

**A LA LUMIERE DES
MATHEMATIQUES ET
A L'OMBRE DE LA PHILOSOPHIE**

Collection *Musique/Sciences*

dirigée par Jean-Michel Bardez & Moreno Andreatta

La collection *Musique/Sciences* contribue à la mise en perspective des rapports entre deux types de pensée qui ont entretenu des liens étroits depuis l'Antiquité : la pensée musicale et la pensée scientifique. Le *quadrivium* souvent cité (qui regroupait musique, astronomie, géométrie et arithmétique) nous rappelle simplement qu'à une époque imprégnée de souffle divin il n'était pas inquiétant de concevoir ces deux pensées comme jumelles. Au cours du XX^e siècle, musique et science ont développé de nouvelles articulations, particulièrement en établissant des relations profondes avec les mathématiques et en ouvrant progressivement la recherche musicale à l'utilisation de l'informatique. La modélisation, dans ses aspects à la fois théoriques, analytiques et compositionnels, est, plus que jamais, au cœur d'une réflexion musicologique générale riche d'implications philosophiques qui viennent irriguer les savoirs musicaux et scientifiques. On n'amoindrit pas le plaisir de l'écoute lorsqu'elle est plus active, plus consciente de certains aspects générateurs — bien au contraire.

Cette collection pluridisciplinaire proposera des ouvrages aussi bien en français et en anglais qu'en édition bilingue ou en plusieurs langues.

Déjà parus

- Gérard Assayag, François Nicolas, Guerino Mazzola (dir.), *Penser la musique avec les mathématiques ?*
- André Riotte, Marcel Mesnage, *Formalismes et modèles musicaux*, 2 vol.
- Carlos Agon, Gérard Assayag, Jean Bresson (eds), *The OM Composer's Book*, vol. I
- Franck Jedrzejewski, *Mathematical Theory of Music*
- Moreno Andreatta, Jean-Michel Bardez, John Rahn (dir.), *Autour de la Set Theory. Rencontre musicologique franco-américaine*
- Moreno Andreatta, Jean-Michel Bardez, John Rahn (eds), *Around Set Theory. A French/American Musicological Meeting*
- Jean Bresson, Carlos Agon, Gérard Assayag (eds), *The OM Composer's Book*, vol. II
- Guerino Mazzola, *La vérité du beau dans la musique*
- Emmanuelle Rix, Marcel Formosa (dir.), *Vers une sémiotique générale du temps dans les arts*
- Gérard Assayag, Andrew Gerzso (eds), *New Computational Paradigms for Computer Music*
- Rozalie Hirs, Bob Gilmore (eds), *Contemporary compositional techniques and OpenMusic*, The OM Book Series

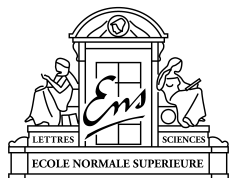
A LA LUMIERE DES MATHEMATIQUES
ET A L'OMBRE DE LA PHILOSOPHIE

Dix ans de séminaire *mamuphi*

« Mathématiques, musique et philosophie »

Ouvrage réalisé sous la direction de
Moreno Andreatta, François Nicolas et Charles Alunni

Collection *Musique/Sciences*



 **ircam**
Centre
Pompidou

Directeurs de la collection

Jean-Michel Bardez et Moreno Andreatta

Comité éditorial de la collection

Carlos Agon, Ircam/CNRS/UPMC, Paris

Gérard Assayag, Ircam/CNRS/UPMC, Paris

Marc Chemillier, École des hautes études en sciences sociales, Paris

Ian Cross, université de Cambridge

Philippe Depalle, université de McGill, Montréal

Xavier Hascher, université de Strasbourg

Alain Poirier, Conservatoire national supérieur de musique et de danse de Lyon

Miller Puckette, université de Californie, San Diego

Hugues Vinet, Ircam/CNRS/UPMC, Paris

Communication et éditions

Claire Marquet

Coordination éditoriale et mise en page

Moreno Andreatta

Conception couverture

BelleVille

Tous droits de traduction, d'adaptation et de reproduction par tous procédés réservés pour tous pays.
Le code de la propriété intellectuelle du 1^{er} juillet 1992 n'autorise, aux termes de l'article L. 122-5, 2^e
et 3^e a), d'une part, « que les copies ou reproductions strictement réservées à l'usage du copiste et non
destinées à une utilisation collective » et, d'autre part, « que les analyses et les courtes citations dans
un but d'exemple et d'illustration ». « Toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite
sans le consentement de l'auteur ou ayant cause, est illicite » (article L.122-4). Cette représentation
ou reproduction par quelque procédé que ce soit constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les
articles L. 335-2 et suivants du Code de la propriété intellectuelle.

