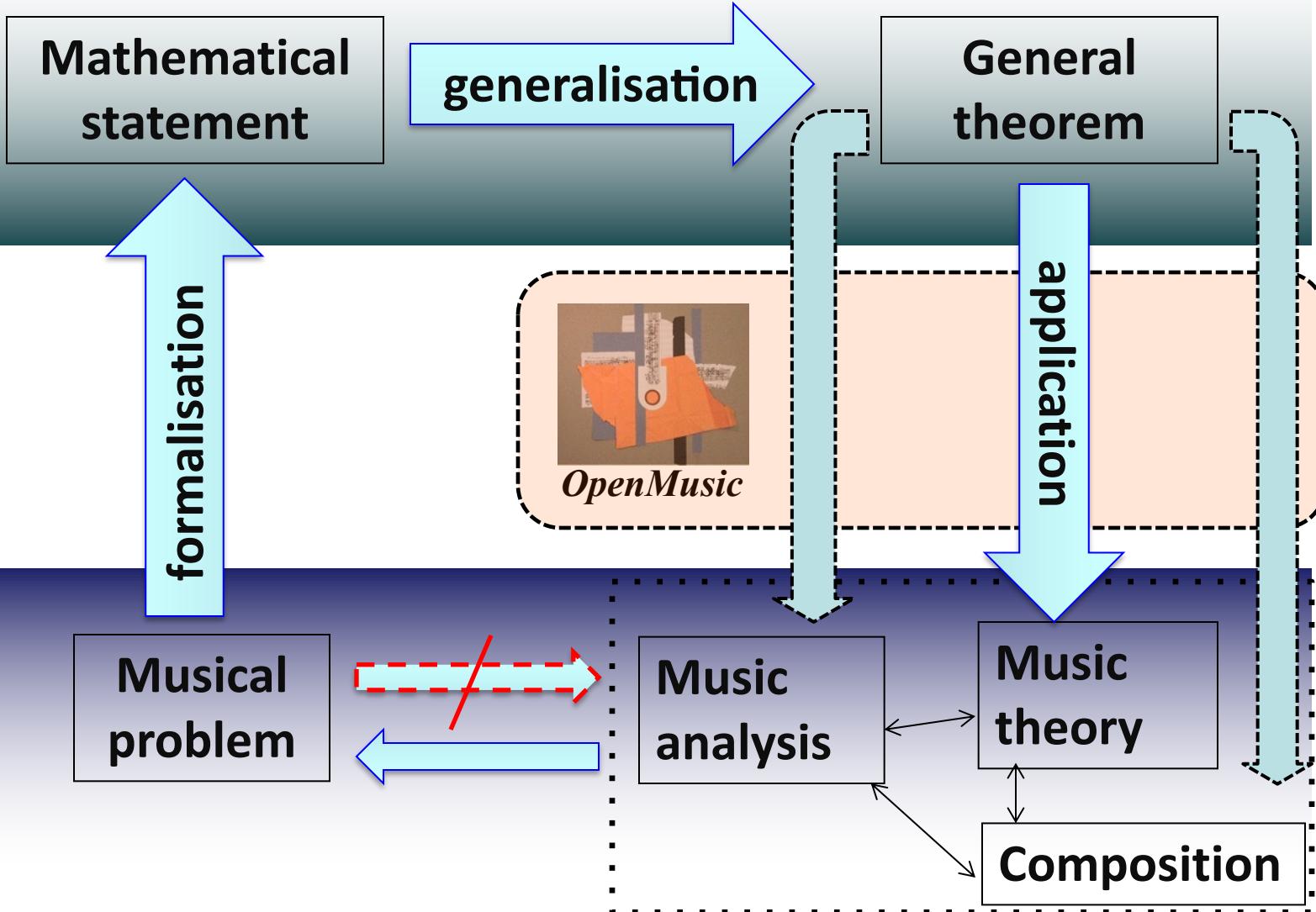
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z_n	1	6	19	43	66	80	66	43	19	6	1	1
D_n	1	6	12	29	38	50	38	29	12	6	1	1
A_n	1	5	9	21	25	34	25	21	9	5	1	1
S_n	1	6	12	15	13	11	7	5	3	2	1	1