ISBN 978-2-7521-0139-6

© 2012 by Editions DELATOUR FRANCE/Ircam-Centre Pompidou

www.editions-delatour.com

www.ircam.fr

Table des matières

Préface

Moreno Andreatta, François Nicolas et Charles Alunni vii

OUVERTURE

De trois manières de théoriser la musique *avec* les mathématiques
(Petit bilan d'une décennie *mamuphi* 2001-2011)

François Nicolas 3

RAISONANCES MAMUPHIQUES

Mathématiques/Musique et Philosophie dans la tradition américaine :
la filiation Babbitt/Lewin

Moreno Andreatta 51

La créativité de Beethoven dans la dernière variation de l'op. 109.
Une nouvelle approche analytique utilisant le lemme de Yoneda

Guerino Mazzola et Joomi Park 75

Des sons et des quanta

Thierry Paul 85

Autour du tempérament

Description d'un tempérament égal non classique

Yves Hellegouarch 97

Quelques remarques sur les tempéraments

Franck Jedrzejewski 101

A LA LUMIERE DES MATHEMATIQUES

Le problème de l'orientation dans la pensée mathématique
et l'art des conjectures

Yves André 109

Que faire, aujourd'hui, des mathématiques ?

Pierre Lochak 123

Autour de la pensée catégorielle

Modélisation qualitative catégoricienne : modèles, signes et formes René Guitart	133
Du vieux et du neuf sur les allégories Jean Bénabou	149
Des jets aux infiniment petits : quand l'intuition se mue en rigueur Francis Borceux	161
Attractions borroméennes. De la connectivité aux temporalités Stéphane Dugowson	177

A L'OMBRE DE LA PHILOSOPHIE

Le Lemme de Yoneda : enjeux pour une conjecture philosophique ? (variations sous forme pro-lemmatique, mais en prose) Charles Alunni	195
La théorie des catégories : un outil de musicologie scientifique aux yeux de la critique philosophique Ralf Krömer	213
L'intuition physico-mathématique. L'expérience de (la) pensée chez Gilles Châtelet Andrea Cavazzini	223

CODA

D'Alembert - Rameau - Rousseau (& Diderot) : <i>mamuphi</i> au cœur des Lumières ? Nancy Diguierher	237
--	-----

COMPTE RENDUS

Gérard Assayag, Guerino Mazzola, François Nicolas, <i>Penser la musique avec les mathématiques ?</i>, Ircam/Delatour France, 2006 Xavier Hascher	267
Timothy Johnson, <i>Foundations of Diatonic Theory. A Mathematically Based Approach to Music Fundamentals</i>, Key College Publishing, 2003 Julien Junod	269
Guerino Mazzola, <i>La vérité du beau dans la musique</i>, Ircam/Delatour France, 2007 Emmanuel Amiot	271

Préface

« *Mamuphi* » : le nom d'un lieu singulier où mathématiques, musique et philosophie viennent se frotter, s'entrechoquer, se pincer, se faire résonner comme si chacune de ces disciplines devenait ici un instrument susceptible d'être frotté, frappé, pincé ou soufflé par les deux autres. Ce lieu, suscité à l'Ircam en 1999 par des mathématiciens soucieux de « logique musicale », progressivement stabilisé et diversifié autour d'un séminaire qui se tient depuis dix ans à l'Ens (Ulm, Paris), voit collaborer musiciens et musicologues, mathématiciens et philosophes.

À la lumière des mathématiques et à l'ombre de la philosophie voudrait présenter un bouquet significatif des voix qui viennent s'y exposer. Autant de réflexions foisonnantes plutôt que convergentes : chacun y parle en son nom propre de son travail le plus exigeant pour l'adresser à des gens d'une tout autre discipline. Certains usent de la métaphore pour mieux se faire comprendre, d'autres de l'analogie ou de la fiction ; certains théorisent, d'autres conjecturent ; quelques-uns laissent plutôt à leur auditoire le soin de décider ce qui de leur propos pourra ou non raisonner ailleurs. Il ne s'agit pas ici à proprement parler de synthèse, ou d'application, moins encore de mélanger les formes de pensée. Il s'agit de rapprocher pour stimuler, de confronter pour distinguer, d'éprouver au plus près l'écart irréductible qui relie en séparant mathématiques / musique / philosophie.