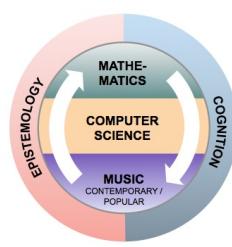
The double movement of a ‘mathemusical’ activity



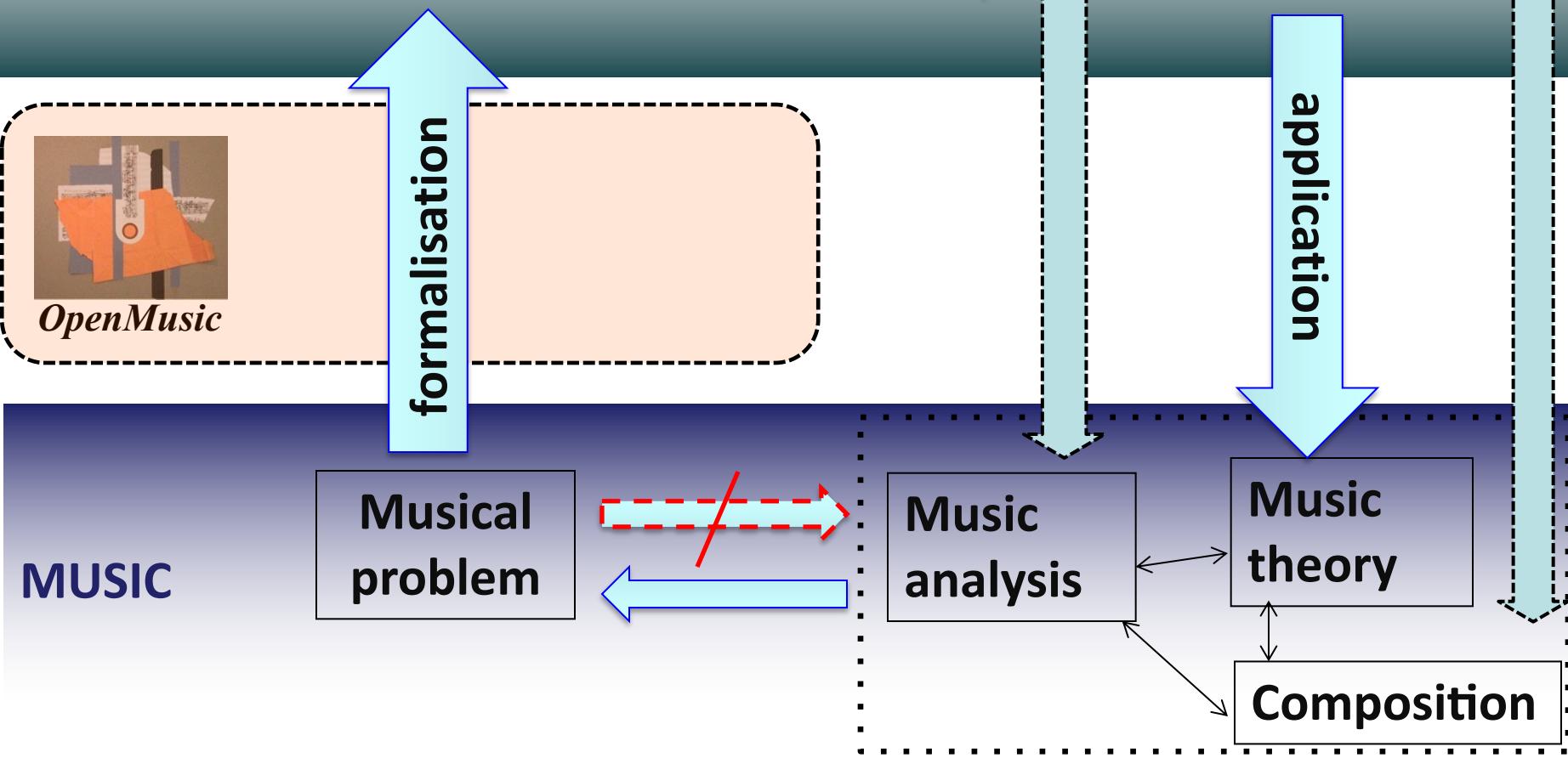
MATHEMATICS



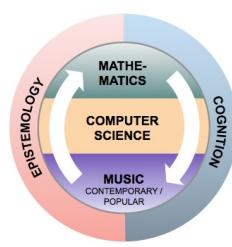
The double movement of a ‘mathemusical’ activity



MATHEMATICS



The double movement of a ‘mathemusical’ activity



MATHEMATICS



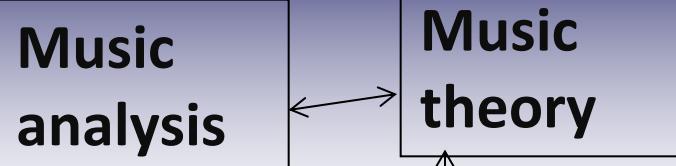
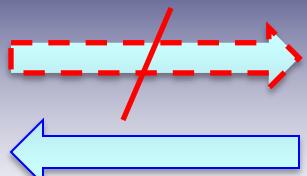
formalisation



OpenMusic

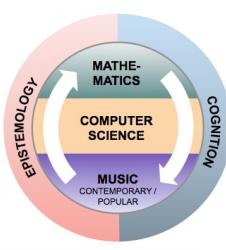
application

MUSIC



Composition

The double movement of a ‘mathemusical’ activity



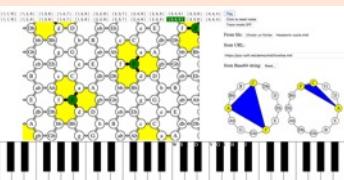
MATHEMATICS

Mathematical statement

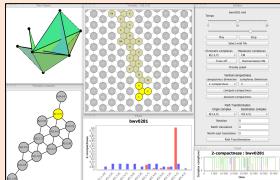
generalisation

General theorem

Tonnetz



formalisation



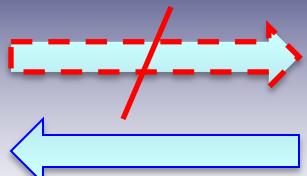
Hexachord



OpenMusic

MUSIC

Musical problem



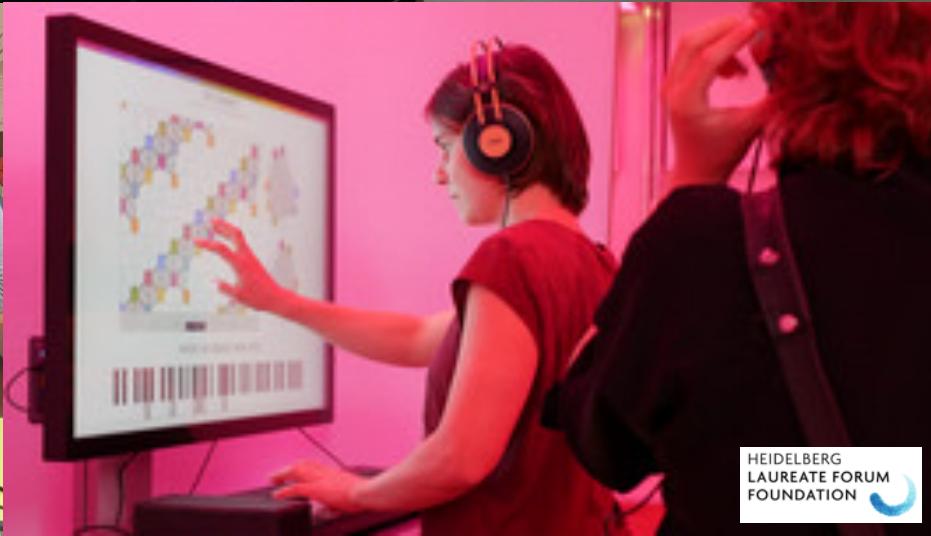
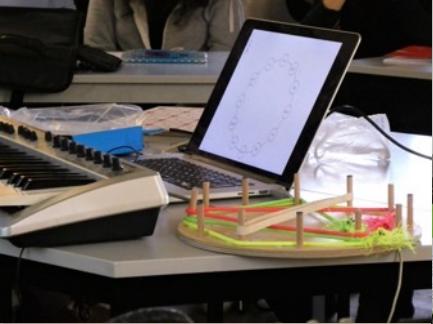
Music analysis