Afin d'aider le lecteur à mieux s'orienter dans l'espace conceptuel du séminaire *mamuphi*, nous avons choisi de partager les contributions en trois groupes thématiques.

À une première catégorie appartiennent les contributions proposant une réflexion sur la musique (dans ses aspects théoriques, analytiques ou compositionnels) dans un rapport avec l'une des deux autres disciplines. La section s'ouvre avec une étude à la fois historique et théorique sur la tradition américaine en matière d'approche transformationnelle (à partir des travaux de Milton Babbitt et David Lewin). D'un point de vue philosophique, si la tradition américaine de la *Set Theory* est fortement influencée, dès ses origines babbittiennes, par le positivisme logique, les approches transformationnelles dépassent les frontières qui caractérisent la philosophie analytique et touchent à d'autres orientations de pensée, plus proches de la phénoménologie husserlienne dans ses rapports (problématiques) avec la démarche structurale.

On retrouve cette même tension entre démarche positivistico-logique et tradition continentale dans la démarche transformationnelle qui caractérise la théorie mathématique de la musique de Guerino Mazzola. Sa contribution au présent recueil, écrite en collaboration avec la compositrice Joomi Park, s'interroge sur la dimension créative chez Beethoven à travers une analyse de l'op. 109 basée sur l'utilisation du Lemme de Yoneda.

Loin du formalisme catégoriel, et motivé par des considérations de physique théorique, Thierry Paul aborde la question du rapport entre mathématique et musique à partir des problèmes soulevés par la mécanique quantique. L'originalité du sujet, rarement abordé dans l'étude des relations entre mathématique et musique, tient au fait que la musique y est prise comme point de départ illustrant certaines propriétés théoriques qui mettent en jeu le formalisme mathématique de la mécanique quantique.

On retrouve également cette perspective dans l'une des théories qui constitue un point d'entrée traditionnel des rapports entre mathématique et musique, dans une tradition qui remonte à Pythagore mais qui arrive jusqu'à nos jours. Il s'agit de la théorie du tempérament, une approche qui a rarement fait l'objet de discussion dans le séminaire *mamuphi* mais qui mérite une place à part comme en témoignent les deux contributions qui clôturent ce premier groupement thématique. À la proposition de Yves Hellegouarch sur la nécessité d'envisager un nouveau tempérament pour rendre compte de certaines relations tonales, en particulier dans des pièces de Ravel, fait contrepoint la note critique de Franck Jedrzejewski, dans une sorte de parallèle qui offre un aperçu de la richesse de ce domaine de recherche lorsque la réflexion théorique sur la musique ne tombe pas dans le piège de la numérogie néo-pythagoricienne et s'appuie sur des outils algébriques et des constructions formelles dont la portée pour la composition musicale n'a peut-être pas encore été suffisamment explorée.

Un deuxième groupe de contributions se situent à la lumière de mathématiques dont les enjeux dépassent largement leurs aspects techniques et touchent à des questions d'intellectualité contemporaine. Bien que leur rapport avec la musique reste dans la plupart des cas conjectural, ces contributions dessinent un espace conceptuel qui pourrait nourrir la réflexion théorique en musique dans les années à venir.

Cette section s'ouvre avec une contribution de Yves André, précisément sur la dimension conjecturale propre au travail mathématique. C'est un texte qui a été abondamment commenté tout au long de ces années du séminaire *mamuphi*, en relation également avec les sujets de mathématique contemporaine présentés et discutés par l'auteur dans son « Ecole de mathématique pour musiciens et autres non-mathématiciens¹ ».

Dans une démarche similaire d'intellectualité mathématique s'inscrit la contribution de Pierre Lochak qui, à partir de la question de la place des mathématiques dans l'histoire des idées, pose explicitement la question du rapport — ou plutôt du non rapport — entre la philosophie analytique et la pensée mathématique contemporaine.

Plusieurs contributions, rassemblées dans une section thématique à part, se situent résolument à la lumière de la démarche catégorielle, offrant ainsi un subtil contrepoint aux contributions théoriques en musique qui s'appuient précisément, comme nous l'avons précédemment souligné, sur le formalisme catégoriel.