Music theory

Composition

application





Maths & Music in Academic Research

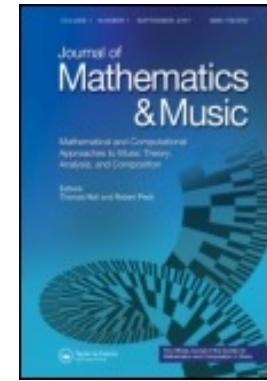
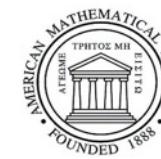
Official Journal and MC code (00A65: Mathematics and Music)

<https://www.tandfonline.com/journals/tmam20>

- *Journal of Mathematics and Music*, Taylor & Francis

Editors-in-Chief: E. Amiot, J. Yust

Associate Editor: D. Conklin



International Society for Mathematics and Computation in Music (SMCM) -

<http://www.smcm-net.info/>



SOCIETY FOR MATHEMATICS AND
COMPUTATION IN MUSIC

- 2007 Technische Universität (Berlin, Allemagne)
- 2009 Yale University (New Haven, USA)
- 2011 IRCAM (Paris, France)
- 2013 McGill University (Canada)
- 2015 Queen Mary University (London, United Kingdom)
- 2017 UNAM (Mexico City)
- 2019 Universidad Complutense de Madrid (Spain)
- 2022 Georgia State University (Atlanta, USA)
- 2024 University of Coimbra (Portugal)
- 2026 Bard College (New York State, USA)



Some examples of PhD on maths / music / computer science

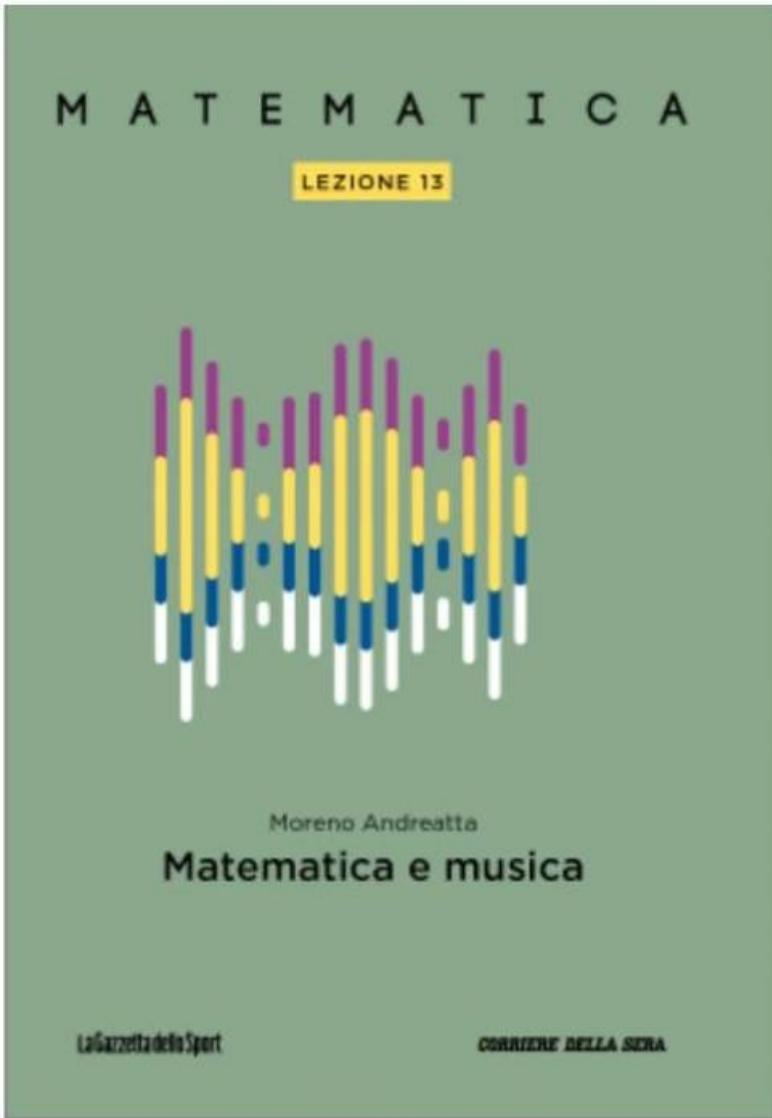
- **Christophe Weis**, *Geometric Models of Harmony as Tools for Computer Assisted Composition and Improvisation*, PhD in **music research**, Hochschule für Musik Karlsruhe (supervised by Marlon Schumacher and Moreno Andreatta).
- **Riccardo Giblas**, *Persistent homology and music analysis*, PhD in **maths** in cotutelle agreement, University of Padova (L. Fiorot & Alberto Tonolo) / Université de Strasbourg (M. Andreatta), 2024.
- **Paul Lascabettes**, *Mathematical Models for the Discovery of Musical Patterns and Structures, and for Performances Analysis*, PhD in **maths** at SU), 2023.
- **Gonzalo Romero**, *Morphologie mathématique et signal/symbolique*, PhD in **computer science** at SU), 2023.
- **Victoria Callet**, *Modélisation topologique de structures et processus musicaux*, PhD in **maths**, Université de Strasbourg (supervised by Pierre Guillot and Moreno Andreatta, IRMA), 2023.
- **Matias Fernandez Rosales**, *Mathematical models in Computer-assisted composition*, PhD in **composition and research**, HEAR/University of Strasbourg (supervision: Daniel D'Adamo, Xavier Hascher, Moreno Andreatta)
- **Greta Lanzarotto**, *Fuglede Spectral Conjecture, Musical Tilings and Homometry*, PhD in **maths** in cotutelle agreement, University of Pavia (L. Pernazza) / Université de Strasbourg (M. Andreatta), 2021.
- **Alessandro Ratoci**, Vers l'hybridation stylistique assistée par ordinateur, PhD in music **composition & research**, Sorbonne University / IRCAM (cosupervised with Laurent Cugny), suspended.
- **Sonia Cannas**, *Geometric representation and algebraic formalization of musical structures*, PhD in **maths** in cotutelle agreement, University of Pavia (L. Pernazza) / Université de Strasbourg (A. Papadopoulos & M. Andreatta), 2019.
- **Grégoire Genuys**, *Théorie de l'homométrie et musique*, PhD in **maths**, Sorbonne University / IRCAM (cosupervised with Jean-Paul Allouche), 2017.
- **Hélianthe Caure**, *Pavages en musique et conjectures ouvertes en mathématiques*, PhD in **computer science**, Sorbonne University (cosupervised with Jean-Paul Allouche), 2016.
- **Mattia Bergomi**, *Dynamical and topological tools for (modern) music analysis*, PhD in **maths** in a cotutelle agreement Sorbonne University / University of Milan (with Goffredo Haus, 2015).
- **Charles De Paiva**, *Systèmes complexes et informatique musicale*, thèse de doctorat, Programme Doctoral International « Modélisation des Systèmes Complexes », PhD in **musicology** in a cotutelle agreement, Sorbonne University / UNICAMP, Brésil, 2016.
- **Louis Bigo**, *Représentation symboliques musicales et calcul spatial*, PhD in **computer science**, University of Paris Est Créteil / IRCAM, 2013 (with Olivier Michel and Antoine Spicher)
- **Emmanuel Amiot**, *Modèles algébriques et algorithmiques pour la formalisation mathématique de structures musicales*, PhD in, Sorbonne University / IRCAM, 2010 (cosupervised with Carlos Agon) **computer science**
- **Yun-Kang Ahn**, *L'analyse musicale computationnelle*, PhD in **computer science**, Sorbonne University / IRCAM, 2009 (cosupervised with Carlos Agon)