La section s'ouvre avec une contribution de René Guitart discutant les aspects qualitatifs de la modélisation catégorielle. Si la modélisation renvoie naturellement au concept de modèle et aux deux notions traditionnellement conflictuelles de « modèle scientifique » et de « modèle de théorie (mathématique) », l'auteur montre qu'à travers la notion de « fléchage » on arrive à établir des liens conceptuels entre ces deux univers, et ceci à la lumière de la théorie des catégories et à l'ombre de la philosophie peircéenne.

D'autres outils catégoriels sont mobilisés par les deux contributions suivantes dont la technicité pourrait probablement décourager le lecteur non-mathématicien. Nous l'invitions néanmoins à faire l'effort de saisir les idées qui dépassent les résultats techniques, aussi bien dans le cas de la théorie des allégories, qui fait l'objet de la contribution de Jean

1. Le manuscrit de l'école se termine avec un épilogue consacré à l'orientation dans la pensée mathématique, version abrégée du texte publié dans le présent recueil. Pour plus d'informations, voir à l'adresse : <http://repmus.ircam.fr/mamux/ecole-mathematique/yves-andre>

Bénabou, que dans la théorie des jets, point de départ de l'article de Francis Borceaux pour introduire au public « mamuphique » la théorie des infiniment petits de Lawvere et Kock. Cette section se termine par une contribution de Stéphane Dugowson consacrée à l'actualité de la notion de connexité dans une démarche à nouveau issue de la théorie des catégories mais confrontée, cette fois, au problème des temporalités.

Une troisième et dernière section thématique du recueil rassemble les contributions visant à revisiter philosophiquement les enjeux des rapports entre mathématiques et musique. Deux aspects, en particulier, constituent le point de départ de cette réflexion philosophique : le Lemme de Yoneda et la dimension diagrammatico-gestuelle.

Le Lemme de Yoneda, dont on a souligné la *raisonance* musicale, notamment dans la théorie mathématique de la musique de Guerino Mazzola, permet à Charles Alunni de reprendre la question posée par Yves André à l'ombre de la réflexion philosophique sur l'orientation diagrammatique dans la pensée.

Ralf Krömer consacre une lecture originale des implications philosophiques du Lemme de Yoneda, et — plus généralement — de la démarche catégorielle en théorie et analyse musicales. Sa contribution critique vise à remettre en question l'utilisation même de la théorie des catégories comme fondement des mathématiques (et, à fortiori, dans la démarche de Mazzola, de la théorie mathématique de la musique). Un deuxième aspect qui a caractérisé la réflexion philosophique au cours des années du séminaire mamuphi concerne l'aspect gestuel, en particulier lorsqu'il est couplé avec la dimension diagrammatique, comme c'est le cas de la démarche de Gilles Châtelet à laquelle Andrea Cavazzini consacre une analyse approfondie.

Ce corpus de contributions est enchâssé entre une ouverture et une coda. François Nicolas ouvre le volume par un examen à la fois synthétique et personnel des rapports théoriques possibles entre mathématiques et musique. Il fibre ainsi l'activité décennale de *mamuphi* selon trois grandes orientations, chacune attachée à la subjectivité propre (musicienne, musicologique, mathématicienne) des intervenants concernés. En coda de l'ouvrage, Nancy Diguierher interroge historiquement l'existence d'une orientation « mamuphique » à l'œuvre dans la pensée du siècle des Lumières sous forme de l'interlocution mouvementée entre d'Alembert, Rameau et Rousseau. Ce faisant, cet achèvement du volume vaut appel à examiner, dans l'histoire de l'humanité, quels autres moments *mamuphi* ont pu précéder celui dont ce livre témoigne.

En conclusion de ce recueil nous avons sollicité quelques collègues et amis pour des notes de lecture d'ouvrages représentatifs des recherches en cours sur les rapports entre mathématique et musique dans leurs aspects à la fois théoriques, analytiques et compositionnels. Il s'agit d'un aperçu sur une bibliographie désormais très riche qui caractérise un domaine ayant connu, depuis une quinzaine d'années, un développement tout à fait remarquable. La question autour de laquelle la première édition du séminaire *mamuphi* avait tourné — à savoir la légitimité de « penser la musique avec les mathématiques » —, s'accompagne désormais d'une panoplie d'outils conceptuels issus des mathématiques les plus contemporaines pour jeter une lumière nouvelle sur un sujet dont les retombées philosophiques restent, en grande partie, à explorer.

Moreno Andreatta, François Nicolas et Charles Alunni
Paris, juin 2012