Some examples of PhD on maths / music / computer science

- **Christophe Weis**, *Geometric Models of Harmony as Tools for Computer Assisted Composition and Improvisation*, PhD in **music research**, Hochschule für Musik Karlsruhe (supervised by Marlon Schumacher and Moreno Andreatta).
- **Riccardo Giblas**, *Persistent homology and music analysis*, PhD in **maths** in cotutelle agreement, University of Padova (L. Fiorot & Alberto Tonolo) / Université de Strasbourg (M. Andreatta), 2024.
- **Paul Lascabettes**, *Mathematical Models for the Discovery of Musical Patterns and Structures, and for Performances Analysis*, PhD in **maths** at SU), 2023.
- **Gonzalo Romero**, *Morphologie mathématique et signal/symbolique*, PhD in **computer science** at SU), 2023.
- **Victoria Callet**, *Modélisation topologique de structures et processus musicaux*, PhD in **maths**, Université de Strasbourg (supervised by Pierre Guillot and Moreno Andreatta, IRMA), 2023.
- **Matias Fernandez Rosales**, *Mathematical models in Computer-assisted composition*, PhD in **composition and research**, HEAR/University of Strasbourg (supervision: Daniel D'Adamo, Xavier Hascher, Moreno Andreatta)
- **Greta Lanzarotto**, *Fuglede Spectral Conjecture, Musical Tilings and Homometry*, PhD in **maths** in cotutelle agreement, University of Pavia (L. Pernazza) / Université de Strasbourg (M. Andreatta), 2021.
- **Alessandro Ratoci**, Vers l'hybridation stylistique assistée par ordinateur, PhD in music **composition & research**, Sorbonne University / IRCAM (cosupervised with Laurent Cugny), suspended.
- **Sonia Cannas**, *Geometric representation and algebraic formalization of musical structures*, PhD in **maths** in cotutelle agreement, University of Pavia (L. Pernazza) / Université de Strasbourg (A. Papadopoulos & M. Andreatta), 2019.
- **Grégoire Genuys**, *Théorie de l'homométrie et musique*, PhD in **maths**, Sorbonne University / IRCAM (cosupervised with Jean-Paul Allouche), 2017.
- **Hélianthe Caure**, *Pavages en musique et conjectures ouvertes en mathématiques*, PhD in **computer science**, Sorbonne University (cosupervised with Jean-Paul Allouche), 2016.
- **Mattia Bergomi**, *Dynamical and topological tools for (modern) music analysis*, PhD in **maths** in a cotutelle agreement Sorbonne University / University of Milan (with Goffredo Haus, 2015).
- **Charles De Paiva**, *Systèmes complexes et informatique musicale*, thèse de doctorat, Programme Doctoral International « Modélisation des Systèmes Complexes », PhD in **musicology** in a cotutelle agreement, Sorbonne University / UNICAMP, Brésil, 2016.
- **Louis Bigo**, *Représentation symboliques musicales et calcul spatial*, PhD in **computer science**, University of Paris Est Créteil / IRCAM, 2013 (with Olivier Michel and Antoine Spicher)
- **Emmanuel Amiot**, *Modèles algébriques et algorithmiques pour la formalisation mathématique de structures musicales*, PhD in, Sorbonne University / IRCAM, 2010 (cosupervised with Carlos Agon) **computer science**
- **Yun-Kang Ahn**, *L'analyse musicale computationnelle*, PhD in **computer science**, Sorbonne University / IRCAM, 2009 (cosupervised with Carlos Agon)





Sommario

- Introduzione
- MATEMATICA E MUSICA
 - Qualche parola per cominciare
 - Quando la musica precede la matematica...
 - Formalizzazione algebrica delle strutture musicali
 - Il Tonnetz e le sue generalizzazioni
 - Da Minkowski a Fuglede: canoni ritmici a mosaico e congetture aperte
- I MAESTRI DELLA STORIA DELLA MATEMATICA
 - Babbage e Lovelace
- GIOCHI MATEMATICI
 - Matemusica
 - Soluzioni
- ESERCIZI
 - Soluzioni

Grazie per la vostra attenzione

